



Title	放物型偏微分方程式系に対する可制御性と可観測性
Author(s)	藤井, 信夫
Citation	大阪大学, 1974, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/31098
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文について をご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	藤 井 信 夫
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 3 1 1 0 号
学位授与の日付	昭和 49 年 3 月 25 日
学位授与の要件	基礎工学研究科物理系 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	放物型偏微分方程式系に対する可制御性と可観測性
論文審査委員	(主査) 教 授 坂 和 愛 幸 (副査) 教 授 桜 井 良 文 教 授 藤 沢 俊 男 教 授 辻 三 郎

論 文 内 容 の 要 旨

分布定数系はさまざまな分野に現われ、重要な意味をもつ。例えば、弾性体中の波動の伝播、熱伝導、流体の運動などは偏微分方程式によって記述される分布定数系と見なせる。このような分布定数系の制御理論的研究は重要であるにもかかわらず集中系のそれに較べて遅れている。

本論文では主として、状態を記述する変数が複数個あり、それらが複雑に影響しあっている分布定数系の可制御性、可観測性について研究した。

次のような放物型偏微分方程式系によって記述されるシステムを考えよう。

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \sum_{k \leq 2b} \frac{\partial^k}{\partial x^k} u(t, x) + F(x) \varphi(t), \quad t > 0, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad (1)$$

$$\lim_{t \rightarrow +0} u(t, x) = u^0(x), \quad x \in (-\infty, \infty). \quad (2)$$

ただし、 $u(t, x)$ はシステムの状態ベクトル、 $\varphi(t)$ は制御ベクトルである。すなわちシステムは有限個の分布パラメータによって制御されている。このシステム(1)は空間微分作用素が三角行列の形になるとき、適当に controller $F(x)$ を設計することにより任意時間で可制御となることを示せる。またとくに、(1)式が最高階の空間微分のみを含むとき、上記の結果より、任意時間で可制御となることがわかる。またシステム(1)は空間に分布している検出器を適当に設計することにより、あるいは空間の異なる二点におかれた検出器により任意時間で可観測である。

分布定数系を分布パラメータによって制御する問題より、境界から制御する問題の方が実際的であり重要である。

次の放物型偏微分方程式によって記述されるシステムを考える。

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = A \frac{\partial^{2b}}{\partial x^{2b}} u(t, x), \quad t > 0, \quad x \in (0, \infty) \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \sum_{j=1}^n \sum_{2bk_0+k=r_i} b_{ij}^{(k_0, k)} \frac{\partial^{k_0}}{\partial t^{k_0}} \frac{\partial^k}{\partial x^k} u_j = f_i(t), \quad t > 0, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, bn, \quad 0 \leq r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_{bn},$$

$$\lim_{t \rightarrow +0} u(t, x) = 0, \quad x \in (0, \infty). \quad (5)$$

ただし、 $u(t, x)$ は状態ベクトル、 $f_i(t)$ は制御変数である。すなわち、システムは境界から有限個のパラメータによって制御されている。このシステムは何ら付加的条件を仮定しなくとも方程式が解をもつなら零可制御である。

また方程式(3)、(5)を区間 $(0, 1)$ で考え、(3)、(4)、(5)に境界 $x = 1$ における境界条件

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \sum_{j=1}^n \sum_{2bk_0+k} d_{ij}^{(k_0, k)} \frac{\partial^{k_0}}{\partial t^{k_0}} \frac{\partial^k}{\partial x^k} u_j = g_i(t), \quad t > 0. \quad (6)$$

を加えたシステムも $g_i(t)$ を制御変数と考えて零可制御である。

バナッハ空間における微分方程式は上記各偏微分方程式の抽象化になっている。

次のバナッハ空間における非線形微分方程式によって記述されるシステムを考える。

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + Bf(t) + g(t, u(t)). \quad (7)$$

ただし、 $u(t)$ は状態ベクトル、 $f(t)$ は制御ベクトル、 $g(t, u)$ は非線形関数で一様有界とする。また A は解析半群の無限小生成作用素である。このシステム(7)は同伴線形方程式

$$du(t)/dt = Au(t) + Bf(t)$$

によって記述されるシステムが零可制御ならば完全可制御である。

以上主として放物型偏微分方程式系によって記述されるシステムの可制御性、可観測性について研究したが、これらの研究の発展およびシステムの他の性質、例えば安定性、との関連などは残された研究課題である。

論文の審査結果の要旨

本論文は、放物型偏微分方程式系で記述される分布定数系の可制御性、可観測性を理論的に研究したものである。

制御変数が偏微分方程式に表われる分布制御の場合と境界条件に表われる境界制御の場合、および空間領域が有界の場合と非有界の場合について考察している。まず初期境界値問題の解を表現し、それに基づいて適当にコントローラを設計することによって適当な数の制御パラメータによって可制御となることを証明している。可観測性についても、システムが可観測となるような観測器の設計について結論を得ている。さらにシステムが一般に非線形の場合には、システムの線形部分が可制御でありかつ非線形特性が一様有界の場合には非線形システムも可制御となることを示した。

これらの問題および結果は従来のシステム理論では取扱われていない新しいものであり、システム

ム理論への貢献は大きい。また実際に分布定数系を設計する場合に重要な指針を与えるものであり、本論文は博士論文として価値あるものと認める。