OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	群多元環におけるJacobson根基の零化イデアルとディフェクト零のブロックについて
Author(s)	津島, 行男
Citation	大阪大学, 1971, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/30482
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【25】

氏名・(本籍)	津島行男
学位の種類	理学博士
学位記番号	第2389号
学位授与の日付	昭和46年9月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	群多元環におけるJacobson根基の零化イデアルとディフェクト零のブロックについて
論文審査委員	(主査) 教授 永尾汎 (副査) 教授 大嶋勝　教授 中井喜和

論文内容の要旨

有限群Gの体kにおける既約表現は、群多元環kGの極小左イデアルによってすべて与えられる。さらにkGのJacobson根基をJ、その右零化イデアルをr(J)、e_1, e_2……e_nを非同型な原始巾等元の一組の代表系とすれば、r(J)e_1, r(J)e_2, ……r(J)e_n は非同型な極小左イデアルの代表系となる。従ってr(J)は極小左イデアルを統一的に与える存在となるわけだが、kの標数をpとしたとき、pがGの位数を割る場合に限り、r(J)はkGと異なるという事実(Maschkeの定理)以外r(J)について余り深い研究はされていない。筆者は中山正氏によって展開されたFrobenius 多元環の一般論とBrauer 指標の直交関係を用いて、主論文1において、次の結果を得た。

定理　kは標数pの体、c＝1＋θ_1＋θ_2＋……をGのp-elements全部のkGにおける和とする。(各θ_iはGのp-elements θ_0＝1) このときcはr(J)に含まれる。

これは上述Maschkeの定理の精密化である。特にGがp－可解群ならcはr(J)を生成する。一方複素数体上の既約指標全体は、(1つ素数pを固定した上で) p-block とよばれるいくつかの同値類に分かれる。各p-blockは標数pの体におけるGの表現(モジュラー表現)と極めて自然な関係をもっている。又各P-blockに対し、defect groupとよばれるp-subgroupが共役を除いて唯一つ対応する。逆にPを1つのp-subgroupとしたときあるp-blockが存在してPがそのdefect groupとなる必要且十分な条件はNG(P)／Pなる群が自明なp-subgroup {1} をdefect groupにもつp-block (これをdefect zeroのblockとよぶ)を有することである。(R. Brauer) 従って「有限群G及び素数pを与えたときGがdefect zeroのp-blockを有するための必要且十分な条件は何か」という問題が必然的に提起される。いくつかの特別な群、例えばChevalley群に関してはR. Steinberg, C. W. Crtis等によって完全に解決され、可解群あるいは対称群についてはいくつかの部分的解決が知られている。筆者は初めに述べた定理を応用して、この問題を群多元環の中で次のように解決した。

定理(主論文2) k を標数 p の体。k は1の|G|−乗根をすべて含むとする。 c は上述の通りとする。このとき

(1) Gがdefect zero のp-block を有する $\Longleftrightarrow$ $c^2 \neq 0$

(2) $c^2 \neq 0$ なるとき kGc^2 はk上の半単純多元環でその単純成分の個数を s とすれば、s はdefect zero のp-block の個数に等しい。

論文の審査結果の要旨

標数 p 体上の群環KGは、p が群Gの位数を割るときは半単純ではない。この群環の根基の研究は有限群の表現論とその応用において重要である。

本論文で著者はこの群環の根基の研究からつぎのような重要な結果を得た。

〔主定理〕 有限群Gの標数 p の分解体上の群環において、位数が p べきの元の総和を c とするとき、G の defect 0のブロックべき等元の和は c^2 に一致する。

一般に、defect 0のブロックが存在するかどうかを判定することは困難であるが、defect group の特徴づけなどとも関連して重要な問題である。上記の定理はこの問題について一つの判定条件を与えたものである。

更に本論文では、群環 KG の根基についていくつかの興味ある結果を得ている。そのうち、上の主定理に関連するものをあげると、 KG の根基の零化イデアルは常に上記の元 c を含み、特にGがp−可解群ならばcがこの零化イデアルの生成元になるというもので、これは古典的な Maschke の定理の拡張にもなっている。

このように、本論文は有限群の表現論における重要な結果を含み、理学博士の学位論文として十分に値するものと認める。