【39】

氏名・(本籍)	野田隆三郎（のだ りゅうざぶろう）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 2962 号
学位授与の日付	昭和48年12月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**有限置換群の可移拡大について**
論文審査委員	(主査) 教授 永尾 汎 (副査) 教授 大嶋 勝　教授 中井 喜和 教授 佐藤 正次

論文内容の要旨

有限集合Ωの上の置換群Gの可移拡大とは$\Omega\cup\{\infty\}$の可移置換群Tであって Tにおける一点∞の固定部分群がGとなるものを言う。置換群の可移拡大は、もし存在すれば、新しい群の存在につながる可能性をもっているところから、新しい群、特に新単純群構成の有力な手段として古くから研究されてきたが、その一般的メカニズムはまだよくは解明されていない。

本論文は単可移置換群の可移拡大に関する研究であり、まずはじめに単可移置換群が可移拡大をもつための一つの必要条件を与え（定理1)、次にその二、三の応用を試みたものである。近年、置換群をグラフ理論に結びつけて研究する方法が、D. G. Higman, C. Sims 等によりはじめられ多くの成果をあげているが本論文の定理1はそのようなグラフ的手法を可移拡大の問題に適用することにより得られたものである。置換群を具体的に与えそれが可移拡大をもつかどうかという問題は多くの人々によりとりあつかわれてきたがその方法はどちらかと言えば個々の置換群の特殊性に依存し必ずしも統一的な方法とは言えなかったのに対し、本論文の定理1は単可移置換群の可移拡大の有無を調べる際のきわめて普遍的な判定基準を与えるもので利用範囲は広いと考えられる。

定理1の実際の応用例としては対称群（交代群）及び射影線型群の可移拡大に関し次の結果を得ている。

定理4．3． m点集合Ωの上の対称群（或いは交代群）をΩのr点部分集合全体の上の可移置換群とみた時それが可移拡大をもつのは

（i） $r=1$の時であるか、または

（ii） $r=2$で、$m=4,5,6$の時に限る。

定理4．4． 奇数個の元よりなる有限体GF(q) 上のd次元射影幾何PG(d, q) に作用する群で射影特殊線型群を含むものをPG(d, q) のr次元部分空間全体の上の可移置換群とみた時、$r\geqq 1$の場合

にはそれは可移拡大をもたない。

定理4．4でr＝oの場合についてはH. Zassenhausの有名な結果があり定理4．4はその一般化と考えることができる。

論文の審査結果の要旨

置換群の可移拡大の存在、非存在の問題は単純群の構成と関連して古くから興味をもたれている問題で、存在のための必要条件や特殊な置換群の可移拡大の構成についていくつかの結果が知られているが、その完全な解明はなされていない。一方、置換群とグラフの間の関係が最近新単純群の発見とも関連して注目され、研究がすゝんできているが、本論文において著者はグラフ論的手法を用いることにより、つぎの主定理にのべるような可移拡大の存在のための判定条件を与えた。

主定理。　Gをつぎの条件をみたすΩ上可移な置換群とする：

(i)　$\Omega \ni a$に対して、aの安定部分群Gaの自己相対的な異なる軌道$\triangle(a)$、$\Gamma(a)$ ($\subseteqq \Omega - \{a\}$) で、それぞれ他のどの軌道とも$\Omega - \{a\}$で相似でないものが存在する。

(ii)　$C \in \Gamma(a)$ならば$|\triangle(a) \frown \triangle(c)| \neq 0$。このとき、もしGが可移拡大をもてばつぎのいづれかがおきる。：

(A)　$b \in \triangle(a)$ならば$\triangle(a) - \{b\}$のGa, b-不変な部分集合Λで$\Lambda \neq \triangle(a) \frown \triangle(b)$、(Ga, b, Λ)と(Ga, b, $\triangle(a) \frown \triangle(b)$)は$\Omega - \{a, b\}$で相似となるものが存在する。

(B)　$C \in \Gamma(a)$ならば$\triangle(a)$のGa, c-不変な部分集合Λで$\Lambda \neq \triangle(a) \frown \triangle(c)$、(Ga, c, Λ)は(Ga, c, $\triangle(a) \frown \triangle(c)$)と$\Omega - \{a, c\}$で相似となるものが存在する。

この定理は2重可移でない可移置換群が可移拡大をもつためのかなり一般的な判定条件を与えるもので、その広い応用が期待されるが、本論文では二つの応用例をとりあげている。その一つはn次の対称群Snを$\{1, 2, \cdots, n\}$のr個の元からなる部分集合全体の族Ω上の置換群とみて、それが可移拡大をもつのはr＝1かr＝2でn＝4, 5, 6のいづれかの場合にかぎることを示している。また他の一つはPSL(d＋1, q)を含む射影変換群Gをd次元射影空間PG(d, q)のr次元部分空間全体の上の置換群とみたとき、r≧1ならば可移拡大をもたないことを示している。ここでr＝oのときはZassenhausによる古典的な有名な結果があり、上の結果はそのrが一般なときの拡張になっている。

以上のように本論文は置換群論における重要な問題に対して、新らしい観点から興味ある寄与をなしており、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。