



Title	一階線形偏微分方程式系のCauchy問題について
Author(s)	山本, 稔
Citation	大阪大学, 1966, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/29328
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	山 本 稔 やま もとみのる
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 1062 号
学位授与の日付	昭 和 41 年 12 月 17 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	一階線形偏微分方程式系の Cauchy 問題について
論文審査委員	(主査) 教 授 南 雲 道 夫 (副査) 教 授 中 岡 稔 教 授 遠 木 幸 成

論 文 内 容 の 要 旨

一階線形偏微分方程式系のコーシー問題につき、その係数、初期値が或る意味で解析的な一様性をもつ場合、方程式系の Type に関係なく、全空間で解が存在すること、及び解を空間方向に対しては相当速い Order で増加するが、複合指数型関数の Order 以下の増加度であるような関数の空間 (即ち M, a, b を正の定数として $|f(t, x)| \leq M e^{ae^{b|x|}}$ となるような連続微分可能関数 $f(t, x)$ の全体) の中に限れば、全空間で解の一意性が成立することを証明した。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

Kowalewski 型の線型偏微分方程式 (未知関数の時間的変数に関する m 階の導関数とその空間的変数および時間的変数を合せて m 階以下、 $\leq m$ 、の導関数で表わされるもの) の初期値問題は連立一階の線型偏微分方程式系の初期値問題に帰することができる。従ってこゝでは連立一階の方程式系に限って論じている。

特に係数が解析的な函数の場合には、解の解析性を除いても、初期値問題の解の局所的な一意性は古くから Holmgren の定理として知られている。この解の大局的 (全空間における) 一意性については Kostjuchenko, Silov (1958) および山中健 (1961) 等による研究結果がある。特に山中氏は係数の時間的変数については、ただ連続性があればよい事を示した。

以上の結果では

- (a) 〔係数に関する条件〕空間的変数の変域を、虚数部分を少なくともある一定の幅だけ、複素領域に拡張したとき、すべての係数が有界である。

(b) [未知函数に関する条件] 未知函数の大きさが、空間的変数については、有限次数の指数函数で抑えられる： $|u(t, x)| \leq M \exp(a|x|^r)$ となる有限な M, a, r がとれる。

以上の2条件が本質的である。

山本君は本論文において、未知函数に関する条件 (b) をゆるめて“(b') 未知函数の大きさが、複合指数函数で抑えられる： $|u(t, x)| \leq M \exp[a \cdot \exp(b|x|)]$ となる有限な M, a, b がとれること”が充分であることを示した。

山本君はこのために、まず条件 (a) および非同次項に関する条件 (c) “非同次項函数が空間的変数について虚数部分が少なくともある一定の幅だけの複素領域に拡張できる”，という2条件で、大局的な（全空間における）解の存在を証明した。

この結果を与えられた方程式と共役な偏微分方程式系でとくに非同次項が $e^{ixt} \exp\{-a' \cosh(b'|x|)\}$ ($a' > a, b' > b$) なる場合に用いて、大局的な解の一意性を導いた。

これらの証明には、山本君は Kostjuchenko, Silov, 山中等が用いた Fourier 変換の代りに、南雲の局所的な解の存在定理が条件 (a) と (c) の下で、大局的に成立することを示してこれを用いた。

本論文は偏微分方程式の初期値問題につき、その型によらない大局的な解の一意性に関する研究で学界に重要な寄与をしたものである。

なお参考論文も注目すべき結果を与えているが、山本君と独立に殆んど同時に殆んど同じ結果が外国の人によっても与えられた。以上によって、山本君の論文は理学博士の学位論文として十分価値があるものと認める。