【7】

氏名・(本籍)	池(いけ) 上(がみ) 輝(てる) 男(お)
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 1248 号
学位授与の日付	昭和 42 年 6 月 12 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文名	**ウィナー境界とマルチン境界との関係**
論文審査委員	(主査) 教 授 遠木 幸成 (副査) 教 授 中岡 稔 教 授 田辺 広城

論 文 内 容 の 要 旨

開いたリーマン面をコンパクト化する問題は種々のコンパクト化の理論を生んだ。本論文においては Wiener のコンパクト化と Martin のコンパクト化の2つを取り上げる。リーマン面上で定義された正の調和函数は Wiener 境界に連続的に延長せられ，又 Martin の minimal 境界上殆んど到る処 fine limit をもつ。この fine limit を支配するのは Wiener 境界のどの部分であろうかという問題を考え，これに2種の解答を与えた。第1の解答は harmonic boundary に関するもので第1章で扱われている。第2の解答は pole の概念をつかうもので第2章で扱われている。この pole の集合は森真一氏による fine cluster set と一致する事が判明し，又一般に harmonic boundary とはくいちがっていることが明らかになった。従ってここから新らしい minimum principle と Dirichlet 問題が生ずる。これは第3章で考察されている。第4章は Martin 境界の harmonic boundary に関する注意である。第5章では Wiener 境界と Martin 境界との関連を第1章，第2章の観点から研究した。第6章は相対的な Dirichlet 問題に関するものである。

主要な結果をあげれば，

Ⅰ u を HP 函数（即ち2つの負でない調和函数の差で表わされる）とすると Wiener 境界上 harmonic measure zero の集合を除けば

$$\lim_{\boldsymbol{a}\to\tilde{\boldsymbol{b}}} \mathrm{u}(\boldsymbol{a}) = \text{fine}\lim_{\boldsymbol{a}\to\pi(\tilde{\boldsymbol{b}})} \mathrm{u}(\boldsymbol{a}).$$

Ⅱ u を負でない調和函数とすると Wiener 境界上 polar set を除けば

$$\lim_{\boldsymbol{a}\to\tilde{\boldsymbol{b}}} \mathrm{u}(\boldsymbol{a}) = \text{fine}\lim_{\boldsymbol{a}\to\pi(\tilde{\boldsymbol{b}})} \mathrm{u}(\boldsymbol{a}).$$

論文の審査結果の要旨

R を hyperbolic Riemann surface とする。Rの2つの compactification 即ち Wiener の compactification R^{*W} と Martin の compactification R^{*M} との関係は楠，森両氏によって調べられたが，Constantinescu, Cornea は R^{*M} は R^{*W} の quotient space であることを解明した。池上君の論文は，この事実にもとづいて上の2つの compact 化の間の関連を論じている。

いま，u をR上の正の調和函数とするとき，Rの Wiener 境界点 $\tilde{b}$ に u を連続的に延長できる。すなわち

$$u(\tilde{b}) = \lim_{\substack{a \to \tilde{b} \\ a \in R}} u(a)$$

また， Martin 境界 Δ^M 上ほとんど到るところ u は fine limit をもつ，それを α とすれば

$$\alpha = \operatorname*{fine\ limit}_{\substack{a \to s \\ a \in R}} u(a) \quad (s \in \Delta^M)$$

π を上に述べた R^{*W} から R^{*M} 上への mapping とするとき

$$\text{(A)} \qquad \alpha = u(\tilde{b})$$

となる $\tilde{b} \ni \pi^{-1}(s)$ はどのようなものであろうか，この問題に対して本論文では2つの解答を与えている。

その第1は Wiener 境界の harmonic boundary Γ^W から harmonic measure zero のある set を除けば（A）の関係が成り立つことを示した。

その第2は M. Brelot の考案した pôle の概念を一般の compactification に拡張した pole の集合 $\Phi(\Delta_1^M)$ から polar set を除いた所で（A）の関係が成り立つことを示した。

ところで $\Phi(\Delta_1^M)$ は森氏の fine cluster set と一致することが示されるが Γ^W と $\Phi(\Delta_1^M)$ とは全く相異なる場合がある。したがって，今までは主として Dirichlet 問題や minimun principle 等は Γ^W に関連して論ぜられたが，$\Phi(\Delta_1^M)$ に関連して論ずることは興味深い。本論文はこの問題を解明すると同時に $\Phi(\Delta_1^M)$ と Γ^W との関係について解明している。その結果森や Constantinescu, Cornea 等によって得られた結果のうち とくに bounded minimal harmonic function に関する部分は簡潔に見通しよく展開できることを示した。

最後に，metrizable な compactification に対しては M. Brelot, L. Naïm 等が relative Dirichlet problem に関する多くの興味深い結果を与えたが，Wiener の境界では negative な結論しかでないことを示している。

以上，池上君の研究は Riemann surface 上における Dirichlet problem に関する研究に寄与するところが少なくない。参考論文と合わせて理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。