



Title	リンク機構の多領域設計最適化法に関する研究
Author(s)	藤田, 喜久雄; 廣川, 敬康; 井上, 正文
Citation	日本機械学会論文集 C編. 2001, 67(659), p. 2372-2380
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/3057">https://hdl.handle.net/11094/3057</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## リンク機構の多領域設計最適化法に関する研究 \*

藤田 喜久雄<sup>\*1</sup>, 廣川 敬康<sup>\*1</sup>, 井上 正文<sup>\*2</sup>

### Multidisciplinary Design Optimization Method for Link Mechanisms\*

Kikuo FUJITA<sup>\*1</sup>, Noriyasu HIROKAWA<sup>\*1</sup> and Masafumi INOUE<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup> Osaka University, Dept. of Computer-Controlled Mechanical Systems,  
2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565-0871, Japan

Optimal design of a link mechanism determines configuration and geometry of intermediate connectors so as that minimize the driver's capacity, system cost and so forth under the assigned follower's motion. Since its mathematical formulation is obviously multidisciplinary and mini-max type under time-dependence of link motion, any conventional optimization techniques have difficulties to seek the optimal design solution. This paper proposes an efficient design optimization algorithm for the multidisciplinary design optimization of link mechanisms by combining non-hierarchic coupled system decomposition, which consists of the iteration of partial optimization of divided subproblems and coordination of such partial solutions, and mini-max relaxation. Further, successive quadratic programming (SQP) is utilized as a mathematical programming technique by inheriting Hessian approximation of the Lagrangian function across its iterative executions. Its application to the multidisciplinary design problem of a link mechanism used in hydraulic shovels, which is modeled and formulated based on skeleton based kinematic analysis and beam-theory based strength analysis, shows more than about four times of speed-up and robust performance as compared with a conventional optimization method.

**Key Words :** Optimization, Multidisciplinary Design Optimization, Decomposition, Mini-Max Relaxation, Successive Quadratic Programming, Link Mechanisms

### 1 緒 言

多領域設計最適化 (multidisciplinary design optimization, MDO) に関する研究がこの 10 年、最適設計の分野における大きな流れをなしてきている<sup>(1)</sup>。数理計画法に基づく設計最適化の枠組みは、対象となる設計問題を数学的に定式化した後、適切なコンピュータ上のアルゴリズムによる探索によって最適解を求めようとするものであり、その妥当性や有効性はアルゴリズムの解析的な性質によって示されているところである。これに対して、MDO に関する一連の研究は、問題のサイズ、多領域性、複雑性、解析計算に要するコストなどに起因する困難性に対応しようとするものであり、どちらかと言えば、それらの数学的な性質の背後にある実際の問題に固有の課題に対処しようとしているものとして位置づけることができる。一連の困難性は個別の問題の持つ具体性によるものであることから、数学的なアルゴリズムのみで対応することは難しく、工学的な視点に立った個別問題のモデリングやそ

れに付随したアルゴリズムの構築も重要である。例えば、MDO における一方法である分解法 (decomposition) については、一般的で汎用的な方法論を期待することは困難であり、むしろ、個別の問題クラスに対する方法論の構築が重要であるともされている<sup>(2)</sup>。

本研究では、以上の視点のもと、リンク機構の多領域最適設計問題<sup>(3)</sup>に対する最適化アルゴリズムを構成する。具体的には、そのような種類の問題クラスにおいて固有の性質を抽出した上で、逐次 2 次計画法 (successive quadratic programming, SQP)<sup>(4)</sup>のもと、非階層干渉型のシステム分割 (non-hierarchic coupled system decomposition) による分解法とミニ・マックス緩和を組み合わせたアルゴリズムを構成し、さらに、油圧ショベルに用いられるリンク機構の最適設計問題に適用することを通じて、その有効性を検証する。

### 2 リンク機構の多領域最適設計問題

**2.1 リンク機構の設計問題** リンク機構の設計問題は、図 1にも示すように、従動節に所与の動作を行わせる上で必要となる原動節の容量を最小にする媒介節の形態を定めようとするものである<sup>(5)</sup>。このような解釈は主に機構学のもとで取り扱われる内容に

\* 原稿受付 平成 12 年 5 月 25 日

<sup>\*1</sup> 正員、大阪大学大学院工学研究科(〒565-0871 吹田市山田丘 2-1).

<sup>\*2</sup> 西日本旅客鉄道(株)金沢支社(〒920-0031 金沢市元菊町 427)

(元: 大阪大学大学院)。

Email: fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp

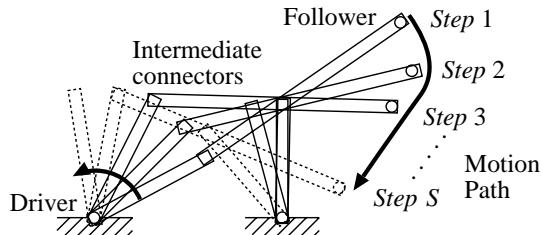


Fig. 1 Design problem of link mechanisms

よるものであるが、例えば、リンク機構が物理的な実体であることを考えれば、各部材の強度に関する内容などをも同時に考慮した設計を行う必要がある。すなわち、リンク機構の設計問題は元来、複数の領域に関わっており、加えて、リンク機構が複数の部材から構成されるシステムであることを考えれば、MDOで用いられる「分解法」のうちのいずれかのもの<sup>(1)</sup>を適切に用いることができれば、最適設計を効果的かつ効率的に行えるものと期待することができる。

一方、リンク機構の従動節は所与の動作パスに沿って運動させる必要があることから、原動節そのものの容量はそのような動作パスのもとで必要となる容量の最大値として定められることになる。また、部材に作用する応力もその最大値に対して制約条件を考える必要がある。前者は対応する目的関数がミニ・マックス型のものであることを意味しており、後者も制約条件が同様の形式となることを意味している。これらのことから、「ミニ・マックス緩和」を効果的に適用することができれば、最適化計算の中で必要となるシステム解析のコストを大幅に低減できることも期待することができる<sup>(5)</sup>。なお、ここでのミニ・マックス緩和は、ある属性が動作パス中で取る最大値の最小化を、ある属性が最大値を取る位置の特定と特定された位置での属性値の最小化との2つの処理の繰返しで置き換えるというものである。

**2.2 設計問題の多領域性とシステム表現** MDOにおいて用いられる分解法は、階層型・非階層型・相互干渉を無視するタイプ・相互干渉を考えるタイプ、などの視点で分類することができる。本研究では、図1にも示したリンク機構の多領域性やシステム構造に照し合せることにより、リンク機構が明確なシステム構造を伴っていないことから非階層型の分割を考える。さらに、関与している領域群および一連の構成部材に従って何らかの分割は可能であるものの、例えば、構成部材のサイズは機械学的なものと強度に関するものとの両方に関与しているなどの理由により、分割された部分問題相互の干渉を完全に排除した場合には、

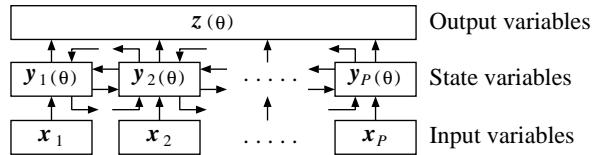


Fig. 2 Non-hierarchic coupled system decomposition

反って、最適化計算の効率や得られる最適解の質を低下させることになる事態が想定できることから、相互の干渉を加味するものとする。以上により、非階層干渉型のシステム分割を用いることとする。

図2は非階層干渉型のシステム分割を一般的に図示したものである。システム全体についての入力変数 $x$ 、状態変数 $y$ に対して、全体のシステムは $p = 1, 2, \dots, P$ のサブシステムに分割することができ、個々のサブシステム $p$ は $x$ の中から排他的に固有の入力変数 $x_p$ と $y$ の中から排他のに固有の状態変数 $y_p$ を伴っているものとする。一方、システムの出力変数 $z$ は全サブシステムの状態変数の関数として表現できるものとする。このとき、各サブシステムは大まかには他のサブシステムから分離できているものの、図にも示すように、状態変数を通じて部分的に関連しあっていて、相互干渉を伴っているものとする。なお、サブシステムとしては、上述の領域性に関わるものや部材への分割などを想定することができる。

さらに、リンク機構は所要の機能を達成する上で動作パス $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_S$ に沿って運動することから、すべての状態変数と出力変数は従動節の位置 $\theta$ の関数になる。このことは、 $y_p$ および $z$ を明示的に $y_p(\theta)$ 、 $z(\theta)$ として表記する必要があることを意味している。

以上をまとめれば、リンク機構の設計問題は以下のシステム構造を伴っているものとすることができる。

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_p^T, \dots, \mathbf{x}_P^T]^T \quad (1)$$

$$y_p(\mathbf{x}, \theta) = y_p(y_1, \dots, y_{p-1}, \mathbf{x}_p, y_{p+1}, \dots, y_P, \theta) \quad (p = 1, 2, \dots, P) \quad (2)$$

$$z(\mathbf{x}, \theta) = z(y_1, \dots, y_{p-1}, y_p, y_{p+1}, \dots, y_P, \theta) \quad (3)$$

なお、ここで、すべての変数は実数であり、各関数は比較的大めらかであることを想定し、また、 $z$ は $y_p$ に比べて対象システムの内部状態に関与しない相当に単純な関数であるものとする。

**2.3 最適化問題の汎化形式** リンク機構の多領域設計問題は、上記のシステム構造における入力変数の中から設計変数を設定し、出力変数の中から目的関数と制約条件を抽出することにより、定式化を定め

ることができる。さらに、動作パスに関連したミニ・マックス構造を含めて考えれば、本研究で対象とする問題クラスの最適化問題の定式化は、以下に示す一般的な形式を持つものとすることができます。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find } \mathbf{x} = [x_1, \dots, x_j, \dots, x_J]^T \\ \text{that minimizes } \max_{\theta_1 \leq \theta \leq \theta_S} f(\mathbf{x}, \theta) \\ \text{subject to} \\ \max_{\theta_1 \leq \theta \leq \theta_S} g_{i_g}(\mathbf{x}, \theta) \leq 0 \quad (i_g = 1, 2, \dots, I_g) \\ h_{i_h}(\mathbf{x}, \theta) = 0 \quad (i_h = 1, 2, \dots, I_h) \\ x_j^L \leq x_j \leq x_j^U \quad (j = 1, 2, \dots, J) \end{array} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $f(\mathbf{x}, \theta)$ 、 $g_{i_g}(\mathbf{x}, \theta)$ 、 $h_{i_h}(\mathbf{x}, \theta)$ のそれぞれは $\mathbf{z}(\mathbf{x}, \theta)$ の要素であり、 $J$ は個別の $x_p$ のサイズを合計することにより得られる設計変数の総数である。

なお、具体的な個別の設計問題においては、すべての不等式制約 $g_{i_g}(\mathbf{x}, \theta)$ が $\max_{\theta_1 \leq \theta \leq \theta_S}$ という形式をとるわけではないが、本論文では便宜上、上記の形式のもとで議論を進めることにする。

### 3 最適化アルゴリズムの基盤となる手法

**3.1 分解法** MDOにおける分解法に関しては既に多くの議論がなされてきている<sup>(1)</sup>。その考え方は、まず、全体システムをいくつかの部分問題に分割した上で、それぞれの部分問題の最適化から得られる情報を統合して調整することによって全体システムの最適解を得ようとするものである。このような枠組みは実際の設計問題における困難性を克服できることや最適化計算に要するコストを低減できるなどの効果を持つものとして期待されている。しかしながら、それらの効果は、システムの分割方法、部分最適化の統合化方法、個別最適化計算で用いる数理計画法のアルゴリズムなどの各面で、最適化計算の方法と対象問題との整合性に依存するものであるともされている<sup>(2)</sup>。

**3.2 ミニ・マックス緩和** リンク機構の最適設計で用いることのできるミニ・マックス緩和<sup>(5)</sup>は、原問題の目的関数を $\min_{\mathbf{x}} \left\{ \max_{\theta_1 \leq \theta \leq \theta_S} f(\mathbf{x}, \theta) \right\}$ と表すとき、以下の手順を繰り返すものである。

- (1) 設計解を $\mathbf{x}^{(0)}$ として初期化する。 $k = 0$ とおく。
- (2)  $\mathbf{x}^{(k)}$ のもとで、 $f(\mathbf{x}^{(k)}, \theta)$ が最大値をとる $\theta^{(k)}$ を $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_S$ のなかから特定する。
- (3) もし、 $k \neq 0$ かつ $\theta^{(k)} = \theta^{(k-1)}$ が成立すれば、 $\mathbf{x}^{(k)}$ を最適解として、終了する。
- (4) 特定した $\theta^{(k)}$ のもとで、 $f(\mathbf{x}, \theta^{(k)})$ を最小にする $\mathbf{x}^{(k+1)}$ を最適化計算によって求める。

(5)  $k = k + 1$ とおく。ステップ(2)に戻る。

以上の手順は常に最適解が得られることを保証するものではないが、ミニ・マックス緩和によってシステム解析の回数、すなわち、 $f(\mathbf{x}, \theta)$ の計算回数を大幅に削減することが可能であり、また、ほとんどの場合において最適解を得ることができるというものである。

### 4 リンク機構の多領域設計最適化法

**4.1 基本概念** 本研究では、上述の分解法とミニ・マックス緩和に加えて、具体的な数理計画法のアルゴリズムとして逐次2次計画法(SQP)を用いることとした上で、その際の対象近似を累積的に継承していくようにして、最適化のためのアルゴリズムを構成する。なお、SQPを用いる理由は、それがヘッセ行列の累積的な近似によって超1次収束性を有していることと、制約条件を直接操作できること<sup>(4)</sup>によるものである。以下に全体としてのアルゴリズムの骨子を示す。

- 分解法は非階層干渉型のシステム分割に基づくものとする。
- それぞれの部分システムの最適化においては、対象部分の内容を厳密なシステム解析によって評価する一方、他の部分の内容は状態変数の1次近似式によって代替するものとする。さらに、近似の精度を確保しつつ、相互干渉の影響をも加味できるようにするために、設計変数については、上下限制約を設けた上で、すべてのものを考慮する。
- 部分最適解の統合化においては、余分な計算を避けるために、一切のシステム解析を行わず、部分最適化の結果と付随して得られている情報のみを用いるものとする。
- ミニ・マックス緩和は分解法による一連の最適化計算の外側で行うようとする。すなわち、分解法による最適化計算の繰返しの前後で最適化計算の対象となる動作ステップ $\theta$ がある状態変数 $y_\ell$ に関して変化した場合には、それらの変数についての近似式を新たに考慮すべきステップのもので置き換えるものとし、そうでなければ、各種の近似情報を継続して用いるものとする。
- SQPにおけるラグランジェ関数のヘッセ行列の近似は、SQP実行の度に初期化するのではなく、アルゴリズム全体での繰返しを通じて継承するようになり、その近似精度を累積的にできる限り高いものにできるようにする。

**4.2 アルゴリズムの全体構成** 図3は、上記の基本概念に基づくアルゴリズムの手順を図示したものであり、以下に示す構成になっている。

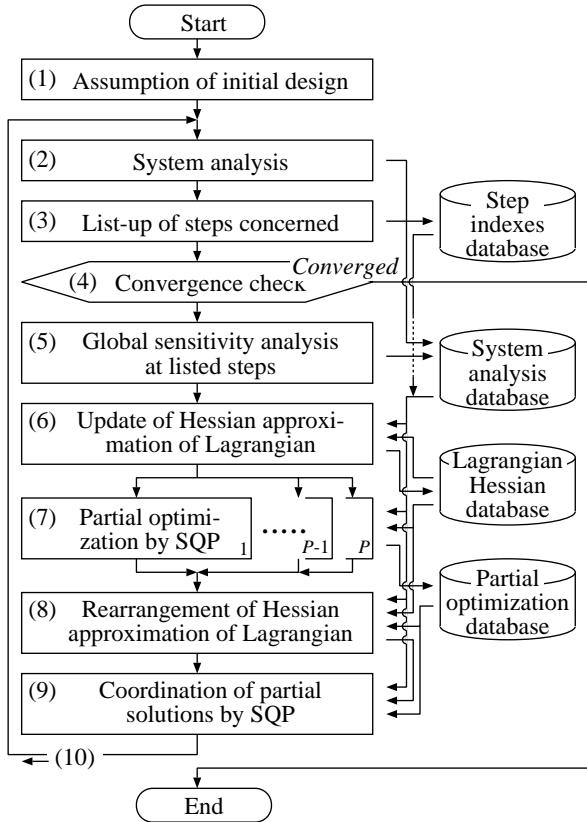


Fig. 3 Outline of the optimization algorithm

- (1) 設計解を  $\mathbf{x}^{(0)}$  として初期化する。 $k = 0$  とおく。
- (2) すべての状態変数  $\mathbf{y}(\mathbf{x}^{(k)})$  を計算する。
- (3) 設計変数  $\mathbf{x}^{(k)}$  のもとで、関係のあるすべての  $z_\ell$  について、 $z_\ell(\mathbf{x}^{(k)}, \theta)$  が最大値を取る  $\theta_{z_\ell}^{(k)}$  を特定して、列挙する。
- (4) もし、 $k \neq 0$  であり、すべての  $z_\ell$  について  $\theta_{z_\ell}^{(k)} = \theta_{z_\ell}^{(k-1)}$  であり、かつ  $\mathbf{x}^{(k)} \simeq \mathbf{x}^{(k-1)}$  であるとみなすことができれば、 $\mathbf{x}^{(k)}$  を最適解として最適化計算を終了する。
- (5) すべての  $\theta_{z_\ell}^{(k)}$  に関して必要なすべての状態変数の 1 次感度  $\frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^{(k)}, \theta_{z_\ell}^{(k)})$  を計算する。
- (6) 各種の情報に基づいてラグランジエ関数のヘッセ行列の近似  $\mathbf{H}^{(k)}$  を設定、あるいは更新する。
- (7) 個々の部分問題  $p$  について、部分最適化を実行し、それこれから得られる部分最適解を  $\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}$  として記録する。さらに、目的関数の値  $\tilde{f}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_f^{(k)})$  と制約条件式の値  $\tilde{\mathbf{g}}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_g^{(k)})$ 、 $\tilde{\mathbf{h}}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_h^{(k)})$ 、それらの 1 次感度情報  $\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \mathbf{x}}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_f^{(k)})$ 、 $\frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}}{\partial \mathbf{x}}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_g^{(k)})$ 、 $\frac{\partial \tilde{\mathbf{h}}}{\partial \mathbf{x}}(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}, \theta_h^{(k)})$  を記録する。
- (8)  $\mathbf{H}^{(k)}$  と部分最適化の過程で得られる情報をもとに

して次の統合化処理で用いる  $\hat{\mathbf{H}}$  を設定する。

- (9)  $\mathbf{x}^{(k)}$  と  $\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}$  における情報、さらに関連する感度情報をもとに生成される統合化問題を解くことにより、全体としての最適解  $\mathbf{x}^{(k+1)}$  を得る。
- (10)  $k = k + 1$  とおく。ステップ(2)に戻る。

以下の各項では、それぞれのステップの詳細について説明する。

**4.3 対象動作ステップの選定** ミニ・マックス緩和は、最適化計算がリンク機構の動作パスのうちのどのステップを暫定的な対象として行われるかに関わるものである。一方、すべての状態変数  $y_i$  はそのようなステップの関数となっている。これらのことから、ステップ(3)において、 $z_\ell$  に関わる  $y_i$  が最大値をとるステップを列挙した上で、ステップ(4)での収束判定においては、最適化の前後でそれらの一連のステップが変化していないかどうかを判定する必要がある。一方、ステップ(5)からステップ(9)までにおいては、動作パスのうちの列挙された一連のステップについてのみ、操作を行う。

**4.4 システム解析と感度解析** ステップ(2)では、ある設計変数  $\mathbf{x}^{(k)}$  のもとでの状態変数  $\mathbf{y}^{(k)}$  についての情報を得るために、動作パスのすべてのステップに渡って厳密なシステム解析を行う。ステップ(5)では、すべての  $\theta_{z_\ell}^{(k)}$  について特定の設計変数ベクトル  $\mathbf{x}^{(k)}$  のもとでの状態変数の 1 次感度情報  $\frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^{(k)}, \theta_{z_\ell}^{(k)})$  を得るために、特定された動作ステップのみについて厳密なシステム解析を行う。前者の情報は最適化計算に関係する動作ステップを特定するために用いられる一方、両者の情報は、ステップ(7)での部分最適化において用いる状態変数の近似式を生成するために用いられる。

**4.5 ラグランジエ関数についてのヘッセ行列の更新** 準ニュートン法や逐次 2 次計画法 (SQP) 法などの優位性はヘッセ行列の累積的な近似に基づいている。その性質を本研究での多領域設計最適化アルゴリズムにおいても有効なものとするために、ラグランジエ関数のヘッセ行列の近似を、個々に SQP 計算を開始する度に単位行列などとして初期化するのではなく、一連の SQP 計算に渡って累積的に継承しつつ、近似精度を向上させていくようにする。すなわち、個別に SQP 計算を開始する際に、ラグランジエ関数のヘッセ行列の近似を以下のように設定する。

- (1)  $k = 0$  の場合には、単位行列として初期化する。すなわち、 $\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{I}$  とする。
- (2)  $k > 0$  の場合には、 $\mathbf{x}^{(k)}$  においてアクティブな制

約条件  $g'$  と  $h'$  についてのラグランジエ乗数を計算した後、 $\mathbf{x}^{(k-1)}$  での情報とそれらの情報をもとに BFGS 公式を用いて  $\mathbf{H}^{(k-1)}$  を更新することにより  $\mathbf{H}^{(k)}$  を定める。

このような更新方法のもとで、部分最適化においては、 $\mathbf{H}^{(k)}$  をヘッセ行列近似の初期設定として用いる。部分最適解の統合化においては、 $\mathbf{x}^{(k)}$  における情報と部分最適化の結果を単純にまとめた設計変数ベクトル  $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$  における情報を用いて(2)と同様の方法で  $\mathbf{H}^{(k)}$  から生成したヘッセ行列の近似  $\hat{\mathbf{H}}$  を用いることとする。

**4.6 部分問題の最適化** 部分問題の最適化のステップでは、各部分システム  $p$  に対して構成された以下に示す定式化の部分最適化問題を  $\mathbf{x}^{(k)}$  を初期値として SQP 法により解くことにより、それぞれの部分最適解  $\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}$  を求める。

$$\left. \begin{aligned} & \text{find } \tilde{\mathbf{x}}^p = [\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_j^p, \dots, \tilde{x}_J^p]^T \\ & \text{that minimizes } \tilde{f}(\tilde{\mathbf{x}}^p, \theta_f^{(k)}) \\ & \text{subject to} \\ & \tilde{g}_{i_g}(\tilde{\mathbf{x}}^p, \theta_{g_{i_g}}^{(k)}) \leq 0 \quad (i_g = 1, 2, \dots, I_g) \\ & \tilde{h}_{i_h}(\tilde{\mathbf{x}}^p) = 0 \quad (i_h = 1, 2, \dots, I_h) \\ & \max \left( x_j^L, \min \left( x_j^{(k)}, \tilde{x}_j^1, \dots, \tilde{x}_j^p \right) \right) \leq \tilde{x}_j^p \\ & \leq \min \left( x_j^U, \max \left( x_j^{(k)}, \tilde{x}_j^1, \dots, \tilde{x}_j^p \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $\tilde{\mu}_j$  は設計変数  $\tilde{x}_j^p$  について割り当てられた上下制限約の範囲を規定する係数である。

式(5)の定式化では、対象としている部分問題  $p$  の状態変数  $\tilde{\mathbf{y}}_p^p$  を厳密なシステム解析により正確に計算する一方、その他の状態変数  $\tilde{\mathbf{y}}_q^p (p \neq q)$  については、解析コストを低減するために、 $\mathbf{x}^{(k)}$  における値と 1 次感度、 $\mathbf{y}_q(\mathbf{x}^{(k)})$  と  $\frac{\partial \mathbf{y}_q}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^{(k)})$  を用いて近似することをしている。ここで用いる近似式は以下のものである。

$$\tilde{\mathbf{y}}_p^p = \mathbf{y}(\tilde{\mathbf{y}}_1^p, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_{p-1}^p, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}_{p+1}^p, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_J^p) \quad (p = q) \quad (6)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_q^p = \mathbf{y}_q(\mathbf{x}^{(k)}) + \left\{ \frac{\partial \mathbf{y}_q}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^{(k)}) \right\}^T (\tilde{\mathbf{x}}^p - \mathbf{x}^{(k)}) \quad (p \neq q) \quad (7)$$

なお、部分問題の最適化と部分最適解の統合化のために実行する SQP 計算では、全体としての計算コストを節約するために、それぞれに最適解に収束する以前のある繰返し回数で計算を終了させるものとする。

**4.7 部分最適解の統合化** 続いて、個別に得られた部分最適解を相互に調整して統合化することにより全体問題に対する解を得る。すなわち、まず、個々

の部分最適化でそれぞれに得られている設計変数ベクトルの対応する部分  $\tilde{\mathbf{x}}_p^{p(k)}$  を相互に連結した設計変数ベクトル  $\hat{\mathbf{x}}^{(k)} = \left[ \tilde{\mathbf{x}}_1^{1(k)^T}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_p^{p(k)^T}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_J^{p(k)^T} \right]^T$  を初期解として導入した後、以下の統合化調整問題を解いて、 $\mathbf{x}^{(k+1)}$  を得る。

$$\left. \begin{aligned} & \text{find } \hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_j, \dots, \hat{x}_J]^T \\ & \text{that minimizes } \hat{f}(\hat{\mathbf{x}}, \theta_f^{(k)}) \\ & \text{subject to} \\ & \hat{g}_{i_g}(\hat{\mathbf{x}}, \theta_{g_{i_g}}^{(k)}) \leq 0 \quad (i_g = 1, 2, \dots, I_g) \\ & \hat{h}_{i_h}(\hat{\mathbf{x}}) = 0 \quad (i_h = 1, 2, \dots, I_h) \\ & \max \left( x_j^L, \min \left( x_j^{(k)}, \tilde{x}_j^1, \dots, \tilde{x}_j^p \right) \right) \leq \hat{x}_j \\ & \leq \min \left( x_j^U, \max \left( x_j^{(k)}, \tilde{x}_j^1, \dots, \tilde{x}_j^p \right) \right) \quad (j = 1, 2, \dots, J) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここでの目的関数と制約条件式は部分最適化計算の結果をもとに構成された近似式であり、それらの近似式における忠実性を保証するために設計変数が個別の部分最適化計算での最大変化量の範囲内に収まるように上下制限約を設定する。

また、目的関数および制約条件式についての近似式は以下のようにして構成する<sup>(6)</sup>。なお、以下の説明において  $z(\mathbf{x})$  は目的関数と制約条件式の両方に對応する別名を意味している。

$$\hat{z}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\left[ \prod_{p=1}^P \{1 - \Phi_p(\hat{\mathbf{x}})\} \right] z^G(\hat{\mathbf{x}}) + \{1 - \Psi(\hat{\mathbf{x}})\} \sum_{p=1}^P \Phi_p(\hat{\mathbf{x}}) \tilde{z}^p(\hat{\mathbf{x}})}{\prod_{p=1}^P \{1 - \Phi_p(\hat{\mathbf{x}})\} + \{1 - \Psi(\hat{\mathbf{x}})\} \sum_{p=1}^P \Phi_p(\hat{\mathbf{x}})} \quad (9)$$

この式において、 $z^G(\mathbf{x})$  と  $\tilde{z}^p(\mathbf{x})$  は、一連の処理に対する初期解である  $\mathbf{x}^{(k)}$  とそれぞれの部分問題  $p$  で得られた部分最適解  $\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}$  における 1 次と 2 次の感度情報をもとにして、次式によって得られるものである。

$$\begin{aligned} z^G(\mathbf{x}) &= z(\mathbf{x}^{(k)}) + \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} z(\mathbf{x}^{(k)}) \right\}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)})^T \mathbf{H}^{(k)} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{z}^p(\mathbf{x}) &= \tilde{z}^p(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}) + \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \tilde{z}^p(\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}) \right\}^T (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}^{p(k)})^T \tilde{\mathbf{H}}^{p(k)} (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{H}^{(k)}$  と  $\tilde{\mathbf{H}}^{p(k)}$  は、それぞれ  $\mathbf{x}^{(k)}$  と  $\tilde{\mathbf{x}}^{p(k)}$  におけるラグランジエ関数のヘッセ行列の近似である。ラグランジエ関数において目的関数は主要な部分であ

り、また、その近似値は余分な計算を行うことなしに既に得られていることから、上記の近似式においてそれを目的関数の2次感度の代替として用いることにする。また、制約条件については、余分な計算を行うことなしには2次感度についての情報を得ることができないことから、式(10)と式(11)における第3項は省略するものとする。

式(9)における $\Phi_p$ と $\Psi$ の値は、 $\tilde{z}^p(x)$ と $\tilde{z}^G(x)$ とのいずれの情報をより重視して設計空間を近似するかに関する係数であり、次式によって定める。

$$\Phi_p(x) = \exp\left(-\frac{|x - \tilde{x}^{p(k)}|^2}{\alpha |x^{(k)} - \tilde{x}^{p(k)}|^2}\right) \quad (p = 1, 2, \dots, P) \quad (12)$$

$$\Psi(x) = \exp\left(-\frac{|x - x^{(k)}|^2}{\alpha \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P |\tilde{x}_i^{(k)} - x^{(k)}|^2}\right) \quad (13)$$

ここで、 $\alpha$ は個別の近似式の影響度を制御するパラメータであり、 $\alpha$ の大きな値はそれがより広い領域に影響を及ぼすことを意味している。

**4.8 収束判定** 最適化計算における収束は理想的にはクーン・タッカー条件によって判定されるべきものではあるが、実際の数値計算においてそれが満足できることは稀であり、さらに、本研究で提案するアルゴリズムにおいては各種の近似式を導入していることから、理論的な意味での収束判定が可能であることを期待することはできない。そこで、ミニ・マックス緩和のもとでの最適化計算の終了条件に加えて、以下のいずれかの条件が満たされたときに、最適化計算を終了するものとする。

- $x^{(k-1)}$  と  $x^{(k)}$  とがほとんど等しい。例えば、両者の差の大きさがすべての変数について 1.0% 以内である。
- 3 回の繰返しに渡って、SQP 計算におけるラグランジエ関数<sup>(4)</sup>の変化がある基準値よりも小さい。例えば、変化の大きさが 0.1% 以内である。

## 5 油圧ショベルの設計問題への適用

本節では、以上のアルゴリズムを油圧ショベルで用いられるリンク機構<sup>(7)</sup>の多領域最適設計問題<sup>(3)</sup>に適用した事例を示す。

### 5.1 油圧ショベルの設計問題とその定式化

図4は油圧ショベルで用いられるリンク機構を示したものであり、3つのシリンダでバケットを操作する

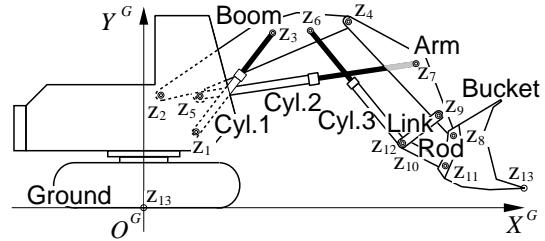


Fig. 4 Mechanism of a hydraulic shovel

構造になっている。その設計問題においては、各シリンダの駆動に要する動力を最小化し、また、システム全体のサイズ(質量など)を最小化するように、各リンクの形状や各ジョイントの位置を決定する必要がある。多領域設計の視点に立てば、この設計問題は、リンクのスケルトン状の構造に関わる機械学的な問題と各リンク部材の構造強度に関わる問題から構成されており、さらに、後者はリンク部材それぞれについての問題へと分割することができる。

藤田ら<sup>(3)</sup>は、上記の設計問題に対して、前者を静的な釣り合いに基づく機械学で、後者をはり理論でモデリングすることによる多領域最適化問題の定式化を示しており、定式化の内容をオブジェクト指向プログラミングと記号処理によって自動的に生成するシステムを構築している。本研究では、それによって生成される対象システムのシミュレーションプログラムに対して、提案する最適化のアルゴリズムを適用する。

**5.2 最適化問題の構成** 具体的な最適化問題の構成は以下のようになる。設計変数は、リンク機構のスケルトン形状を規定するための 20 個の変数と、それに沿った各構成部材の断面形状を規定するための 15 個の変数、あわせて、35 個の変数を考える必要がある。制約条件としては、各構成部材が強度などの面で実体として成立するための各種条件、機構の運動中に部材が相互に干渉しないための条件、シリンダの長さに関する条件、などを考慮する必要があります、合計で 112 個の制約条件(うち、4 個は等式制約)を考慮する必要がある。目的関数については、リンクの駆動に要する力の大きさとリンク機構の総質量のそれぞれを最小化する必要があることから、多目的最適化問題となっているが、最適化計算に当っては以下に示す加重和平均によって目的関数のスカラー化を行うことにする。

$$f(x) = k_1 \sum_{i=1}^3 \max_{\theta=1 \sim 52} \left( \begin{array}{l} \text{動作位置 } \theta \text{ においてシリン} \\ \text{ダに作用する力の大きさ} \end{array} \right)_i + k_2 \sum_{j=1}^4 (\text{各部材の質量})_j \quad (14)$$

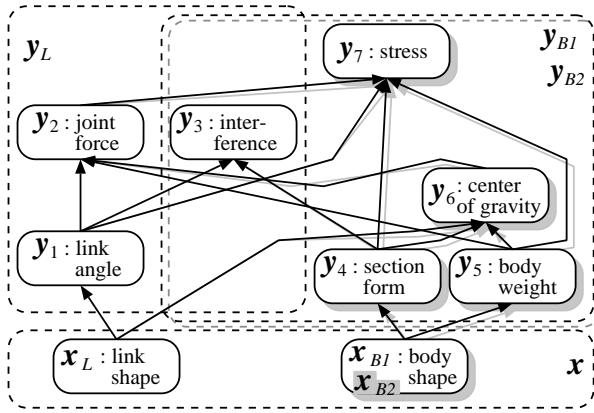


Fig. 5 Dependency among input and state variables

なお、 $k_1$  と  $k_2$  は重み付けの係数(ただし、 $k_1 \geq 0$ 、 $k_2 \geq 0$ )である。

**5.3 最適化問題の構造** 上述の最適化問題に分解法を適用するに当たって、リンク機構のスケルトン状の形状に関わる問題  $L$ 、ブーム部材の断面形状に関わる問題  $B1$ 、それ以外の部材の断面形状に関わる問題  $B2$  の 3 つの部分問題へのシステム分割を考えるものとし、35 個の設計変数をそれぞれ、20 個、7 個、8 個に分割する。対応して、状態変数について以下に示す分類を導入する。

- $y_1$ ：リンク機構部材の中心軸の傾き角。
- $y_2$ ：ジョイントに作用する力。
- $y_3$ ：部材間の干渉。
- $y_{4_1}, y_{4_2}$ ：各部材の断面形状。
- $y_{5_1}, y_{5_2}$ ：各部材の質量。
- $y_{6_1}, y_{6_2}$ ：各部材の重心位置。
- $y_{7_1}, y_{7_2}$ ：各部材の各部に生じる応力。

なお、 $y_3$  は、部材間の干渉についての制約条件を考慮する<sup>(7)(3)</sup>ために状態変数として設定したものであり、干渉の可能性のあるブームとアーム、アームとバケットの各部材相互の間に確保されている連結ジョイントの周囲方向での機構動作中における最小隙間に対応している。また、 $y_4, y_5, y_6, y_7$ については、それぞれをブーム部材に関するものとそれ以外に関するものとにさらに分類する。

図 5 は以上の中のものとでの各種変数相互の依存関係を示したものであり、これに基づいて、状態変数を  $y_L = [y_1^T, y_2^T, y_3^T]^T$ 、 $y_{B1} = [y_{4_1}^T, y_{5_1}^T, y_{6_1}^T, y_{7_1}^T, y_3^T]^T$ 、 $y_{B2} = [y_{4_2}^T, y_{5_2}^T, y_{6_2}^T, y_{7_2}^T, y_3^T]^T$  の 3 つの部分に分解する。なお、 $y_3$  についてはすべての設計変数に一樣に関連することからすべての部分問題に含めること

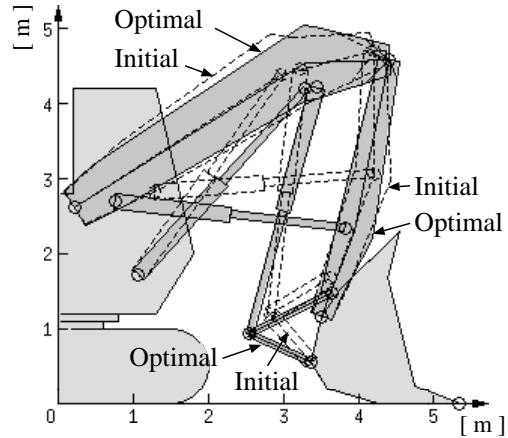


Fig. 6 Optimization result

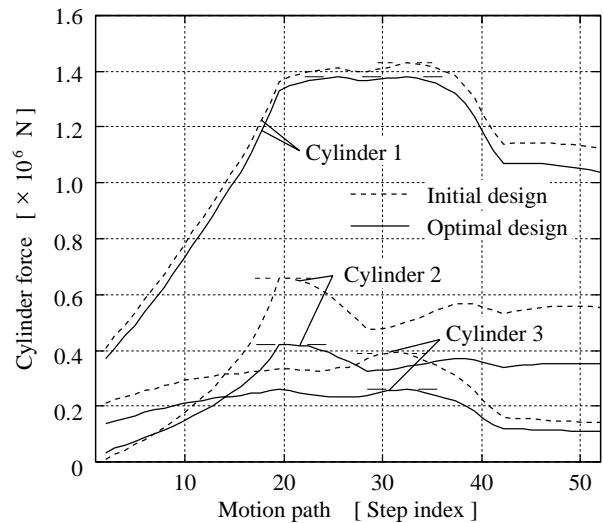


Fig. 7 Cylinder forces across motion path

として、すべての部分最適化において、式(7)ではなく、式(6)を用いることとする。

**5.4 最適化結果** 図 6 は、式(14)の重み付けの係数を  $k_1 = 1$ 、 $k_2 = 500$  とした場合における最適化されたリンク機構形状を示したものであり、図 7 は、対応するリンク機構においてシリンダに作用する力の動作パスに渡る変化を示したものである。図にも示されるように、第 1 シリンダにおいて必要な力の改善は小さいものの、第 2・第 3 シリンダにおいて必要な力を小さくすることができてあり、一方、総質量については 32 パーセントの削減が見込まれている。

**5.5 比較と考察** 本研究で提案する最適化法の有効性を検証するために、(i) SQP を単純にそのまま用いた場合、(ii) 分解法のみを用いた場合、(iii) ミニ・マックス緩和のみを適用した場合、(iv) 分解法と

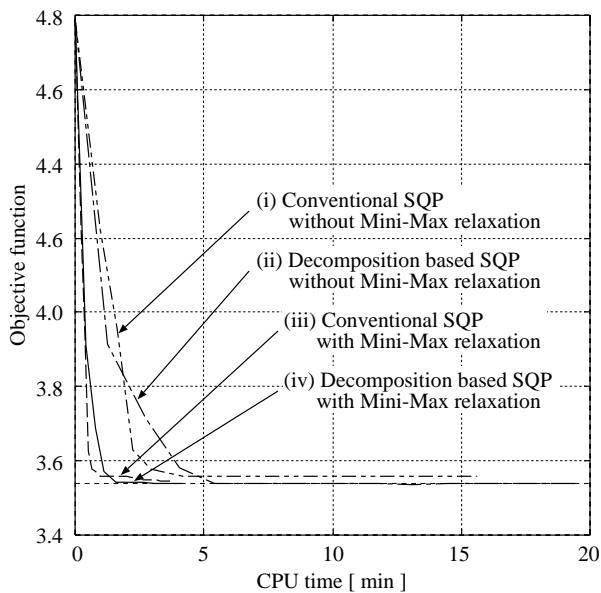


Fig. 8 History of optimization convergence

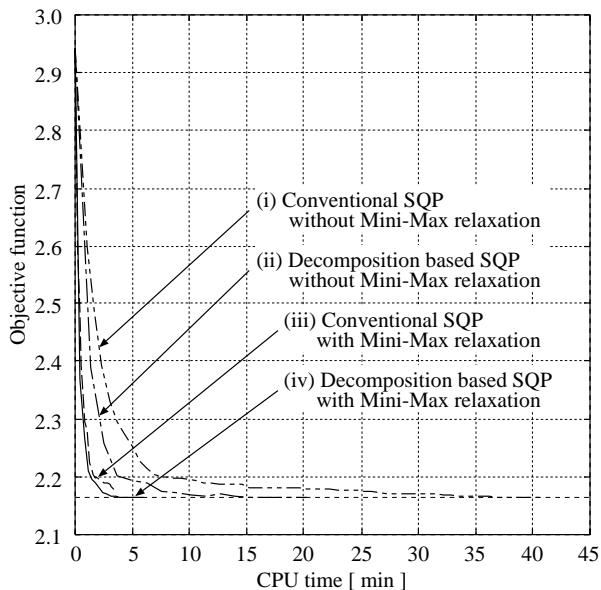


Fig. 9 Another history of optimization convergence

ミニ・マックス緩和の双方を用いた場合(すなわち, 提案手法), のそれぞれの場合における最適化計算の状況を比較することにする。

図8は図6と図7に示した結果に対応するそれぞれの場合の収束過程を示したものであり, 縦軸は式(14)で与えられる目的関数値, 横軸はSun Enterprise 4000 Server (UltraSPARC-II 250 MHz)での計算時間である。提案した方法(iv)は単純にSQPを適用する場合(i)に比べて, 3.78倍の高速化を達成しており, 前者

は後者よりも若干ではあるが優れた解を求めるこもできている。また, (iv)はミニ・マックス緩和のみを適用した(iii)に比べて明らかに優れた解を求めることができている。さらに, 提案手法の優位性を明確にするために, 式(14)における重み付けの係数を様々に変更した場合についての比較を行ってみた。図9は, 一例として,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 100$ とした場合の最適化計算の収束過程を示したものであり, (iv)は(i)に対して6.86倍の高速化を達成している一方で, (iii)は明らかに最適解に収束することができていない。

以上の相違は以下のように考察することができる。(i)と(iii), (ii)と(iv)をそれぞれ, 比較すれば, ミニ・マックス緩和が計算コストの低減に大きな効果を持っていることがわかる。これは, 動作パスのうち, 不要なステップでのシステム解析が排除されていることによるものである。一方, (i)と(ii), (iii)と(iv)をそれぞれ, 比較しても, 分解法による効率化の効果は比較的小さいと言わざるを得ない。しかしながら, 最適化計算の最終局面においては, 設計解の質の面に関して重要な効果を持っている。これは, そのような局面では, 暫定的な最適解が実行可能領域の境界を徘徊することになることから, 最適化計算が各種の要因に対して敏感となることが想定できるが, これに対して, 分解法の導入は直接, 操作する問題のサイズを小さくしたり, 付随する各種の近似の導入によってそれらの要因に対する頑強性が増したりする効果があり, それらの効果が上記のような状況となって現れているものと考えることができる。つまり, 分解法の導入は従来の手法に比べて有効であると言える。

なお, 分解法を用いる際の式(12)および式(13)における係数に関しては,  $\tilde{\mu}_j = 0.85$ ,  $\alpha = 0.1$ を用い, また, 各段階でのSQPの繰り返しは2回, あるいは3回に限定した。

## 6 結 言

本研究では, リンク機構の多領域最適設計問題に対する効率的な最適化アルゴリズムを提案し, それを油圧ショベルに用いられるリンク機構の設計問題に適用することによりその有効性を検証した。このアルゴリズムは, リンク機構の多領域設計問題に一般的な性質に対応させて, 非階層干渉型システム分割のもとでの分解法とミニ・マックス緩和を組み合わせることにより, 構成したものである。本研究での結果は, 複雑な設計問題の最適化計算を行うためには問題の背後にあら多領域性やシステム構造に適合したアルゴリズムをそのクラスごとに構成することが重要であることを例

示しているものとしても位置づけることができる。

なお、本研究の一部は日本学術振興協会未来開拓  
学術研究推進事業(96P00702)の援助によるものであ  
る。

## 文 献

- (1) Sobiesczanski-Sobieski, J. and Haftka, R. T., "Multi-disciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Developments," *Proceedings of Sixth AIAA/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, (1996), Paper No. AIAA-96-0711.
- (2) Balling, R. J. and Sobiesczanski-Sobieski, J., "Optimization of Coupled Systems: A Critical Overview of Approaches," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 1, (1996), pp. 6-17.
- (3) 藤田・赤木・三木, リンク機構設計における多領域最適化システムの研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 60, No. 579, (1994), pp. 3670-3677.
- (4) 荻木・福島, FORTRAN77 最適化プログラミング, (1991), 岩波書店, pp. 87-132, 167-207.
- (5) 伊東・黒岩・赤木, 船用ハッチカバー開閉機構の最適形状設計(ミニマックス型非線形最適化手法の適用), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 51, No. 462, (1985), pp. 460-468.
- (6) Renaud, J. E. and Gabriele, G. A., "Sequential Global Approximation in Non-Hierarchic System Decomposition and Optimization," *Advances in Design Automation — Proceedings of the 1991 ASME Design Automation Conference*, DE-Vol. 32-1, (1991), pp. 191-200.
- (7) 赤木・伊東・沢田, パワー・ショベル用リンク機構の最適形状設計(ミニマックス型非線形最適化手法の適応), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 52, No. 483, (1986), pp. 2982-2988.