Title	第一次情報の利用による補助変量にもとづく主変量の最適層別について
Author(s)	多賀，保志
Citation	大阪大学，1967，博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/29474
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【9】

氏名・(本籍)	多 賀 保 志 (たが やすし)
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 1241 号
学位授与の日付	昭和 42 年 6 月 10 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文名	**第一次情報の利用による補助変量にもとづく主変量の最適層別について**
論文審査委員	(主査) 教授 丘本 正 (副査) 教授 高木 修二 教授 坂口 実 教授 竹之内 脩 教授 藤沢 俊男

論 文 内 容 の 要 旨

サンプリング理論において，その実際的適用の面からみても，層別推定法は重要なウエイトをしめており，とりわけ最適層別法は理論的にも興味ある問題を含み，数多くの研究が行われてきた。しかしそれらの結果は，本来未知であるはずの分布関数の知識を前提として，区間分割による層別法の範囲内で最適なものを求めることに終始してきた。

したがって，これらの理論は実際の適用と密着していないのみならず，理論的にも必要以上多くの仮定の下で十分精密な結果をえていないうらみがあった。

以上のような観点に立って，この論文では次の4点を主要な目標として扱うことにした。

a) 2次までの有限なモーメント，および予め定められた層の個数 ℓ 以上の増加点をもつ一般の分布関数が与えられたとき，区間分割をふくむ最も一般的な層別の範囲内で最適なものを求めること。(母平均 μ の層別推定量 $\overline{X}$ の分散を最小にするものを最適層別とよぶ。)

b) 主変量Yと相関の高い補助変量Xにもとづいて一般的な層別を行なった場合に最適なものを求めること。

c) bで求められる最適層別は（X, Y）の分布を規定する未知パラメーターと関係をもつから，第一次情報を利用してそれらの推定を行なう必要が起こる。この問題を合理的かつ実際的な観点から処理すること。

d) cによってえられた推定量をもちいて，漸近的な意味で最適層別に一致する層別法を求めること。(それを漸近的最適層別とよぶ)

このような諸問題を扱うにあたり，補助変量Xは一般の多次元変量としたが，主変量Yは1次元変量とし，各層へのサンプル配分は比例配分の場合に限って論ずることにした。

つぎにa～dの問題に対してえられた結果の概略を述べてみよう。

a）　上に述べた分布関数 F(x) に対して，最適層別 ϕ^* はつねに存在し，それは区間分割の範囲で考えた最適層別と一致する。かつその区間分点は F(x) の連続点にとることができる。（ただし，その一意性は必ずしも保証されないが，以下の議論には支障を生じない）

b）　補助変量 X にもとづく主変量 Y に関する最適層別はかなりゆるい条件のもとでつねに存在する。実は，YのXへの回帰を表わす関数（回帰関数）を $\eta(x)$ とすると，それによって導入される新しい変量 $Z=\eta(X)$ の分布関数 H(z) に対する最適層別 ψ^* を求める，という a の問題に帰着させることができるのである。a で求めた結果より ψ^* は z —軸の ℓ 区間分割となるから，これを x 領域での層別 ϕ^* にもどせば，それが求めるものである。

c）　$\eta(x)$ が $L^2(dG)$ に属するという条件の下で，完全正規直交関数系 $\{\psi_n(x)\}$ による $\eta(x)$ のフーリェ展開

$$\eta(x) \sim \sum_{j=0}^{\infty} a_j \psi_j(x)$$

の最初の（r＋1）項の係数$(a_0, a_1, \cdots\cdots\cdots, a_r)$ の同時不偏推定量 $(\hat{a}_0(s), \hat{a}_1(s), \cdots\cdots\cdots, \hat{a}_r(s))$ を第1次情報 s を利用してつくり，

$$\hat{\eta}(x, s) = \sum_{j=0}^{r} \hat{a}_j(s)\, \psi_j(x)$$

とおくと，

$$\lim_{m\to\infty} \iint [\hat{\eta}(x,s) - \eta(x)]^2\, dG(x)\, dF(s) = 0$$

をみたすようにすることが出来る。ただし F(s) は第一次情報 s の分布関数を表わし，それは層別推定にもちいるサンプルの分布を表わす G(x) とは独立に，かつ適当な方法で定められるものとする。（必ずしも一意的にはきまらない）

d）　c で述べた条件式をみたす $\hat{\eta}(x, s)$ がえられたとし，$\hat{Z}=\hat{\eta}(X, s)$の分布関数 $\hat{H}(z, s)$ に対する最適層別を，b で述べた方法にしたがって各 s ごとに定めることができる。それを $\hat{\phi}^*(x, s)$ とすると，それはもちろん b で求められた最適層別 $\phi^*(x)$ とは必ずしも一致しないが，$\phi^*(x)$ の代りに $\hat{\phi}^*(x, s)$ を用いたときの損失 $L_m(s)$ は，

$$0 \leqq L_m(s) \leqq 2 \sqrt{\int [\hat{\eta} + \eta]^2\, dG}\ \sqrt{\int [\hat{\eta} - \eta]^2\, dG}, \quad \text{a. e. (dF)}$$

と評価され，したがってその（上積分の意味で考えられる）平均損失 $\bar{L}_m$ は

$$0 \leqq \bar{L}_m \leqq 2K\sqrt{\delta_m}$$

となる。

ただし　$\delta_m = \iint [\hat{\eta}-\eta]^2\, dG\, dF \to 0 \qquad \text{as } m \to \infty,$

$K = 2\|\eta\| = 2\sqrt{\int \eta^2\, dG}$

この意味で，$\hat{\phi}^*(x, s)$ を漸近的最適層別とよぶことができる。

以上の諸結果は，最適層別に関する先駆的諸業績の理論的完成を意味すると同時に，層別サンプリングの理論と実際的適用とのギャップをほぼ埋める見通しを与えることが出来た，といえるであろう。なお，他分野との関連についてみると，直接的にはモンテカルロ法に適用して乱数の節約を行な

うことが可能であり，また回帰分析における適用面を拡げることにも役立つであろう。間接的には，統計学における一般的な判別問題や選別問題における最適選別領域の設定とも深い関係をもつと考えられる。

論文の審査結果の要旨

本論文は標本調査論の中で非常に重要な層別推定法について最適層別法を研究したものである。この問題については十数年来多くの研究があるが，不必要な仮定をおくことによって一般性を失い，また本来未知であるはずの分布に関する知識を前提とするなど，理論的にも実際的にも不十分であった。本論文は最も一般な層別を対象として，推定量の分散を最小にする意味で最適な層別を求め，次にこれを利用して主変量と相関関係にある補助変量にもとづく最適層別を求めた。この際主変量の補助変量への回帰が関係してくるが，第1次情報を利用してこれを推定し，漸近的最適層別法を与えている。