



| | |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title | 二次数体上の不分岐ガロワ拡大について |
| Author(s) | 山本, 芳彦 |
| Citation | 大阪大学, 1969, 博士論文 |
| Version Type | |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/29942 |
| rights | |
| Note | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。 |

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

| | | | | |
|---------|--------------------------|---------|---------|---------|
| 氏名・(本籍) | やま 山 | もと 本 | よし 芳 | ひこ 彦 |
| 学位の種類 | 理 | 学 | 博 | 士 |
| 学位記番号 | 第 | 1869 | 号 | |
| 学位授与の日付 | 昭和44年12月20日 | | | |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第2項該当 | | | |
| 学位論文題目 | 二次数体上の不分岐ガロワ拡大について | | | |
| 論文審査委員 | (主査) 教授 中井 喜和 | | | |
| | (副査) 教授 永尾 汎 具教授 本田 平 | | | |

論 文 内 容 の 要 旨

任意の自然数 n に対して、類数が n の倍数であるような虚の二次体は無限に多く存在することはよく知られている。しかし同様の性質を持つ実の二次体が無限に存在することは、 n が 2 の中の時の Gauss の証明以後長い間知られていなかったが、最近 T. Honda により $n = 3$ の場合が証明された。

この論文の第一部ではこの問題を取扱っている。その主結果は次の通りである。

S_1, S_2, S_3 をそれぞれ素数の有限集合で、互いに disjoint であるとするとき、次の性質 (i), (ii), を持つような虚 (又は、実) の二次体 F が無限に多く存在する。

(i) F のイデアル類群は $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ (又は $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$) に同型な部分群を含む。

(ii) S_1 (又は、 S_2 , 又は S_3) に含まれるすべての素数は F で分解 (又は、惰性, 又は分岐) する。

このことから最初に述べた問題がすべての n に対して証明される。

類体論によると、上の結果 (の一部) は次のように述べられる。 n 次の不分岐巡回拡大を持つような虚 (又は、実) の二次体は無限に多く存在する。

第二部では、非アーベル (非可解) 的な不分岐ガロワ拡大を持つような二次体について考察する。その主結果は次の通りである。

任意の自然数 $n \geq 3$ に対して、次の性質 (i), (ii) を持つ虚 (又は、実) の二次体 F が無限に多く存在する。

(i) F は n 次交代群 A_n と同型なガロワ群を持つガロワ拡大体 K/F を持つ。

(ii) K は F 上不分岐 (又は、すべての有限素点の上で不分岐) である。

同様の結果が n 次対称群, S_n 二面体群 D_n , などについても得られる。

論文の審査結果の要旨

整数論において二次体の占める位置は特殊なもので、古くより多くの研究がなされ、その性質が明らかにされているが、尙未解決の問題も少なくない。なかでも類数に関する性質、与えられたガロア群を持つガロア拡大体の存在問題は整数論を専攻する多くの学者の興味をひく問題である。山本君は上あげた二つの問題を取りあげ、その各々について注目すべき業績をあげた。以下その内容についてやや詳しくのべる。

任意の自然数 n を与えたとき、類数が n の倍数であるような虚の二次体が無数に存在することは、古くより知られたところである。しかし同様なことが実の二次体についても成り立つかどうかは特別の場合 (n が 2 の中であるとき及び 3 であるとき) を除いてはほとんど知られていなかった。山本君は第一部においてこの問題を取りあげ、虚の二次体の場合にも、実の二次体の場合にも適用できる方法を駆使して次のような更に一般的な結果に到達した。即ち S_1, S_2, S_3 を互に共通元のない任意に与えられた素数の有限集合とする。そのとき次の性質 (i), (ii) を持つ実 (又は虚) 二次体 F は無数に存在する。

- (i) F のイデアル類群は n 次巡回群 (又はその二つの直積) を部分群として含む。
- (ii) S_1, S_2 の素数は F で夫々分解、分岐し、 S_3 の素数は F でも素数のままでとどまる。

第二部においては n 次交代群 A_n をガロア群として持つような不分岐ガロア拡大体を持つ二次体 F の構成を取り扱い、そのような F が無数に存在することを示した。最後に同様な方法が対称群、二面体群の場合にも適用できることに注意をしている。

以上本論文は整数論における重要な未解決問題を取上げ、従来の結果を包含するような結論に達しており、整数論の進歩に寄与するところ少なくない。よって理学博士の学位論文とに十分価値あるものと認める。