



Title	等質ケーラー多様体上の、二乗可積 ∂ -コホモロジー空間の消滅定理について
Author(s)	今野, 泰子
Citation	大阪大学, 1971, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/30675
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	今 野 泰 子
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 2413 号
学位授与の日付	昭和46年12月15日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	等質ケーラー多様体上の、二乗可積 $\bar{\partial}$ -コホモロジー 空間の消滅定理について
論文審査委員	(主査) 教授 村上 信吾 (副査) 教授 中岡 稔 尾関 英樹

論 文 内 容 の 要 旨

連結、半単純、複素リー群の、非コンパクトな実形 G が、コンパクトなカルタン部分群 H をもつとする。このとき、商多様体 $D = G/H$ は、 G -不変なエルミート多様体の構造をもつ、又、各 H の指標 $\lambda: H \rightarrow \mathbb{C}^*$ に対応して、 D 上の等質エルミート・ライン・バンドル $L_\lambda = G \times_H \mathbb{C}$ が構成される。 L_λ に値をもつ D 上の二乗可積な、 $(0, q)$ 型調和微分形式全体の作るヒルベルト空間を、 $H^q_2(L_\lambda)$ とかく。ここでは、特に D が G -不変なケーラー計量をもつと仮定したとき、 $H^q_2(L_\lambda)$ の消滅を問題とした。

K を、 H を含む G の極大コンパクト群、 g_0, k_0, h_0 をそれぞれ、 G, K, H のリー環、 g, k, h をその複素化とし、 h に関する g のルート系を Δ とする。 Δ には、 D 上の複素構造に対応した、ルート系の順序を入れ、正のルート系を Δ_+ とする。又、 k に関して、コンパクトなルート全体を Δ_k 、非コンパクトなルート全体を Δ_g とする。こととき、 D 上の、 D -不変なケーラー計量は、次の条件をみたすような、 $h_R = \sqrt{-1} h_0$ 上の線型汎関数 t に対応して与えられることが知られている。

$$\text{即ち、} \quad (\alpha, t) = \begin{cases} > 0 & (\alpha \in \Delta_+ \cap \Delta_k) \\ < 0 & (\alpha \in \Delta_+ \cap \Delta_g) \end{cases}$$

(但し、ここで、 $(\ , \)$ は、 g のキリング形式から誘導される h_R の双対空間上の内積である。)

このような t を一つとり、対応したケーラー計量を D に与えたとき、次のような消滅定理が得られる。

[定 理] q を $0 < q \leq n = \dim D$ なる整数とする。すべての、 Δ_+ の中の q 個のルートの組 A に対して、スカラー $C_A = \sum_{\alpha \in A} \frac{(\alpha, \lambda + 2\rho)}{(\alpha, t)}$ が正ならば、 $H^q_2(L_\lambda) = \{0\}$ 。(但し、ここで、 $\rho = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \in \Delta_+} \alpha$ である。)

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

半単純リー群 G の複素等質空間 G/B 上の、 B の表現 ρ から定義される等質ベクトル・バンドル E_ρ に値をもつ二乗可積分 $(0, q)$ 型微分形式の $\bar{\partial}$ コホモロジー空間の研究は G の既約ユニタリー表現の実現などに関連して興味あるテーマである。今野君は本論文において B が G のコンパクトなカルタン部分群、 ρ が B の指標表現の場合に得られる直線バンドル E_ρ についてこの空間を研究し、 G/B が G 不変な Kähler の量を許容するという条件のもとに $\bar{\partial}$ コホモロジーの一連の消滅定理を得た。この結果は Kähler 計量をもたない場合も含めて類似の場合を取扱った最近の Griffiths-Schmid による結果より著しく詳細な情報を与えるものである。

この結果を導くために今野君はまず G/B が G 不変な Kähler 計量をもつための条件、またこれが満たされる場合に G/B 上の標準的な複素構造と Kähler 計量を導入する方法を与え、これを用いて $\bar{\partial}$ 作用素の表示を得た。つぎに Wang による等質空間上の不変接続の理論を巧みに援用し、 G/B 上の、Kähler 接続および直線バンドル E_ρ の標準的不接続による共変微分を用いて $\bar{\partial}$ 作用素を表わした。この結果 $\bar{\partial}$ の共役作用素 δ の同様の表示が得られ、さらにラブラブ作用素 $\square = \bar{\partial}\delta + \delta\bar{\partial}$ の計算が可能となった。そして、この計算はここに表われる種々の作用素の間の関係式を巧妙に駆使することによってなされ、最終的には $\square$ の非常に単純な表示を得ることに成功している、この結果主要定理においては q 次 $\bar{\partial}$ コホモロジー空間の消滅のための条件が G のリー環のルート系と ρ のウェイトによって単純な形に与えられている。

以上のように今野君の業績は本文冒頭に述べたテーマについて一つの大きな貢献をしたものと考えられ、よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認められる。