【10】

氏名・(本籍)	田中俊一(たなかしゅんいち)
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 1251 号
学位授与の日付	昭和 42 年 6 月 12 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文名	**ある種の2次行列群の既約ユニタリ表現について**
論文審査委員	(主査) 教授 中岡 稔 (副査) 教授 大嶋 勝 教授 田辺 広城 教授 尾関 英樹

論文内容の要旨

本論文は局所コンパクト体 K 及び有限環 $Z/(p^{\lambda})$ 上の $SL(2)$ 群の既約表現の主な系列を統一的に構成することを目的としている。

$SL(2,K)$ の表現，特に離散系列の表現の構成は Bessel 函数の類似を用いて Gel'fand–Graev (1962年) により，$SL(2, Z/(p^{\lambda}))$ の表現の構成はテータ級数の変換公式を用いて Kloosterman (1946年) により，研究された。我々は Weil による symplectic 群の研究を出発点にして，彼等の結果を系統的に再構成し，更に新らしい結果を得る。

いわゆる交換関係の表現の Weyl による群表現の問題としての定式化，及びその解の一意性 (Stone, vonNeumann) はよく知られているが，Weil は局所コンパクト可換群 G に対して同様の群 (G の Heisenberg 群) を考えた。Heisenberg 群は $L^2(G)$ に自然な既約ユニタリ現表をもち，その一意性から，Heisenberg 群の自己同型群である symplectic 群 $Sp(G)$ の射影ユニタリ表現 V が生じる。射影表現 V を背景にして，C. L. Siegel の2次形式に関する研究を現代的に再構成するというのが Weil の仕事の主題であるが，我々の問題も射影表現 V に基礎をおいて論じることが出来る。

K の2次拡大 $K(\sqrt{2})=L$ の加法群 L^+ を G とすると，$SL(2,K)$ は $Sp(L^+)$ へ群演算を保って，うめこめる。そこで $L^2(L^+)$ に構成された $Sp(L^+)$ の射影ユニタリ表現 V を $SL(2,K)$ に制限すると，表現になることが証明出来る ($S=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ に対応する表現作用素は2変数の Fourier 変換である)。

更に L のノルム1の元全体のつくる乗法群を C とすると，L の変換 $L\ni u\rightarrow tu$ $(t\in C)$ からひきおこされる $L^2(L^+)$ の作用素は表現作用素と可換，C はコンパクトアーベル群なので，C に関する Fourier 級数展開により，不変部分空間の離散和に分解される。その不変部分空間に実現される表現が Gel'fand–Graev の離散系列の表現と同値になる。特に S に対する表現作用素を考えると，この構

成は古典的な Fourier-Bessel 変換の構成と一致している。

$SL(2, Z/(p^\lambda))$ の場合も同様の構成が可能で，$G=Z/(p^\lambda)\times Z/(p^\lambda)$ として，Kloosterman がテータ級数を用いて得た表現 R を再構成することが出来る。又$G=Z/(p^\lambda)\times Z/(p^{\lambda-1})(\lambda\geqq 2)$ を考えて新らしい表現 R' を得る。$\lambda=1$ のときはすべての既約表現はRから得られるが，$\lambda=2$ のとき Kloosterman の構成で不足していた（すなわちRから得られなかった）既約表現は，すべて R' に不変部分空間として含まれる。

論文の審査結果の要旨

本論文は，合同モジュラー群の表現をとり扱う。この群は数論において基本的な群の一つで，これの表現をすべて決定，記述することは応用上極めて重要である。これに関し1940年代に H. D. Kloosterman の研究があるが，完全な解決が与えられていない。

田中君の仕事は Kloosterman の仕事を，ユニタリー表現の理論を採用して，大きく発展させたものである。とくに Kloosterman にあってはその結果の記述が極めて計算的で難解であったのに対し，本論文では結果が統一的かつ透明な形に構成されている。さらに多くの新らしい結果も付加されている。

使用する方法は，上述のユニタリー表現論（主として I. M. Gelfand によって発展させられたもの）と A. Weil らの一つの注目すべき方法（数論への応用を目的として開発されたもの）を結合したものである。この方法は，従来個々に得られていた多くの結果を統一的に得るという意味でも注目すべきものであるが，また合同モジュラー群よりも更に広い範囲の群に対しても適用されるという点でも価値の大きいものといえる。

合同モジュラー群の表現論は現在田中君の他に若干の研究者によって研究されているが，同君の結果はそれらの中で最も進歩したものであると同時に，将来の発展の可能性が大きい。

なお，副論文は数論で極めて有効な「跡公式」に関するものであるが，ここでも表現論を用いることにより見通しのよい証明を与え，一般化の方向を示している。

上述の内容および評価から，本論文は，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。