

Title	有限置換群の可移拡大について
Author(s)	野田, 隆三郎
Citation	大阪大学, 1973, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/30983
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	野 田 隆 三 郎
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 2962 号
学位授与の日付	昭和48年12月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	有限置換群の可移拡大について
論文審査委員	(主査) 教 授 永 尾 汎
	(副査) 教 授 大 嶋 勝 教 授 中 井 喜 和
	教 授 佐 藤 正 次

論 文 内 容 の 要 旨

有限集合 Ω の上の置換群 G の可移拡大とは $\Omega \cup \{\infty\}$ の可移置換群 T であって T における一点 ∞ の固定部分群が G となるものを言う。置換群の可移拡大は、もし存在すれば、新しい群の存在につながる可能性をもっているところから、新しい群、特に新単純群構成の有力な手段として古くから研究されてきたが、その一般的メカニズムはまだよくは解明されていない。

本論文は単可移置換群の可移拡大に関する研究であり、まずはじめに単可移置換群が可移拡大をもつための一つの必要条件を与え(定理1)、次にその二、三の応用を試みたものである。近年、置換群をグラフ理論に結びつけて研究する方法が、D. G. Higman, C. Sims 等によりはじめられ多くの成果をあげているが本論文の定理1はそのようなグラフの手法を可移拡大の問題に適用することにより得られたものである。置換群を具体的に与えそれが可移拡大をもつかどうかという問題は多くの人々によりとりあつかわれてきたがその方法はどちらかと言えば個々の置換群の特殊性に依存し必ずしも統一的な方法とは言えなかったのに対し、本論文の定理1は単可移置換群の可移拡大の有無を調べる際のきわめて普遍的な判定基準を与えるもので利用範囲は広いと考えられる。

定理1の実際の応用例としては対称群(交代群)及び射影線型群の可移拡大に関し次の結果を得ている。

定理4.3. m 点集合 Ω の上の対称群(或いは交代群)を Ω の r 点部分集合全体の上の可移置換群とみた時それが可移拡大をもつのは

- (i) $r = 1$ の時であるか、または
- (ii) $r = 2$ で、 $m = 4, 5, 6$ の時に限る。

定理4.4. 奇数個の元よりなる有限体 $GF(q)$ 上の d 次元射影幾何 $PG(d, q)$ に作用する群で射影特殊線型群を含むものを $PG(d, q)$ の r 次元部分空間全体の上の可移置換群とみた時、 $r \geq 1$ の場合

にはそれは可移拡大をもたない。

定理 4.4 で $r = 0$ の場合については H. Zassenhaus の有名な結果があり定理 4.4 はその一般化と考えることができる。

論文の審査結果の要旨

置換群の可移拡大の存在、非存在の問題は単純群の構成と関連して古くから興味をもたれている問題で、存在のための必要条件や特殊な置換群の可移拡大の構成についていくつかの結果が知られているが、その完全な解明はなされていない。一方、置換群とグラフの間の関係が最近新単純群の発見とも関連して注目され、研究がすすんできているが、本論文において著者はグラフ論的手法を用いることにより、つぎの主定理にのべるような可移拡大の存在のための判定条件を与えた。

主定理。 G をつぎの条件をみたす Ω 上可移な置換群とする：

- (i) $\Omega \ni a$ に対して、 a の安定部分群 G_a の自己相対的な異なる軌道 $\Delta(a)$ 、 $\Gamma(a)$ ($\leq \Omega - \{a\}$) で、それぞれ他のどの軌道とも $\Omega - \{a\}$ で相似でないものが存在する。
- (ii) $C \in \Gamma(a)$ ならば $|\Delta(a) \cap \Delta(c)| \neq 0$ 。このとき、もし G が可移拡大をもてばつぎのいずれかがおきる。：

(A) $b \in \Delta(a)$ ならば $\Delta(a) - \{b\}$ の G_a, b -不変な部分集合 Λ で $\Lambda \neq \Delta(a) \cap \Delta(b)$ 、 (G_a, b, Λ) と $(G_a, b, \Delta(a) \cap \Delta(b))$ は $\Omega - \{a, b\}$ で相似となるものが存在する。

(B) $C \in \Gamma(a)$ ならば $\Delta(a)$ の G_a, c -不変な部分集合 Λ で $\Lambda \neq \Delta(a) \cap \Delta(c)$ 、 (G_a, c, Λ) は $(G_a, c, \Delta(a) \cap \Delta(c))$ と $\Omega - \{a, c\}$ で相似となるものが存在する。

この定理は 2 重可移でない可移置換群が可移拡大をもつためのかなり一般的な判定条件を与えるもので、その広い応用が期待されるが、本論文では二つの応用例をとりあげている。その一つは n 次対称群 S_n を $\{1, 2, \dots, n\}$ の r 個の元からなる部分集合全体の族 Ω 上の置換群とみて、それが可移拡大をもつのは $r = 1$ か $r = 2$ で $n = 4, 5, 6$ のいずれかの場合にかぎることを示している。また他の一つは $PSL(d+1, q)$ を含む射影変換群 G を d 次元射影空間 $PG(d, q)$ の r 次元部分空間全体の上の置換群とみたとき、 $r \geq 1$ ならば可移拡大をもたないことを示している。ここで $r = 0$ のときは Zassenhaus による古典的な有名な結果があり、上の結果はその r が一般なときの拡張になっている。

以上のように本論文は置換群論における重要な問題に対して、新しい観点から興味ある寄与をなしており、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。