

Title	大波高波浪中を航行する船舶の非線形流体問題に関する研究
Author(s)	高木, 健
Citation	大阪大学, 1989, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/311
rights	
Note	

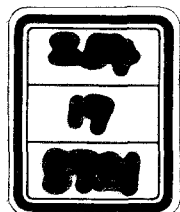
Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

大波高波浪中を航行する船舶の 非線形流体問題に関する研究

平成元年 1 月



高 木 健

大波高波浪中を航行する船舶の 非線形流体問題に関する研究

目次

第1章 緒論1
1. 1 序論1
1. 2 従来の研究2
1. 2. 1 2次元物体に働く非線形流体力2
1. 2. 2 大振幅動揺する船体に働く非線形流体力4
1. 2. 3 海水打ち込みの解析6
1. 3 本論文の内容8
第2章 大振幅動揺する船体の横断面に働く非線形流体力10
2. 1 多重極展開法による解法10
2. 1. 1 多重極展開法の定式化10
2. 1. 2 多重極展開法の数値計算15
2. 1. 3 多重極展開法による計算結果とその検討17
2. 2 近似解法17
2. 2. 1 近似解法の定式化17
2. 2. 2 近似解法の数値計算23
2. 2. 3 多重極展開法及びChapmanの方法との比較24
2. 3 実験値との比較26
2. 3. 1 実験法26
2. 3. 2 実験値との比較27
2. 4 第2章の結論28
第3章 大振幅動揺する船体に働く非線形流体力と非線形応答30
3. 1 理論計算法30
3. 1. 1 座標系と境界条件30
3. 1. 2 速度ポテンシャルの計算34

3. 1. 3	圧力の計算36
3. 1. 4	流体力と船体運動の計算37
3. 1. 5	数値計算39
3. 2	実験値との比較41
3. 2. 1	実験法41
3. 2. 2	船体運動の比較43
3. 2. 3	剪断荷重の比較44
3. 3	第3章の結論45
第4章 海水打ち込みの解析	46
4. 1	海水打ち込み解析の方針46
4. 2	2次元自己相似流場モデルの導入47
4. 3	2次元自己相似流場の解法49
4. 3. 1	ワグナー関数について49
4. 3. 2	ワグナー関数を利用した解法51
4. 3. 3	数値計算56
4. 3. 4	計算結果65
4. 4	自己相似流場の実験66
4. 5	最適フレア一角に関する考察67
4. 5. 1	最適フレア一角の理論的検討67
4. 5. 2	実験例との比較68
4. 6	第4章の結論69
第5章 結言	70
	謝辞72
	参考文献73
	付録77
	主な記号83
	図表一覧86

第 1 章 緒 論

1. 1 序 論

船舶の運動性能は大きく分類すると、推進性能、耐航性能、操縦性能の三つに分けられる。この中で、耐航性能は船舶の安全性と経済性とに深く関係する。このような観点から船舶の耐航性能に関する研究が精力的に行われ、ストリップ法をはじめとして多くの耐航性能推定法が生み出された。最近では、これらの耐航性能推定法を用いて船舶の基本設計の段階で耐航性能も推定するのが通例である。しかし、現在造船所等で設計に用いられる耐航性能推定法の殆どが微小波高の仮定に基づく線形理論によるものである。したがって、低気圧の近くなど荒れた海象中での耐航性能推定には不十分である。もっとも、通常の船舶は低気圧の近くなどの荒れた海象は予め避けるように航路を設定するので、船舶の安全性が脅かされる様な大波高の海象に出会うのは希である。つまり、ある船舶がその生涯に出会う海象の平均値をとって考えるなら、その平均波高は非常に小さなものになり、微小波高の仮定に基づく線形理論による推定で十分に耐航性能を評価できるということである。しかし、耐航性能推定の重要な目的の一つである船舶の安全性確保という観点から考えると、むしろ、船舶の安全性が脅かされるような状況、つまり、大波高波浪中での耐航性能推定が重要であると考えられる。

このような観点から、本研究は大波高波浪中での耐航性能推定法の確立を目的とする。この目的を達成するのに必要な研究項目は以下のようなものが考えられる。

- (1) 船体の非線形動揺特性
- (2) 船体に働く非線形波浪荷重
- (3) 海水打ち込み
- (4) スラミング

これらのうち(1)、(2)については過去いくつかの推定法が提案されている。しかし、それらの推定法に用いられている理論は、物理的直感から導かれた運動量理論であり、その成立には疑問が残る。本研究では、過去に提案された方法とは異なり、速度ポテンシャルに関する非線形境界値問題を近似的に解くという立場からの新しい解法を提案する。

また、いままで非線形問題としての取り扱いが行われていなかった海水打ち込み現象についても、近似的ではあるが、非線形な解法を提案する。さらにその解法を利用して最適なフレア角についても論じる。

(4) のスラミングに関しては従来から多くの研究がなされており、理論的な取り扱い方も幾つか提案されているので、本研究では特別には取り上げない。

ところで、大波高波浪中での安全性という問題は一般の船舶だけでなく海洋構造物にとっても重要な問題である。むしろ一般の船舶と異なり低気圧等を回避することが出来ない海洋構造物の方が、大波高波浪中で構造物の安全性が脅かされる様な状況(サバイバルコンディション)における耐航性能を十分に把握しておく必要がある。本研究では、大波高波浪中を航行する船舶に問題を絞って論じるが、微小波高中での船舶の耐航性能推定法が海洋構造物の耐航性能推定法に応用されているのと同じように、本研究での成果を海洋構造物の問題に応用すれば、海洋構造物の安全性の推定法としても有用なものとなることが期待される。

1. 2 従来の研究

本論では大波高中で航行する船舶の非線形問題、特に非線形動揺特性、非線形荷重、海水打ち込みについて論じるが、ここでは本論の流れにしたがって従来から行われてきた研究について概説を行う。

1. 2. 1 2次元物体に働く非線形流体力

大波高波浪中での船舶の非線形動揺特性及び非線形荷重の推定においては、従来のストリップ法がそうであったように、船体の横断面に働く非線形流体力の推定法が重要である。そこで、まず始めに2次元物体に働く非線形流体力の推定法を整理してみる。手法別に分けると次の三つに分類できる。

(1) 正則摂動法を用いる方法

(2) 自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に合わせる方法

(3) 数値解法

上記の分類にしたがって従来の成果を以下に示す。ただし、2次元物体に働く非線形流体力に関する研究は計算が比較的簡単なこともあって多数の論文が発表されており、ここでその全てを網羅することは不可能なので重要と思われるもの

に限って整理してみる。

(1) 正則摂動法を用いる方法

この方法では、動揺振幅と物体の代表長さとの比を摂動パラメーター ε として、支配方程式と境界条件を摂動展開し所望のオーダーより高次の項を無視して計算を行う。例えば、 $O(\varepsilon)$ までをとれば、通常の線形理論である。

$O(\varepsilon^2)$ まで考慮にいれた研究例としては、Lee[1]、Potash[2]、Papanikolaou[3]、経塚[4]などがあり、実験と計算とで比較的よい一致を示している。摂動法による計算で $O(\varepsilon)$ の項の波高影響を計算するには $O(\varepsilon^3)$ まで考慮する必要がある。このような考えにもとづいてPapanikolaou [5]は $O(\varepsilon^3)$ まで考慮にいれた計算を行い、かなり大振幅の場合まで実験値とよく一致することを示した。しかし、摂動法は本来 $\varepsilon \rightarrow 0$ の場合に成り立つ理論であり、大波高波浪中で大振幅動揺する船舶の船首近傍のように断面幅と運動振幅が同じオーダーになるような部分に適用するのは疑問が残る。また、 $O(\varepsilon^3)$ の項まで考慮にいれると、計算が非常に複雑になり3次元の船舶の場合には余り適当な方法とはいえない。

(2) 自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に満たすように解く方法

この手法はChapman[6]が過渡運動を行う物体の流体力を求めるのに用いた。彼の計算法は物体が静止の状態から時間領域での計算を行う方法であるが、メモリー影響の計算に比較的時間がかかる。また、定常動揺状態の解を得るため、長時間の計算を行うのには数値計算上不向きな定式化である。(付録参照)したがって、本研究で取り扱う問題に対しては適当な手法ではない。

別所[7]、山下[8]は物体が薄いという仮定のもとに定式化を行い、比較的簡単な計算で定常動揺状態の非線形流体力を求めた。さらに、実験との比較により比較的厚い物体に対してもよい推定値が得られることを示した。

肥後[9]は、様々な喫水における流体力のメモリー影響関数を予め計算しておき、瞬時々の喫水に対応するメモリー影響関数を畳み込み積分して非線形流体力を計算するという手法を示した。この方法は物体表面条件を完全に満たしていないということと、瞬時々の速度ポテンシャルが求められないことが欠点であるが、Chapmanの方法に比較すると計算時間が短い。

自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に満たすように解くという手法は、自由表面条件と物体表面条件との斉合性にかけるが、波高変化に伴う1次の

動揺振幅の変化が計算できることと、大振幅で動揺している場合でも物体形状の変化は正確に考慮できることが特色である。また、自由表面条件が線形なため、自由表面の取り扱いに線形理論の手法を取り入れることができる。したがって、非線形な自由表面条件を取り扱う(1)、(3)の方法に比べると計算時間が格段に短い。

(3) 数値解法

数値的手法による計算は差分法と境界要素法とによって行われている。

差分法による計算例にはNicholsら[10]、日野ら[11]、宮田ら[12]などがある。境界要素法による計算例はFaltinsen[13]、Vinjeら[14]、Greenhowら[15]、高木ら[16]などがある。

数値的手法による解法は最も厳密な解法であるが、定常動揺状態の解を得るにはかなり長時間にわたるシミュレーションが必要である。上記の計算例も過渡運動の計算を行ったものがほとんどであり、2次元問題でも定常動揺状態の解を求めるのは難しい。したがって、この手法を3次元の問題に適用するのは現時点では無理がある。

2次元物体に働く非線形流体力を求める手法は、上述のように大まかな分類ができる。この中で波浪中を航行する船舶の問題に利用可能と思われるものは(2)の方法である。(2)の方法の欠点は、自由表面条件と物体表面条件が斉合性を持たないという点である。しかし、船舶の動揺が最も大きくなり非線形性が重要となる波長船長比が1程度のときは、波峯度がそれほど大きくないことから自由表面条件を線形とするのはそれほど無理な仮定ではない。

1. 2. 2 大振幅動揺する船体に働く非線形流体力

大振幅動揺する船体に働く非線形流体力を求めようという試みはParis[17]によって初めて行われた。彼の用いた手法は運動量理論にもとづいて船体横断面の瞬時々の付加質量変化を考慮するという方法である。この方法による研究はその後幾人かによって行われている。例えば、山本ら[18]はこの手法と船体構造応答を求める数値計算プログラムとを組み合わせ、海難事故の解析を行った。また、藤野ら[19]はこの手法を斜波中にも拡張し揺れモーメントの非線形性の解析等を行った。

彼らの計算方法は、細かい点では相違点があるものの、基本的には次のような仮定にもとづいている。

- (1) 船体周りの流場は、船長方向と直交するストリップ内で2次元的に扱える。
- (2) 上記のストリップ内の流体の運動量は瞬時々の水面下形状に対応する付加質量に運動速度を掛けたものに等しい。
- (3) 船体に働く流体力はストリップ内の流体の運動量変化で与えられる。具体的に式で表すと、例えば上下方向の流体力 $F(x;t)$ は次のように与えられる。

$$F(x;t) = \frac{D}{Dt} \left[M(x;t) \frac{Dz}{Dt} \right] + N(x;t) \frac{Dz}{Dt} + \rho g A(x;t) z \quad (1.2.1)$$

ここで、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} - U \frac{\partial}{\partial x}$$

ρ : 水の密度

t : 時間

x : 船長方向の座標

U : 船舶の前進速度

z : 船体横断面と水面との上下方向の相対速度

M : 瞬時々の水面下形状に対応する付加質量

N : 瞬時々の水面下形状に対応する減衰力係数

A : 瞬時々の水面下断面面積

上式の中で、瞬時々の水面下形状に対応する付加質量や減衰力係数はUrSELL-田才法などの線形理論で予め何種類かの喫水に対して求めておき、瞬時々の喫水に対する値を補間して求める。

上記の方法は線形理論を利用して計算が行えるため計算が比較的簡単であるが、その成り立ちは物理的直感にもとづいている。また、この方法を非線形境界値問題の解法という立場で捉えるなら1.2.1節(2)の方法に分類されるが、メモリー影響に対する考慮が欠けているため物体表面条件及び自由表面条件はともに正確には満足されていない。

Loserら[20]は、前進速度を持つ船舶に対して、非線形境界値問題を解くという立場からの研究を行いChapmanの方法を拡張した定式化を示したが、数値計算結果は発表されていない。Loserらの研究例以外は本研究のように非線形境界値問題を解くという立場からの研究例はない。

1. 2. 3 海水打ち込みの解析

海水打ち込みの研究は古くから行われている。しかし、それらの研究の大部分は実験的研究であり理論的研究を行った例は少ない。また、理論的研究の大部分も線形理論を基礎にして、甲板と海水面との相対変位を海水打ち込みと関連付けようとするものがほとんどであり、本研究のように海水打ち込みを非線形造波現象として捉え、非線形問題の解析という立場で研究を行ったものはない。

実験的研究の代表的な例としては、Newton[21]、田崎[22]、竹沢ら[23]、北川ら[24]、O'Deaら[25]、Lloydら[26]などがある。彼らは様々な船首形状と海水打ち込み性能との関連を明らかにしようと試みている。彼らの得た結論は、Lloydら[26]の論文の冒頭にまとめて述べられているが、それによると、船首形状を変えても船体運動に及ぼす影響は小さいという結論は各研究で同じであるが、船首形状の違い、例えばフレアーの大小やナックルの有無が海水打ち込みの起こり難さに及ぼす影響については各研究ごとに異なる結論が得られており、いまだに一般的結論は得られていない。その一因としては、各研究ごとに異なる状況、例えば不規則波中の結果であったり、規則波中の結果であったりして統一的な実験が行われていないことが上げられる。これは、海水打ち込みに対する理論的な取り扱いがいまだに確立されていないためであり、どのようなパラメータによって支配される現象であるかということを経験的に研究して行く必要があると考えられる。

理論的研究の例としては雁野[27]、Blok[28]などがあるが、何れも相対変位と海水打ち込みの関連を調べたものである。福田[29]は海水打ち込みの発生確率を調べた。線形理論による取り扱いでは、福田が行った研究のように平均値の意味での性能を評価することは可能であるが、船首形状の最適化、衝撃水圧の推定等は不可能であり、非線形問題としての取り扱いが必要である。

上述のように海水打ち込みを非線形問題として理論的な研究が行われた例はなく、本研究の参考となるようなものはない。しかし、海水打ち込みと同じように

自由表面の非線形性が問題となるスラミングに関する理論的研究は比較的多く行われており、本研究の参考となると思われるので、ここで簡単に紹介を行う。

スラミングを初めて理論的に扱ったのはKármán[30]である。彼は、物体に働く衝撃力はスプレーを考えない静止水面下の流体の運動量変化で与えられると考えた。スラミングの場合はそれを起こしたとき船体が受ける衝撃的な力が問題となるので、Kármánのように衝撃力だけを求めれば十分なのであるが、海水打ち込みの場合は、前述のように自由表面の非線形性が重要であり、この考えは利用できない。

スラミングの解析に初めて自由表面の影響を取り込んだのはWagner[31]である。彼は、2次元の楔形物体が水面に突入する際、重力の影響を無視すれば、流場は自己相似流場となり、数学的取り扱いが著しく簡単になることを示すとともに、自己相似流場の持つ様々な性質について論じた。彼の考え方はその後多くの研究者によって受け継がれ、この方面の研究では最も重要な論文とされている。

Dobrovolskaya[32]、Hughes[33]は、Wagnerが示した自己相似流場の厳密解を解析的方法で求めた。この解は、重力の影響を無視しているとはいえ、水波問題の中で厳密な非線形解が得られる数少ない例の一つである。

一方、Armanら[34]、渡辺[35][36]は、通常の船舶では船底がほとんど平らであることから、船底と波面とのなす角度を微小パラメータとしてMatched Asymptotic Expansion Methodによる解析を行った。

最も厳密な解法として、数値解法による解析も行われているが、これは1.2.1節と重複するのでここでは述べない。

上述のような方法によりスラミングの解析は行われてきたが、この中で海水打ち込みの解析を行うという目的に利用できそうな方法は自由表面の非線形性を厳密な形のまま取り扱っているWagnerの方法である。ここで問題になるのは重力の影響を無視している点と物体の相似性を仮定している点であるが、これは第4章で詳しく述べるように高速、長波長の極限を考え、船首形状が、4面体で近似できると仮定することによって克服できる。もっとも、このような仮定は理論の適用範囲を著しく限定してしまうが、海水打ち込みの本質を理論的に考察するという観点からはやむをえないことであり、理論の適用範囲を広げるという作業は、海水打ち込みの本質を十分見極めた上で行えば良いと考えられる。

1. 3 本論文の内容

本論文は次の5章からなっている。

第1章は緒論である。

第2章では、大波高波浪中で大振幅動揺する船舶に働く流体力を計算するための第1段階として船体横断面に働く流体力の解法を論じる。第2章で用いる手法は前節で述べたように、自由表面条件は線形とし物体表面条件を厳密に満たすように解く方法である。この方針にしたがい、従来行われてきた解法より計算時間の短い解法として、多重極展開法による解法を提案する。また、前進速度をもつ船舶に適用するには多少精度が劣っても計算時間が短い方が有利であることから、多重極展開法を利用して計算時間の短い近似解法を示す。さらに、これらの手法によって得られた計算値と実験値を比較して、これらの手法の妥当性を論じている。なお、本研究では縦運動のみを取り扱うものとして、船体横断面では上下揺のみを取り扱っている。

第3章では前進速度をもった船舶が大波高波浪中で大振幅動揺をするときの運動振幅と波浪荷重の推定法について述べる。ここでは、NSM[37]と同じ考え方にもとづき、第2章で述べる方法によって得られた速度ポテンシャルを船長方向に加え合わせたものを船体近傍の速度ポテンシャルとし、それを用いてベルヌーイの式より船体表面の圧力を求める。さらにそれを船体表面に沿って積分することにより船体に働く非線形流体力を求める。また、上記の非線形流体力を用いて求めた船体運動と波浪荷重の計算値を実験値と比較して、本研究で提案した手法の妥当性を論じる。なお、前述のように本研究では縦運動のみを取り扱い、大振幅の影響が重要と思われる上下揺及び縦揺れの同調点付近での入射波高増大に伴う運動振幅並びに波浪荷重の変化を詳しく調べる。

第4章では海水打ち込みの解析法について述べる。海水打ち込みの解析では、第2、3章で取り扱った動揺振幅や波浪荷重の場合と異なり、自由表面条件の非線形性が重要であることから海水打ち込み現象を非線形な造波現象として捉えた解析を行う。このため高速、長波長の極限における海水打ち込み現象では、2次元の自己相似流場が利用できることを示し、Wagner[31]が示した楔形物体周りの自己相似流場を拡張して、甲板がある場合の自己相似流場を求める。また、その

ような流場が実験によっても得られるとすることを確認するため、簡単な形状の模型による実験を行い、理論計算結果と比較検討を行う。さらに、理論計算によって得られた結果を利用して最適フレア角についての考察を行い、従来行われてきた実験結果と比較している。

第2章 大振幅動揺する船体の 横断面に働く非線形流体力

第2章では、第3章で述べる大振幅動揺する船体に働く非線形流体力と非線形応答を求めるための第一段階として、大振幅動揺する船体の横断面に働く非線形流体力を2次元大振幅動揺問題として取り扱う。本章で用いる手法は、第1章で述べたような理由により、自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に合わせるという方法である。

2.1 多重極展開法による解法

2.1.1 多重極展開法の定式化

座標系をFig.2.1のように定める。流体は非粘性、非圧縮、非回転の理想流体とすると速度ポテンシャル ϕ が存在し、 ϕ は次式を満たす。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1.1)$$

また、自由表面条件は線形自由表面条件

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (2.1.2)$$

で表せるものと仮定する。

まず始めに、最初静止していた物体が時間 $t=0$ から動き始める問題について考えると、(2.1.1)、(2.1.2)式を満たすグリーン関数は次式で表される[38]。

$$G(y, z, y', z'; t, \tau) = -\frac{1}{2} \delta(t - \tau) \ln \frac{(y - y')^2 + (z - z')^2}{(y - y')^2 + (z + z')^2} + 2\sqrt{g} \int_0^\infty \frac{e^{k(z+z')} \cos\{k(y-y')\}}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk H(t-\tau) \quad (2.1.3)$$

ただし、 $\delta(t-\tau)$ はディラックのデルタ関数、 $H(t-\tau)$ はヘビサイド関数である。

(2.1.3)式をグリーン関数として物体がある場合の速度ポテンシャルを表すと、次式となる。

$$\Phi(y, z; t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \int_{S_H} \sigma(y', z', \tau) \cdot G(y, z, y', z'; t, \tau) dS \quad (2.1.4)$$

ここで、 S_H は時間 $t=\tau$ における物体表面を表し、 σ は物体表面上の吹き出し分布を表す。

別所[7]は、物体が薄いとして(2.1.4)式を z 軸上に分布する吹き出しで表現する理論を示したが、ここでは、物体が厚い場合も取り扱うため、原点にある多重極で展開を試みる。

(2.1.3)式はインパルス的な吹き出しの部分とメモリー影響の部分に分けられる。メモリー影響の部分は、次式のように z 軸に対称な成分と反対称な成分とに分けられる。

$$\begin{aligned} L(t-\tau) &= 2\sqrt{g} \int_0^\infty \frac{e^{k(z+z')} \cos\{k(y-y')\}}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \cdot H(t-\tau) \\ &= 2\sqrt{g} \int_0^\infty \frac{e^{kz} \cos ky \cdot e^{kz'} \cos ky'}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \cdot H(t-\tau) \\ &\quad + 2\sqrt{g} \int_0^\infty \frac{e^{kz} \sin ky \cdot e^{kz'} \sin ky'}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \cdot H(t-\tau) \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

ここで、

$$y' + iz' = r' \exp[i(\theta' - \pi/2)] \quad (2.1.6)$$

のようにおくと、次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} e^{kz'} \cos ky' &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k^n r'^n \cos n \theta'}{n!} \\ e^{kz'} \sin ky' &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k^n r'^n \sin n \theta'}{n!} \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

これらの関係を、(2.1.5)式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
 L(t-\tau) = & 2\sqrt{g} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{r^{2m}}{(2m)!} \cos 2m\theta \int_0^{\infty} \frac{k^{2m} e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \right. \\
 & - \frac{r^{2m+1}}{(2m+1)!} \cos(2m+1)\theta \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+1} e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \\
 & + \frac{r^{2m+1}}{(2m+1)!} \sin(2m+1)\theta \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+1} e^{kz} \sin ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \\
 & \left. - \frac{r^{2m+2}}{(2m+2)!} \sin(2m+2)\theta \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+2} e^{kz} \sin ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \right] H(t-\tau)
 \end{aligned} \tag{2.1.8}$$

同様に、座標 z, y についても

$$y + iz = r \exp(i\theta - \pi/2) \tag{2.1.9}$$

のようにおくと、次式のような関係を得る。

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+1} e^{kz}}{\sqrt{k}} \left(\frac{\cos ky}{\sin ky} \right) \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk H(t-\tau) \\
 & = - \frac{d^2}{d(t-\tau)^2} \int_0^{\infty} \frac{k^{2m} e^{kz}}{\sqrt{k}} \left(\frac{\cos ky}{\sin ky} \right) \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk H(t-\tau) \\
 & \quad + \frac{2m!}{r^{2m+1}} \left(\frac{\cos(2m+1)\theta}{\sin(2m+1)\theta} \right) \delta(t-\tau)
 \end{aligned} \tag{2.1.10}$$

(2.1.10)式を(2.1.8)式に代入して整理すると次式を得る。

$$L(t-\tau) = 2\sqrt{g} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left\{ \frac{r^{2m}}{2m!} \cos 2m\theta + \frac{1}{g} \frac{r^{2m+1}}{(2m+1)!} \cos(2m+1)\theta + \frac{d^2}{d(t-\tau)^2} \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_0^{\infty} \frac{k^{2m} e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \\
& + \left\{ \frac{r'^{2m+1}}{(2m+1)!} \sin(2m+1)\theta, + \frac{1}{g} \frac{r'^{2m+2}}{(2m+2)!} \sin(2m+2)\theta, \frac{d^2}{d(t-\tau)^2} \right\} \\
& \times \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+1} e^{kz} \sin ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk] H(t-\tau) \\
& - 2 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{r'^{2m+1}}{2m+1} \cos(2m+1)\theta, \frac{\cos(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} + \frac{r'^{2m+2}}{2m+2} \sin(2m+2)\theta, \right. \\
& \left. \times \frac{\sin(2m+2)\theta}{r^{2m+2}} \right\} \delta(t-\tau) \tag{2.1.11}
\end{aligned}$$

一方、インパルスの吹き出しの項は、次式のように展開できる。

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2} \ln \frac{(y-y')^2 + (z-z')^2}{(y-y')^2 + (z+z')^2} &= 2 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{r'^{2m+1}}{2m+1} \cos(2m+1)\theta, \frac{\cos(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} \right. \\
& \left. + \frac{r'^{2m+2}}{2m+2} \sin(2m+2)\theta, \frac{\sin(2m+2)\theta}{r^{2m+2}} \right\} \tag{2.1.12}
\end{aligned}$$

(2.1.11)式、(2.1.12)式より(2.1.3)式は次式のように変形できることが分かる。

$$G(y, z, y', z'; t, \tau)$$

$$\begin{aligned}
&= 2\sqrt{g} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left\{ \frac{r'^{2m}}{2m!} \cos 2m\theta, + \frac{1}{g} \frac{r'^{2m+1}}{(2m+1)!} \cos(2m+1)\theta, \frac{d^2}{d(t-\tau)^2} \right\} \right. \\
& \times \int_0^{\infty} \frac{k^{2m} e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk + \left\{ \frac{r'^{2m+1}}{(2m+1)!} \sin(2m+1)\theta, \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{g} \frac{r'^{2m+2}}{(2m+2)!} \sin(2m+2)\theta, \frac{d^2}{d(t-\tau)^2} \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{k^{2m+1} e^{kz} \sin ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk] H(t-\tau) \quad (2.1.13)$$

ここで、(2.1.13)式中の積分項は次のような関係を満足している。

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \frac{k^{2m} e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk H(t-\tau) \\ &= \sum_{l=1}^{2m} (-1)^{l-1} \frac{1}{g^{l-1/2}} \cdot \frac{d^{2l-2}}{d(t-\tau)^{2l-2}} \int_0^{\infty} k^{2m-l} e^{kz} \cos ky dk \delta(t-\tau) \\ &+ \frac{1}{g^{2m}} \cdot \frac{d^{4m}}{d(t-\tau)^{4m}} \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk H(t-\tau) \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

(2.1.13)式を(2.1.4)式に代入し(2.1.14)式の関係を用いて τ に関する部分積分を行う。さらに、座標 (y', z') に関する積分の部分を一まとめにすると次式を得る。

$$\begin{aligned} \Phi(y, z; t) &= \int_0^t \sigma_0(\tau) \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin\{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \cdot d\tau \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sigma_m(t) \frac{\cos(2m\theta)}{r^{2m+1}} - \frac{1}{g} \frac{d^2 \sigma_m}{dt^2} \cdot \frac{\cos(2m-1)\theta}{(2m-1)r^{2m-1}} \right\} \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

ただし、 $y=r \cdot \sin \theta$ 、 $z=-r \cdot \cos \theta$ 、 $\sigma_0 \sim \sigma_m$ は多重極の強さである。また、物体は左右対称、運動は上下揺のみを取り扱うものとして対称項のみを残している。

上述の展開式は、導出の過程で明らかのように $r=1$ の単位円の外部で成り立つ。したがって、本計算のように物体の大きさが変わるときは物体がもっとも小さくなったときの内側に単位円が入るように定義すれば良いが、(2.1.15)式の形を見れば分かるように、 m の値が大きなものに対応する項は、 $r>1$ で急激に小さくなる。これは、後述のように数値計算の精度を保つことが難しくなることの原因となる。

次に、時間 t に関する展開を行う。問題を簡単にするため過渡状態は取り扱わず、物体が正弦的に動き始めてから十分時間が経過した状態を考えると、多重極の強

さ σ_m は物体の動揺角周波数 ω でフーリエ展開できるので次式のように表示できる。

$$\sigma_m(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_{mn} e^{in\omega t} \right] \quad (2.1.16)$$

上式を(2.1.15)式に代入し、十分時間が経過した状態を考えると、次式を得る。

$$\Phi(y, z; t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{mn} \phi_m(n\omega) e^{in\omega t} \right] \quad (2.1.17)$$

ただし、

$$\phi_0(n\omega) = \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos(ky)}{k - (n\omega)^2/g} dk$$

$$\phi_m(n\omega) = \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} + \frac{(n\omega)^2 \cos(2m-1)\theta}{g(2m-1)r^{2m-1}}$$

以上で多重極による速度ポテンシャルの表示式を得ることができたので、次に物体表面条件について考える。

物体形状は動揺変位が $z = a \cdot \sin \omega t$ の時

$$h(y) - z + a \cdot \sin \omega t = 0 \quad (2.1.18)$$

で表されるものとする、物体表面での境界条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} &= \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{mn} \frac{\partial \phi_m(n\omega)}{\partial \nu} e^{in\omega t} \right] \\ &= a \omega \cos \omega t \nu_z \quad \text{on } z = h(y) + a \cdot \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

ここで、 ν は物体表面の外向き法線を表す。

2. 1. 2 多重極展開法の数値計算

まず始めに、速度ポテンシャルの表示式(2.1.17)式において β_{mn} は未知数なので、これを物体表面条件(2.1.19)式によって決定する方法を述べる。

物体表面を l_0 等分、1周期を j_0 等分し各点で(2.1.19)式を書くと次式のようになる。

$$R_0 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{mn} \frac{\partial \phi_m}{\partial \nu} (y_1, z_1; n\omega) \cdot e^{in\omega t} \right] = a\omega \cos \omega t_j \cdot \nu_{z1}$$

$$\text{on } z_1 = h(y_1) + a \cdot \sin \omega t_j \quad (2.1.20)$$

ただし、 $j=1, 2, \dots, j_0$ 、 $l=1, 2, \dots, l_0$ 。

m, n の範囲を $m=0, 1, 2, \dots, m_0$ 、 $n=1, 2, \dots, n_0$ までとし、 $m_0 \times n_0 < j_0 \times l_0$ になるように m_0, n_0, j_0, l_0 を選べば、最小自乗法により(2.1.20)式を満たすような β_{mn} を決定することができる。

本研究では、 m_0, n_0, j_0, l_0 をそれぞれ、12, 7, 30, 20として計算を行った。また、(2.1.20)式中に現れる物体の法線方向余弦 ν_z は、任意形状の場合は、物体の表面上の各点で計算する必要があるため、数値計算上の精度が悪くなる恐れがあるが、今回計算を行った3角形物体の場合は一定値なので特別な配慮はしなかった。

以上で速度ポテンシャル ϕ が求まったので、物体に働く流体力が計算できる。時間的に変動する速度ポテンシャルによって生ずる上下方向の流体力を次式によって求める。

$$f_1(t) = - \int_{S_H} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \nu_z dS$$

$$= - \rho \int_{S_H} R_0 \left[\sum_{n=1}^{n_0} \sum_{m=1}^{m_0} in\omega \beta_{mn} \phi_m(n\omega) e^{in\omega t} \right] \nu_z dS \quad (2.1.21)$$

ただし、 S_H は静止水面下の時々刻々の物体形状を表す。

(2.1.21)式中の積分は、物体表面上を m_0 等分し、そのあいだを線形補間して台形則により行った。

上述の計算では、(2.1.17)式の形で表される速度ポテンシャルやそれらの微分値の計算が必要であるが、これらは通常の2次元定常動揺問題におけるグリーン関数の計算と同様に指数積分の形に変形した後、計算を行った。ただし、本計算では、かなり大きな引数の指数積分が必要になるため、従来からあるサブルーチン

に引数が大きな場合には漸近解を用いるルーチンを付け加えて計算を行った。

2. 1. 3 多重極展開法による計算結果とその検討

Fig.2.3に正3角形の物体が上下揺振幅と喫水の比 $a/d=0.5$,無次元周波数 $\xi_b = \omega^2(B/2)/g=0.7$ で上下揺する時 $f_1(t)$ を構成する $1\omega \sim n_0\omega$ 成分の時系列を示す。 $f_1(t)$ の時系列(Fig.2.3のMethod2)は比較的滑らかな曲線であるが、 $f_1(t)$ を構成する $1\omega \sim n_0\omega$ 成分の時系列は物体が静止時よりも上昇したとき激しく変動する。これは、(2.1.17)式における $\phi_m(n\omega)$ が、 r が小さくなると急激に大きくなるためであるが、 $1\omega \sim n_0\omega$ 成分を足し合わせると各々の成分が互いに打ち消し合い全体としては滑らかな曲線が得られているものと考えられる。したがって上昇時の流体力を求めるときは桁落ち等が問題となる。また、(2.1.20)式で表されるマトリックスの各係数は物体が静止位置より上昇しているとき大きく、下降しているとき小さくなり各係数の大きさが揃わない。したがって、上昇しているときと下降しているときの境界条件を同じような精度で満たすのは困難である。

以上のように多重極展開法による計算法は振幅が大きくなるにしたがって十分な精度を保って計算を行うのは難しいが、 $1\omega \sim n_0\omega$ 成分を分離して考えることができるため、物体が大振幅動揺するときの流場を理解するには有効な方法であると言える。その1例としてTable 2.1に $a/d=0.3$ と 0.7 の時の各 ω 成分の発散波振幅比 \bar{A}_n を示す。これは田才ら[39][40]の実験値(\bar{A}_n は円柱の実験であるが)の傾向と一致しており興味深い。

2. 2 近似解法

前章で述べた多重極展開法による解法は、初期値問題を解いて定常動揺状態を求める方法に比べると、1周期分だけ計算すれば良いのでかなり計算時間は短いが、前進速度を持つ船舶に適用するには計算時間をもっと短縮する必要がある。そこで本節では、前節の多重極展開法による解法を基にさらに簡略化した方法について述べる。

2. 2. 1 近似解法の定式化

多重極展開法における速度ポテンシャルの表示式(2.1.17)式で、 $\phi_0(n\omega)$ 、 ϕ_m

(ω)に注目すると ω は $(n\omega)^2$ の形でしか現れていない。そこで、 ω はある程度大きいと考え、 $n \geq 2$ の項を近似的に $(n\omega)^2 \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルで置き換えると、次式を得る。

$$\Phi(y, z; t) \approx R_0 \left[\sum_{m=0}^{\infty} \beta_{m1} \phi_m(\omega) e^{i\omega t} \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\beta}_m(t) \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} \quad (2.2.1)$$

(2.2.1)式において、 β_{m1} は時間に依存しない未知数、 $\hat{\beta}_m(t)$ は時間に依存する未知数であるが、 $(n\omega)^2 \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルと $\phi_m(\omega)$ は独立ではないので、前節と同じ方法でこれらの未知数を決定することはできない。従って、 β_{m1} は前もって決定しておく必要があるがこれについては後述する。

β_{m1} が前もって決まっていれば、時々刻々境界条件を満たすように $\hat{\beta}_m(t)$ を決めることが可能であるが、前節で述べたように(2.2.1)式の形のままで数値計算の精度を十分保つことが困難なので、物体形状のルイスフォーム変換を行う。以下にその詳細を述べる。

最初に時々刻々の水面下形状をルイスフォーム近似し、その係数の時系列を求める。物理面と写像面との対応関係は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} y &= C(t) \left\{ \tilde{r} \sin \tilde{\theta} + \frac{a_1(t)}{\tilde{r}} \sin \tilde{\theta} - \frac{a_3(t)}{\tilde{r}^3} \sin 3\tilde{\theta} \right\} \\ z &= -C(t) \left\{ \tilde{r} \cos \tilde{\theta} + \frac{a_1(t)}{\tilde{r}} \cos \tilde{\theta} - \frac{a_3(t)}{\tilde{r}^3} \cos 3\tilde{\theta} \right\} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

写像面での座標 $(\tilde{r}, \tilde{\theta})$ を用いて速度ポテンシャルの表示式を書き直すと次式のようにになる。

$$\Phi(y, z; t) \approx R_0 \left[\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\beta}_{m1} \tilde{\phi}_m(\omega) e^{i\omega t} \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{\beta}_m(t) \frac{\cos(2m-1)\tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m-1}} \quad (2.2.3)$$

ただし、

$$\tilde{\phi}_0(\omega) = \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos ky}{k - \omega^2/g} dk = \phi_0(\omega)$$

$$\tilde{\phi}_m(\omega) = \frac{\cos 2m \tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m}} + \frac{\omega^2}{g} \cdot C(t) \left[\frac{\cos(2m-1) \tilde{\theta}}{(2m-1) \tilde{r}^{2m-1}} + \frac{a_1(t) \cos(2m+1) \tilde{\theta}}{(2m+1) \tilde{r}^{2m+1}} - \frac{3a_3(t) \cos(2m+3) \tilde{\theta}}{(2m+3) \tilde{r}^{2m+3}} \right]$$

(2.2.3)式中の $\tilde{\beta}_{m1}$ は前述のように前もって求めておく必要があるが、前節で述べたように $1/\omega$ の成分は動揺振幅が変わってもあまり変わらない傾向がある。そこで、ルイスフォーム近似で用いた断面面積係数 σ と半幅噴水比 H_0 の時系列の平均値より求められる物体形状を平均位置の物体形状とし、UrSELL-田才法によって平均位置での係数 $\tilde{\beta}_{m1}$ を求める。UrSELL-田才法のポテンシャルの表示式は、

$$\Phi_1(y, z; t) = \text{Re} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\beta}_{m1} \bar{\phi}_m(\omega) e^{i\omega t} \right] \quad (2.2.4)$$

ただし、

$$\bar{\phi}_0(\omega) = \tilde{\phi}_0(\omega) = \phi_0(\omega)$$

$$\bar{\phi}_m(\omega) = \frac{\cos 2m \tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m}} + \frac{\omega^2}{g} \cdot \bar{C} \left[\frac{\cos(2m-1) \tilde{\theta}}{(2m-1) \tilde{r}^{2m-1}} + \frac{\bar{a}_1 \cos(2m+1) \tilde{\theta}}{(2m+1) \tilde{r}^{2m+1}} - \frac{3\bar{a}_3 \cos(2m+3) \tilde{\theta}}{(2m+3) \tilde{r}^{2m+3}} \right]$$

$\bar{C}, \bar{a}_1, \bar{a}_3$: 平均位置の物体形状を表すルイスフォームの係数

であるが、(2.2.3)式中のルイスフォームの係数は時間の関数になっているので、係数 $\tilde{\beta}_{m1}$ と β_{m1} の関係を求めておく必要がある。

物理面の波無し速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\Phi_w = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m \phi_m(\omega) \quad (2.2.5)$$

これを、(2.2.3)式で表される写像面で表すと次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 \Phi_w = & \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m \frac{1}{C(t)^{2m}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{(-1)^{k+1}}{(2m-1)!} \\
 & \times \frac{(2m+1-1)!}{k!(l-k)!} a_3(t)^{k-1} a_1(t)^k \frac{1}{\tilde{r}^{2(2l-k+m)}} \cos\{2(2l-k+m)\tilde{\theta}\} \\
 & + \frac{\omega^2}{g \cdot (2m-1)C(t)^{2m-1}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{(-1)^{k+1} (2m+1-2)!}{(2m-2)!k!(l-k)!} \\
 & \times a_3(t)^{k-1} a_1(t)^k \frac{1}{\tilde{r}^{2(2l-k+m)-1}} \cos\{2(2l-k+m)\tilde{\theta}\} \quad (2.2.6)
 \end{aligned}$$

総和の順序を入れ換えると、次式を得る。

$$\begin{aligned}
 \Phi_w = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \sum_{l=l(m,n)}^{n-m} \left[\frac{\beta_m (-1)^{3l-n+m} (2m+1-1)!}{C(t)^{2m} (2m-1)! (2l-n+m)! (n-m-1)!} \right. \\
 & \times a_3(t)^{n-m-1} a_1(t)^{2l-n+m} \frac{1}{\tilde{r}^{2n}} \cos(2n\tilde{\theta}) \frac{\omega^2 \cdot \beta_m (-1)^{3l-n+m}}{g \cdot C(t)^{2m-1} (2m-1)!} \\
 & \left. \times \frac{(2m+1-2)!}{(2l-n+m)! (n-m-1)!} a_3(t)^{n-m-1} a_1(t)^{2l-n+m} \frac{1}{\tilde{r}^{2n-1}} \cos(2n-1)\tilde{\theta} \right] \quad (2.2.7)
 \end{aligned}$$

(2.2.7)式と(2.2.3)式を見比べると次の関係があることが分かる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\beta}_{m1} = & \sum_{n=1}^m \frac{\beta_n}{C(t)^{2n} (2n-1)!} \sum_{l=l(m,n)}^{m-n} \frac{(-1)^{3l-m+n} (2n+1-1)!}{(2l-m+n)! (m-n-1)!} \\
 & \times a_1(t)^{2l-m+n} a_3(t)^{m-n+1} \quad (2.2.8)
 \end{aligned}$$

したがって、 $\tilde{\beta}_{m1}$ と $\bar{\beta}_{m1}$ との関係は次のようになる。

$$\tilde{\beta}_{01} = \bar{\beta}_{01}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\beta}_{m1} = \tilde{\beta}_{m1}(t) &= \sum_{n=1}^m \frac{\gamma_n}{\bar{c}(t)^{2n}(2n-1)!} \\
&\times \sum_{l=1}^{m-n} \frac{(-1)^{3l-m+n}(2n+1-1)!}{(2l-m+n)!(m-n-l)!} a_1(t)^{2l-m+n} a_3(t)^{m-n+1} \\
\gamma_n &= \bar{c}^{2n} \bar{\beta}_{n1} - \sum_{m=1}^{n-1} \frac{\gamma_m}{\bar{c}^{2(m-n)}(2m-1)!} \sum_{l=1}^{n-m} \frac{(-1)^{3l-n+m}(2m+1-1)!}{(2l-m+n)!(n-m-l)!} \\
&\times \bar{a}_1^{2l-n+m} \bar{a}_3^{n-m-1} \tag{2.2.9}
\end{aligned}$$

ただし、 $l(m,n)$ は $(m-n+1)/2$ を越えない最大の整数を表す。

以上の準備のもとで、(2.2.3)式を物体表面条件(2.1.19)式に代入すれば、時々刻々物体表面条件を満たすように最小自乗法で $\tilde{\beta}_m(t)$ を求めることができる。しかし、(2.2.9)式によって求めた $\tilde{\beta}_{m1}(t)$ をそのまま使って計算を行うと物体が平均位置より上昇したとき（物理面での原点からの距離 r が小さな時）非常に大きな流体力が計算される。この現象の主原因として次のようなことが考えられる。

- (I) 多重極展開法による解法では、 r が小さくなると $\phi_m(\omega)$ が急に大きくなるが、 $2\omega \sim n_0 \omega$ の成分を $\omega \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルで置き換えたために打ち消し合わなくなった。
- (II) r が小さな所では、 $\tilde{\phi}_m(\omega)$ の中で m の大きな項が主要な成分を占めるが、 m はある有限な値 m_0 で打ち切っており $m > m_0$ の成分による打ち消し合いは無視されている。
- (III) $\tilde{\phi}_m(\omega)$ にかかる係数 $\tilde{\beta}_{m1}$ は m が大きくなるにしたがって、小さくなるので相対的に数値計算精度は悪くなるが、 r が小さな時は、計算精度が悪い m の大きな成分が主要成分を占めている。

一方、 r が大きな時は、Fig.2.2より明らかなように $2\omega \sim n_0 \omega$ 成分による影響は小さい。また、 m の小さな成分が主要成分を占めるので、 m を有限な値で打ち切る影響及び β_{m1} の計算精度による影響は小さい。そこで、 1ω の成分を各々の $\tilde{\phi}_m(\omega)$ ごとに考えず、 1ω の成分全体を考え、 r が大きな所から平均位置までの変化を調べると、穏やかな変化をしており、 r が小さな所の値を外挿で求めるとそれほど大

きな値は得られない。つまり、 1ω の成分から (I)、(II)、(III)の影響を取り除いたものは r が小さな所で急激に大きくなる性質は持っていないと考えられる。そこで、平均位置の物体内部の 1ω で変動する速度ポテンシャルは、対称性を考慮して、次式で表されると仮定する。

$$\Phi_1(y, z; t) = R_0 [\{c_1(z)y^4 + c_2(z)y^2 + c_3(z)\} e^{i\omega t}] \quad (2.2.10)$$

(2.2.10)式の係数 $c_1(z)$, $c_2(z)$, $c_3(z)$ は平均位置の物体表面で速度ポテンシャルの2階微分までが等しくなるように決める。

以上で速度ポテンシャル Φ が求められる。これを用いて、圧力 p は次式によって求められる。

$$p = -\rho \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + gz \right] \quad (2.2.11)$$

物体に働く流体力は(2.2.11)式でもとまる圧力 p を物体表面上で積分すれば求めるが、ここでは静水圧による力以外を次の3つの成分に分けて求める。

(1) 速度ポテンシャルの時間微分項より得られる力

$$f_1 = -\rho \int_{S_H} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \nu_z dS \quad (2.2.12)$$

(2) 速度の自乗項より得られる力

$$f_2 = \rho g \int_{S_H} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \nu_z dS \quad (2.2.13)$$

(3) 自由表面の盛り上がりによる力

$$\begin{aligned} f_3 &= \rho g \int_0^\eta p \nu_z dS \approx \rho g \int_0^\eta (\eta - z) \nu_z dS \\ &\approx -\rho g \eta^2 \frac{dy}{dh} \Big|_{z=0} \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

ただし、自由表面の盛り上がり η は次式で表されるものとする。

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (2.2.15)$$

静水圧以外の圧力による力は以上三つの力を加え合わせて次式により求められる。

$$F = f_1 + f_2 + f_3 \quad (2.2.16)$$

2. 2. 2 近似解法の数値計算

近似解法では、瞬時々の物体形状をルイスフォーム近似する。この近似は計算を行う前に、予め何種類かの喫水に対するルイスフォーム近似の係数を求めておき、その係数をスプライン補間して求める。このようにして求めたルイスフォーム近似の係数の時系列の平均値を用いて係数 $\bar{\beta}_{m1}$ を Ursell-田才法によって求める。本計算では、Ursell-田才法の波無しポテンシャルの項数は12項までとして計算を行った。

以上の準備のもとに、係数 $\tilde{\beta}_m(t)$ を求める。(2.2.3)式を境界条件(2.1.19)式に代入し、物体表面を l_0 等分、1周期を j_0 等分すると、各点毎に次のような条件を得る。

$$\sum_{m=1}^{m_0} \tilde{\beta}_m(t_j) \frac{\partial}{\partial \nu} \cdot \frac{\cos(2m-1)\tilde{\theta}_1}{\tilde{r}_1^{2m-1}}$$

$$= -\text{Re} \left[\sum_{m=1}^{m_0} \tilde{\beta}_{m1} \frac{\partial}{\partial \nu} \tilde{\phi}_m(\omega) \exp(i\omega t_j) \right] + a\omega \cos \omega t_j \cdot \nu_{z1}$$

on $z_1 = h(y_1) + a \cdot \sin \omega t_j \quad (2.2.17)$

ただし、 $j=1, 2, \dots, j_0$ 、 $l=1, 2, \dots, l_0$ 。

m_0 、 j_0 、 l_0 等の値は、多重極展開法による計算の時と同様に、それぞれ、12, 30, 20として計算を行った。(2.2.17)式を瞬時々に最小自乗法を用いて解くことにより、係数 $\tilde{\beta}_m(t)$ の時系列が求められる。

このようにして求められた係数 $\tilde{\beta}_m(t)$ を用いると、(2.2.3)式より速度ポテンシャルが計算できる。さらに、これを(2.2.11)式に代入すれば、圧力 p を求めることができる。その際係数 $\tilde{\beta}_m(t)$ の時間微分が必要であるが、これは、次式のように

中心差分を用いて評価する。

$$\frac{d}{dt} \tilde{\beta}_m(t_j) = \frac{\tilde{\beta}_m(t_{j+1}) - \tilde{\beta}_m(t_{j-1}))}{2 \cdot \Delta t} \quad (2.2.18)$$

(2.2.12)式、(2.2.13)式の積分は、物体表面を1.0等分し、各点間を線形補間して、台形則による積分を行う。

2. 2. 3 多重極展開法およびChapmanの方法[6]との比較

Fig.2.3(a)に速度ポテンシャルの時間微分項より得られる流体力の一周期間の時系列の一例を示す。図中のMethod1は近似計算法による値、Method2は多重極展開法による値を示す。縦軸の流体力は次式で無次元化している。

$$\bar{f} = \frac{f}{2 \rho g a (B/2)} \quad (2.2.19)$$

また、横軸の時間は周期Tで無次元化している。

付録Aに述べるように、多重極展開法とChapmanの方法は本来同じ式をといているので、両者が精度良く計算されていれば完全に一致するはずであるが、図中に示されているように両者は余り良く一致していない。これは、前節に述べたように多重極展開法の計算精度が悪いことが一因であるが、Chapmanの方法も、付録Bに述べるように、定常動揺問題の解を求める場合は数値計算上の精度を保つのが難しい面があり、今回の計算ではそれを完全に克服していないため、計算の精度は必ずしも良いとは言えない。したがって、多重極展開法及びChapmanの方法の両者と近似解法を比較して、近似解法の定量的な妥当性を厳密に評価するのは難しいが、定性的並びにある程度の定量的評価を下すことは可能であろう。このような観点からFig.2.3(a)を見ると近似解法によって比較的妥当な値が計算できるのが分かる。Fig.2.3(b)には周波数は同じままで上下揺振幅を小さくしたときの f_1 の時系列を示す。この図より明らかのように振幅が小さくなると3つの方法による計算値の一致度は良くなる。試みに振幅を非常に小さくしたときの計算を行ってみると、三つの方法による計算値はほぼ等しくなった。次に、(2)、(3)について

検討する。Fig.2.4(a)に速度の自乗項より得られる力 f_2 の時系列の一例を示す。 f_2 の場合は $t/T=0.25$ 付近でChapmanの方法による計算値が異常に大きな値となっているが、 $t/T=0.25$ 付近は物体が最も上昇した位置であり、浸水面積が最も小さくなるので流体力はそれほど大きくなりえないと考えるのが自然である。したがって、 $t/T=0.25$ 付近では多重極展開法及び近似解法による値が自然であり、Chapmanの方法による値は付録Bに述べるような数値計算上の問題より起こったものであろうと考えられる。一方、 $t/T=0.8$ 付近では多重極展開法による計算値の一致度が良くない。これは、多重極展開法のポテンシャルの表示式(2.2.11)式を見れば明らかなように、原点からの距離 r が大きくなったときつまり物体が平均位置より下降した時 ϕ_m は急激に小さくなるため、 β_{mn} を求めるときに誤差が含まれていると、速度ポテンシャルの値は過小評価されることになる。したがって、その速度ポテンシャルによって得られる流体力も小さくなる傾向にある。これはFig.2.3 (a)の f_1 についても見られる傾向である。

自由表面の盛り上がりによる力 f_3 の時系列をFig.2.5(a)に示す。 f_3 の場合も $t/T=0.25$ 付近でChapmanの方法による計算値が異常な値を示している。付録Bによると、Chapmanの方法は自由表面近傍での速度ポテンシャルの数値計算精度は悪くなるが、 f_3 は(2.2.15)式より明らかなように $z=0$ での速度ポテンシャルの時間微分によって決まるのでChapmanの方法による f_3 の計算値は余り信頼のおけないものである。一方、多重極展開法による速度ポテンシャルの計算値は自由表面近傍で精度が悪くなることはないので、 f_3 としては多重極展開法による値の方が信頼できると考えられる。

Fig.2.4(b),2.5(b)には上下揺振幅を小さくした場合の f_2 , f_3 の時系列を示す。振幅が小さくなると3者の一致度は向上する。多重極展開法については前述のように誤差の大部分は物体が上昇したときと下降したときで原点からの距離 r が大きく変わることによって起きているので、振幅が小さくなれば計算精度が向上することは容易に想像できる。また、Chapmanの方法の計算精度も振幅が小さくなれば向上すると考えられるので、振幅を小さくした場合は、多重極展開法とChapmanの方法による計算値は両者が大きく食い違う点をのぞいてかなり信頼のおけるものと考えられる。近似解法については何れの計算においても一番もっともらしい結果を与えている。したがって、近似解法により定性的にも定量的にもかなりよい計算

値を得ることが可能と考えられる。

最後に、Fig.2.6(a),(b)に上記三つの流体力を加え合わせた流体力Fの時系列を示す。なお、本近似計算法を考えた主要な契機である計算時間は、周波数、振幅に関係なく近似計算法を1とすると多重極展開法が約20、Chapmanの方法が約60であり、初期の目的を十分果たしたと言える。

2. 3 実験値との比較

前節では、多重極展開法及びChapmanの方法による計算値と近似解法による計算値とを比較しその妥当性を評価したが、多重極展開法及びChapmanの方法の計算精度に疑問が残ったため厳密な評価を下すことはできなかった。また、自由表面条件を線形としている影響も考えられる。そこで、本節では本学小水槽で行った正三角形浮体の強制上下揺試験の実験値と近似計算法による計算値を比較検討する。

2. 3. 1 実験法

実験は大阪大学工学部造船学科小水槽(14m×0.3m×0.5m)において実施した。実験に使用した模型はFig.2.7に示すように静止時の半幅が0.1m、長さが0.297mの正三角形断面をもつ物体である。強制上下揺装置はミナーシャモーターの回転をボールネジで上下方向の運動に変換するタイプのものを使い、差動トランスを用いた4本柱型検力計によって流体力を測定した。なお、強制動揺装置の固有周波数は約25Hzであった。測定された流体力の時系列には細かい振動がみられたが、その振動の周波数は約25Hzであり上記の強制動揺装置の固有周波数と同じであった。したがって、測定された時系列にみられる細かい振動は強制動揺装置自体の振動が原因であり、今回の計測対象である流体力とはまったく関係ないものであることが分かった。通常強制動揺試験ではこのような振動はフィルター等を通して消してしまうが、今回の実験では高次の流体力の測定を目的としており、フィルター等によって高次の流体力の位相が変わることが予想されたので、フィルター等は使用しなかった。

検力計によって測定された流体力は、増幅器を介して、A/D変換装置によりデジタル信号に変換する。その際のサンプリング・タイムは1周期に約50回のサンプリングを行うように設定した。A/D変換装置によりデジタル信号に変換された測定

データの解析は、パーソナルコンピュータpc-9800を用いて行った。次節では、実験で得たデータを、時系列という形と、フーリエ展開したときの係数という形で表すが、上述のように、測定されたデータには強制動揺装置の振動が原因と考えられる細かい振動がみられた。それらを取り除くため、次節の実験結果では、10周期分の総加平均をとったものを示す。

今回の実験で測定を行った状態は、上下揺振幅 a と静止時の喫水 d との比 a/d が0.1, 0.3, 0.5の3種類である。そして、それぞれについて無次元周期 ξ_b を0.2~0.9の範囲で変化させた。ただし、 $a/d=0.1$ の計測値は線形解と実験値とのチェックに用いただけなので、ここでは $a/d=0.3, 0.5$ の場合についてのみ載せる。

2. 3. 2 実験値との比較

Fig.2.7(a)に $\xi_b=0.7, a/d=0.5$ の場合の測定値から 1ω で変動する復元力及び物体の慣性力を差し引いた力の時系列を示す。図中の細かい振動は強制動揺装置の固有振動によるものである。これを取り除くため、前述のように10周期分の総加平均をとった値を示してあるが、図から分かるように十分に取り除けているとはいえない。しかし、強制動揺装置の振動による成分は流体力による成分に比べて周波数がかなり大きいので充分区別することができる。

Fig.2.7(b)には $\xi_b=0.7, a/d=0.3$ と小さくした場合の時系列を示している。Fig.2.7(a),(b)において実線は近似計算法による計算値であるが、Fig.2.7(a)の $t/T=0.8$ 付近で一致度が良くないのをのぞけば実験値と計算値は良く一致している。

一般に、非線形な現象を厳密に議論する際にはFig.2.7のように時系列で比較するのが望ましいと思われるが、時系列による比較では種々の周波数、振幅における統一的評価を下すのは難しい。そこで、以下ではとりあえず時系列を次式のようにフーリエ展開し、

$$F=F_0-a\omega^2M\sin\omega t+a\omega N\cos\omega t+F_2\sin(2\omega+\delta_2)+\dots \quad (2.3.1)$$

F : 計測値より復元力、慣性力を取り除いた値

2ω 成分までの係数を用いて議論を進める。

Fig.2.8, 2.9にそれぞれ付加質量係数 M 、減衰力係数 N を示す。なお、縦軸の \bar{M} , \bar{N} は M , N を次式によって無次元化してある。

$$\bar{M} = \frac{M}{\rho \pi (B/2)^2 / 2}, \quad \bar{N} = \frac{N \sqrt{(B/2)/g}}{\rho \pi (B/2)^2 / 2} \quad (2.3.2)$$

実験結果では付加質量係数は振幅の増加にともなって増加するが、計算値もその傾向を持ち両者は非常によく一致する。一方、減衰力係数は、計算の仮定で 1ω 成分の速度ポテンシャルに平均位置で求めた係数を用いているため、計算値は振幅が増加しても殆ど変化していない。この傾向は実験値にも見られるが、田才ら[40]が指摘したように粘性の影響も考えられるため大振幅の場合は減衰力係数を正確に推定するのは難しいように思われる。

Fig.2.10,2.11にはそれぞれ定常力と 2ω 成分の力の振幅、位相を示す。 2ω 成分の力の振幅は実験値にばらつきがあるが、本計算法の目的からはこの程度の一致度で十分であると思われる。 2ω 成分の力の位相も実験値と計算値との一致度は余り良くないが、これは 2ω 以上の速度ポテンシャルには波動項が含まれていないことと、数値計算上の時間ステップが ω 成分の位相に直すと24度とかなり大きいことが原因と考えられる。また、定常力に関しても実験値と計算値の一致度はそれほど良くないが、値自身が小さなものなので、この程度の一致度で十分であると考えられる。

Fig.2.12~2.15には山下[8]による円柱の強制上下揺試験による実験値と近似計算法による計算値を比較してある。形状が円柱の場合も正三角形の場合と同様に付加質量係数は実験値と計算値とで非常によく一致している。一方、実験による減衰力係数は振幅が大きくなると減少する傾向にあり計算との一致度は少し悪くなっている。 2ω 成分の力の振幅、位相に関しては正三角形の場合と同様に一致度はそれほど良くないが、定常力に関しては $\xi_b=0.1\sim 0.3$ の範囲でよく一致している。

以上のように、本近似計算法は初期の目的に対して十分有効な手法と考えられる。

2. 4 第2章の結論

第2章では前進速度を持つ船舶が大波高波浪中で大振幅動揺するとき、船舶に働く流体力を求めるための第一段階として、大振幅動揺する2次元物体に働く流

体力を多重極展開法を利用した方法によって求めた。さらに、計算時間を短縮するために、多重極展開法の近似解法を示し、Chapmanの方法による計算値及び実験値との比較検討を行った。その結果、以下の結論を得た。

(1) 自由表面条件は線形とし物体表面条件を厳密に満たすという条件のもとで、多重極展開法を利用した方法によって非線形流体力を求めることができた。しかし、計算の手法上振幅が大きくなるにしたがって、計算精度を保つことが困難なため、大振幅の場合の計算精度には疑問が残った。

(2) 多重極展開法の計算時間を短縮するため、その近似解法を示した。さらに、近似解法の妥当性を評価するために、多重極展開法及びChapmanの方法による計算値との比較を行い、近似解法はほぼ満足のいく結果を与えることが示せた。

(3) 正三角形断面及び円断面をもつ物体について近似解法による計算値と実験値の比較検討を行った結果、近似解法は十分に有用な手法であることが分かった。

第3章 大振幅動揺する船体に働く 非線形流体力と非線形応答

第2章では、2次元大振幅動揺問題を解くために、自由表面は線形とし、物体表面条件を厳密に満たすようにして解く方法を示した。さらに、通常の船舶に適用する場合を考えて、計算時間の短い近似解法を開発し、理論と実験の比較を行い良い一致を得ることができた。

本章ではNSM[37]と同じ考え方に基づいて、第2章で述べた方法により得られた速度ポテンシャルを船長方向に加え合わせたものを、船体近傍での速度ポテンシャルとし、それを用いて、ベルヌーイの式により船体表面の圧力を求め、その圧力を積分することによって流体力を求める。

なお、本章では、向い波の場合のみを取り扱い、大振幅の影響が重要と思われる上下揺、縦揺れの同調点付近での波高の増大に伴う運動振幅及び波浪荷重の変化を詳しく調べた。

3. 1 理論計算法

前節で述べたようにNSMの考え方にしたがって定式化を行う。ただし、物体表面の条件が大きく変化することによる影響を取り入れるため、NSMとは異なる点も多いので、その点を中心に述べる。

3. 1. 1 座標系と境界条件

本計算法では座標系をFig.3.1のように定める。ここで、

$\hat{0}-\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'$: 速度Uで前進する座標

$\tilde{0}-\tilde{x}', \tilde{y}', \tilde{z}'$: 船体固定座標

$0-x', y', z'$: 波面より $\tilde{0}-\tilde{z}'$ と平行に定めた座標

z_0' : 座標 $\tilde{0}-\tilde{x}', \tilde{y}', \tilde{z}'$ の移動量

θ_0' : 座標 $\tilde{0}-\tilde{x}', \tilde{y}', \tilde{z}'$ の回転角

次に、これらの座標の無次元化を次式によって行う。

$$\left. \begin{array}{l} \hat{x} \\ \tilde{x} \\ x \end{array} \right\} = \frac{1}{L'} \left\{ \begin{array}{l} \hat{x}' \\ \tilde{x}' \\ x' \end{array} \right\} = \frac{1}{\varepsilon L'} \left\{ \begin{array}{l} \hat{y}' \\ \tilde{y}' \\ y' \end{array} \right\} = \frac{1}{\varepsilon L'} \left\{ \begin{array}{l} \hat{z}' \\ \tilde{z}' \\ z' \end{array} \right\} \quad (3.1.1)$$

$$z_a = \frac{1}{\varepsilon L'} z_a', \quad \theta_a = -\frac{1}{\varepsilon} \theta_a' \quad (3.1.2)$$

ただし、

L' : 船長

B' : 船幅

$$\varepsilon = B'/2L'$$

(3.1.1)、(3.1.2)式の無次元化により、無次元座標で表した船体表面の座標値の大きさは、ほぼ1ぐらいになる。上下揺振幅、縦揺れ振幅などの無次元値も1ぐらいの大きさになると仮定する。

Fig.3.1に示した各座標系の関係は、 ε は小さいものとして、最低次の項とのオーダー差が ε^2 以上のものを無視すると、次式のように表される。

$$\left. \begin{array}{l} x = \tilde{x} = \hat{x} \\ y = \tilde{y} = \hat{y} \\ \tilde{z} = \hat{z} - z_a - \hat{x} \theta_a \\ z = \tilde{z} + z_a + \hat{x} \theta_a - \zeta(x; t) \end{array} \right\} \quad (3.1.3)$$

ただし、 ζ は無次元の入射波形で、次式によって表されると仮定する。

$$\zeta(x; t) = \zeta_w \cos(Kx + t) \quad (3.1.4)$$

ここで、

ζ_w : 入射波の振幅 (無次元)

K : 入射波の波数 (無次元)

また、入射波の角周波数 ω_0' 、出会い周波数 ω_0 、及び時間 t' は次式によって無次元化を行っている。

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \omega_0' \sqrt{L'/g'} \\ \omega_0 &= \omega_0' \sqrt{L'/g'} \\ t &= t' \omega_0' \end{aligned} \right\} \quad (3.1.5)$$

g' : 重力加速度

以後、特に断わらない限りダッシュの付いているものは有次元値、ダッシュの付いていないものは無次元値を表すものとする。

上述のように定義した無次元化を行うと、有次元座標での微分と無次元座標での微分との関係は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \hat{x}'} &= \frac{1}{L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} - \frac{\theta_0}{L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \\ &= \frac{1}{L'} \cdot \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{L'} \cdot \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{y}'} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{z}'} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{z}} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} = \frac{1}{\varepsilon L'} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.1.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t'} &= \omega_0 \sqrt{g/L'} \frac{\partial}{\partial t} - \omega_0 \sqrt{g/L'} \left(\frac{d\zeta}{dt} + \tilde{x} \frac{d\theta_0}{dt} \right) \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \\ &= \omega_0 \sqrt{g/L'} \frac{\partial}{\partial t} - \omega_0 \sqrt{g/L'} \frac{\partial \eta_0}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

以上の準備のもとで、最初に船体表面条件について考える。船体表面の形状が次式で表されるものとする、

$$F(\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'; t') = \varepsilon L\{H(\tilde{x}, \tilde{y}) - \tilde{z}\} = 0 \quad (3.1.10)$$

船体表面条件は次式で表される。

$$\frac{DF}{Dt'} = \frac{\partial F}{\partial t'} + (\hat{\nabla}' \phi' \cdot \hat{\nabla}') F = 0 \quad \text{on } F=0 \quad (3.1.11)$$

ただし、 $\hat{\nabla}'$ は $\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'$ に関する微分演算子である。

ここで、速度ポテンシャルを次式のように仮定する。

$$\frac{\phi'(\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'; t')}{\sqrt{g'} L^3} = \varepsilon^2 F_n \phi_0(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) - F_n \hat{x} + \frac{\varepsilon}{\omega_0} \phi_1(\hat{x}, \hat{z}; t) + \varepsilon^2 \omega_0 \phi_2(x, y, z; t) \quad (3.1.12)$$

$$\phi_1 = -\zeta_w e^{\hat{z}} \sin(\hat{x} + t)$$

$$\hat{z} = \varepsilon \omega_0^2 \hat{z}, \hat{x} = \omega_0 \hat{x} \quad (3.1.13)$$

ただし、

F_n : フルード数

ϕ_0 : 定常ポテンシャル

ϕ_1 : 入射波のポテンシャル

ϕ_2 : 非定常ポテンシャル

(3.1.12)式を(3.1.11)式に代入し、 ϕ_0 、 ϕ_1 、 ϕ_2 に関する \hat{x}' 微分項は小さいものとして無視すると、次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{y}} \cdot \frac{\partial H}{\partial \tilde{y}} - \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} = \frac{\partial H}{\partial \tilde{x}} \quad \text{on } F=0 \quad (3.1.14)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = -\zeta_w \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right) e^{\hat{z}} \sin(\hat{x} + t) - \frac{dz_a}{dt} - \tilde{x} \frac{d\theta_a}{dt} + \frac{F_n}{\omega_0} \theta_a$$

$$\text{on } F=0 \quad (3.1.15)$$

さらに、NSMと同様に平均喫水を考え、(3.1.15)式の右辺第一項を変形すると次

式を得る。

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = -\zeta_w \left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right) \exp[-d_m(\hat{x};t)] \sin(\hat{x}+t)$$

$$-\frac{dz_a}{dt} - \hat{x} \frac{d\theta_a}{dt} + \frac{F_n}{\omega_e} \theta_a \quad \text{on } F=0 \quad (3.1.16)$$

ただし、平均喫水 d_m は水面下の船体形状の変化を取り入れるため、入射波の波面より下の断面形状の喫水 $d'(\hat{x};t)$ と断面面積係数 $\sigma(\hat{x};t)$ を用いて次式より求める。

$$d_m(\hat{x};t) = \frac{\omega_0^2}{L} d'(\hat{x};t) \sigma(\hat{x};t) \quad (3.1.17)$$

次に、自由表面条件はNSMと同様に次式を用いる。

$$\varepsilon \omega_0^2 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} + \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (3.1.18)$$

ただし、(3.1.18)式は静止水面上で満たすようにするのではなく、入射波の波面の加速度は重力加速度に比べて小さいものとし、入射波の波面 ($z=0$) で満たすようにする。

なお、定常ポテンシャル ϕ_0 については、後述のように本計算法では必要ないので、 ϕ_0 の自由表面条件については述べない。

3. 1. 2 速度ポテンシャルの計算

速度ポテンシャルはNSMと同様に船体の各横断面 (y - z 平面) ごとの2次元問題として求める。この時、境界条件として用いるのは(3.1.16)式、(3.1.18)式である。これを各横断面内での速度ポテンシャル ϕ_{2D} に対する境界条件として書き直すと次式のようなになる。

$$\frac{\partial \phi_{2D}}{\partial y} = -\zeta_w \left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right) \exp[-d_m \sin(\hat{x}+t)] - \frac{dz_a}{dt} - \hat{x} \frac{d\theta_a}{dt} + \frac{F_n}{\omega_e} \theta_a$$

$$\text{on } z=h(y)+z_a+\hat{x}\theta_a-\zeta_w\cos(\hat{x}+t) \quad (3.1.19)$$

$$\varepsilon\omega_0^2 \frac{\partial^2 \phi_{2D}}{\partial t^2} + \frac{\partial \phi_{2D}}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (3.1.20)$$

ここで、

ν : 各横断面での法線

h : 各横断面での断面形状を表す関数

(3.1.19)式、(3.1.20)式を境界条件として、前章に示した近似解法によって ϕ_{2D} は求めることができる。しかし、(3.1.19)式の右辺に現れている z_a 、 θ_a などは、流体力を求めた後、運動方程式を解かないと求められない値なので、 z_a 、 θ_a などを求めるためには繰り返し計算が必要になる。これについては後で詳しく述べる。

3. 1. 3 圧力の計算

前節までで速度ポテンシャルが求められたので、これを用いると圧力 p' は次式より求められる。

$$\frac{p'}{\rho'} = \frac{U^2}{2} - \frac{\partial \Phi'}{\partial t'} - \frac{1}{2}(\hat{\nabla}'\Phi')^2 - g'z' = 0 \quad (3.1.21)$$

しかし、(3.1.21)式を厳密に計算するのは、かなり複雑な計算を要するので、実際的でない。そこで、(3.1.21)式の各項の大まかな大きさを調べ不必要と思われる項を無視することにする。(3.1.21)式に(3.1.12)式を代入して整理すると、次式を得る。

$$p = \frac{p'}{\rho'g'L'} = -\varepsilon^2\omega_0^2 \left[\frac{1}{\varepsilon\omega_0^2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right) \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial t} - \frac{\partial \eta_0}{\partial t} \right) \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\partial \phi_{12}}{\partial \hat{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{z}} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \omega_0^4 \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} \right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \eta_0}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \Big)^2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{x}} - \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} \theta_a \right)^2 \\
& + \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right)^2 \left\{ -\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{x}} + \theta_a \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right\} \\
& + \varepsilon \frac{F_n}{\omega_0} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{x}} - \theta_a \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} \right) + \varepsilon^2 \omega_0^2 \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right) \\
& \times \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{x}} - \theta_a \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} \right) \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \eta_0}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \\
& \times \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right) \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} - \omega_0^2 \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right) \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \eta_0}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) \\
& + \varepsilon \omega_0^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right) \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \eta_0}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) + \left\{ \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right)^2 \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{F_n}{\omega_0} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \phi_0}{\partial \hat{z}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) \\
& + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{F_n}{\omega_0} \right) \frac{\partial \phi_0}{\partial \tilde{z}} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{z}} + \frac{\omega_0}{\omega_0} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{z}} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \Big] \\
& - \varepsilon \hat{z}
\end{aligned} \tag{3.1.22}$$

(3.1.22)式中の ϕ_0 、 ϕ_1 、 ϕ_2 及びこれらの微分値は、(3.1.14)式、(3.1.15)式より分かるように、ほぼ1ぐらいの大きさである。したがって、各項の大まかな大きさは各項にかかっている係数によって決まる。そこで、これらの大きさを具体的に計算した結果をTable 3.1に示す。ただし、本研究では計算例としてSR108船型[41]を用いたので $\varepsilon=0.0726$ とした。また、波長は $\lambda/L=1.0\sim 1.5$ ぐらいの範囲で計算するものとした。なお、船速は $F_n=0\sim 0.275$ の場合を示した。Table 3.1の結果より $\varepsilon^2 \omega_0^4$ 、 $\varepsilon^2 (F_n/\omega_0)^2$ 、 $(F_n/\omega_0)^2$ 、 $\varepsilon (F_n/\omega_0)(\omega_0/\omega_0)^2$ 、 $\varepsilon^2 \omega_0^2 (F_n/\omega_0)$ 、 F_n/ω_0 、 $(\omega_0/\omega_0)^2 (F_n/\omega_0)$ の値は小さいので無視するものとした。これ

らの値を無視すると(3.1.22)式は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 p = & -\varepsilon \frac{\omega_0}{\omega_0} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \varepsilon F_n \omega_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} \\
 & - \varepsilon^2 \omega_0^2 \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial t} - \frac{\partial \eta_0}{\partial t} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) \\
 & - \varepsilon^2 \omega_0^2 \omega_0^2 \left(\varepsilon \frac{\omega_0}{\omega_0} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} - \frac{F_n}{\omega_0} \right) \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} \cdot \frac{\partial \eta_0}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right) \\
 & - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \omega_0^2 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{x}} \right)^2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \omega_0^2 \left\{ \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right)^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{z}} + \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right)^2 \right\} \tag{3.1.23}
 \end{aligned}$$

なお、(3.1.23)式中の $\frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}}$ は次式のようにして計算を行った。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_2}{\partial \hat{x}} = & \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \frac{1}{\omega_0^2 \Delta x} [\phi_2^{i-1} - \phi_2^i \\
 & - \frac{\partial \phi_2}{\partial y} (y^{i-1} - y^i) - \frac{\partial \phi_2}{\partial z} (z^{i-1} - z^i)] \tag{3.1.24}
 \end{aligned}$$

ここで、

i : 断面の番号

(y^i, z^i) : i 番目の断面内での座標

Δx : 断面間の距離

3. 1. 4 流体力と船体運動の計算

船体に働く流体力は(3.1.23)式で求められる圧力を、次式のように船体表面上で積分して求められる。

$$F_z = \int_{S_H} p \cdot \nu_z \cdot dS + F \zeta \tag{3.1.25}$$

$$M_y = \int_{S_H} p \cdot x \cdot \nu_z \cdot dS + M \zeta \quad (3.1.26)$$

ここで、

F_z : z軸方向に働く力

M_y : y軸回りのモーメント

S_H : 入射波面より下の船体表面

ν_y : z軸方向の方向余弦

$F \zeta$ 、 $M \zeta$: 浸水面積変化の修正項

ただし、実際の計算では ν_z としてx軸方向の船体表面の傾きを無視したものを
用い、各断面内で2次元的に取り扱った。また、 $F \zeta$ 、 $M \zeta$ は前章で示したのと同様
に次式により計算を行った。

$$F \zeta = \int_{S_c} \frac{1}{2} \frac{dy}{dh} dx \quad (3.1.27)$$

$$M \zeta = \int_{S_c} \frac{1}{2} \frac{dy}{dh} x dx \quad (3.1.28)$$

ここで、

S_c : 船体表面と入射波面との交線

(3.1.25)式、(3.1.26)式および z_a 、 θ_a を複素フーリエ級数展開し、変動成分の
各係数を用いて運動方程式を書くと次式のようなになる。

$$-n^2 \omega_0^2 M \cdot z_{an} = F_{zn}(z_{a1}, z_{a2}, \dots, \theta_{a1}, \theta_{a2}, \dots)$$

$$-n^2 \omega_0^2 I \cdot \theta_{an} = M_{yn}(z_{a1}, z_{a2}, \dots, \theta_{a1}, \theta_{a2}, \dots)$$

$$n=1, 2, \dots, \infty \quad (3.1.29)$$

ここで、

M : 船体の質量

I : 船体の慣性モーメント

(3.1.29)式を解けば z_a 、 θ_a が求まるのであるが、3.1.2節で述べたように F_{zn} 、 M_{yn} は z_a 、 θ_a のフーリエ係数の関数になっているので、このままの形で解くのは困難である。そこで、縦揺れ及び上下揺運動の場合 $2\omega_0$ より高次の成分は $1\omega_0$ の成分に比較して小さいので、運動振幅は $1\omega_0$ と $2\omega_0$ の成分のみで表すものとする。さらに、 $1\omega_0$ の成分を求める際には、 $2\omega_0$ の成分は無視できるものとする。このように考えると、 $1\omega_0$ の成分に関する運動方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} -\omega_0^2 M_{z a 1} &= F_{z 1}(z_{a 1}, \theta_{a 1}) \\ -\omega_0^2 I \theta_{a 1} &= M_{y 1}(z_{a 1}, \theta_{a 1}) \end{aligned} \quad (3.1.30)$$

上式を $z_{a 1}$ 、 $\theta_{a 1}$ に関する非線形方程式と見なせばNSMで計算される運動振幅を初期値として、反復法によって $z_{a 1}$ 、 $\theta_{a 1}$ を求めることができる。 $2\omega_0$ の成分は $1\omega_0$ の成分に比べて小さいので、 $1\omega_0$ の成分を求めるときのように反復計算を行って厳密に求める必要はないと思われる。そこで、流体力の $2\omega_0$ の成分を次式のように表す。

$$\begin{aligned} F_{z 2}(z_{a 1}, z_{a 2}, \theta_{a 1}, \theta_{a 2}) &= F_{z 2}(z_{a 1}, 0, \theta_{a 1}, 0) + \hat{F}_z \cdot z_{a 2} + \hat{F}_\theta \cdot \theta_{a 2} + \Delta F_2 \\ M_{y 2}(z_{a 1}, z_{a 2}, \theta_{a 1}, \theta_{a 2}) &= M_{y 2}(z_{a 1}, 0, \theta_{a 1}, 0) + \hat{M}_z \cdot z_{a 2} + \hat{M}_\theta \cdot \theta_{a 2} + \Delta M_2 \end{aligned} \quad (3.1.31)$$

ここで、 \hat{F}_z 、 \hat{F}_θ 、 \hat{M}_z 、 \hat{M}_θ は平均位置での船体が ω_0 で動揺するときの流体力をNSMによって求めた値である。 ΔF_2 、 ΔM_2 を無視すると、 $2\omega_0$ の成分に関する運動方程式は $z_{a 2}$ 、 $\theta_{a 2}$ に関する線形方程式になるので、これを代数的に解けば $z_{a 2}$ 、 $\theta_{a 2}$ が求められる。

波浪剪断力、波浪曲げモーメントは(3.1.25)式、(3.1.26)式の積分を任意の断面まで行うことによって得られる。

3. 1. 5 数値計算

本計算法のフローチャートをFig.3.2に示す。この図にしたがって、数値計算法

を述べる。

計算を始める前に、船体形状のデータを入力する必要がある。船体形状のデータとして、船体を長手方向に $\frac{1}{2}$ セクションごとに21等分し、各断面の横断面形状を入力する。この時データとして与えられた断面形状は上甲板までであるが、後述のように、上甲板より上まで水がくるときも計算が続けられるようにするため、上甲板より上まで仮想的な舷側があるように入力を行った。

Fig.3.2のフローチャートに示したように、最初に、NSMによる船体運動の初期値 z_{a1}^0, θ_{a1}^0 の計算を行う。この値を初期値として繰り返し計算により、船体運動を求めるのであるが、その際収束を早めるため、ニュートン法を用いる。以下にその詳細を述べる。

解くべき方程式は(3.1.30)式である。これは2元連立非線形方程式なので、次式のような形に書き改められる。

$$\begin{aligned} G_1(z_{a1}, \theta_{a1}) &= \omega_e^2 M z_{a1} + F_{z1}(z_{a1}, \theta_{a1}) = 0 \\ G_2(z_{a1}, \theta_{a1}) &= \omega_e^2 I \theta_{a1} + M_{y1}(z_{a1}, \theta_{a1}) = 0 \end{aligned} \quad (3.1.32)$$

n 回目の繰り返しにおける値を、それぞれ、 $G_1^n, G_2^n, z_{a1}^n, \theta_{a1}^n$ とすると、 $n+1$ 回目の値は次式によって求められる。

$$z_{a1}^{n+1} = z_{a1}^n + C_k \frac{\frac{\partial G_1}{\partial \theta_{a1}} \cdot G_2^n - \frac{\partial G_2}{\partial \theta_{a1}} \cdot G_1^n}{\frac{\partial G_1}{\partial z_{a1}} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial \theta_{a1}} - \frac{\partial G_1}{\partial \theta_{a1}} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial z_{a1}}} \quad (3.1.33)$$

$$\theta_{a1}^{n+1} = \theta_{a1}^n + C_k \frac{\frac{\partial G_2}{\partial z_{a1}} \cdot G_1^n - \frac{\partial G_1}{\partial z_{a1}} \cdot G_2^n}{\frac{\partial G_1}{\partial z_{a1}} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial \theta_{a1}} - \frac{\partial G_1}{\partial \theta_{a1}} \cdot \frac{\partial G_2}{\partial z_{a1}}} \quad (3.1.34)$$

ただし、 C_k ：安定な収束を得るための緩和係数（今回の計算では0.8）
ここで、(3.1.33)式、(3.1.34)式中に現れる G_1, G_2 の微分値は、解析的には求めることができないので、次式のように数値微分を行って求める。

$$\frac{\partial G_1}{\partial z_{a1}} = \frac{(\theta_{a1}^{n-1} - \theta_{a1}^{n-2})(G_1^n - G_1^{n-1})}{(z_{a1}^n - z_{a1}^{n-1})(\theta_{a1}^{n-1} - \theta_{a1}^{n-2})} - \frac{-(\theta_{a1}^n - \theta_{a1}^{n-1})(G_1^{n-1} - G_1^{n-2})}{-(\theta_{a1}^n - \theta_{a1}^{n-1})(z_{a1}^{n-1} - z_{a1}^{n-2})} \quad (3.1.35)$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial z_{a1}} = \frac{(z_{a1}^n - z_{a1}^{n-1})(G_1^{n-1} - G_1^{n-2})}{(z_{a1}^n - z_{a1}^{n-1})(\theta_{a1}^{n-1} - \theta_{a1}^{n-2})} - \frac{-(z_{a1}^{n-1} - z_{a1}^{n-2})(G_1^n - G_1^{n-1})}{-(\theta_{a1}^n - \theta_{a1}^{n-1})(z_{a1}^{n-1} - z_{a1}^{n-2})} \quad (3.1.36)$$

今回行ったこの方法による計算では、3~4回の繰り返し数で残差が約 10^{-3} 程度まで収束した。残差が約 10^{-3} 程度という値は、少し誤差が大きいようにも思われるが、繰り返し数が増えると計算時間が非常に長くなることと、計算結果と比較すべき実験値の精度がそれほどないことからこの程度の収束度で繰り返しを打ち切ることにした。

船体に働く流体力の計算では第2章で述べた数値計算法と同じ方法で速度ポテンシャルを求めた。また、船体表面での圧力の積分は、第2章で述べたように船体の各横断面内で船体表面を20等分し、台形則による積分を行った後、シンプソン則によって長手方向の積分を行った。

3. 2 実験値との比較

3. 2. 1 実験法

実験は大阪大学曳航水槽（100×7.8×4.5m）において実施した。水槽端には空気式の造波装置が取り付けられており、この造波装置によって造波した規則波中で実験を行った。使用した模型は船長2.5mの木製でSR108船型[41]と呼ばれるものである。

Fig.3.3に実験装置の概要を示す。模型はSS.7号で切断され、そのあいだを検力計でつないである。この検力計で波浪荷重の測定を行ったが、今回の実験では、検力計の都合で剪断力のみを測定した。また、船首部分の慣性力を実験後に補正

するため、船首部分の重心位置に加速度計を取り付け、上下加速度を計測した。模型はHeaving Lodを介してサブキャリッジに取り付けられている。その際、前後端に取り付けたガイド棒により左右揺、船首揺、横揺れが固定され、前後揺、縦揺れ、上下揺が自由となっている。前後揺を自由としたのは、前後揺を固定することによって、Heaving Lodなどに無用の力が働き、縦揺れ及び上下揺の計測精度が悪化するのを避けたためである。なお、理論計算では鉛直方向の流体力に対する前後揺の影響は小さい[42]と考え、前後揺は考慮していない。

前後揺は、バランスウェイトとサブキャリッジとをつなぐワイヤーが掛けられたプーリーに取り付けられたポテンシオメーターによって計測した。縦揺れは、Heaving Lodと船体とを固定している動揺計に取り付けられたポテンシオメーターによって計測した。また、上下揺の計測は、サブキャリッジに取り付けられたポテンシオメーターによってHeaving Lodの動きを計測することによって行った。

Table3.2に模型の主要目を示す。Table3.2より分かるように、模型の慣動半径がSR108船型の標準状態に比べてかなり大きな値になっているが、これは、船首部と主船体との固着剛性を高めるため、かなり大きな検力計（容量50kg、重量約15kg）を搭載したのが原因である。このため縦揺れ、上下揺の同調点はSR108船型の標準状態に比べて長波長側に移動し、 $F_n=0.2$ の時波長船長比 λ/L が、それぞれ、1.2と1.4、 $F_n=0.275$ の時1.3と1.6ぐらいになった。しかし本実験の目的は前節で述べた計算法の有用性を示すのが目的であるので、同調点が標準状態と異なっても構わないと考えそのまま実験を行った。一方、船首の固着剛性は検力計の容量と取り付け治具の強度で決まるが、検力計の重量が重すぎて、正規の喫水を保つためには検力計の取り付け治具の重さを制限しなければならなかった。したがって、全体の固着剛性は取り付け治具の強度不足のため、検力計の容量の割にはそれほど大きくなく、静水中での船首部の固有振動数は約30Hz程度であった。

Table3.3に計測を行ったフルード数、波長船長比を示す。本実験では、波長を大振幅の影響が重要と思われる同調点の付近に限定し、波高変化による影響を詳しく調べた。なお、波高船長比 H_w/L は、計測データの信頼性が失われない程度の微小波高から、船首で海水打ち込みが起こる程度の大波高まで変化させた。したがって H_w/L の上限は各波長によって異なる値になっている。

計測された運動、荷重はA/D変換を行った後パーソナルコンピュータpc-9800を

用いて解析を行った。計測された生のデータは電車の振動などを拾っているため第2章と同様に10周期分を平均してフーリエ展開を行った。なお、A/D変換を行う際のサンプリング周波数は、1周期に約50~60回サンプリングを行うように設定した。

3. 2. 2 船体運動の比較

Fig.3.4、Fig.3.5に $F_n=0.2$ における 1ω 成分の上下揺れ振幅比、縦揺れ振幅比及び位相を示す。波高船長比 H_w/L が零の時、理論計算値はNSMによる計算値とほぼ一致する（本計算法とNSMとでは、速度ポテンシャルのx方向に関する微分値の計算法が異なるため完全には一致しない）。また、各波長毎に、最も右端にある実験点に対応する波高では、実験時には船首部に海水が打ち込んでいたが、本計算法では船体上に水が入るような状態は計算することができないので、船側を上甲板よりそのまま上方に延長した状態の計算を行っている。なお、実験を行った範囲の波高では、船首端がわずかに水面下にはいる程度であった。

Fig.3.6、Fig.3.7に $F_n=0.275$ における 1ω 成分の上下揺れ振幅比、縦揺れ振幅比及び位相を示す。 $F_n=0.275$ の場合は、同調点付近で運動振幅が $F_n=0.2$ の時より大きくなるため $F_n=0.2$ の時よりも小さな波高までしか実験は行っていない。

Fig.3.4、Fig.3.5、Fig.3.6、Fig.3.7において、実験値と計算値との一致度は余り良くない。しかし、波高の増大に伴う運動振幅及び位相の変化はよく捉えているように思われる。したがって、この実験値と計算値との不一致は波高の増大による非線形影響を本計算法がよく捉えていないのではなく、波高が零の極限でも存在する影響つまり、本計算法では正確に考慮されていない3次元影響、前進速度影響などが原因であろうと考えられる。そこで、Fig.3.8にそれらの影響が運動振幅の変化として、どのように現れるかを図示してみた。Fig.3.8から分かるように、本計算法による計算値に微小波高時の前進速度影響、3次元影響などを足し合わせれば大波高時の運動振幅が大略推定できると考えられる。Fig.3.9、Fig.3.10に上述の影響の修正を行う代わりに実験値に微小波高時の計算値と実験値との差を足し合わせた結果を示す。この結果より分かるように、運動振幅及び位相は波高の増大に伴って単純に減少または増加するのではなく、波長によって変化の仕方に差があり、本計算法はその様子をよくとらえていることが分かる。さらに、本

計算法による計算値は、微小波高の時NSMによる計算値とほぼ一致することから、従来より指摘されているNSMと実験値との不一致の原因は、波高影響よりも前進速度影響、3次元影響などの方が大きいということもいえる。なお、微小波高時における本研究での計算値と実験値との差は、ITTC比較計算[43]などと比べて若干大きいように思われるが、これは、使用したSR108模型の慣動半径が大きいため同調点が長波長側に移動し、3次元影響、前進速度影響をより強く受けたためと考えられる[44][45]。また、今回は実験を行っていないが、計算値では海水打ち込みが激しくなるような大波高になると、運動振幅、位相は急激に変化する。このような傾向は、O'Deaら[25]の実験結果にも現れているが、このような場合には甲板打ち込み水の影響も考えられるので、打ち込み水量などの推定法の確立が望まれる。なお、 $F_n=0.275$ の場合も修正を行った結果は $F_n=0.2$ の場合と同じであった。

次に 2ω 成分の上下揺、縦揺れ振幅比と位相をFig.3.11、Fig.3.12、Fig.3.13、Fig.3.14に示す。 2ω 成分の運動振幅はかなり小さなものなので実験精度にも問題があると思われるが、上下揺に関しては計算結果と実験値とは比較的良くあっている。一方、縦揺れに関しては、計算結果と実験値との一致度は良くない。これは、本計算法では考慮されていないx軸方向に働く流体力の変動成分によって発生する縦揺れモーメントが影響しているのではないかと考えられる。位相に関しては、前章で示した2次元問題の場合と同程度の一致度である。

3. 2. 3 剪断荷重の比較

本研究では曲げモーメントの計測を行っていないので剪断荷重のみについて述べる。Fig.3.15、Fig.3.16にSS.7 $\frac{1}{2}$ に於ける剪断力の 1ω 成分の振幅及び位相を示す。ここに示した剪断力は、船首部の慣性力を取り除いた値、つまり船首先端からSS.7 $\frac{1}{2}$ までに働く流体力を積分した値である。実験においては、船首部の重心位置に取り付けた加速度計によって計測した加速度を用いて、検力計で得た値から船首部の慣性力の成分を修正した。

Fig.3.15、Fig.3.16では計算結果と実験値との一致度はあまり良くない。そこで、 $F_n=0.2$ の場合の実験値を前節に述べたのと同じ方法で修正したものをFig.3.17に示す。Fig.3.17より分かるように、剪断荷重の場合も微小波高時の計算値と実験値との差を修正してやることにより、両者はよく一致する。つまり、本計算法に

よって波高の増加に伴う剪断荷重の変化を精度良く推定することができる。

Fig.3.18、Fig.3.19に剪断荷重の 2ω 成分の振幅と位相を示す。剪断荷重の場合は、運動振幅に比較して 2ω 成分が大きいいため、実験値は比較的良くまとまっております。また、計算結果と実験値は $F_n=0.2$ と $F_n=0.275$ の両方の場合とも良く一致しており本計算法の有用性を示している。

3.3 第3章の結論

第3章では大波高中で大振幅動揺する船舶に働く流体力及び運動振幅を計算するために、第2章で示した2次元問題に対する近似解法を利用して、NSMの考え方を基にした定式化を行った。さらに、その方法を用いて数値計算を行い、実験結果との比較検討を行った。その結果、以下の結論を得た。

(1) 第2章で示した2次元物体の大振幅動揺問題の近似解法を利用することにより、大波高波浪中で大振幅動揺している船体周りの速度ポテンシャルを比較的簡便な方法で求めることができた。

(2) 本計算法による 1ω 成分の計算値そのものは、前進速度影響、3次元影響の考慮が欠けているため実験値との一致度が余り良くなかったが、微小波高時における両者の差を修正してやれば、波高の増大に伴う実験値の変化を精度良く推定できることが分かった。

(3) 2ω 成分に関しては縦揺れを除くと、本計算法によって精度良く推定できることが分かった。

(4) 本計算法で推定可能な範囲は、激しい海水打ち込みが起こらない程度までであるため、このような状況における船首近傍流場の解析法の確立ということが課題として残った。

第4章 海水打ち込みの解析

第2章及び第3章では大波高波浪中を航行する船舶の非線形な動揺特性並びに波浪荷重の推定法について論じてきた。ここでは、自由表面の非線形性が小さいという仮定のもとに線形な自由表面条件を用いて解析を行った。その結果波高の増加に伴う船体運動振幅、波浪荷重の変化を十分な精度で推定しうる計算法を示すことができた。しかし、自由表面の非線形性が問題になるような状況、例えば海水打ち込みが発生するような大波高の場合には問題が残った。そこで、本章ではこの海水打ち込みの理論的解析法について論じる。

4.1 海水打ち込み解析の方針

海水打ち込みは船舶の耐航性能を決める重要な要因の一つとして、古くから研究が行われてきた。しかし、それらの大部分は甲板と波面の相対変位を海水打ち込みと関連付けようと試みるものがほとんどで、海水打ち込み時の非線形な造波現象そのものを研究した例は、甲板上の水の挙動を扱ったもの以外にはない。また、海水打ち込みと良く似た現象としてセミサブリグのローハルが水面からでたり入ったりする場合の造波現象や、堤防を越える波などがあるが、これらも非線形な波の現象として、その現象自体が研究された例は殆どない。したがって、海水打ち込み時の自由表面形状や流速、圧力等を求める手段は現在のところ皆無に等しい。

このような現状から、海水打ち込みを非線形な造波現象として捉えた研究が必要なことが理解される。しかし、前述のような非線形な造波現象は、様々な要因が複雑に絡まった現象であり、これを正面から解析するのは非常に難しい。したがって、このような現象の研究の手順としては、最初から大規模な数値計算等による解析等を行うよりは、解析的な手法によって、解の性質をある程度知った上で、数値計算等による厳密な解析を行う方が得策であると考えられる。

このような立場から本章では高速、長波長の極限における海水打ち込み現象に的を絞り、Wagner[31]が示した2次元の自己相似流場を利用して解析を行う。

4. 2 2次元自己相似流場モデルの導入

前述のように、海水打ち込み現象は様々な要因が複雑に絡み合った非線形な現象であり、これを厳密な形のままで解析的手法を用いて解くのは不可能である。したがって、何等かの近似的取り扱いをして解析的に解が得られる流場モデルを考える必要がある。この際重要なことは、少なくとも自由表面での運動学的条件は厳密に取り扱う必要があることである。以下では、このような立場で利用可能な解法を検討してみる。

松村ら[46]は船首の定常造波問題を細長体の仮定のもとに、2次元の非定常問題として取り扱った。海水打ち込みの場合も同様な考察により、船体横断面内の2次元非定常問題として扱うことができる。さらに、問題を簡単にするため、船首形状がFig.4.1のような4面体で近似できると仮定する。また、船舶が向い波中を前進速度 U で直進している状態のみを考えて、問題は左右対称として扱う。この時、時間 $t=0$ で船首上甲板が波面に接したとすると、Fig.4.2に示すような横断面内の物体形状は、Fig.4.3に示すように、一定速度 $v_0=U \tan \theta_1$ で拡大していく3角形として表される。しかし、実際には波面の上下動及び船体の上下動が加わるので、断面内の物体形状と自由表面形状を表す関数は次式のように表示される。

$$F(x,y;t)=v_0 t H(\xi, \eta; \bar{l}(t))=0 \quad (4.2.1)$$

ただし、

$$\xi = \frac{x}{v_0 t}, \quad \eta = \frac{y}{v_0 t} \quad (4.2.2)$$

$$l(t)=v_0 t \bar{l}(t) \quad (4.2.3)$$

$l(t)$ は物体形状が相似形からずれる量を表し、長さの次元を持つ。船舶と波との出会い角周波数を ω 。とすると、 $l(t)$ は次式のように表される。

$$l(t)=l_0 \sin \omega_0 t \quad (4.2.4)$$

(4.2.1)式を運動学的条件に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{DF}{Dt} = & v_0 H(\xi, \eta; \bar{l}) - v_0 \left(\xi \frac{\partial H}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) + \eta \frac{\partial H}{\partial \eta} + v_0 \nabla \Phi \cdot \nabla H \\ & + v_0 t \frac{dH}{d\bar{l}} \cdot \frac{d\bar{l}}{dt} \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

ただし速度ポテンシャルは $\phi = v_0^2 t \Phi(\xi, \eta)$ と無次元化している。また、 H は

$$H(\xi, \eta; \bar{l}) = H(\xi, \eta; 0) + \bar{l} \frac{\partial H}{\partial \bar{l}} + \dots \quad (4.2.6)$$

のように書けるので、結局 $\omega_0 \rightarrow \infty$ の極限では(4.2.5)式は相似形に書けるのが分かる。

次に、自由表面上の圧力条件について調べる。圧力条件は次のように表される。

$$\Phi - \left(\xi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{2} (\nabla \cdot \nabla) \Phi + \frac{gt}{v_0} \eta = 0 \quad (4.2.7)$$

ただし、

g : 重力加速度

したがって、 $g \cdot t / v_0 \rightarrow 0$ の極限では圧力条件も相似形で書ける。これを今考えている横断面の船首先端からの距離 $X = Ut$ を用いて表すと、

$$g \frac{X}{U^2 \tan \theta_1} \rightarrow 0 \quad (4.2.8)$$

つまり、 $U \rightarrow \infty$ か $X \rightarrow 0$ の極限で成り立つのが分かる。

以上の考察により、高速、長波長の場合は、原点を中心として3角形物体が一定速度で膨張していくような2次元自己相似流場モデルに近似できることが分かった。

なお、上述の議論は図形的な相似性を前提としているが、高速型船舶の船首形状は4面体に近いことと、激しい海水打ち込みを考えなければ、海水打ち込みが起こるのは船首上甲板が波面に接する間際であることから、第零近似としては十

分だと考えられる。

4. 3 2次元自己相似流場の解法

Doblovol'skaya[32], Hughes[33]は解析的方法により楔形物体の水面突入問題に対する厳密解を得ている。本研究では、3角形物体が膨張していく場合の自己相似流場をDobrovol'skayaの方法を応用して解く。

4. 3. 1 ワグナー関数について

2次元断面内で3角形物体が一定速度で膨張していく問題は、重力の影響を無視した場合、自己相似流場となり、(4.2.2)式のような相似変数を用いると、速度ポテンシャルは以下のような形に書ける。

$$\begin{aligned}\phi(x, y; t) &= v_0^2 t \Phi(\xi, \eta) \\ \psi(x, y; t) &= v_0^2 t \Psi(\xi, \eta)\end{aligned}\quad (4.3.1)$$

さらに、解析の便宜を計るため、相似平面((ξ, η)-平面)で、次式のような複素ポテンシャルを導入しておく。

$$V(\zeta) = \Phi(\xi, \eta) + i\Psi(\xi, \eta) \quad (\zeta = \xi + i\eta) \quad (4.3.2)$$

相似平面での速度ベクトル $B(\xi, \eta)$ と物理平面での速度ベクトル $U(x, y; t)$ は次のような関係にある。

$$U(x, y; t) = v_0 B(\xi, \eta) \quad (4.3.3)$$

したがって、速度ベクトル U の全微分は次式のようになる。

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t} dt + \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy = v_0 \left[\frac{\partial B}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial B}{\partial \eta} d\eta \right] = v_0 dB \quad (4.3.4)$$

(4.3.4)式の意味は、物理平面で点 $(x, y; t)$ から点 $(x+dx, y+dy; t+dt)$ に変化させたときの速度ベクトルの変化 dU は相似平面で点 (ξ, η) から点 $(\xi+d\xi, \eta+d\eta)$ に変化させたときの速度ベクトルの変化 dB に v_0 を掛けたものに等しいということである。

ある。これを自由表面上にある流体粒子の加速度に当てはめてみると、Fig.4.4に示すように、物理平面の点P1にある流体粒子はdt秒後に点P2に移動する。この時の加速度は点P1から点P2へ移動したときの速度の変化率 dU/dt である。また、その方向は、(4.3.4)式よりdBの方向に等しいことが分かる。相似平面ではdBは点P1から自由表面の接線方向に移動したときの速度の変化である。つまり、物理平面での自由表面上にある流体粒子の加速度ベクトルの方向は相似平面での自由表面上で接線方向への速度ベクトルの変化（速度ベクトルを接線方向へ微分したもの）のベクトルの向きと等しい。一方、物理平面での流体粒子の加速度の方向は、重力を無視した場合圧力勾配の方向と同じである。自由表面上では、接線方向に圧力は一定なので、圧力勾配の向きは自由表面の法線方向である。したがって、自由表面上の流体粒子の加速度の向きは自由表面の法線方向である。これを相似平面内での速度ベクトルの変化で考えると、相似平面内では自由表面の接線に沿う速度ベクトルの変化の向きは自由表面の法線方向を向いていることになる。

次に、複素速度 $dV(\zeta)/d\zeta$ と速度ベクトルとの関係を考えてみると次式のような関係がある。

$$\frac{dV(\zeta)}{d\zeta} = B \quad (4.3.5)$$

Fig.4.3に示した相似平面では、流体粒子は、予想される圧力分布から考えると、線分CDに沿っては自由表面の外向き、線分DBに沿っては自由表面の内向き、線分BAに沿っては物体表面の接線方向、線分ACに沿っては垂直上向きにそれぞれ加速されると考えられる。これを、複素速度 $dV(\zeta)/d\zeta$ と $d\zeta$ との関係として、各線分での偏角 $\arg(dV/d\zeta \cdot d\zeta)^{1/2}$ を計算してみると次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{DC間} \quad & \dots \arg\left(\frac{dV}{d\zeta} d\zeta\right)^{1/2} = \frac{\pi}{4} \pm n\pi \\ \text{DB間} \quad & \dots \arg\left(\frac{dV}{d\zeta} d\zeta\right)^{1/2} = \frac{3\pi}{4} \pm n\pi \\ \text{BA間} \quad & \dots \arg\left(\frac{dV}{d\zeta} d\zeta\right)^{1/2} = \pi \pm n\pi \end{aligned}$$

$$AC間 \quad \dots \arg\left(\frac{dV}{d\zeta}\right)^{1/2} = -\pi \pm n\pi \quad \frac{3}{2}$$

以上の準備のもとに、次式で表される関数（ワグナー関数）について考えてみる。

$$h = \int_{\infty}^{\zeta} \left[\frac{d^2V}{d\zeta^2} \right]^{1/2} d\zeta \quad (4.3.6)$$

ワグナー関数によって、Fig.4.3に示した相似平面での自由表面の線分CDは偏角 $\pi/4$ の直線、線分DBは $3/4\pi$ の直線に写像される。また物体表面の線分BA、CDはそれぞれ偏角 π 、 $-\pi/2$ の直線上に写像されることが分かる。つまり、この関数により相似平面で流体を囲んでいる線分は、それぞれ決められた偏角を持つ直線に写像される。そこで、相似平面での流体領域はFig.4.5に示すような4角形内部に写像されると仮定する。実際、h-平面の図形の形は様々な可能性が考えられるが、自由表面での速度ベクトルの変化の方向が変わる部分で自由表面形状に凹凸ができることを考えると、Fig.4.5の仮定がもっとも自然だと考えられる。

4. 3. 2 ワグナー関数を利用した解法

前節で述べたワグナー関数によって複素ポテンシャルとh-平面と ζ -平面（相似平面）との関係が分かるので、次にh-平面との関係を考える。この時、直接 ζ -平面を考えるのは難しいので、媒介としてFig.4.6のようなw-平面を考える。なお、 ζ -平面での流体領域はw-平面での上半平面に写像されるものとする。

流体領域の各境界で課せられる境界条件をw-平面での条件として表示すると、次式のように表される。

$$[K] \quad \operatorname{Re}\left[i \frac{dV}{dw} - i \frac{d\zeta}{dw} \bar{\zeta}\right] = 0 \quad (4.3.7)$$

($\operatorname{Im}[w]=0, -\infty < \operatorname{Re}[w] < 0$)

$$[B] \quad \operatorname{Re}\left[i \frac{dV}{dw}\right] = \left| \frac{d\zeta}{dw} \right| \sin\alpha_0 \quad (4.3.8)$$

$$[B] \quad \arg \frac{d\zeta}{dw} = \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0 \right) \quad (4.3.9)$$

(Im[w]=0, 0 ≤ Re[w]<1)

$$[B] \quad \operatorname{Re} \left[i \frac{dV}{dw} \right] = 0 \quad (4.3.10)$$

$$[B] \quad \arg \frac{d\zeta}{dw} = -\frac{\pi}{2} \quad (4.3.11)$$

(Im[w]=0, 1 ≤ Re[w]<∞)

h-平面での流体領域はFig.4.5の4角形領域内であるから、 $w \rightarrow h$ の写像関数は次式で表される。

$$h = ic_0 \int_{\infty}^w (w+d)^{-1/2} w^{-1/4} (w-1)^{-1/2} dw \quad (\operatorname{Im}c_0=0) \quad (4.3.12)$$

D点は $dV(\zeta_d)/d\zeta = \bar{\zeta}_d$ (付録参照) となることを考慮して(4.3.6)式、(4.3.12)式よりhを消去すると、次式を得る。

$$\frac{dV}{dw} = \bar{\zeta}_d \frac{d\zeta}{dw} - c_0 \frac{d\zeta}{dw} \int_{-d}^w (w+d)^{-1/2} w^{-1/2} (w-1)^{-1} \frac{1}{\frac{d\zeta}{dw}} dw \quad (4.3.13)$$

(4.3.13)式で表される複素ポテンシャルは自由表面での運動学的条件(4.3.7)式を満足すれば、圧力条件も自動的に満たす。そこで、(4.3.13)式を(4.3.7)式に代入すると次式を得る。

$$\operatorname{Re} \left[i \frac{d\zeta}{dw} \int_{-d}^u \left\{ \frac{d\zeta}{dw} + c_0^2 (u+d)^{-1} u^{-2/2} (u-1)^{-1} u^{-1} \right\} \frac{1}{\frac{d\zeta}{dw}} du \right] = 0$$

(-∞ < u ≤ 0, u=Re[w]) \quad (4.3.15)

次に、 $w \rightarrow \zeta$ の写像を行うために次のような性質を持つ関数 $f(u)$ を導入する。

$$\arg \frac{d\zeta}{dw} = -\pi [f(u)+1] \quad (-\infty < u \leq 0)$$

$$f(u) \rightarrow 0 \quad \text{when } u \rightarrow -\infty \quad (4.3.16)$$

$$f(u) \rightarrow -\frac{\beta}{\pi} \quad \text{when } u \rightarrow 0- \quad (\text{付録参照})$$

上述の $f(u)$ を用いると、 $w \rightarrow \zeta$ の写像関数は次式で表される。

$$\frac{d\zeta}{dw} = -icw^{-\beta}(w-1)^{-\alpha} \exp\left[-\int_{-\infty}^0 \frac{f(u)}{u-w} du\right] \quad (4.3.17)$$

ただし、

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\pi}, \quad \beta = \frac{\beta_0}{\pi}, \quad \text{Im}[c]=0$$

以上で $w \rightarrow V$ 、 $w \rightarrow \zeta$ の写像関数がそれぞれ(4.3.13)式、(4.3.17)式のように表されることが分かった。(4.3.13)式、(4.3.17)式には、未知定数 c_0 、 c 及び D 点の座標 ζ_0 が含まれているが、これらは次のような条件から決定できる。

$$\zeta(1) = -i \quad (4.3.18)$$

$$\zeta(0) = \zeta_0 \quad (4.3.19)$$

$$\text{Im}[\zeta(u)] \rightarrow 0 \quad \text{when } u \rightarrow -\infty \quad (4.3.20)$$

$$\frac{dV}{d\zeta} = i \quad \text{at } \zeta = -i \quad (4.3.21)$$

まず始めに、定数 c は(4.3.21)、(4.3.19)式の条件を用いて次式により求められる。

$$c = \frac{-i - \zeta_0}{\int_0^1 -iu^{-\beta}(u-1)^{-\alpha} \exp\left[-\int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1-u} du_1\right]} \quad (4.3.22)$$

(4.3.22)式で定数cが決定したので、座標 ξ_d はw-平面でのD点の座標-dの値を求めれば(4.3.17)式を積分して求めることができる。w-平面でのD点の値-dは(4.3.20)式の関係を使って求められ、次式のようなdに関する非線形方程式を得ることができる。

$$\eta_b + \text{Im} \left[\int_0^{-d} -iu^{-\beta}(u-1)^{-\alpha} \exp \left[- \int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1-u} du_1 \right] \right. \\ \left. + \text{Im} \left[\int_{-d}^{-\infty} -iu^{-\beta}(u-1)^{-\alpha} \exp \left[- \int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1-u} du_1 \right] \right] \right] = 0 \quad (4.3.23)$$

(4.3.23)式をニュートン法で解いてdの値を決定する。このようにして求められたdの値を用いて、 ξ_d は次のように求められる。

$$\xi_d = \xi_b + \int_0^{-d} -iu^{-\beta}(u-1)^{-\alpha} \exp \left[- \int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1-u} du_1 \right] du_1 \quad (4.3.24)$$

最後に、定数 c_0 は(4.3.13)式と(4.3.21)式より得られる次式から計算できる。

$$c_0^2 = \frac{\bar{\xi}_d - i}{\int_{-d}^1 (u+d)^{-1} u^{-1/2} (u-1)^{-1} \frac{1}{d \xi} du} \quad (4.3.25)$$

一方、未知関数 $f(u)$ は境界条件(4.3.7)、(4.3.8)、(4.3.9)、(4.3.10)、(4.3.11)式を満たすように決定しなければならない。しかし、(4.3.13)式で表される複素ポテンシャルは、(4.3.21)式を満たしさえすれば、物体表面条件も自動的に満たすので、結局、自由表面上での運動学的条件を満たすように $f(u)$ を決定してやれば良いことが分かる。

そこで、自由表面上での運動学的条件(4.3.7)式に(4.3.13)式を代入して得られた(4.3.15)式に(4.3.17)式を代入すると次式を得る。

$$-\sin \pi f(u) \int_{-d}^u [G_1(u) \cos \pi f(u) + G_0 \sin \pi f(u)] du$$

$$+\cos \pi f(u) \int_{-d}^u [G_1(u) \sin \pi f(u) - G_2 \cos \pi f(u)] du = 0 \quad (4.3.26)$$

ただし、

$$G_0(u) = c_0^2 (u+d)^{-1} u^{-\alpha} (u-1)^{-1+\alpha} \exp \left[\int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1 - u} du_1 \right] \quad (4.3.27)$$

$$G_1(u) = i c u^{-\beta} (u-1)^{-\alpha} \exp \left[- \int_{-\infty}^0 \frac{f(u_1)}{u_1 - u} du_1 \right] \quad (4.3.28)$$

f : 主値積分

(4.3.26)式の両辺を微分すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} & -\pi \frac{df(u)}{du} \cos \pi f(u) \int_{-d}^u [G_1(u) \cos \pi f(u) + G_0 \sin \pi f(u)] du \\ & + \pi \frac{df(u)}{du} \sin \pi f(u) \int_{-d}^u [G_1(u) \sin \pi f(u) - G_2 \cos \pi f(u)] du - G_0(u) = 0 \end{aligned} \quad (4.3.29)$$

上式の両辺をさらにもう一回微分すると次式を得る。

$$\frac{d^2 f(u)}{du^2} \cdot \frac{G_0(u)}{df(u)} = \pi \cdot \frac{df(u)}{du} G_1(u) + \frac{dG_0(u)}{du} \quad (4.3.30)$$

これを變形し、 u に関する積分を行うと次式のようになる。

$$\frac{G_0(u)}{df(u)} = -\pi \int_{-d}^u G_1(u) du + C \quad (4.3.31)$$

ここで、(4.3.29)式より $u \rightarrow -d$ では次式が成り立つことが分かる。

$$\frac{G_0(u)}{df(u)} \rightarrow 0 \quad \text{when } u \rightarrow -d \quad (4.3.32)$$

したがって、 $C=0$ となり、(4.3.31)式は次式のように変形することができる。

$$\frac{df(u)}{du} = -\frac{1}{\pi} \frac{G_0(u)}{\int_{-d}^u G_1(u) du} \quad (4.3.33)$$

(4.3.33)式の両辺を積分し(4.3.16)式を考慮すると、次のような $f(u)$ に関する積分方程式を得る。

$$f(u) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^u \frac{G_0(u_1)}{\int_{-d}^{u_1} G_1(u_2) du_2} du_1 \quad (4.3.34)$$

($-\infty < u < -d$)

$$f(u) = -\beta - \frac{1}{\pi} \int_0^u \frac{G_0(u_1)}{\int_{-d}^{u_1} G_1(u_2) du_2} du_1 \quad (4.3.35)$$

($-d < u \leq 0$)

これらの積分方程式を数値的に解いて $f(u)$ を決定すれば $w \rightarrow V$, $w \rightarrow \zeta$ の写像関数が完全に決まるので、これらより複素ポテンシャル及び自由表面形状を求めることができる。また、圧力 P は次式で求められる。

$$p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} = -2 \operatorname{Re} \left[V - \zeta \frac{V}{d \zeta} \right] - \left| \frac{dV}{d\zeta} \right|^2 \quad (4.3.36)$$

4. 3. 3 数値計算

前節で述べた解法で、最終的に求めるものは関数 $f(u)$ であるが、(4.3.16)式で導入された関数 $f(u)$ では、 u の範囲が $(-\infty < u < -d)$ となっており数値計算上都合が悪いので、次のような変数変換を行う。

$$t = \frac{1+d}{1-u} \quad (-\infty < u < -d) \quad (4.3.37)$$

$$t = \frac{-2d}{u-d} \quad (-d < u \leq 0) \quad (4.3.38)$$

以下では、上式のように変数変換された関数 $f(u)$ を次式のように表す。

$$f(u) = f'(t) \quad (4.3.39)$$

一方、前節で述べた解法で示された式中の被積分関数は、すべて除去可能な特異点を持っている。したがって、このままの形で数値計算を行うと精度が非常に悪くなるので変数変換をする必要がある。そこで、これらの数値計算を行うための変数変換について述べる。

(1) 定数 c の計算

定数 c は (4.3.22) 式で求められる。この式の被積分関数で特異性があるのは $u=1$ の場合である。この特異性を取り除くために次式のような変数変換を行う。

$$t_1 = (1-u)^{1-\alpha} \quad (4.3.40)$$

(4.3.40) 式による変数変換を行うと (4.3.22) 式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned}
 I_c = & \int_0^1 \frac{1}{1-\alpha} u^{-\beta} \left(\frac{2u}{u+d} \right)^{d\beta/(d-u)} \left(\frac{u+d}{1+d} \right)^{(1+d)f(1)/(u-1)} \\
 & \times \exp \left[\int_0^1 \frac{(1+d)}{1+d-(1-u)\tau} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(1) \right\} d\tau \right. \\
 & \left. - \int_1^2 \frac{2d}{(d-u)\tau - 2d} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(2) \right\} d\tau \right] dt_1 \quad (4.3.41)
 \end{aligned}$$

定数 c は上式を用いると次のようにして求められる。

$$c = \{ \xi_b + (\eta_b + 1)^2 \}^{1/2} / I_c \quad (4.3.42)$$

(2) 座標dの計算

座標dは(4.3.23)式で計算されるが、関数f(u)はu=-dでt-平面におけるD点の外角γに等しい不連続を持つ。したがって、u=-dにおいて被積分関数が特異性を持つ。これを取り除くため左辺第2項、第3項に対して、それぞれ次のような変数変換を行う。

$$\tilde{t}_2 = (1-t)^{1-\gamma} \quad (4.3.43)$$

$$\hat{t}_2 = (t-1)^{1-\gamma} \quad (4.3.44)$$

これらの変数変換を行うと(4.3.23)式の左辺第2項、第3項はそれぞれ次のように変形される。

$$I_1 = - \frac{(1+d)^{1-\alpha}}{1-\gamma} \int_0^1 t^{-3/2+f'(t)+f'(t)} (1+d-t)^{-\alpha+2dt f'(1)/(t(d-1)+(1+d))} \\ \times (1-t)^{f'(1)-f'(t)-(1-t)(1+d)f'(1)/(t(d-1)+(1+d))} \\ \times \exp\left[- \int_0^1 \frac{tf'(\tau)-\tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau\right] \\ - \int_1^2 \frac{2dt}{\{t(d-1)+1+d\}} \frac{1}{\tau-2dt} \left\{ -f'(\tau)-f'(1+) \right\} d\tau \\ - \frac{2dt}{t(d-1)+(1+d)} f'(1+) \ln \frac{2}{1+d} \Big] \sin \pi f'(t) d\tilde{t}_2 \quad (4.3.45)$$

$$I_2 = - \frac{2d^{1-\beta}}{1-\gamma} \int_0^1 t^{-3/2-(1+d)f'(1)/(d-1)t-2d} \\ \times (2-t)^{-\beta-f'(t)} \{2d-(d-1)t\}^{-\alpha} \\ \times (t-1)^{f'(t)-f'(1)-2d(t-1)f'(1)/(2d-(d-1)t)} \\ \times \exp\left[\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ -f'(\tau)-f'(1-) \right\} d\tau \right]$$

$$-\int_1^2 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau - \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1) \ln \frac{2d}{(1+d)t} \sin \pi f'(t) dt_2 \quad (4.3.46)$$

(4.3.45)式、(4.3.36)式を用いると、座標dに関する非線形方程式は、次式のよ
うに表される。

$$\eta_{b-c}[I_1(d) - I_2(d)] = 0 \quad (4.3.47)$$

上式をニュートン法によって解き、座標dを求める。

(3) 定数 c_0 の計算

定数 c_0 は(4.3.25)式によって計算されるが、この式では $u=1, u=0, u=-d$ が特異点
になっているのでこれらの特異点を取り除くために次のように変数変換を行う。

$$\hat{t}_3 = u^{1/2} \quad (4.3.48)$$

$$\hat{t}_3 = (1-u)^\alpha \quad (4.3.49)$$

$$\tilde{t}_3 = (t-1)^r \quad (4.3.50)$$

$$\tilde{t}_3 = (2-t)^{1/2} \quad (4.3.51)$$

上式のような変数変換を行うと、(4.3.25)式は次式のように変形される。

$$K_1 = 2 \exp[i(\alpha-1)\pi] \int_0^{1/\sqrt{2}} (u+d)^{-1} u^\beta (1-u)^{-1+\alpha} \\ \times \left(\frac{2u}{u+d} \right)^{-d\beta/(d-u)} \left(\frac{u+d}{1+d} \right)^{(1+d)f(L)/(1-u)} \\ \times \exp \left[-\int_0^1 \frac{(1+d)}{1+d-(1-u)\tau} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(1) \right\} d\tau \right. \\ \left. + \int_1^2 \frac{2d}{(d-u)\tau-2d} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(2) \right\} d\tau \right] dt_3 \quad (4.3.52)$$

$$\begin{aligned}
K_2 = & \exp[i(\alpha - 1)\pi] \int_0^{1/2^\alpha} \frac{1}{\alpha} (u+d)^{-1} u^{-\alpha} \left(\frac{2u}{u+d}\right)^{-d\beta/(d-u)} \\
& \times \exp\left[-\int_0^1 \frac{(1+d)}{1+d-(1-u)\tau} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(1-) \right\} d\tau \right. \\
& \left. + \int_1^2 \frac{2d}{(d-u)\tau - 2d} \left\{ \frac{f'(\tau)}{\tau} - f'(2) \right\} d\tau \right] d\hat{t}_3 \quad (4.3.53)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_3 = & -\frac{d^{-\alpha}}{\gamma} \int_0^{1/2^\alpha} (2-t)^{-\beta+f'(t)} \{2d-(d-1)t\}^{-1+\alpha} \\
& \times (t-1)^{-f'(t)+f'(1)+2d(t-1)f'(1)/(2d-(d-1)t)} \\
& \times \exp\left[-\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ \frac{1}{\tau} f'(\tau) - f'(1-) \right\} d\tau \right. \\
& \left. + \int_1^2 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau + \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1-) \ln \frac{2d}{(1+d)t} + i\pi f'(t) \right] d\tilde{t}_3 \quad (4.3.54)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_4 = & -2d^{-\alpha} \int_0^{1/\sqrt{2}} (2-t)^{\beta+f'(t)} \{2d-(d-1)t\}^{-1+\alpha} \\
& \times (t-1)^{-1-f'(t)+(1+d)tf'(1)/(2d-(d-1)t)} \\
& \times \exp\left[-\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ \frac{1}{\tau} f'(\tau) - f'(1-) \right\} d\tau \right. \\
& \left. + \int_1^2 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau + \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1-) \right. \\
& \left. \times \ln \frac{2d}{(1+d)t} + i\pi f'(t) \right] d\tilde{t}_3 \quad (4.3.55)
\end{aligned}$$

$$c a^2 = -i \frac{c(\bar{\zeta}_d - i)}{K_1 + K_2 + K_3 + K_4} \quad (4.3.56)$$

(4) ζ_d の計算と自由表面形状の計算

物理平面での0点の位置 ζ_d は(4.3.24)式で計算されるが、この式は自由表面形状を計算する式と共通なので、ここでは自由表面形状の計算法を述べる。

(4.3.24)式の被積分関数で特異性がある部分は、 $u=-d$ である。そこで、次式のような変数変換を行う。

$$\hat{t}_4 = (t-1)^{1-\gamma} \quad (4.3.57)$$

$$\tilde{t}_4 = (1-t)^{1-\gamma} \quad (4.3.58)$$

上式のような変数変換を行うと、自由表面形状は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} \zeta = \zeta_b - \frac{2d^{1-\beta}}{1-\gamma} \int_0^{\hat{t}_4} t^{-3/2-(1+d)tf'(1)/(d-1)t-2d} \\ \times (2-t)^{-\beta-f'(t)} \{2d-(d-1)t\}^{-\alpha} \\ \times (t-1)^{f'(t)-f'(1)-2d(t-1)f'(1)/(2d-(d-1)t)} \\ \times \exp\left[\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ -\frac{1}{\tau} f'(\tau) - f'(1) \right\} d\tau \right. \\ \left. - \int_1^2 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau - \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1) \ln \frac{2d}{(1+d)t} - i\pi f'(t) \right] d\hat{t}_4 \\ (-d < u < 0) \quad (4.3.59) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta = \zeta_d + \frac{c(1+d)^{1-\alpha}}{1-\gamma} \int_0^{\tilde{t}_4} t^{-3/2+f'(t)(1+d-t)^{-\alpha+2df'(1)/(t(d-1)+(1+d))} \\ \times (1-t)^{f'(1)-f'(t)-(1-t)(1+d)f'(1)/(t(d-1)+(1+d))} \\ \times \exp\left[- \int_0^1 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau \right. \\ \left. - \int_1^2 \frac{2dt}{\{t(d-1)+1+d\}\tau-2dt} \left\{ -\frac{1}{\tau} f'(\tau) - f'(1) \right\} d\tau \right] \end{aligned}$$

$$-\frac{2dt}{t(d-1)+(1+d)} f'(1+) \ln \frac{2}{1+d} - i\pi f'(t)] d\tilde{t}_4 \quad (-\infty < u < -d) \quad (4.3.60)$$

(5) $f(u)$ に関する積分方程式の計算

$f(u)$ に関する積分方程式は、 u の範囲によって、(4.3.34)式と(4.3.35)式の二つに分けられる。そこで、まず始めに(4.3.34)式について述べる。(4.3.34)式では $u=-d$ において被積分関数が特異性を持つ。これを取り除くため内側の積分及び外側の積分に対して、それぞれ、次のような変数変換を行う。

$$\hat{t}_5 = (1-t)^{1-r} \quad (4.3.61)$$

$$\tilde{t}_5 = (1-t)^{2r-1} \quad (4.3.62)$$

上式を用いて(4.3.34)式を書き直すと次式を得る。

$$\begin{aligned} f'(1-t\tilde{t}_5^{1/2r-1}) &= \frac{c_0^2}{\pi(2r-1)} (1+d)^{\alpha-1} \int_1^{\tilde{t}_5} t^{-r'}(t) \\ &\times (1+d-t)^{-\alpha+2dt} f'(t) / (t(d-1)+(1+d)) \\ &\times (1-t)^{1-2f'(t)+f'(t)+2(1+d-t)f'(t)/(t(d-1)+(1+d))} \\ &\times \exp\left[\int_0^1 \frac{tf'(\tau) - \tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau\right] \\ &+ \int_1^2 \frac{2dt}{\{t(d-1)+1+d\} \tau - 2dt} \left\{ \frac{1}{\tau} f'(\tau) - f'(1+) \right\} d\tau \\ &+ \frac{2dt}{t(d-1)+(1+d)} f'(1+) \ln \frac{2}{1+d} \Big] / X_1(t) d\tilde{t}_5 \end{aligned} \quad (4.3.63)$$

ただし、

$$X_1(t) = - \frac{c^2(1+d)^{1-\alpha} (1-t)^{1-r}}{1-r} \int_0^1 t^{-3/2+r'}(t)$$

$$\begin{aligned}
& \times (1+d-t)^{-\alpha+2dt} f'(\tau) / (t(d-1)+(1+d)) \\
& \times (1-t)^{f'(\tau)-f'(t)-(1-t)(1+d)f'(\tau) / (t(d-1)+(1+d))} \\
& \times \exp\left[-\int_0^1 \frac{tf'(\tau)-\tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau\right. \\
& \left.-\int_1^2 \frac{2dt}{\{t(d-1)+1+d\}\tau-2dt} \left\{-\frac{1}{\tau} f'(\tau)-f'(1+)\right\} d\tau\right. \\
& \left.-\frac{2dt}{t(d-1)+(1+d)} f'(1+) \ln \frac{2}{1+d}\right] d\hat{t}_5 \tag{4.3.64}
\end{aligned}$$

(4.3.35)式の外側の被積分関数は、 $u=-d$ 及び $u=0$ で特異性をもつので、2つの区間に分ける。そして、 $0>u>-d/3$ では、次式のような変数変換を行う。

$$\tilde{t}_6 = (2-t)^{1/2} \tag{4.3.65}$$

また、(4.3.35)式の内側の被積分関数は、 $u=-d$ で特異性をもつので、次式のような変数変換を行う。

$$\hat{t}_6 = (t-1)^{1-\gamma} \tag{4.3.66}$$

上述のような変数変換を行うと、(4.3.35)式は次式のように変形される。

$$\begin{aligned}
f'(2-t_6^{\tilde{z}}) &= -\beta + \frac{2c_0^2 d^{-\alpha}}{\pi} \int_0^{\tilde{t}_6 d^{-\alpha}} \frac{\tilde{t}_6 d^{-\alpha}}{\{2d-(d-1)t\}^{-1+\alpha}} \\
& \times (t-1)^{-1-f'(t)+(1+d)tf'(\tau)/(2d-(d-1)t)} (2-t)^{\beta+f'(t)} \\
& \times \exp\left[-\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{-\frac{1}{\tau} f'(\tau)-f'(1-)\right\} d\tau\right. \\
& \left. + \int_1^2 \frac{tf'(\tau)-\tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau + \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1-) \ln \frac{2d}{(1+d)t} / X_2(t)\right] d\tilde{t}_6 \tag{4.3.67}
\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 X_2(t) &= \frac{2c^2 d^{1-\beta}}{1-\gamma} \int_0^{(t-1)^{1-\gamma}} t^{-3/2-(1+d)t} f'(1) / ((d-1)t-2d) \\
 &\times (2-t)^{-\beta-f'(t)} \{2d-(d-1)t\}^{-\alpha} \\
 &\times (t-1)^{f'(t)-f'(1)-2d(t-1)f'(1)/(2d-(d-1)t)} \\
 &\times \exp\left[\int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ -f'(\tau)-f'(1-) \right\} d\tau \right. \\
 &\left. - \int_1^2 \frac{tf'(\tau)-\tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau - \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1-) \ln \frac{2d}{(1+d)t} \right] d\hat{t}_6 \quad (4.3.68)
 \end{aligned}$$

$-d/3 > u > -d$ の範囲では外側の積分に対して次式のような変数変換を行う。

$$\tilde{t} = (t-1)^{2\gamma-1} \quad (4.3.69)$$

上式による変数変換を行うと(4.3.35)式は次式のように変形される。

$$\begin{aligned}
 f'(1+\tilde{t}_6^{1/(2\gamma-1)}) &= -f(-d/3) + \frac{2c_0^2 d^{-\alpha}}{\pi(2\gamma-1)} \int_{1/2^{2\gamma-1}}^{\tilde{t}} \{2d-(d-1)t\}^{-1+\alpha} \\
 &\times (t-1)^{-1-f'(t)+(1+d)t f'(1)/(2d-(d-1)t)} (2-t)^{\beta+f'(t)} \\
 &\times \exp\left[- \int_0^1 \frac{(1+d)t}{t(1+d)-\tau\{2d-(d-1)t\}} \left\{ -f'(\tau)-f'(1-) \right\} d\tau \right. \\
 &\left. + \int_1^2 \frac{tf'(\tau)-\tau f'(t)}{\tau(\tau-t)} d\tau + \frac{(1+d)t}{2d-(d-1)t} f'(1-) \ln \frac{2d}{(1+d)t} + i\pi f'(t) \right] d\tilde{t}_6 \quad (4.3.70)
 \end{aligned}$$

以上に説明したような変数変換を施すことにより、前節の解法で示された被積分関数を数値計算可能な形にすることができる。

上述の積分のうち(1)～(4)で現れる積分では各積分区間を2分割した後各区間毎にガウス20分点法による数値積分を行った。また、(5)に現れる積分

では、各区間を40等分し各区間毎にガウス2分点法による積分を行った。

関数 $f(u)$ は(4.3.63)式、(4.3.67)式、(4.3.70)式を用いて、反復法で解くのであるが、その際、緩和係数として0.1を用いたため収束は遅くなった。しかし、十分安定に収束し、約100回の反復数で残差が 10^{-4} 程度まで収束させることができた。また、反復数を制限しなければ、残差は幾らでも小さくなることも確認したが、数値積分の誤差もある程度予想されるので、残差が 10^{-4} 以下で反復を打ち切った。

4. 3. 4 計算結果

Fig.4.7に、 $\alpha_0=30^\circ$ とし、甲板高さ η_b を変えた場合の自由表面形状を示す。この図から、甲板高さ η_b を低くすると、スプレー先端は、物体の内側にくるのが分かる。その際、物体よりはなれたところでは甲板高さを変えても自由表面形状は殆ど変化していない。これは、物体からはなれたところの自由表面の盛り上がりは物体が膨張することによる排除効果で引き起こされるものであり、物体の近くの流れとは無関係に、静止水面下の物体の大きさだけで決まってしまうためと考えられる。一方、物体の側面から上向きに飛び出すスプレーは、甲板高さが低いときは物体の内側に急激に曲がっている。しかし、物体の側端からスプレーの先端までの長さは三つの状態でそれほど変化していない。これは、静止水面より上の水の体積と静止水面下の物体の体積は等しいという条件によって、静止水面より上の水の体積が制限されるためスプレー内の水の体積はそれほど変わらないということと、次に示す圧力分布より分かることであるが、スプレー・ルートでの圧力分布は三つの状態でそれ程変わらないということから、スプレー内の水の動きは三つの状態でそれほど変わらないためと考えられる。

Fig.4.8はFig.4.7と同じ状態での、物体側面の圧力分布である。Fig.4.7で η_b が小さい場合自由表面形状は甲板と側面との交点(B点)より少し上で急激に曲がっている。一方、Fig.4.8の圧力分布では η_b が小さいものほど、B点近傍での圧力変化が大きい。また、B点近傍での圧力の漸近解は、次式のようになる。

$$p = \text{Re}[c_p(\xi_b - \xi)^{1/2} \cdot \exp(-i\beta_0/2)] \quad (4.3.71)$$

ここで、

c_p : 定数

したがって、 η_b が小さい場合、B点近傍での急激な圧力勾配により、B点を通過した流体は、 ξ 軸の負の方向に強く加速される。その結果Fig.4.7のような自由表面形状が得られるものと考えられる。

また、この急激な圧力勾配がある部分は物体と共に動く座標からみると分岐点となっている。このことと、上述のように、急激な圧力勾配によってスプレーが強く内側に曲げられるということから、物体と共に動く座標からみて流体の分岐点となる点と甲板の位置との関係が海水打ち込みにとって重要であることが分かる。

4. 4 自己相似流場の実験

高速、長波長の極限では、前章の理論計算によって得られた波形と同じのものが実験的にも得られることを検証するため、平水中で、Fig.4.9に示すような4面体の形をした模型を曳航し、波形の計測を行った。

実験は大阪大学曳航水槽で実施した。使用した模型は、全長0.5m、幅0.268mの亚克力製模型である。模型の甲板高さは、トリム角を変化させることによって調整するようになっている。また、4.2節の考察から明らかのように、模型の曳航速度はなるべく速い方が相似性が成り立つ範囲が大きくなり計測が楽になるので、今回の実験では曳航速度を3.3m/sとした。なお、波形は、五孔管計測用のトラバースャーに取り付けたサーボ式水位計によって計測を行った。

Fig.4.10に $\eta_b=0.38$ の場合の波形を斜め前方より撮影したものを示す。模型の先端は、走行中に先端から浸水するのを防ぐため（走行中は模型の排除効果により船首先端の水位が少し上昇する。）、静止水面から2.5mmほど浮かして取り付けられている。そのため、先端付近では相似性が崩れているが、先端より少し後ろからは相似形でスプレーが発達している。さらに、それより後方では、4.2節に述べたように重力の影響が大きくなるので、相似性は失われ、スプレーは崩れ落ちている。

Fig.4.11は模型先端からの無次元距離 $X \cdot g/U^2=0.135$ の横断面にスリット光を当てて、模型の後方の水中に取り付けられた鏡に写った自由表面の断面形状を撮影したものである。この写真では模型より内側の自由表面形状は明確ではないが、外側の形状は前節で得られた計算結果とよく一致していることが分かる。

Fig.4.12及びFig.4.13ではサーボ式水位計を用いて計測した波形と、計算結果とを比較している。Fig.4.12には、3種類の無次元距離 $X \cdot g/U^2$ について計測した結果を同一の相似平面に記入してある。この結果から今回計測を行った範囲では十分な相似性があると言える。また、計算結果との比較ではスプレー先端の高さが異なっているのを除くとよく一致している。

Fig.4.13は甲板高さ η_b を小さくした場合の計測結果と実験結果である。 η_b を小さくした場合、スプレー先端が模型の内側にくるという傾向は計測結果にもよく現れている。しかし、Fig.4.13の結果はFig.4.12の結果に比べると計算値との一致度が良くない。これは、Fig.4.13の場合はスプレー先端が模型の内側まできているので、重力の影響をFig.4.12の場合より強く受けるためと考えられる。また、模型より離れた位置での不一致は3次元影響が主原因と考えられるが、本研究では、3次元影響については考慮していないので、これ以上の議論は差し控える。

4. 5 最適フレア一角に関する考察

4. 5. 1 最適フレア一角の理論的検討

本研究での計算結果を利用して、最適なフレア一角を決める方法について考察を行う。

通常の船舶では水線下の形状は推進性能を最適とするように決められているので、海水打ち込みなどの耐航性能向上のためにこれを変化させるのは得策ではない。そこで、水線下の形状は変化させずに水面上の形状のみを変化させることにする。また、本研究では、船首の形状を4面体で近似して考えているが、通常の高速度船舶の場合、4面体によって近似できそうな範囲は船首先端からSS.9 $\frac{1}{2}$ ぐらいまでである。また、海水打ち込みにとって最も重要なのは船首先端付近のフレア形状であるから、Fig.4.14に示すように、SS.9 $\frac{1}{2}$ での船幅 b 及び甲板高さ d_0 を用いて、その前方の4面体の形状を決めることにする。

次に、海水打ち込みがどのようなときに起こるのかを求めなければならない。しかし、本研究では重力の影響を無視しているため甲板上に海水が崩れ落ちるような状況は計算できない。したがって、海水打ち込み発生の目安として何か適当なものを仮定しなければならない。4.2節における考察と前節の実験結果によると、

船首先端から相似形で発達したスプレーは後方に行くにしたがって重力の影響により崩れ落ちる。その際、相似形で発達している部分でスプレーの先端が甲板端から垂直上方に引いた垂線より内側にあるなら後方では甲板上に崩れ落ち、垂線より外側なら甲板の外側に崩れ落ちるといように考えられる。そこで、海水打ち込みが発生するのは船側の自由表面が甲板端の垂線上に来るような状態であると仮定する。この時の甲板高さ η_{bc} とフレア角 α_0 の関係を Fig.4.15 に示す。

Fig.4.15 から、 b/d_0 をパラメータとして、任意のフレア角 α_0 に対する海水打ち込み発生時の水位と甲板高さの比 d_1/d_0 が次式により計算できる。

$$\frac{d_1}{d_0} = \frac{\frac{b}{d_0} \frac{1 - \cot \alpha_0}{d_0}}{1 + \eta_{bc}(\alpha_0)} \quad (4.5.1)$$

その結果を Fig.4.16 に示す。Fig.4.16 の結果は α_0 が大きくなるとの値がないが、 $b/d_0 = 0.1 \sim 0.3$ の場合は、 $\alpha_0 = 20^\circ \sim 45^\circ$ の間に最も海水打ち込みが起こりにくい点があるのが分かる。

一方、船側の圧力は Fig.4.17 に示すように $\alpha_0 = 20^\circ \sim 40^\circ$ の間では大きく変化するが海水打ち込み発生時の水位はそれほど変化しない。したがって、船側での圧力も考慮にいとると $\alpha_0 = 20^\circ \sim 25^\circ$ 付近が最適なフレア角と考えられる。

4. 5. 2 実験例との比較

上述の議論では、種々の仮定のもとに得られた計算結果を基に考察を行ったが、以下では上述の方法と高速船の海水打ち込みに関する実験例との比較を行う。O'Deaら[25]及びLloydら[26]らは高速船（フリーゲート艦）の船首形状を様々な形に変化させ、海水打ち込みに対する影響を調べた。Table 4.1 に彼らが実験を行った船首形状に対して前述の方法を適用した結果を示す。（LloydらのBow6はナックルが付いており、またBow7はフレア角が約 60° で、対応する計算値がないので載せていない）ただし、彼らの用いた船首形状を近似する際、Fig.4.18 のような形で近似を行った。

Table 4.1 では h_0/h_1 の値が大きくなるとの程海水打ち込みが起こり難いことを意味する。O'Deaらの実験結果によると、ParentとBow1の海水打ち込み水量のみが他に

比べて多い。これは、Table 4.1に示した h_0/h_1 の値と対応している。一方、Lloydらの実験結果と比較すると、Bow1~4及び9に関しては余り差がないという結果はTable 4.1の結果と一致するが、Bow8の性能が良く、Bow5が悪いという実験結果はTable 4.1の結果とは一致しない。しかし、彼らの実験は不規則波中で行われたこと、Deck-planの船首部付近が直線的でないなど本研究の仮定に合わない点も多いのでこれ以上の議論は差し控える。

いずれにせよ、船首形状が4面体で近似できない場合や、甲板と波面との相対速度及び加速度が大きい場合など船体横断面内での相似性が満足されない場合の影響について明らかにする必要がある。

4. 6 第4章の結論

第4章では高速、長波長の極限における海水打ち込み現象に的を絞り、Wagner [31]が示した2次元の自己相似流場を利用して解析を行い実験値との比較を行った。また、解析結果を利用して、最適フレア角について考察を行った。その結果以下の結論を得た。

(1) 高速、長波長の場合の海水打ち込みの解析に2次元自己相似流場が利用できることを示した。

(2) Dobrohol'skayaの方法を拡張して、甲板に波が覆いかぶさるような自己相似流場の解を求めることができた。

(3) 4面体形状の模型を平水中で曳航し、その回りの波形を計測した結果、実験的にも(2)で述べたような流場が得られることを確認できた。

(4) (2)で得られた流場の応用例として、最適フレア角に関する考察を行い、最適フレア角の決定法を提案するとともに、それを高速船の海水打ち込み実験例と比較した。その結果、本研究で提案した方法は実験結果とある程度対応していることが分かった。

第5章 結言

本論文では大波高波浪中を航行する船舶の耐航性能推定法の確立を目的とし、船体動揺及び波浪荷重の非線形性並びに海水打ち込み時の非線形な流場の解析を行った。その際、従来の研究では行われていなかった、非線形境界値問題を近似的に解いて速度ポテンシャルを求めるという立場からの研究を行った。その結果得られた主要な結論を以下に示す。

(1) 大振幅動揺する2次元物体に対し、自由表面条件は線形とし物体表面条件を厳密に満たすという条件のもとで、多重極展開法を利用した方法を示し、非線形流体力を求めることができた。

(2) 多重極展開法の計算時間を短縮するために、近似解法を示した。また、近似解法による計算結果と実験値並びにChapmanの方法による計算値との比較検討を行った。その結果、近似解法はほぼ満足のいく結果を与えることが分かった。

(3) 上記の近似解法を利用して、大波高波浪中で大振幅動揺している船体周りの速度ポテンシャルを求めた。さらに、それを用いて船体運動振幅並びに波浪荷重を求めた。

(4) 大波高波浪中での船体運動及び波浪荷重の実験を行い、上記計算法による計算値との比較検討を行った。その結果、本計算法による計算値のうち、出会い周期と同じ周波数で変動する成分そのものは、前進速度影響、3次元影響などを考慮していないため実験値との一致度があまり良くないが、微小波高時における実験値と計算値の差を修正してやれば、波高の増大に伴う運動振幅及び波浪荷重の変化を精度良く推定できることが分かった。

(5) 出会い周波数の2倍の周波数で変動する成分に関しては、上下揺を除くと、本論文で示した計算法により精度良く推定できることが分かった。

(6) 高速、長波長の場合の海水打ち込みの解析に2次元自己相似流場が利用できることを示し、甲板の上に波が覆いかぶさるような自己相似流場を求めることができた。

(7) 上記の流場が実験的にも得られることを確認するため、平水中で4面体形状の模型を用いて波形の計測を行った。その結果、上記の解法による解は実験値と良く一致することが分かった。

(8) 上記の解を利用して最適フレア角に関する考察を行い、最適フレア角の決定法を提案した。さらに、高速船の海水打ち込み実験例と比較した。その結果、本研究で提案した方法は実験結果とある程度対応していることが分かった。

謝 辞

本論文を終えるに当たり、懇切なるご指導と御教示並びに貴重な御意見を賜りました次の方々に対しまして著者の深甚なる感謝の意を表します。

本研究は、著者が大阪大学大学院後期課程在学中から大阪大学工学部助手となった現在に至るまでに行ったものですが、大阪大学大学院後期課程在学中の指導教官であった大阪大学名誉教授中村彰一先生には、終始暖かい激励と懇切なる御指導を賜りました。同じく大阪大学工学部内藤林助教授には、研究全般にわたって、具体的な御指導と貴重な御討論、御助言を賜りました。

本論文の取りまとめに当たり大阪大学工学部田中一朗教授には懇切なる御指導と御助言を賜りました。

本研究で行った実験に際しまして、大阪大学工学部清水保弘技官、大西啓二技官並びに大阪大学工学部造船学科第一講座の学生諸氏には、多大なる協力を戴きました。また、日興証券備新見明弘君（研究当時大阪大学工学部造船学科4回生）には、本論文の第4章に当たる部分を、卒業研究の一部として、数値計算、実験に協力を戴きました。その他、大阪大学工学部の卒業生の方々を始め大阪大学教職員の皆様には、多大なる御援助を戴きました。

以上の皆様に対しまして、あらためて心より御礼申し上げます。

また、最後に本研究の遂行に際し著者の精神的支えとなった妻祐子に感謝致します。

なお、本研究の数値計算では、大阪大学大型計算機センターの大型計算機ACOS-1000及びスーパーコンピュータSX-1を使用したことを付記し、関係各位に感謝致します。

参考文献

- [1] Lee, C.M. :The Second-Order Theory of Heaving Cylinder in a Free Surface, JSR, Vol.12, No.4, 1966.
- [2] Potash, R.L. :Second-Order Theory on Oscillating Cylinders, JSR, Vol.15, No.4, 1971.
- [3] Papanikolaou, A. and Nowacki, H. :Second-Order Theory of Oscillating Cylinders in a Regular Steep Wave, Proc. 13th Sympo. on Naval Hydrodynamics, Tokyo, 1980.
- [4] 経塚 雄策：二次元物体に働く非線形流体力について、（第1報—第4報）日本造船学会論文集，Vol.148,149,150,152, 1980-1982.
- [5] Papanikolaou, A. :On Calculations of Nonlinear Wave-Body Interaction Effects, IUTAM Sympo. on Non-Linear Water Waves, Tokyo 1987.
- [6] Chapman, R.B. :Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies, JSR, Vol.23, No.1, 1979.
- [7] 別所 正利：薄い物体の大振幅上下動について、第42回試験水槽委員会第2部会資料，1975.
- [8] 山下 誠也：薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算、日本造船学会論文集，Vol.141, 1977.
- [9] 肥後 靖 他：大振幅動揺する2次元浮体に働く非線形流体力に関する研究、（第1報—第2報）、関西造船協会誌，Vol.194,196, 1984-1985.
- [10] Nichols, B.D. and Hirt, C.W. :Nonlinear Hydrodynamic Forces on Floating Bodies, 2nd Int. Conf. Num. Ship Hydro., 1977.
- [11] Hino, T. et al. :A Numerical Solution Algorithm for Nonlinear Shallow Water Waves, (1st,2nd Rep.), JSNAJ, Vol.153,154, 1983.
- [12] Miyata, H. et al. :Nonlinear Wave Induced Forces on a Shallowly Submerged Body, Proc. 15th OMAE Sympo., Tokyo, Vol.1, 1986.

- [1 3] Faltinsen, O.M. : Numerical Solution of Transient Nonlinear Free Surface Motion Outside or Inside Moving Bodies, 2nd Int. Conf. on Num. Ship Hydro., Berkley, 1977.
- [1 4] Vinje, T. et al. : Nonlinear Ship Motions, 3rd Int. Conf. on Num. Ship Hydro., Paris, 1981.
- [1 5] Greenhow, M. et al. : A Theoretical and Experimental Study of the Capsize of Salter's Duck in Extreme Waves, JFM, Vol.118, 1982.
- [1 6] 高木 健 他：境界要素法による2次元浮体に働く非線形流体力の計算
関西造船協会誌, Vol.197, 1985.
- [1 7] Parisi, G.G. : The Effect of Hull Shape Non-Linearities on the Calculation of Heave and Pitch of a Ship, Massachusetts Institute of Technology, Report No.64-6, 1964.
- [1 8] 山本 善之 他：非線形性を考慮した波浪中の船体運動及び縦強度（第1—第3報）、日本造船学会論文集, Vol.143,144,145, 1978-1979.
- [1 9] 藤野 正隆 他：大波高波浪による船体の波浪荷重に関する研究（第1—第3報）、日本造船学会論文集, Vol.156,157,158, 1984-1985.
- [2 0] Loser, D.J., Yue, D.K. and Salvesen, N. : Slender Body Calculations of Large Amplitude Ship Motions, 14th Sympo. Naval Hydro., 1982.
- [2 1] Newton, R.N. : Wetness Related to Freeboard and Flare, Trans. INA Vol.102, 1960.
- [2 2] 田崎 亮：船舶の波浪中における甲板上への海水打ち込みについて、運輸技術研究所 報告、第11巻、第8号、1961.
- [2 3] 竹沢 誠二 他：大波高不規則正面向波中におけるDeck Wetness及び甲板衝撃水圧について、日本造船学会論文集, Vol.141, 1977.
- [2 4] 北川 弘光、角川 明：海水打ち込みに関する実験的研究、日本造船学会論文集, Vol.143, 1978.
- [2 5] O'Dea, J.F. and Walden, D.A. : The Effect of Bow Shape and Non Linearities on the Prediction of Large Amplitude Motions and Deck Wetness, ONR Sympo., Hamburg, 1984.

- [2 6] Lloyd, A.R.J.M. et al. :The Effect of Bow Shape on Deck Wetness in Head Sea, TRINA, Vol.128, 1986.
- [2 7] 雁野 昌明 : 斜波中を航行する船への海水打ち込みに関する一計算、関西造船協会誌, Vol.145, 1972.
- [2 8] Blok, J.J. and Huisman, J. :Relative Motions and Swell-Up for a Frigate Bow, TRINA, Vol.126, 1984.
- [2 9] 福田 淳一 : 波浪中の船のDeck Wetnessに関する長期予測、日本造船学会論文集, Vol.124, 1968.
- [3 0] Von Kármán, Th. :The Impact on Sea Planes during Landing, NACA Technical Note 321, 1929.
- [3 1] Wagner, H. :Über Stoss-und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten, Z. angew. Math. Mech. 12, 1932.
- [3 2] Dobrovolskaya, Z.N. :On Some Problem of Similarity Flow of Fluid With a Free Surface, JFM, Vol.36, 1969.
- [3 3] Hughes, O.F. :Solution of the Wedge Entry Problem by Numerical Conformal Mapping, JFM, Vol.56, 1972.
- [3 4] Arman, J.L. and Cointe, R. :Hydrodynamic Impact Analysis of a Cylinder, 5th OMAE Symposium Tokyo, 1986
- [3 5] Watanabe, I. :Analytical Expansion of Hydrodynamic Impact Pressure by Matched Asymptotic Expansion Technique, 西部造船会々報, vol.71, 1986.
- [3 6] 渡辺 巖 : 平坦な船底に作用する衝撃水圧について、日本造船学会論文集, vol.159, 1986.
- [3 7] 田才福造、高木又男 : 規則波中の応答理論及び計算法、耐航性に関するシンポジウム, 1969.
- [3 8] Wehausen, J.V. and Laitone, E.V. :Surface Waves, Encyclopedia of Physics, Vol.19, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1960.
- [3 9] Tasai, F. :Measurement of the Wave Height Produced by Forced Heaving of the Cylinders, Report of Reserch Institute for Applied Mechanics, Vol.8, No.29, 1960.

- [40] 田才 福造、小寺山 亘：上下揺する半没円柱に働く非線形流体力について、西部造船協会会報，Vol.46，1973.
- [41] 第108研究部会：高速貨物船の波浪中における諸性能に関する研究報告書、日本造船研究協会、造研資料，No.110,125,143，1970-1972.
- [42] 鈴木 和夫、山本 善之：大波高波浪中における前後揺れと船体縦強度、日本造船学会論文集，Vol.160，1986.
- [43] 高石 敬史 他：ストリップ法計算の比較と解析、波浪中推進性能と波浪荷重、運動性能研究委員会第1回シンポジウム，1984.
- [44] 小林 正典：前進速度を有する任意形状の3次元物体に働く流体力について、日本造船学会論文集，Vol.150，1981.
- [45] 松永 康二、丸尾 孟：前進速度を持つ細長物体のRadiation問題について、日本造船学会論文集，Vol.150，1981.
- [46] 松村 清重 他：自己相似流場の砕波現象について、日本造船学会論文集，Vol.160，1986.

付録. 1 多重極展開法と

Chapmanの方法の関係

多重極展開法における速度ポテンシャルの表示式とChapmanの方法が同じであることを示す。

グリーン関数(2.2.3)式中の吹き出しの部分Chapmanの言うボディポテンシャルと同一なのは明らかなので、メモリー影響の部分Chapmanの言う波動場の速度ポテンシャルと同一なことを証明する。(2.2.4)式中のメモリー影響の部分は次式で表される。

$$\phi_{rs}(x,y;t) = \text{Re} \left[-2g \int_0^t \int_{S_H} d(x',y';\tau) \int_0^\infty \frac{e^{ik(z+iz')}}{\sigma} \sin \sigma(t-\tau) dk dS d\tau \right] \quad (\text{A.1.1})$$

ただし、

$$\sigma = \sqrt{kg}, \quad z = x+iy, \quad z' = ix'+iy'$$

座標系はChapmanの原論文に合わせてFig.A-1.1のように定める。また、記号もなるべく原論文に合わせているので、本文中の記号と混同しないように注意されたい。(A.1.1)式を離散化した表現に改め総和の順序を入れ替えると次式を得る。

$$\phi_{rs} = -\text{Re} \left[g \sum_{n=1}^{n_w} \frac{\exp(ik_n z)}{\sigma_n} \sum_{j=1}^J \sin \sigma_n(j\Delta t - j\Delta t) \Delta A_n(j\Delta t) \right] \quad (\text{A.1.2})$$

ただし、物体表面上の積分はChapmanの原論文と同様に微小区間 $z_{p1} \sim z_{p2}$ で吹き出し強さは一定として積分し、次式のような離散化を行っている。

$$\begin{aligned} 2\Delta k \Delta t \int_{S_H} \exp(ik_n z') dS &= 2 \sum_{p=1}^{n_T} d_p \{ \exp(-k_n z_{p1}) - \exp(k_n z_{p2}) \} \frac{|z_{p2} - z_{p1}|}{k_n(z_{p2} - z_{p1})} \Delta k \Delta t \\ &= \sum_{p=1}^{n_T} d_p e_{np} \Delta t = \Delta A_n(j\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

ここで、

$$A_n(t) = A_n(j\Delta t) = - \sum_{j=1}^J \cos \sigma_n(j\Delta t - j\Delta t) \Delta A_n \quad (\text{A.1.4})$$

$$B_n(t) = B_n(J\Delta t) = - \sum_{j=1}^J \sin \sigma_n (J\Delta t - j\Delta t) \Delta A_n \quad (\text{A.1.5})$$

のようにおくと、 A_n, B_n は次の関係を満たす。

$$A_n(t + \Delta t) = A_n(t) \cos(\sigma_n \Delta t) + B_n(t) \sin(\sigma_n \Delta t) + \Delta A_n \quad (\text{A.1.6})$$

$$B_n(t + \Delta t) = B_n(t) \cos(\sigma_n \Delta t) - A_n(t) \sin(\sigma_n \Delta t) \quad (\text{A.1.7})$$

この A_n, B_n を用いると速度ポテンシャル ϕ_{rs} 及びこれによる波面の盛り上がり $\eta(x; t)$ は、それぞれ

$$\phi_{rs} = \text{Re} \left[g \sum_{n=1}^{n_w} B_n(t) \sigma_n^{-1} \exp\{k_n(ix - y)\} \right] \quad (\text{A.1.8})$$

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{rs}}{\partial t} \Big|_{y=0} = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{n_w} A_n(t) \exp(ik_n x) \right] \quad (\text{A.1.9})$$

となり、Chapmanの原論文と同一の表示式が得られる。

付録． 2 C h a p m a n の方法の 数値計算精度について

グリーン関数(2.2.3)式中のメモリー影響は次式で表される。

$$M_0 = \int_0^{\infty} \sigma^{-1} e^{ik(z+z')} \sin \sigma t dk \quad (\text{A.2.1})$$

(A.2.1)式を計算すると時間 t が大きくなるにしたがってメモリー影響は次第に減少して零に近づく。しかし、数値計算上は積分変数 k はある有限な幅で飛び飛びの値を取っているため、時間 t をさらに増加させて行くとメモリー影響関数は再び値を持ち激しく振動する。通常は、時間 t が大きくなるとメモリー影響は消失するものと考え、時間 t' 以降は強制的に(A.2.1)式が零になるものとして計算を行うが、Chapmanの方法ではメモリー影響を(A.1.6)、(A.1.7)式で計算するためこのような操作は行えない。したがって、本研究で行った計算のように定常動揺解を求めるためかなり大きな時間 t まで計算を行うと精度が悪くなる恐れがある。また、(A.1.8)式より明らかのように x, y が小さい時は、 n に関する総和を有限項で打ち切る影響は e_n によって支配される。したがって、水面付近に強い吹き出し分布があると(水面と物体表面が直交していない場合このような傾向がある) n を有限項で打ち切る影響が大きくなると考えられる。さらに、速度ポテンシャルの時間微分、速度などは e_n に σ_n または k_n が掛かった形になるので上述の影響がより一層強く現れるものと考えられる。

本研究における計算では、微小振幅の場合の解と線形解を比較して精度チェックを行った後、大振幅の計算を行ったが、大振幅の場合は 1ω 成分の他に高次の変動成分があることと、物体表面が大きく移動する影響が加わるので、前述の影響による誤差は十分取り除かれていないと考えられる。

付録. 3 自由表面上のかど近傍の流れ

Fig.A.3.1に示すような自由表面に”かど”がある場合の流れについて調べてみる。Fig.A.3.1の原点を中心としてその近傍のみを考えるものとし、複素ポテンシャル及び自由表面形状 η_1 、 η_2 が次式のように表示できると仮定する。

$$V = V_0 + \bar{\zeta}_d \hat{\zeta} + a_0 e^{i\lambda \hat{\zeta}^\delta} + o(r^\delta) \quad (\text{A.3.1})$$

$$\hat{\eta}_1 = a_1 \hat{\xi} + o(r) \quad (\text{A.3.2})$$

$$\hat{\eta}_2 = a_2 \hat{\xi} + o(r) \quad (\text{A.3.3})$$

ただし、

$$\hat{\zeta} = \zeta - \zeta_d = r e^{i\theta} = \hat{\xi} + i \hat{\eta} \quad (\text{A.3.4})$$

$$a_0 \neq 0 \quad (\text{A.3.5})$$

圧力条件に上式を代入すると、

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[V] - \operatorname{Re}[(\zeta_d + \hat{\zeta}) \frac{dV}{d\hat{\zeta}}] + \frac{1}{2} \frac{dV}{d\hat{\zeta}} \cdot \frac{d\bar{V}}{d\hat{\zeta}} = 0 \\ \text{on } \hat{\eta} = \hat{\eta}_1(\hat{\xi}), \quad \hat{\eta} = \hat{\eta}_2(\hat{\xi}) \end{aligned} \quad (\text{A.3.6})$$

もし、 $\delta < 1$ とすれば、

$$\frac{dV}{d\hat{\zeta}} \rightarrow \infty \quad \text{when } r \rightarrow \infty \quad (\text{A.3.7})$$

となり、圧力条件(A.3.6)を満足できない。したがって $\delta \geq 1$ である。一方、運動学的条件に(A.3.1)~(A.3.4)式を代入すると、

$$\operatorname{Re}\left[i \frac{dV}{d\hat{\zeta}}\right] - \frac{d\hat{\eta}(\hat{\xi})}{d\hat{\xi}} \operatorname{Re}\left[\frac{dV}{d\hat{\zeta}}\right] + \hat{\xi} \frac{d\hat{\eta}(\hat{\xi})}{d\hat{\xi}} - \hat{\eta}(\hat{\xi}) = 0 \quad (\text{A.3.8})$$

$\delta = 1$ とすれば、

$$\operatorname{Re}[ia_0 e^{i\lambda}] - a_n \operatorname{Re}[a_0 e^{i\lambda}] + o(1) = 0 \quad (n=1,2) \quad (\text{A.3.9})$$

上式を満足できるのは、 $\theta_1 - \theta_2 = N\pi$ (N は整数) の時だけなので、 $\delta \neq 1$ である。したがって $\delta > 1$ が言える。 $\delta > 1$ より、 D 点での速度は $dV/d\xi = \bar{\xi}_0$ となることが分かる。

付録. 4 物体と自由表面の 交点における流れ

Fig.A.4.1に示すように、自由表面と物体表面が交わる点近傍の流れについて調べる。

付録. 3と同様に、複素ポテンシャル及び自由表面形状を次式のように表示できると仮定する。

$$V=V_0+\bar{\xi}_b \hat{\xi}+a_0 e^{i\lambda} \hat{\xi}^\delta+o(r^\delta) \quad (\text{A.4.1})$$

$$a_0 \neq 0 \quad (\text{A.4.2})$$

$$\hat{\xi}=(\zeta-\zeta_b)=re^{i\theta} \quad (\text{A.4.3})$$

δ は、付録. 3と同様に、 $\delta \geq 1$ でなければならない。また、本研究で扱っている自己相似流場では、自由表面上の二つの流体粒子間の距離は一定で、自由表面のかどの部分(D点)にある流体粒子は、付録. 3に示したように、常にD点にある。したがって、物体と自由表面の交点(B点)では、 $dV/d\zeta \neq \bar{\xi}_b$ でなければならない。この条件を満たすためには $\delta=1$ でなければならない。

$\delta=1$ とすれば、自由表面での運動学的条件は次式のようになる。

$$-a_0(\sin\lambda+\tan\theta_0\cos\lambda)+o(1)=0 \quad (\text{A.4.4})$$

したがって、

$$\lambda=\theta_0 \pm N\pi \quad (\text{A.4.5})$$

一方、物体表面条件は、

$$\sin\alpha_0+a_0\cos\lambda\cos\alpha_0+a_0\sin\lambda\sin\alpha_0+o(1)=\sin\alpha_0 \quad (\text{A.4.6})$$

となるので、(A.4.5)式を代入すると、

$$\theta_0=\frac{1}{2}-\alpha_0 \pm N\pi \quad (\text{A.4.7})$$

を得る。結局、物体表面と自由表面は一直線上にあることになる。

主な記号

1. 第一章

- U: 船舶の前進速度
- z: 船体横断面と水面との上下方向の相対速度
- M: 瞬時々の水面下形状に対応する付加質量
- N: 瞬時々の水面下形状に対応する減衰力係数
- A: 瞬時々の水面下断面面積

2. 第二章

- Φ : 速度ポテンシャル
- $(y, z), (r, \theta)$: 物理面での座標
- $(\tilde{r}, \tilde{\theta})$: ルイスフォーム変換による写像面での座標
- σ : 物体表面上の吹き出し分布
- a: 物体の上下揺振幅
- ω : 物体の上下揺角周波数
- B: 物体の幅
- ν : 物体の外向き法線
- S_H : 物体表面
- β_{mn} : 角周波数 $n\omega$ で振動する多重極の強さ
- $\bar{\beta}_{m1}$: Ursell-田才法の多重極の強さ
- $\hat{\beta}_m$: 周波数無限大での多重極の強さ
- f_1 : 速度ポテンシャルの微分項より得られる力
- f_2 : 速度の自乗項より得られる力
- f_3 : 自由表面の盛り上がりによる力
- F: 全体の力
- \bar{M} : 無次元付加質量係数
- \bar{N} : 無次元減衰力係数
- F_2 : 流体力の 2ω 成分
- δ_2 : 流体力の 2ω 成分の位相

3. 第三章

$(\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$: 速度Uで前進する座標

$(\tilde{x}', \tilde{y}', \tilde{z}')$: 船体固定座標

(x', y', z') : 波面より船体固定座標と平行に定めた座標

z_a' : 船体固定座標の移動量

θ_a' : 船体固定座標の回転量

L' : 船長

B' : 船幅

d' : 喫水

d_m : 平均喫水

σ : 断面面積係数

ε : 半幅船長比

ζ_w : 入射波の振幅

H_w : 入射波の波高

K : 入射波の波数

λ : 入射波の波長

ω_0 : 入射波の角周波数

ω_e : 入射波と船体の出会い角周波数

F_n : フルード数

ϕ_0 : 定常ポテンシャル

ϕ_1 : 入射波のポテンシャル

ϕ_2 : 非定常ポテンシャル

ϕ_{2D} : 各横断面内での2次元ポテンシャル

ν : 各横断面での法線

ν_z : 各横断面のz軸方向の方向余弦

h : 各横断面での断面形状を表す関数

S_H : 入射波面より下の船体表面

S_c : 船体表面と入射波面の交線

F_z : z軸方向に働く力

M_y : y軸回りのモーメント

$F\zeta, M\zeta$: 浸水面積変化の修正項

M : 船体の質量

I : 船体の慣性モーメント

4. 第四章

U : 船体の前進速度

ω_0 : 船体と波の出会い角周波数

v_0 : 3角形の拡大速度

X : 船首先端からの距離

p : 圧力

ϕ : 速度ポテンシャル

ψ : 流れ関数

V : 複素ポテンシャル

(ξ, η) : 相似平面の座標

ζ : 相似平面の座標 (複素表示)

h : ワグナー関数によって写像される平面の座標 (複素表示)

w : 複素ポテンシャルの平面と相似平面との媒介平面の座標 (複素表示)

u : w の実部

c_0 : $h \rightarrow w$ の写像関数の係数

c : $w \rightarrow \zeta$ の写像関数の係数

α_0 : A点の内角 (フレア角)

β_0 : B点の内角

γ : D点の外角

ζ_b : B点の座標

ζ_d : D点の座標

η_b : ζ_b の虚部 (甲板高さ)

$f(u)$: 自由表面の傾きを表す関数

b : SS.9 $\frac{1}{2}$ に於ける船幅

d_0, h_r : 乾舷高さ

d_1, h_0 : 海水打ち込み発生時の水位

List of figures and tables

- Fig.2.1 Coordinate system
- Fig.2.2 Various components of the fluid-dynamic force calculated by the multi-pole expansion method
- Fig.2.3 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the partial differential of the velocity potential related to time t
- Fig.2.4 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the square of the velocity
- Fig.2.5 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the free surface elevation
- Fig.2.6 Time histories of the total fluid-dynamic force
- Fig.2.7 Experimental model
- Fig.2.8 Time histories of the fluid-dynamic force acting on the triangular section
- Fig.2.9 Added mass coefficients of the triangular section
- Fig.2.10 Damping coefficients of the triangular section
- Fig.2.11 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component on the fluid-dynamic force acting on the triangular section
- Fig.2.12 Phase of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the triangular section
- Fig.2.13 Added mass coefficients of the circular section
- Fig.2.14 Damping coefficients of the circular section
- Fig.2.15 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

Fig.2.16 Phases of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

Fig.3.1 Coordinate system

Fig.3.2 Flow-chart of present method

Fig.3.3 Experimental apparatus

Fig.3.4 $1\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.2$

Fig.3.5 $1\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.2$

Fig.3.6 $1\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.275$

Fig.3.7 $1\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.275$

Fig.3.8 Diagram of various effects

Fig.3.9 Corrected $1\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.2$

Fig.3.10 Corrected $1\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.2$

Fig.3.11 $2\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.2$

Fig.3.12 $2\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.2$

Fig.3.13 $2\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.275$

Fig.3.14 $2\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.275$

Fig.3.15 $1\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.2$

Fig.3.16 $1\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.275$

Fig.3.17 Corrected $1\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.2$

Fig.3.18 $2\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.2$

Fig.3.19 $2\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.275$

Fig.4.1 The tetrahedral approximation of the bow

Fig.4.2 The relationship between three dimensional flow-field and two dimensional one

Fig.4.3 The relationship between the physical plane and the similarity plane

Fig.4.4 The direction of the movement of the fluid particle on the free surface in the physical plane and the similarity plane

Fig.4.5 The flow region CABDC in the plane of Wagner's function

Fig.4.6 The image of flow region CADBC in the w-plane

Fig.4.7 Calculated results of the free surface profile for different deck heights η_b

Fig.4.8 The curves of the distribution of the pressure along the body surface for different deck heights η_b

Fig.4.9 The profile and the plan of the experimental model

Fig.4.10 The photograph of the free surface deformation

Fig.4.11 The photograph of the free surface at a transverse section

Fig.4.12 Comparison between measured free surface profiles and the calculated one ($\alpha_0=30^\circ, \eta_b=0.38$)

Fig.4.13 Comparison between measured free surface profiles and the calculated one ($\alpha_0=30^\circ, \eta_b=0.13$)

Fig.4.14 The triangular approximation of the sectional profile for the present method

Fig.4.15 The critical deck height for the deck wetness

Fig.4.16 The relationship between d_1/d_0 and d_0

Fig.4.17 The curves of the distribution of the pressure along the body surface for different flare angles α_0

Fig.4.18 The triangular approximation of the sectional profile for experimental results

Fig.A-1.1 Coordinate system

Fig.A-3.1 Local coordinate system for the corner of the free surface

Fig.A-4.1 Local coordinate system for the intersection between the free surface and the body surface

Table 2.1 Various component of the radiation wave amplitude ratio

Table 3.1 The magnitude of coefficients in Eq.(3.1.18)

Table 3.2 Principal dimensions of model ship

Table 3.3 Experimental conditions

Table 4.1 Relative water levels for various bow shapes

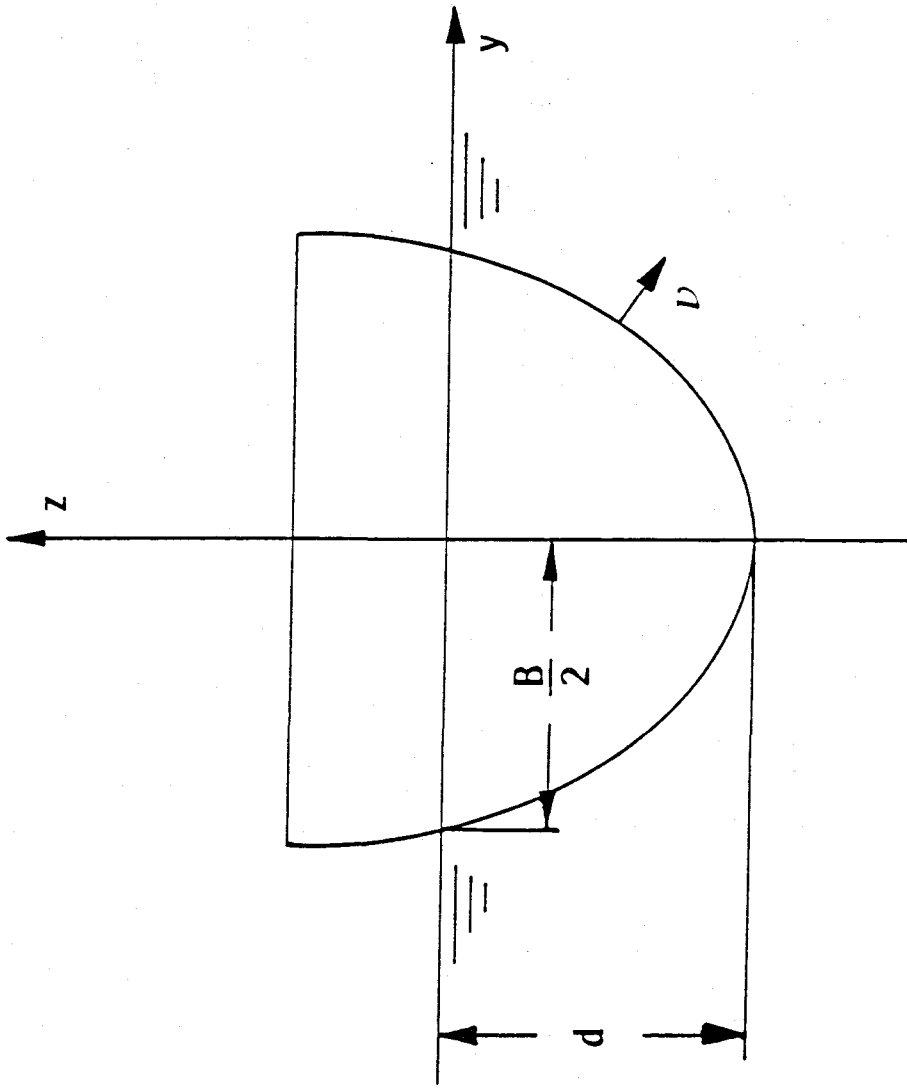


Fig.2.1 Coordinate system

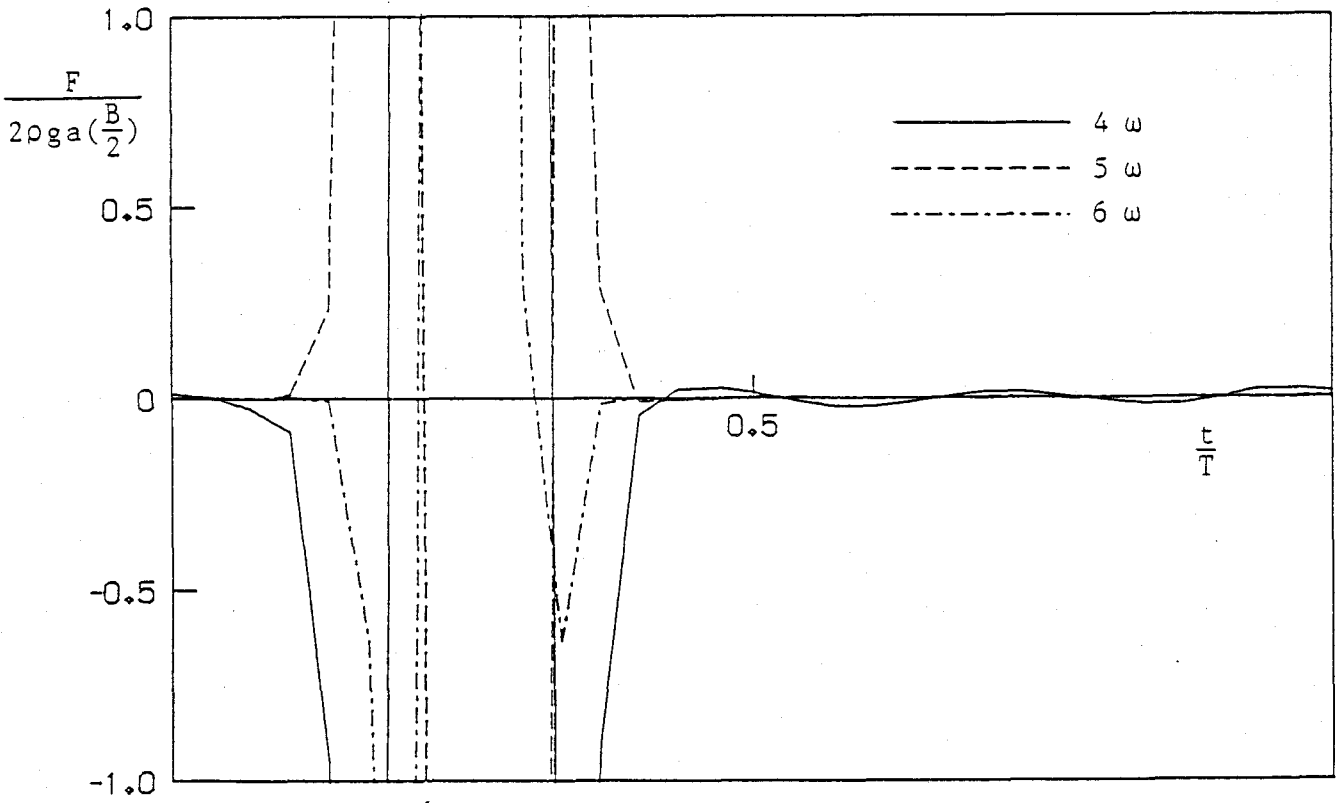
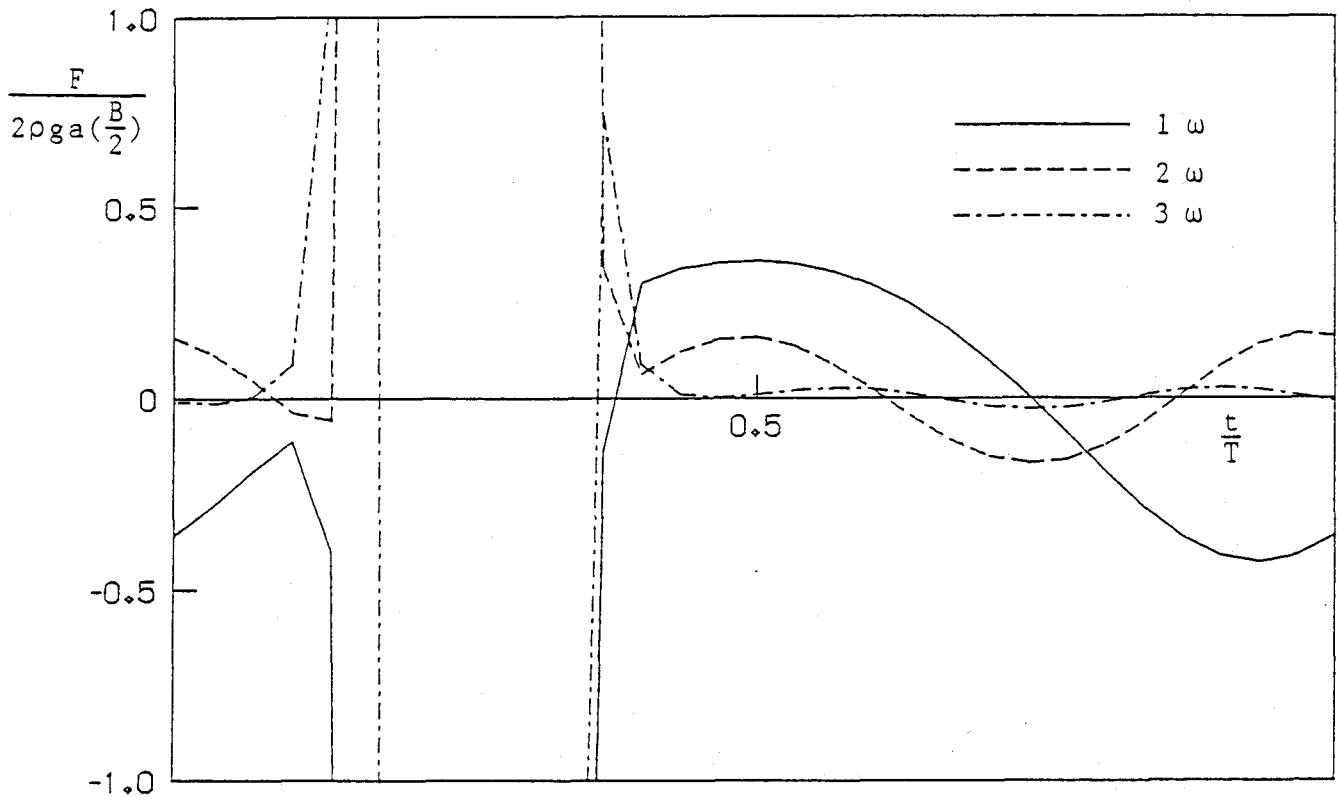


Fig.2.2 Various components of the fluid-dynamic force calculated by the multi-pole expansion method

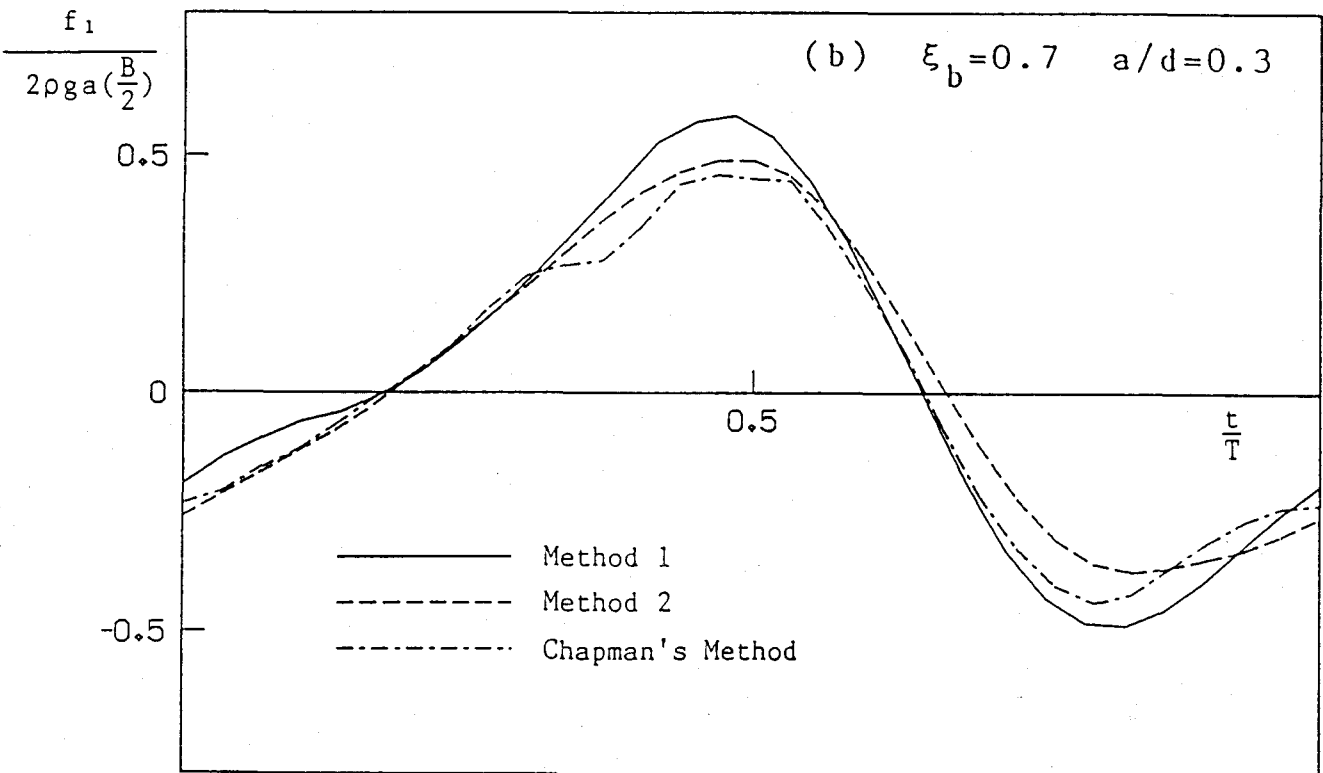
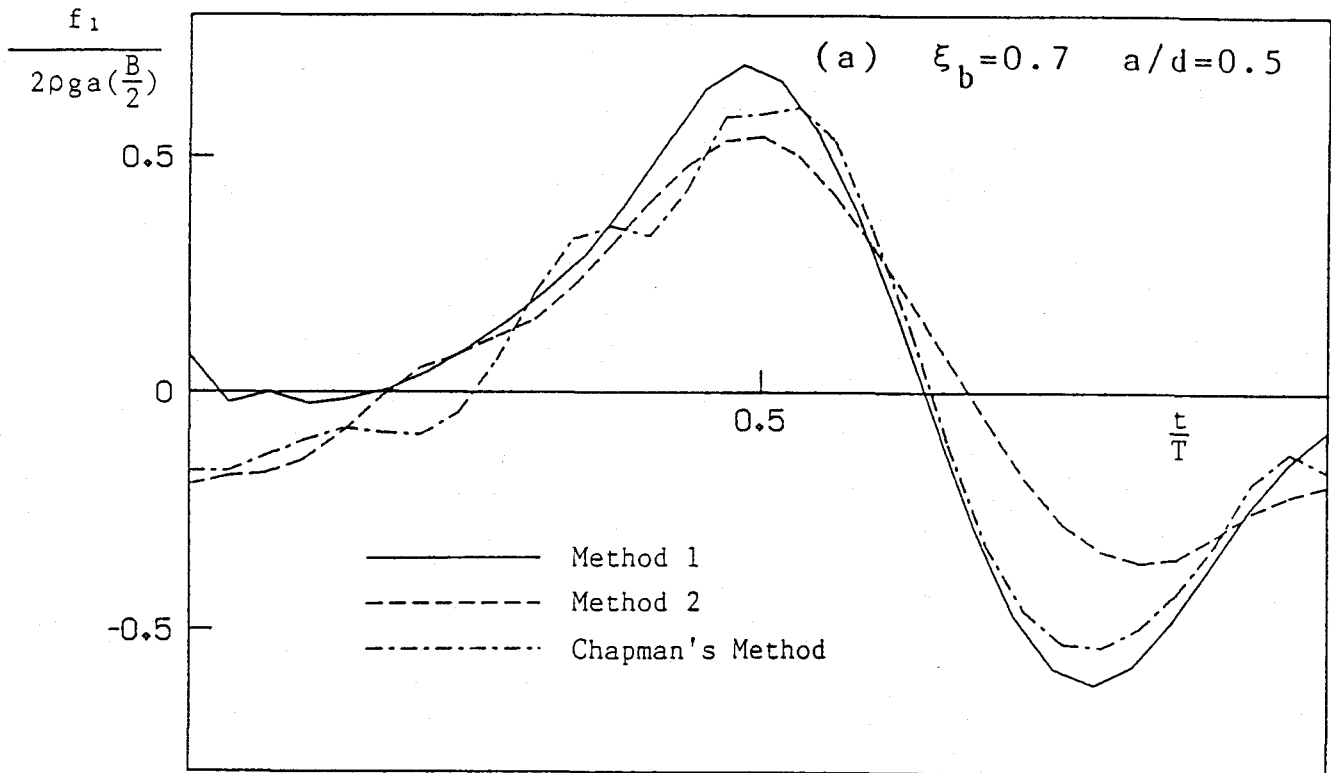


Fig.2.3 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the partial differential of the velocity potential related to time t

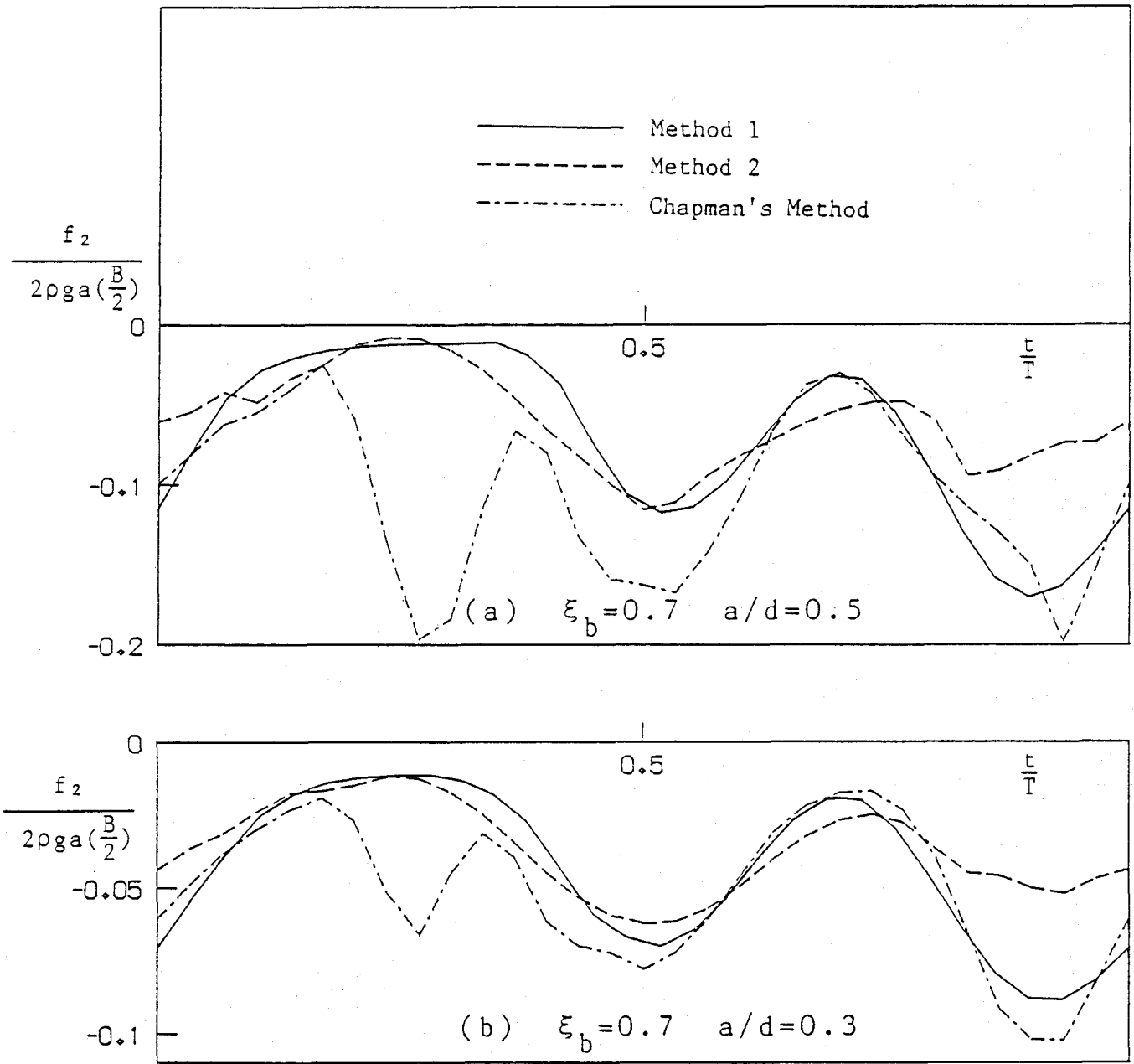


Fig.2.4 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the square of the velocity

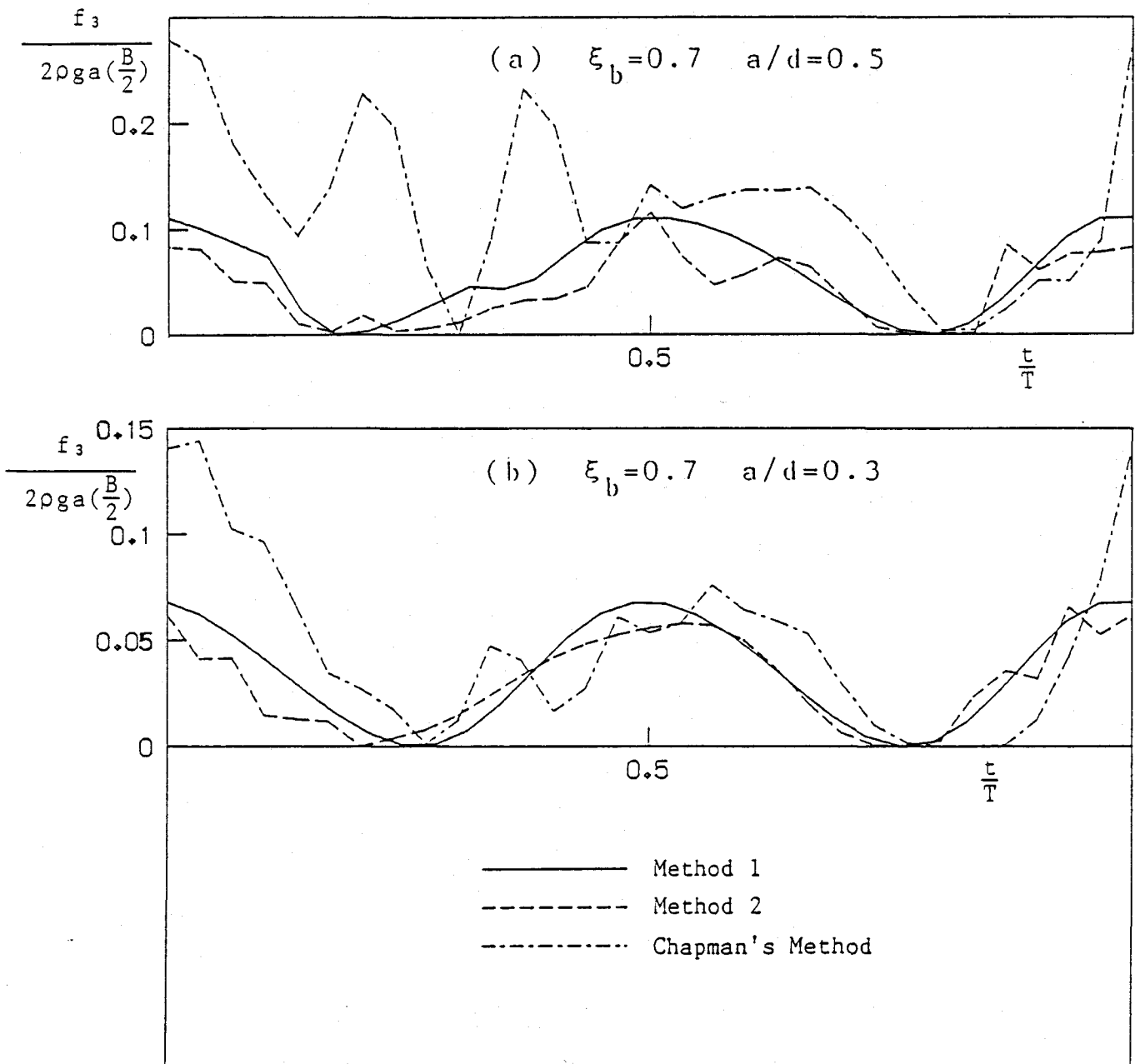


Fig.2.5 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the free surface elevation

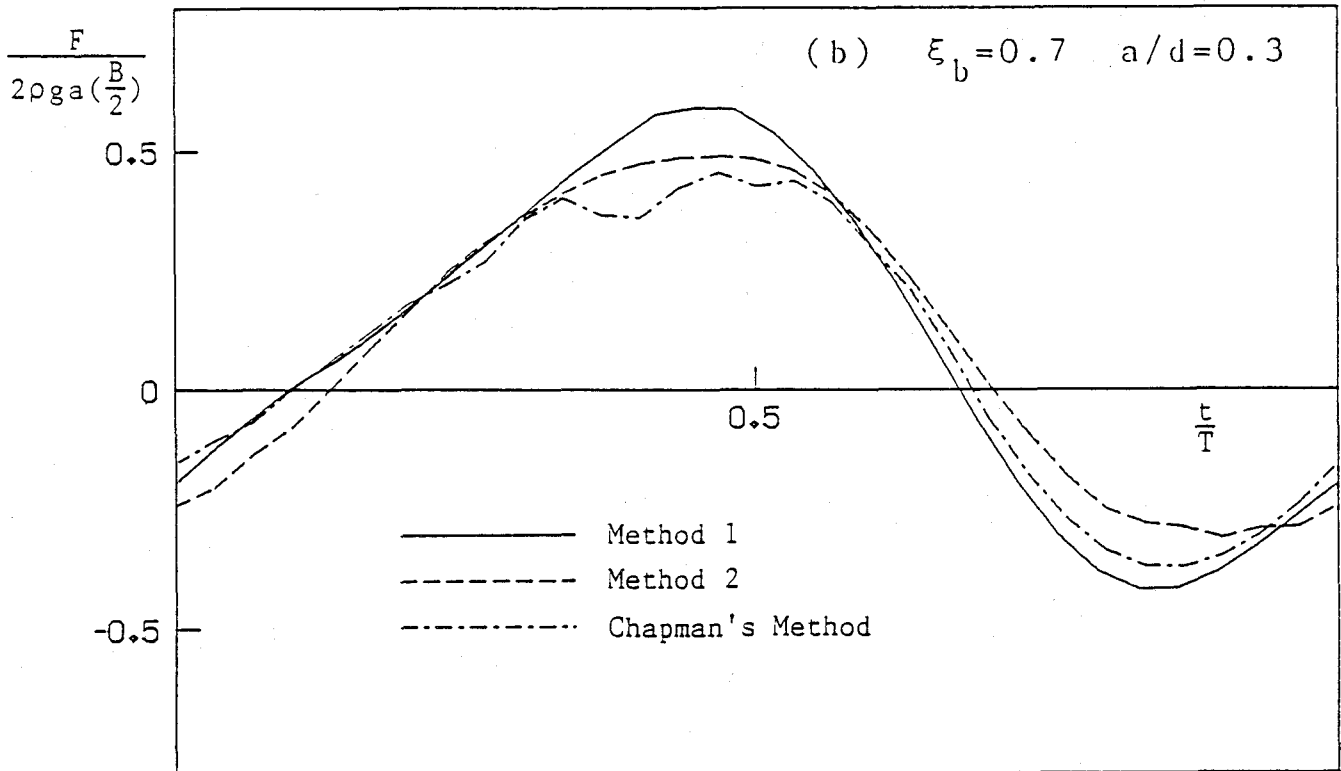
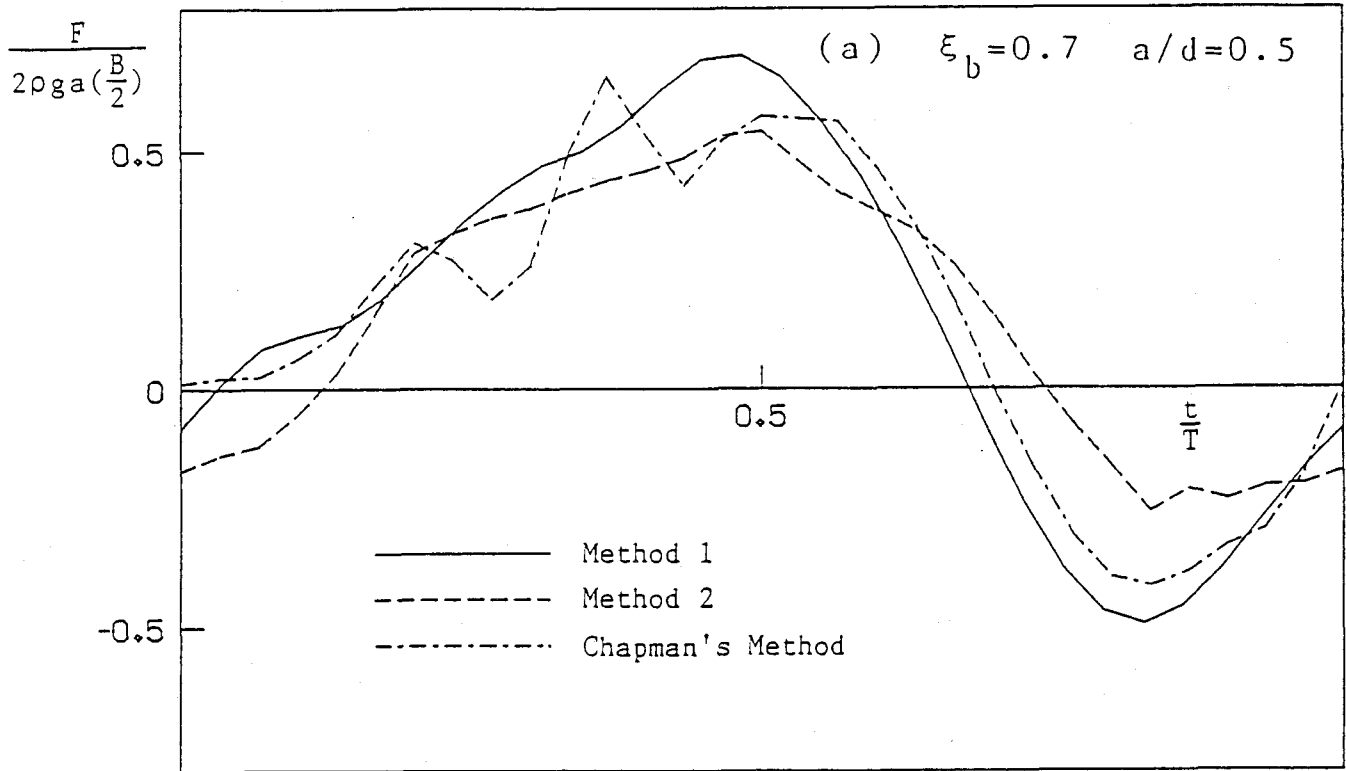


Fig.2.6 Time histories of the total fluid-dynamic force

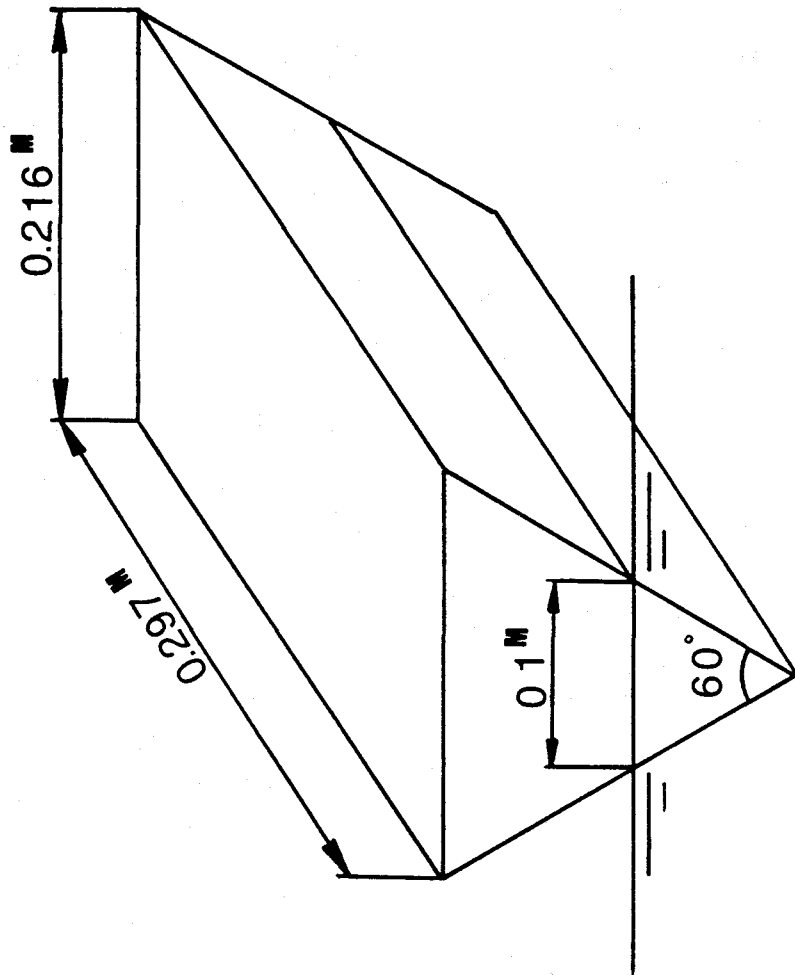


Fig.2.7 Experimental model

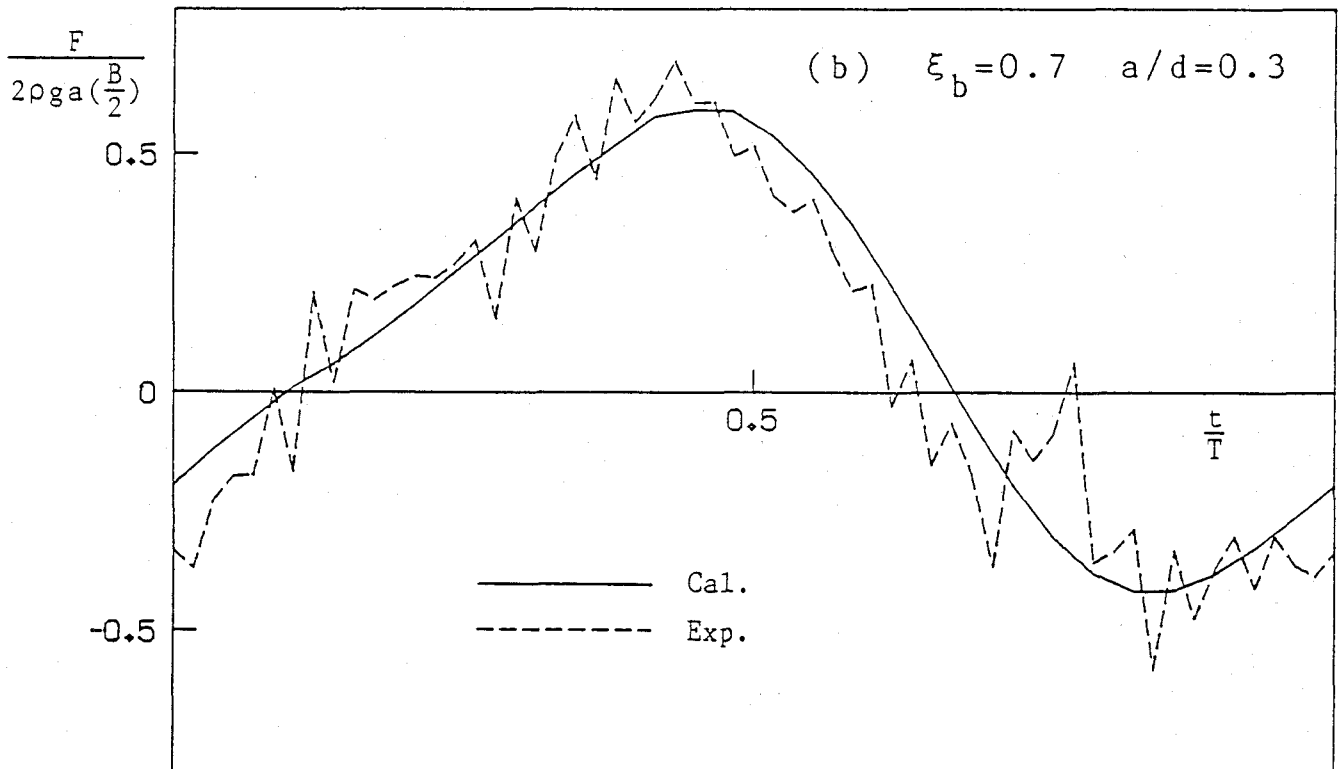
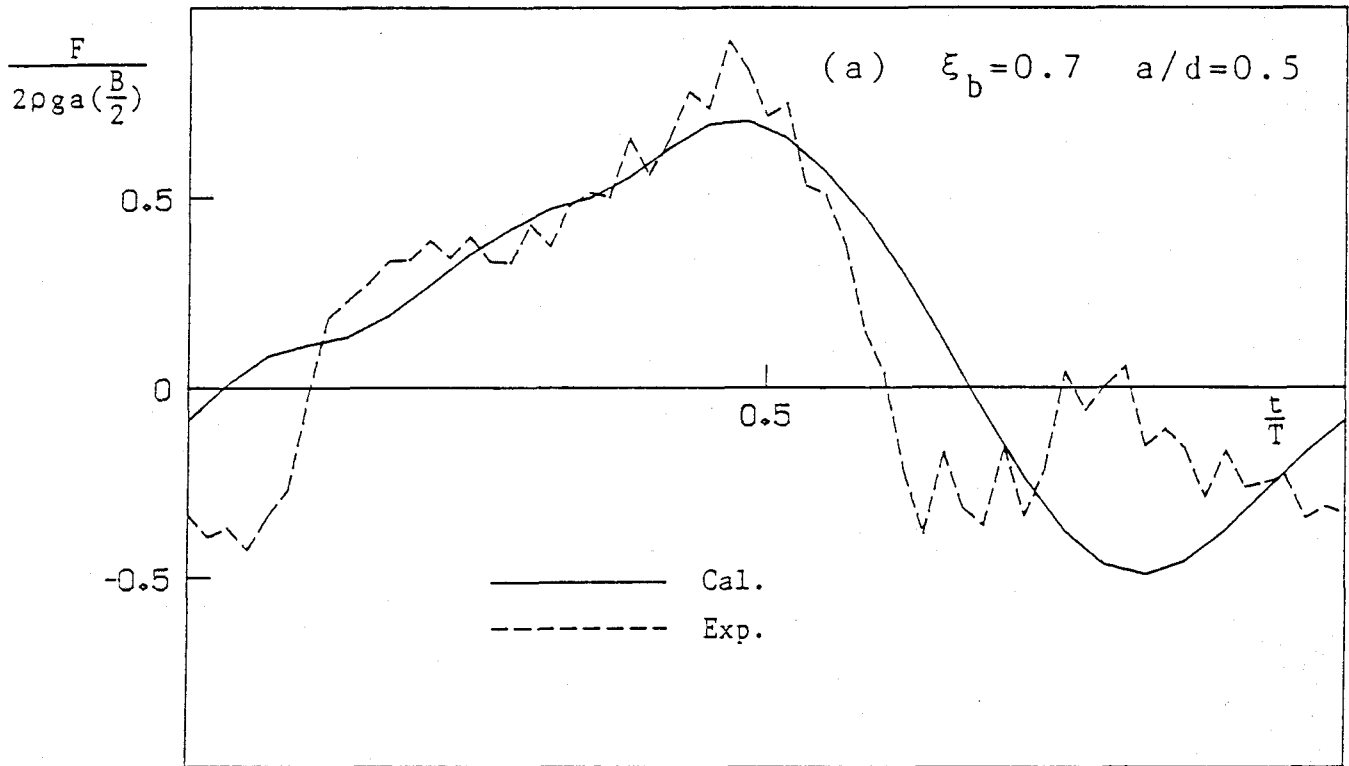


Fig.2.8 Time histories of the fluid-dynamic force acting on the triangular section

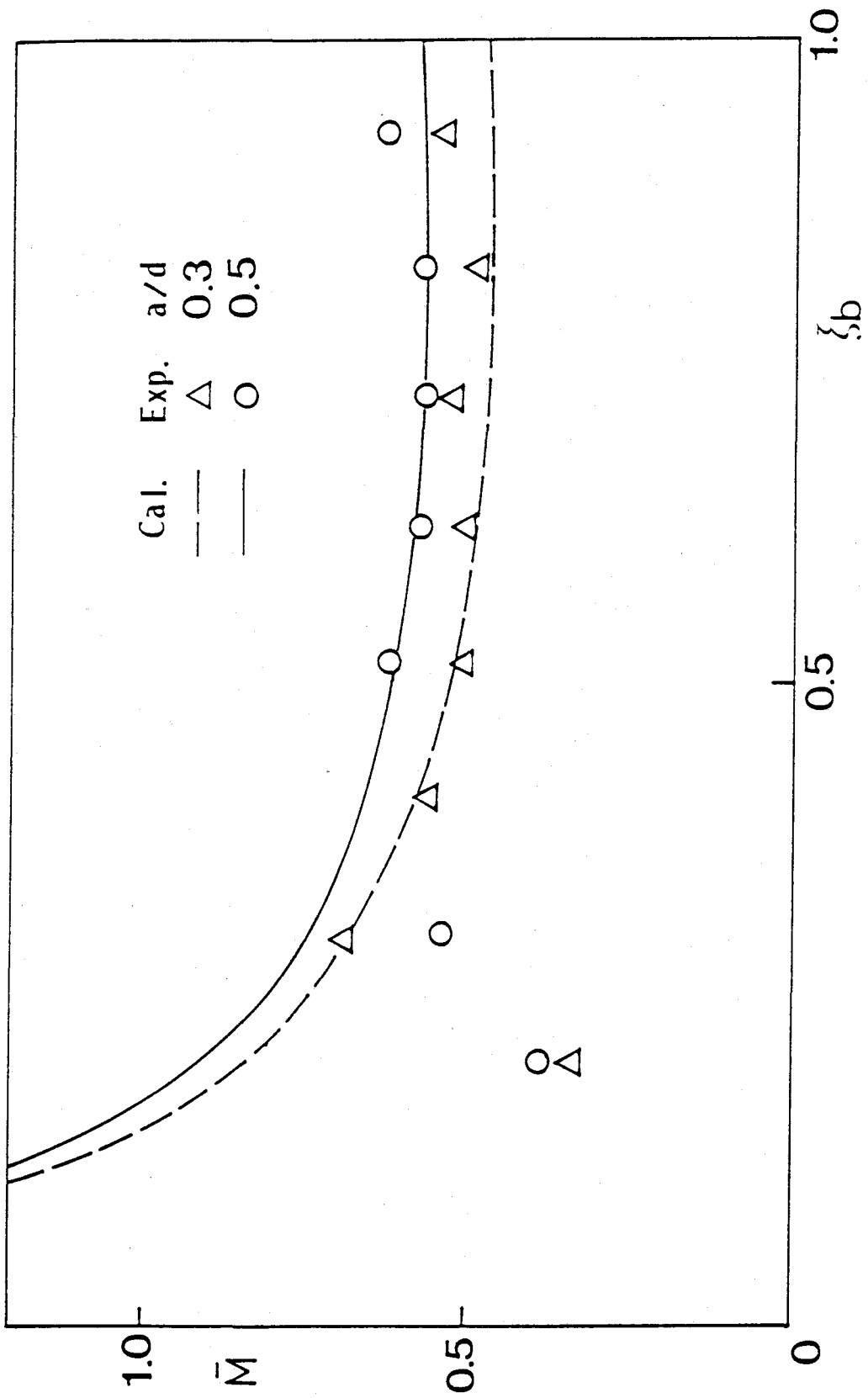


Fig.2.9 Added mass coefficients of the triangular section

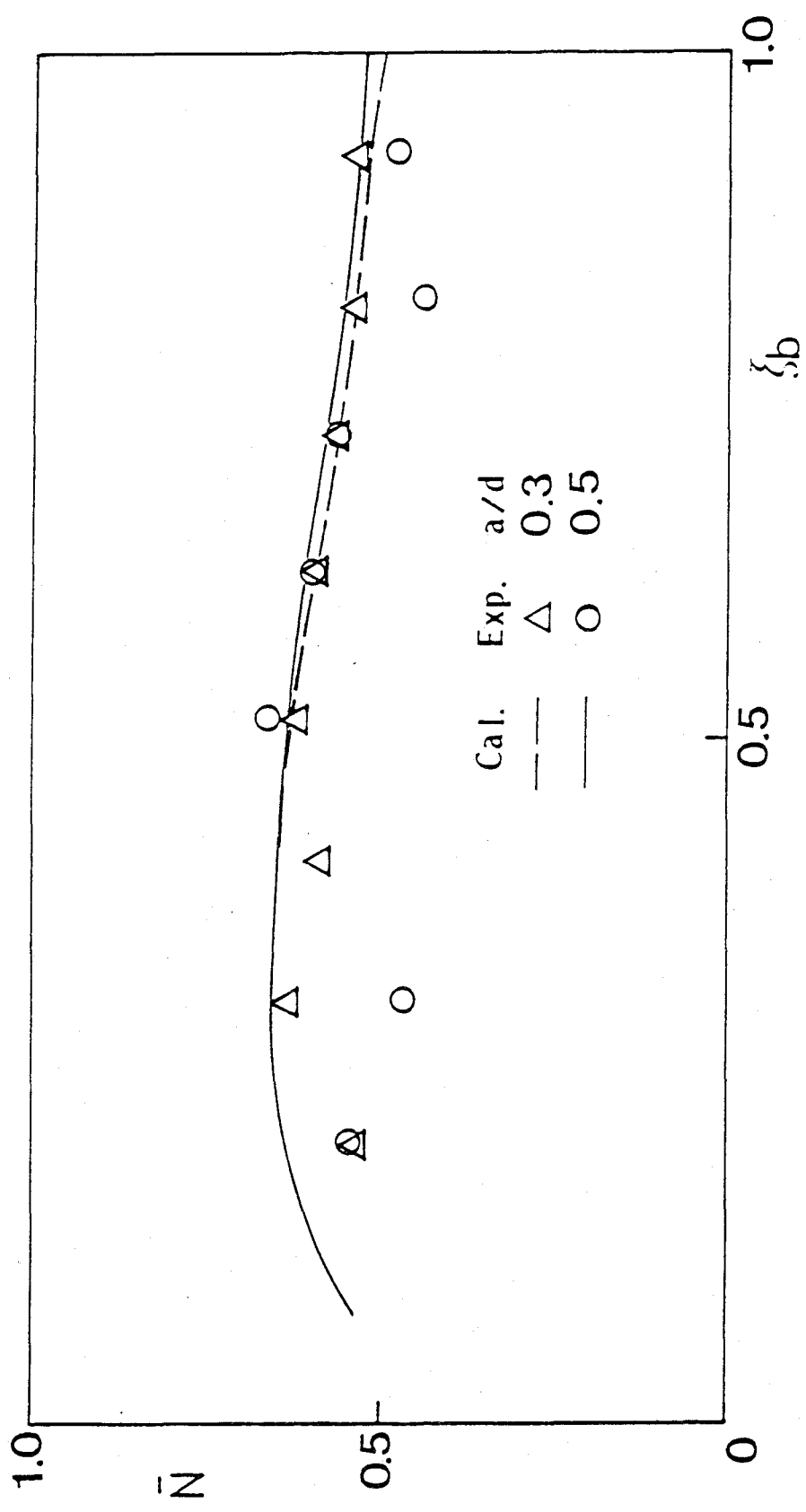


Fig.2.10 Damping coefficients of the triangular section

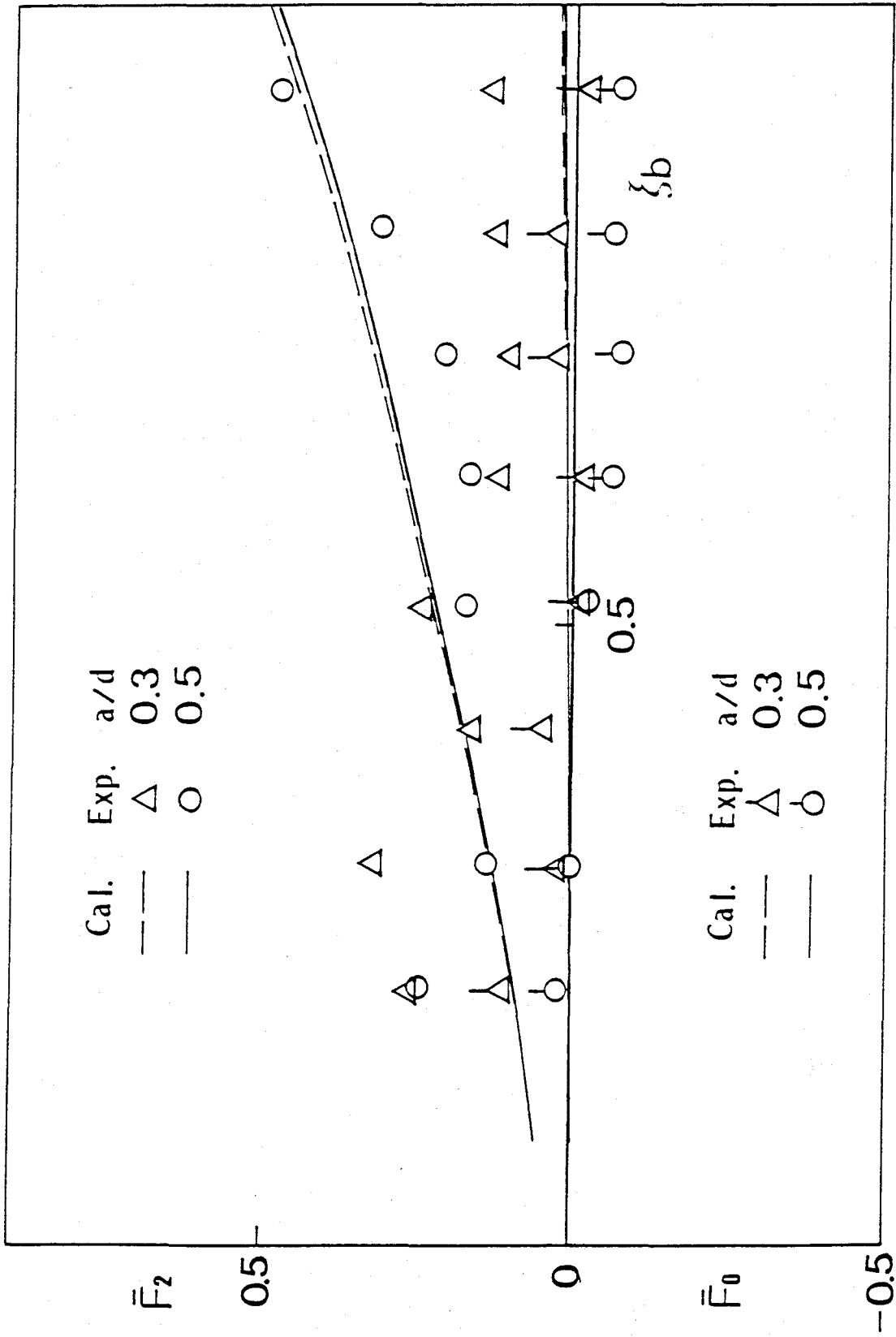


Fig.2.11 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component on the fluid-dynamic force acting on the triangular section

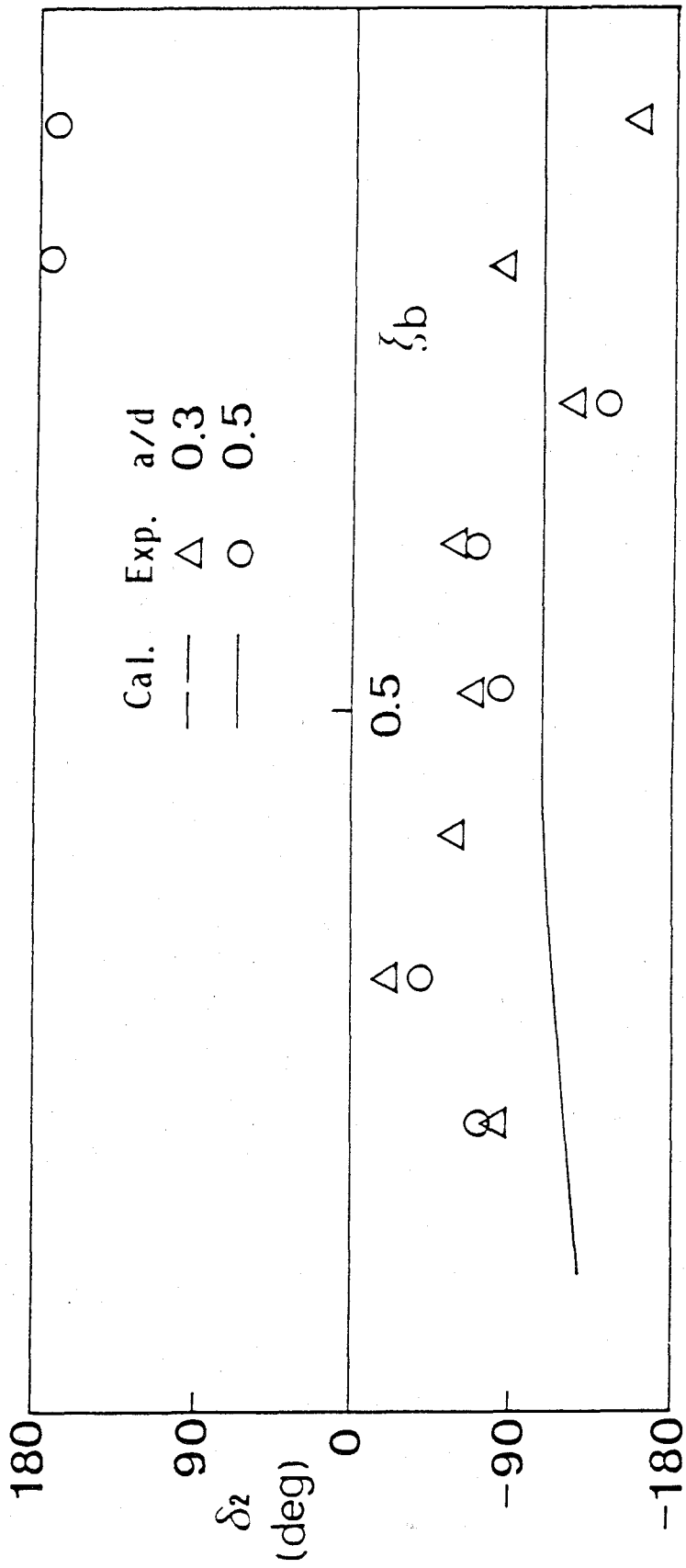


Fig.2.12 Phase of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the triangular section

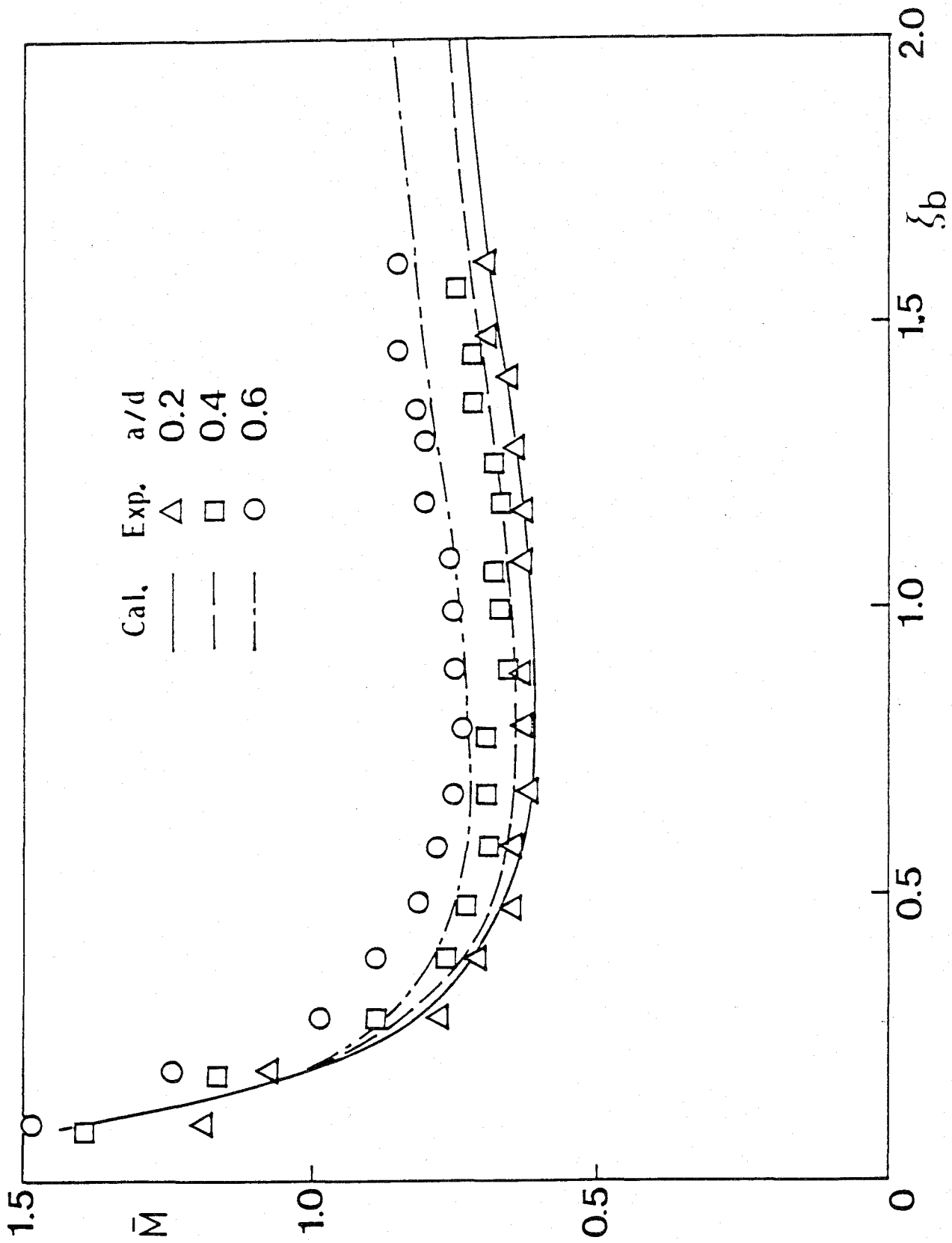


Fig.2.13 Added mass coefficients of the circular section

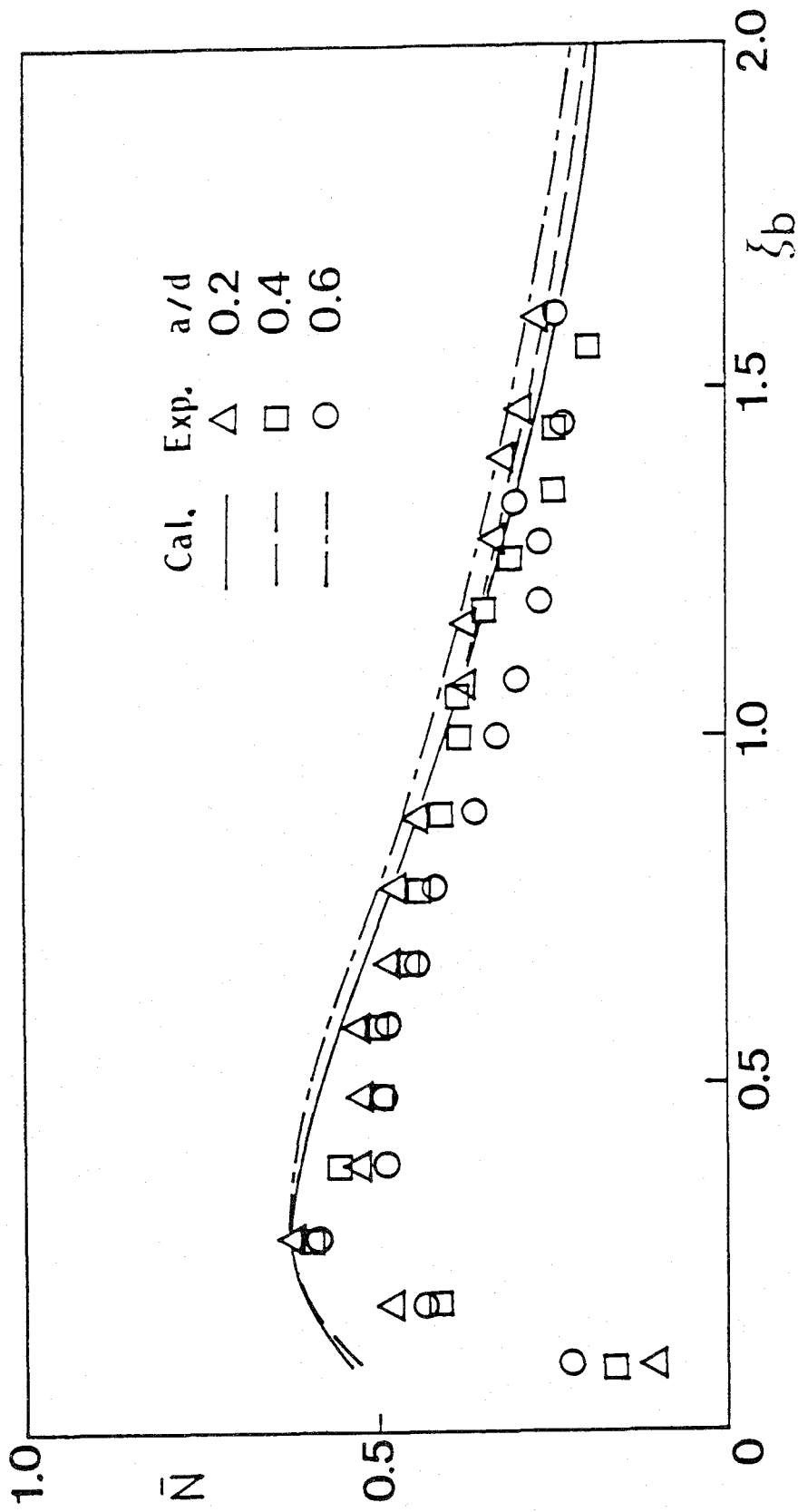


Fig.2.14 Damping coefficients of the circular section

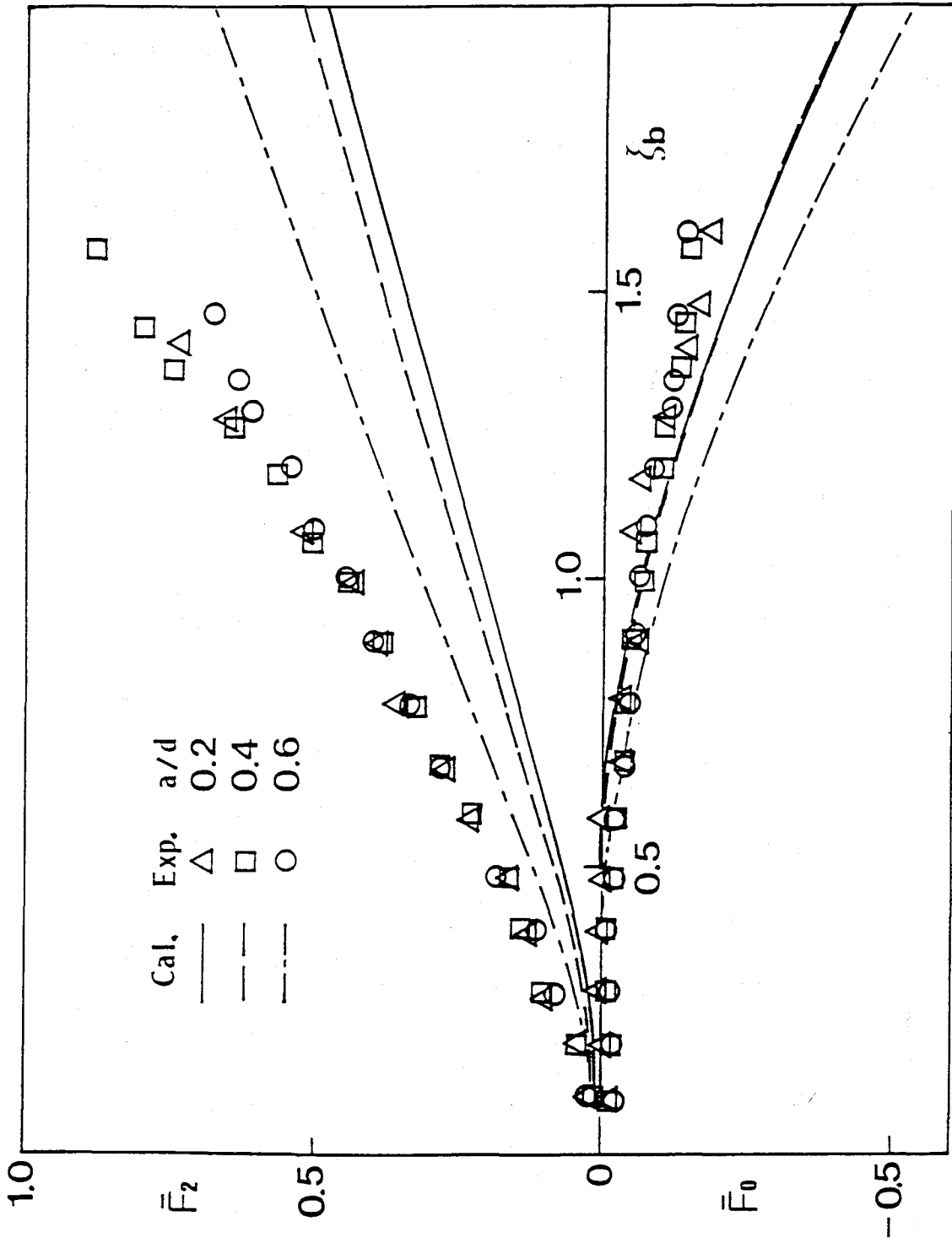


Fig.2.15 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

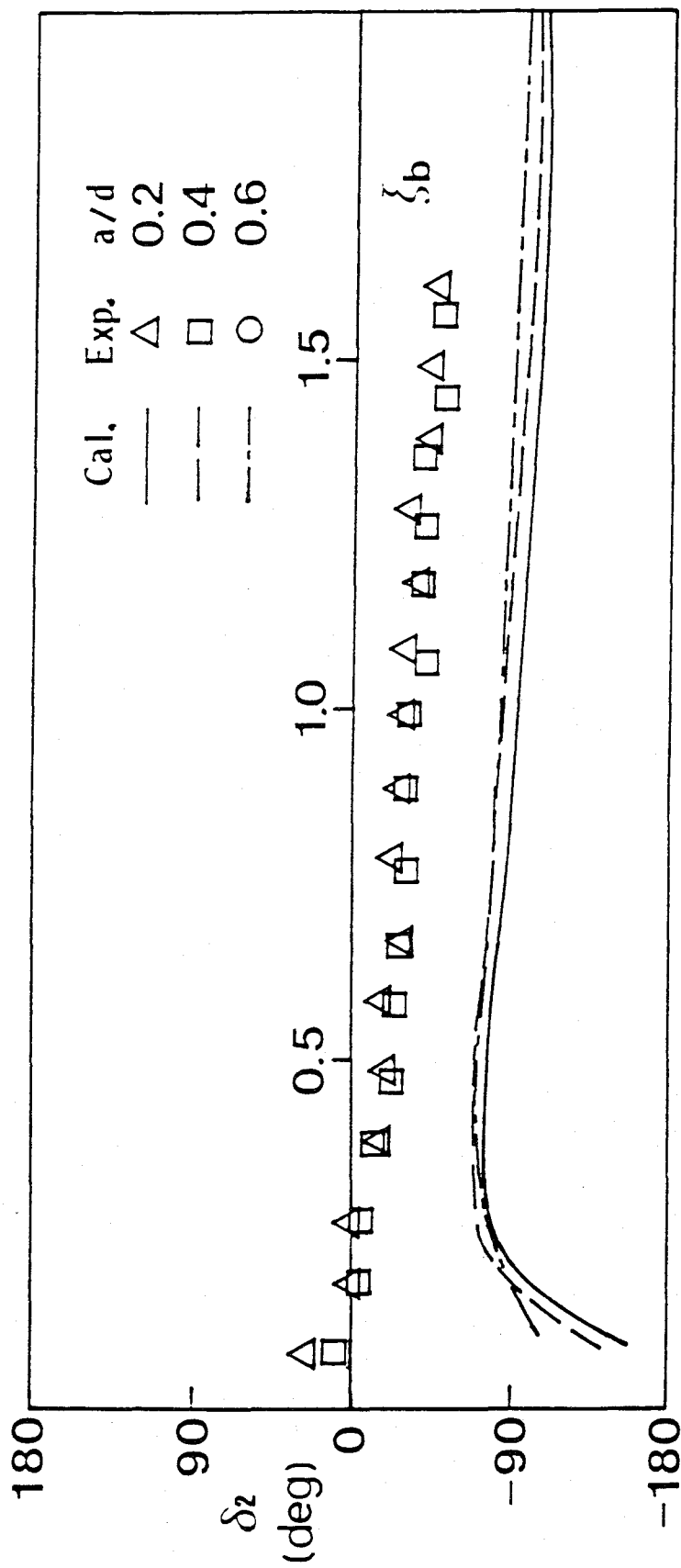


Fig.2.16 Phases of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

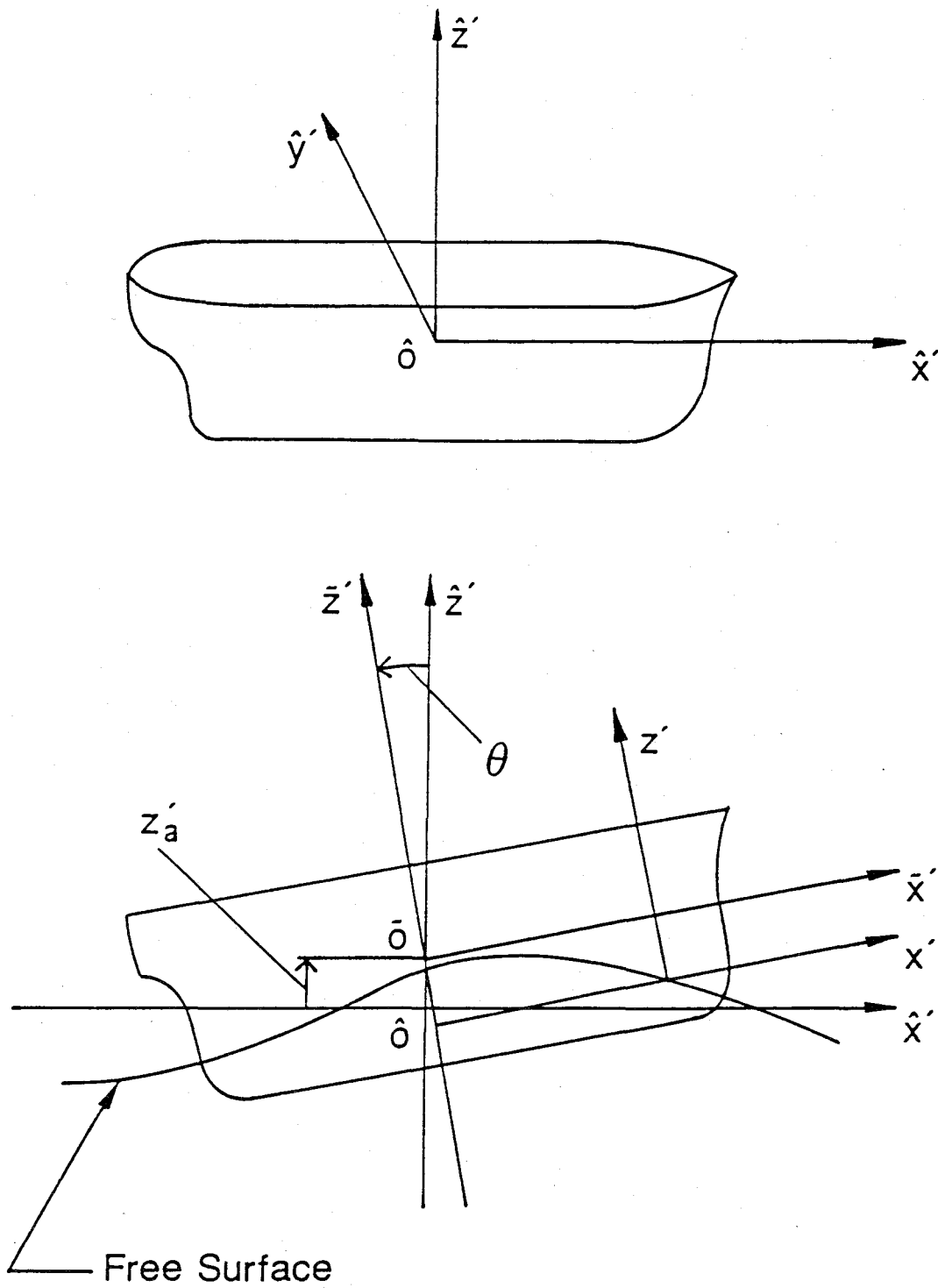


Fig.3.1 Coordinate system

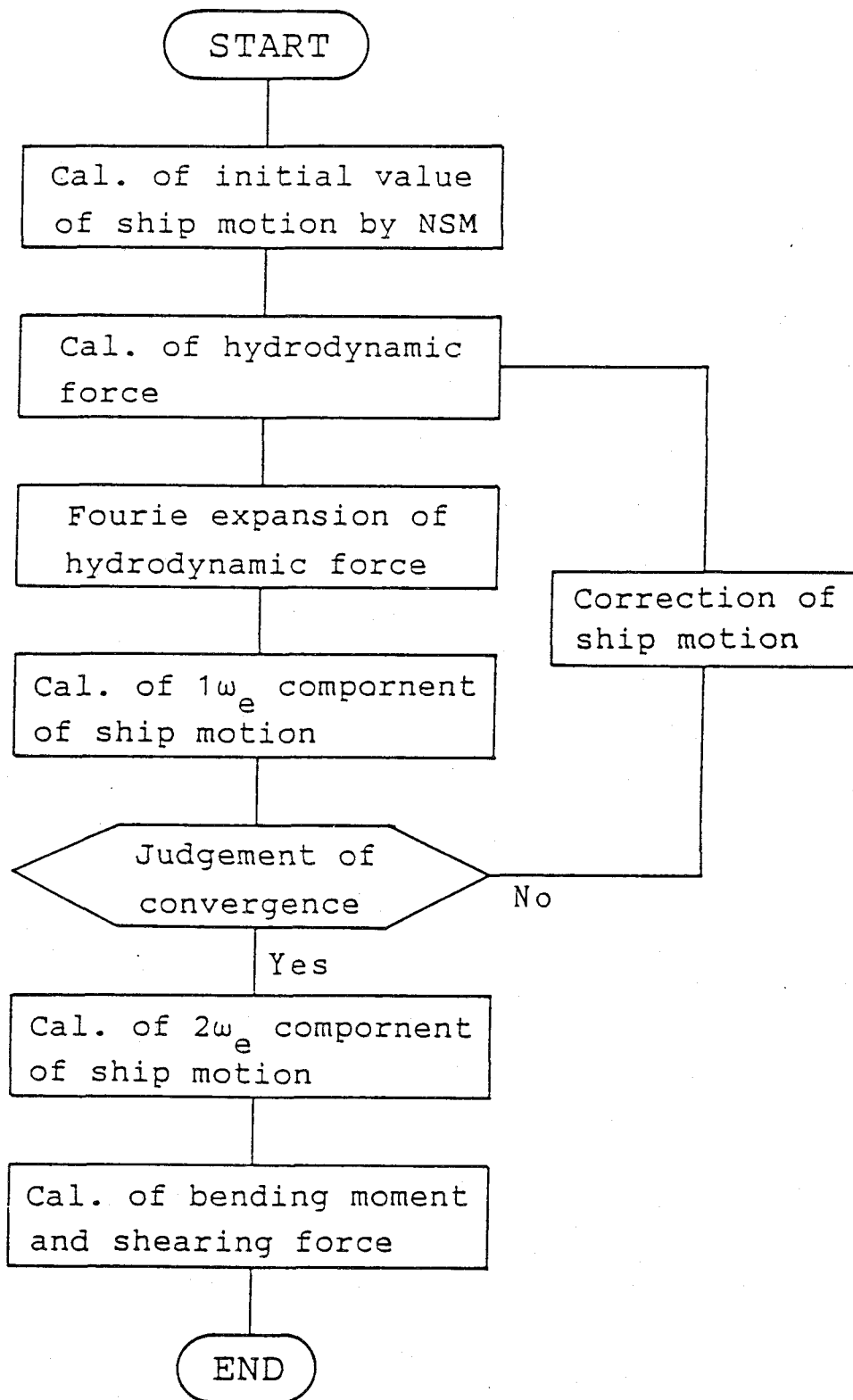
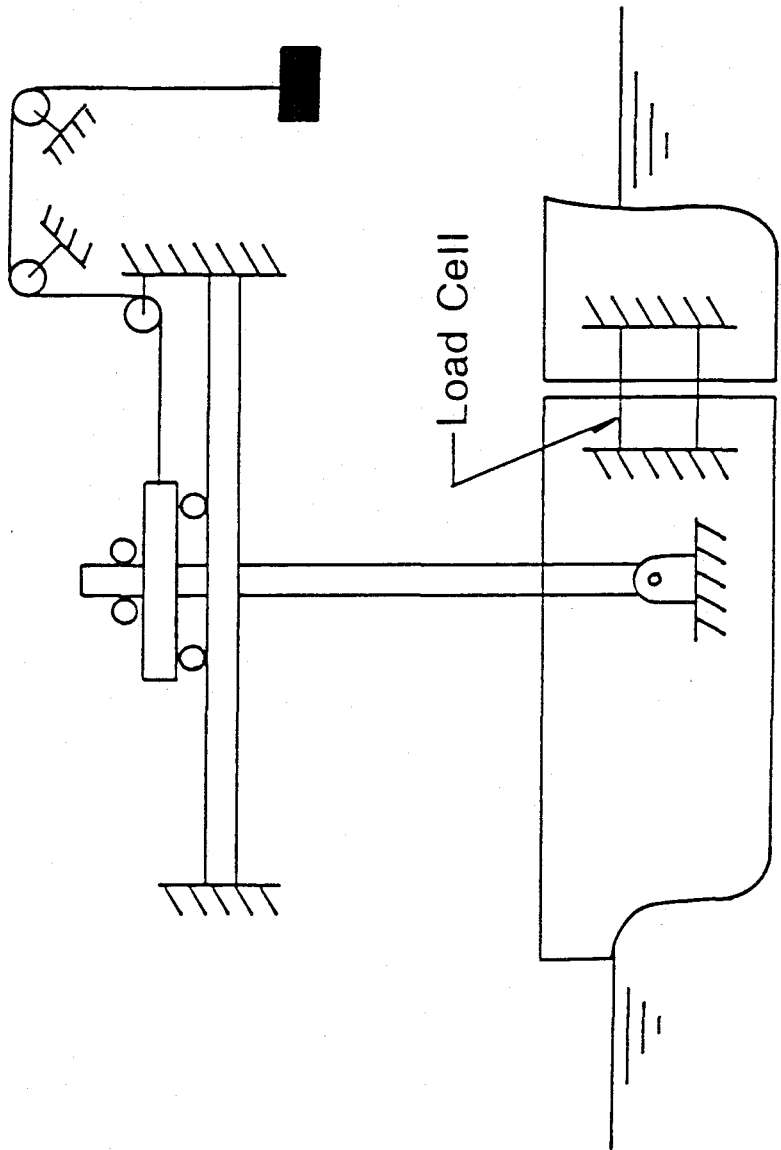


Fig.3.2 Flow-chart of present method



SS. 7 1/2

Fig. 3.3 Experimental apparatus

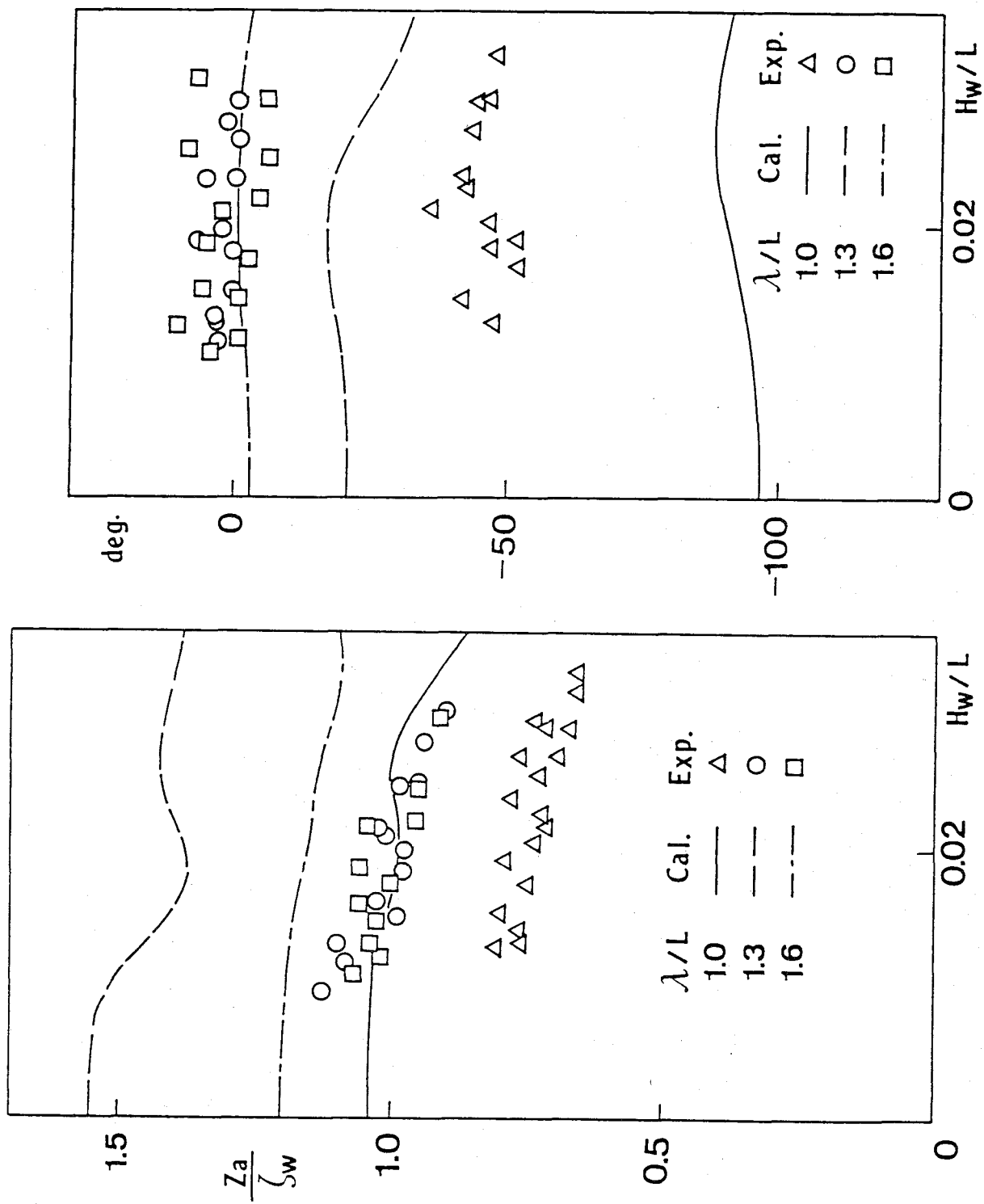


Fig.3.4 1^{st} component of heaving motion at $F_{\eta}=0.2$

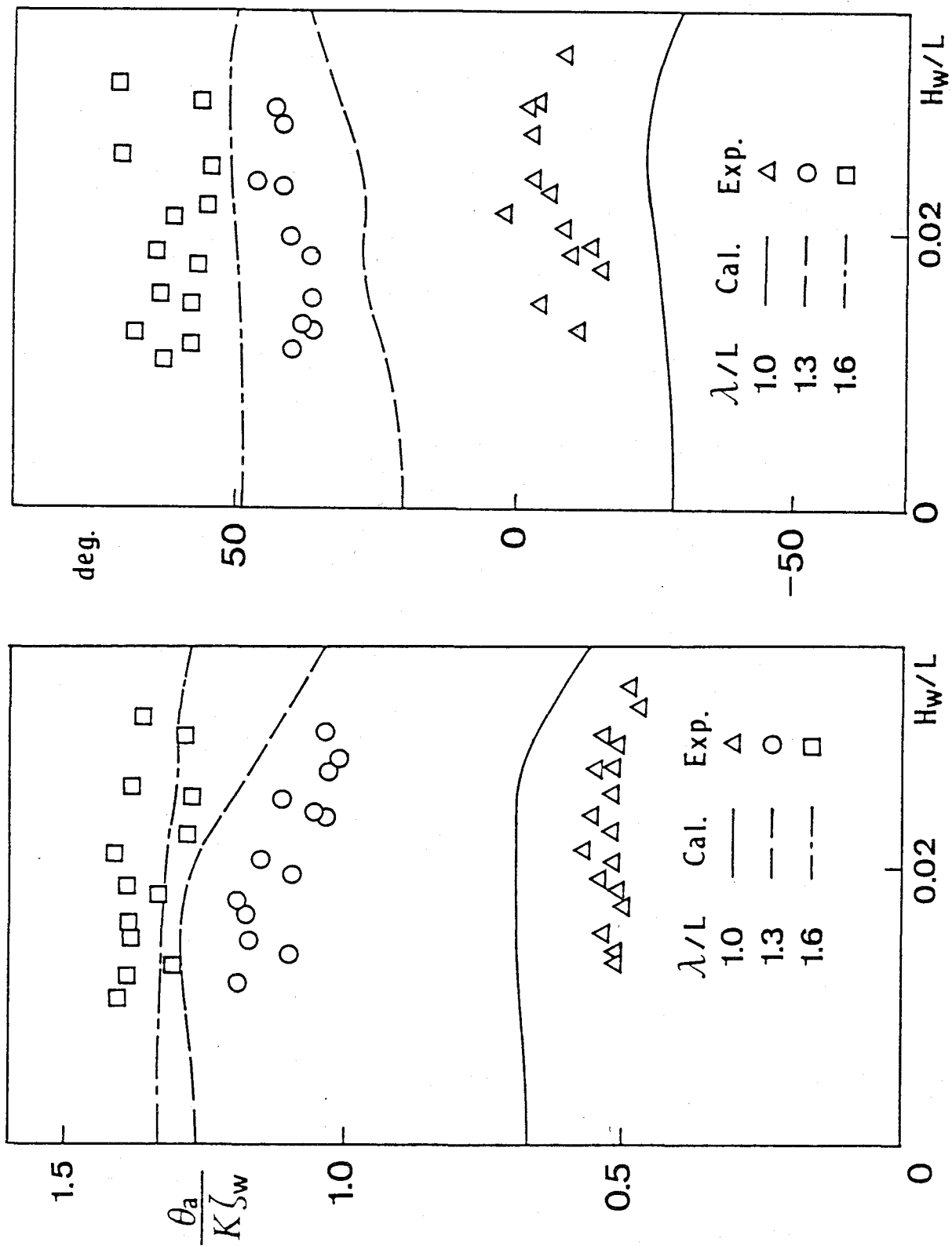


Fig.3.5 1^{ω_e} component of pitching motion at $F_n=0.2$

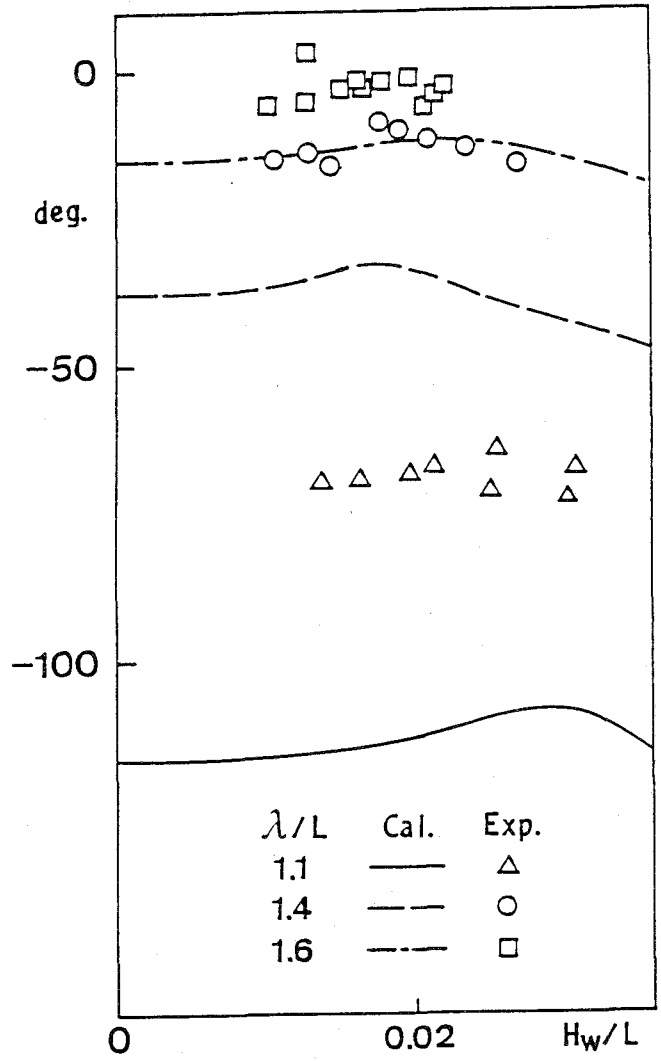
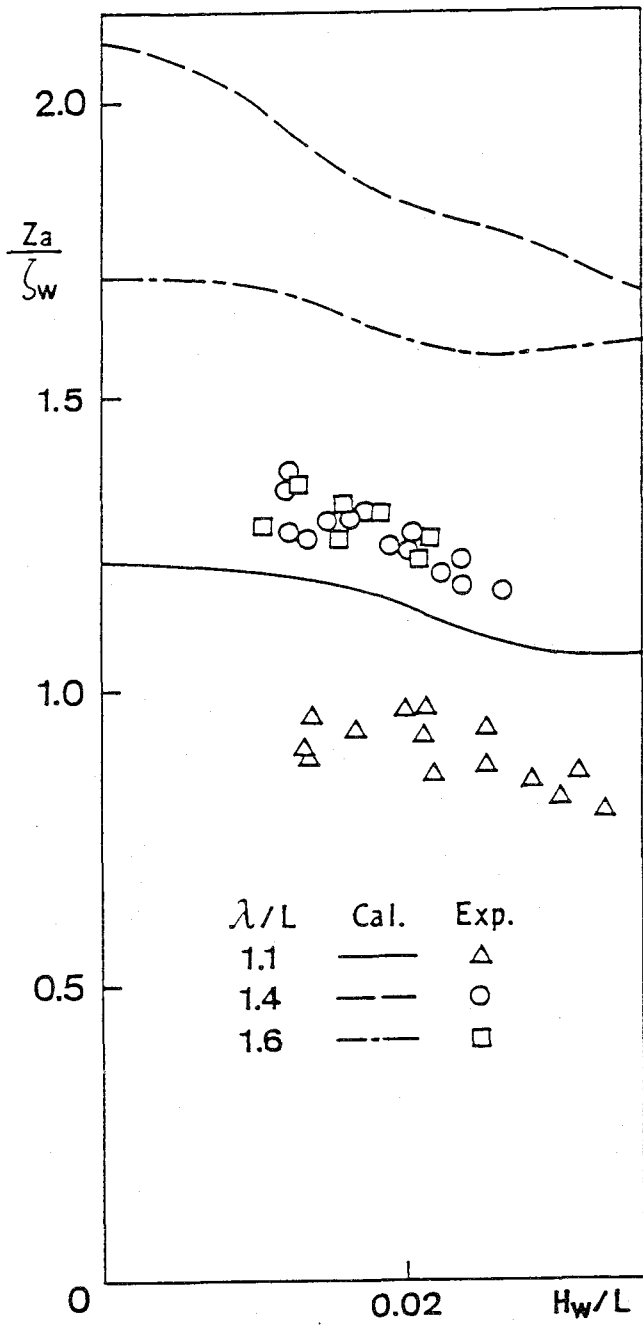


Fig.3.6 1^{ω_e} component of heaving motion at $F_n=0.275$

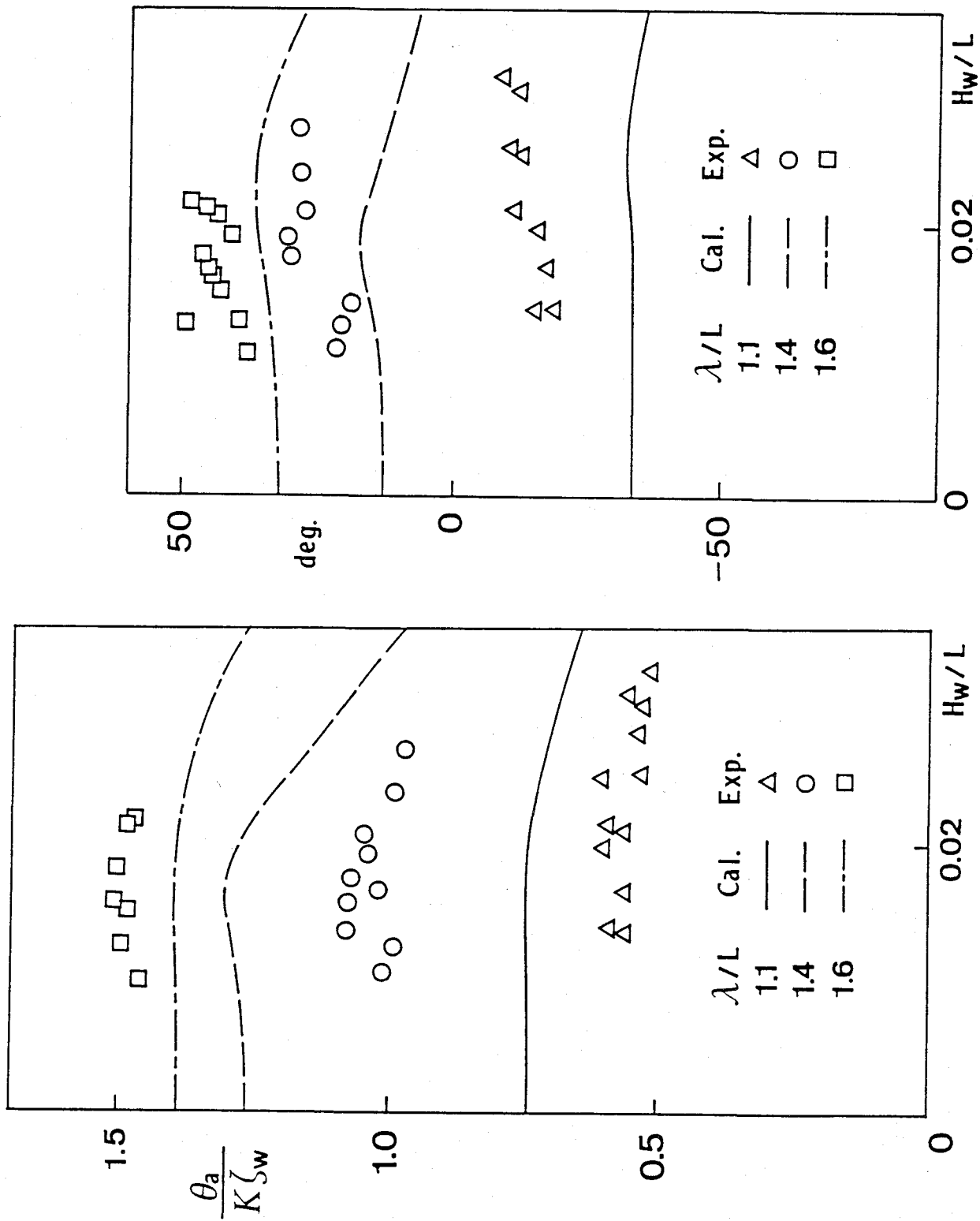


Fig.3.7 1^{ω_e} component of pitching motion at $F_n=0.275$

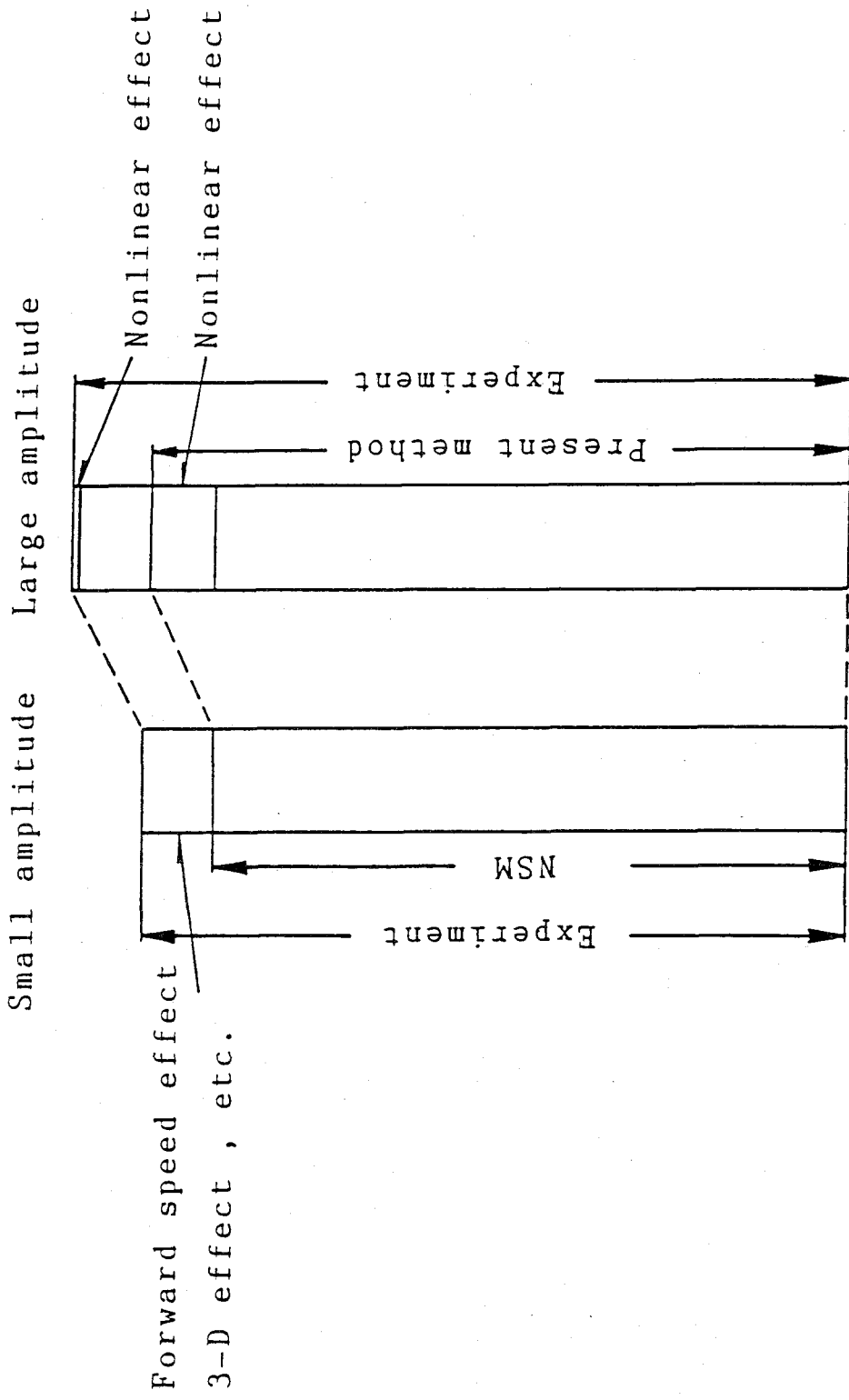


Fig.3.8 Diagram of various effects

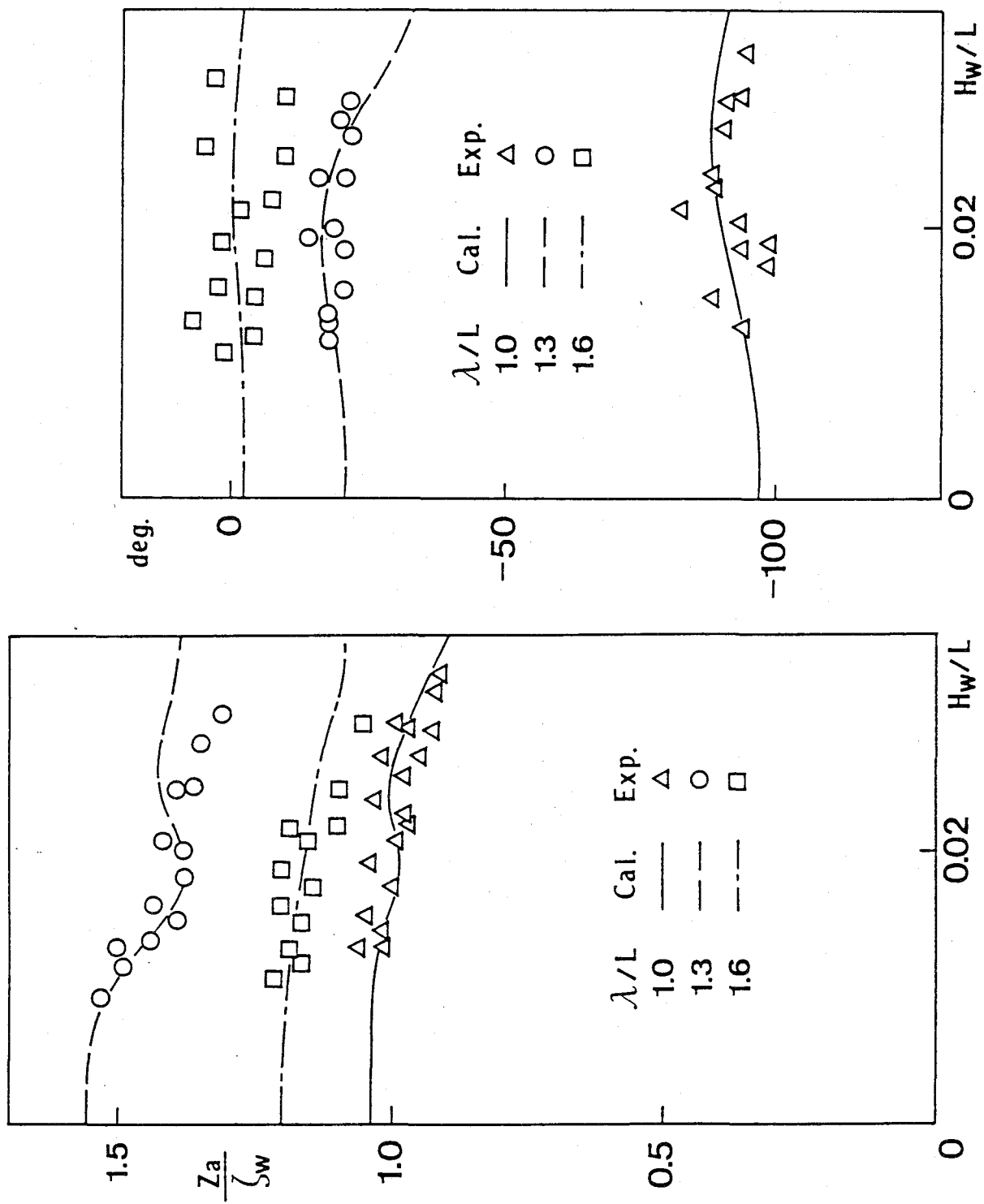


Fig.3.9 Corrected $1\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.2$

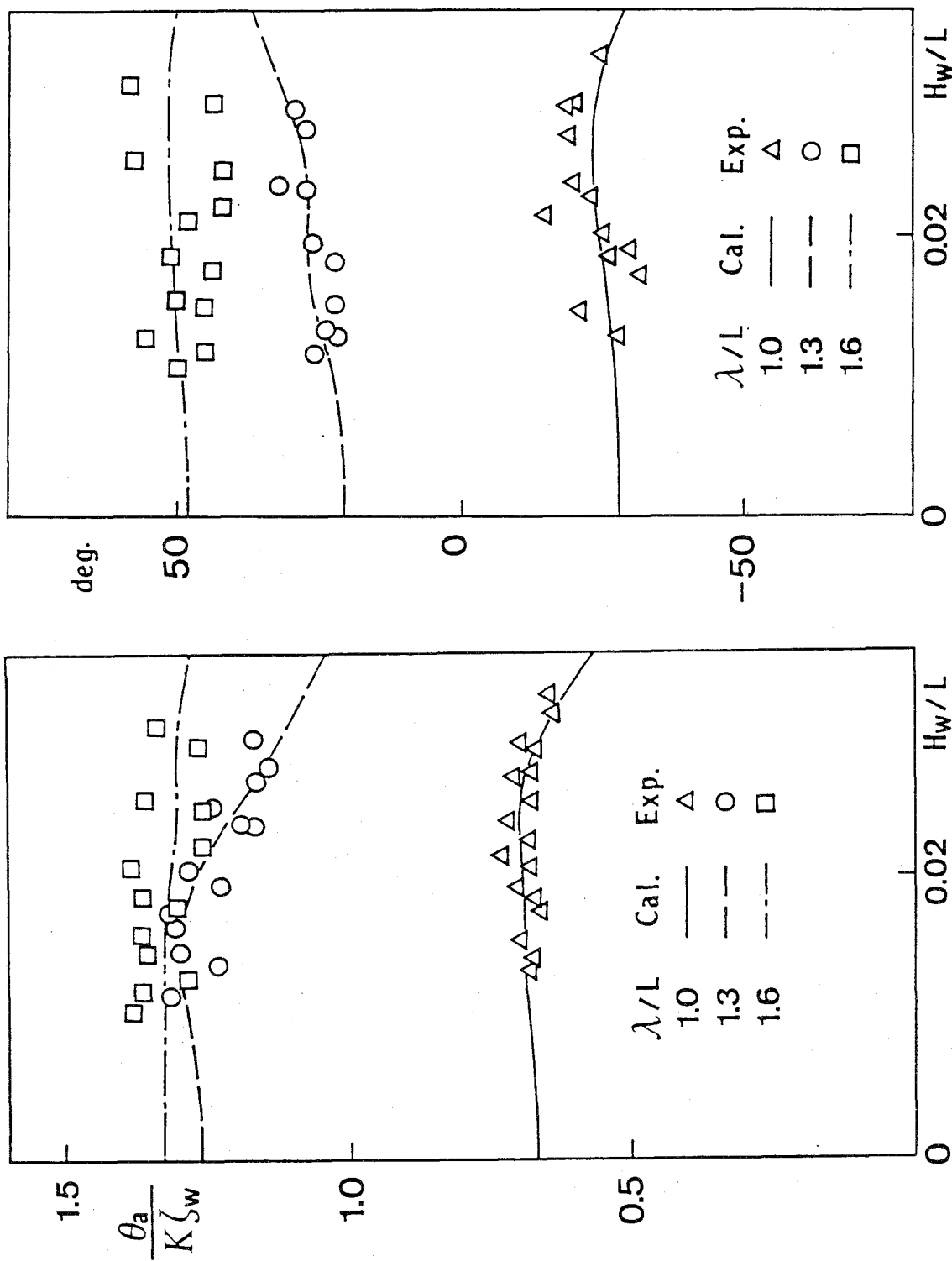


Fig.3.10 Corrected 1^{ω_e} component of pitching motion at $F_n=0.2$

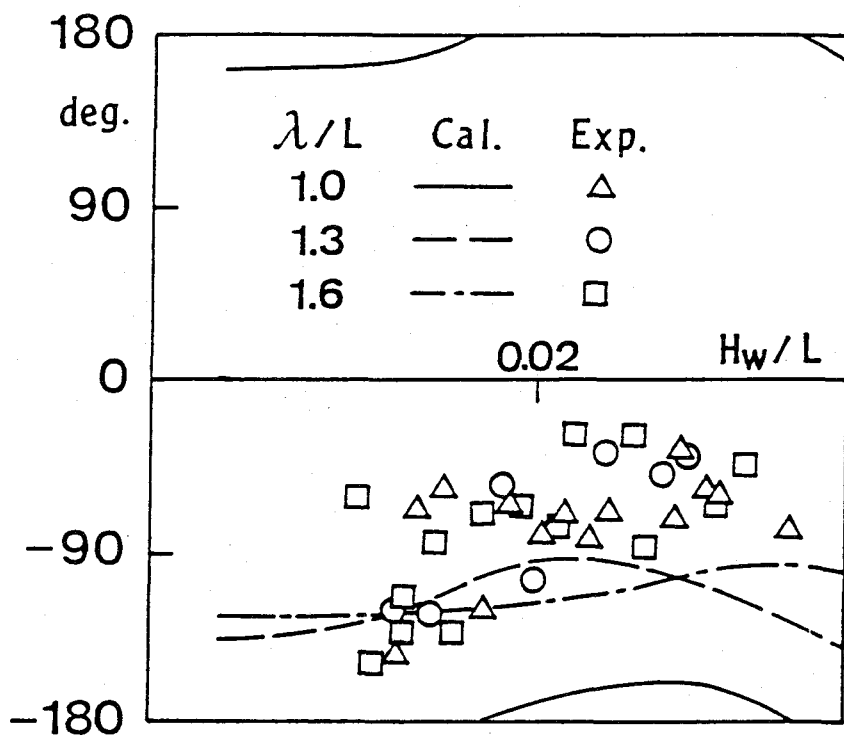
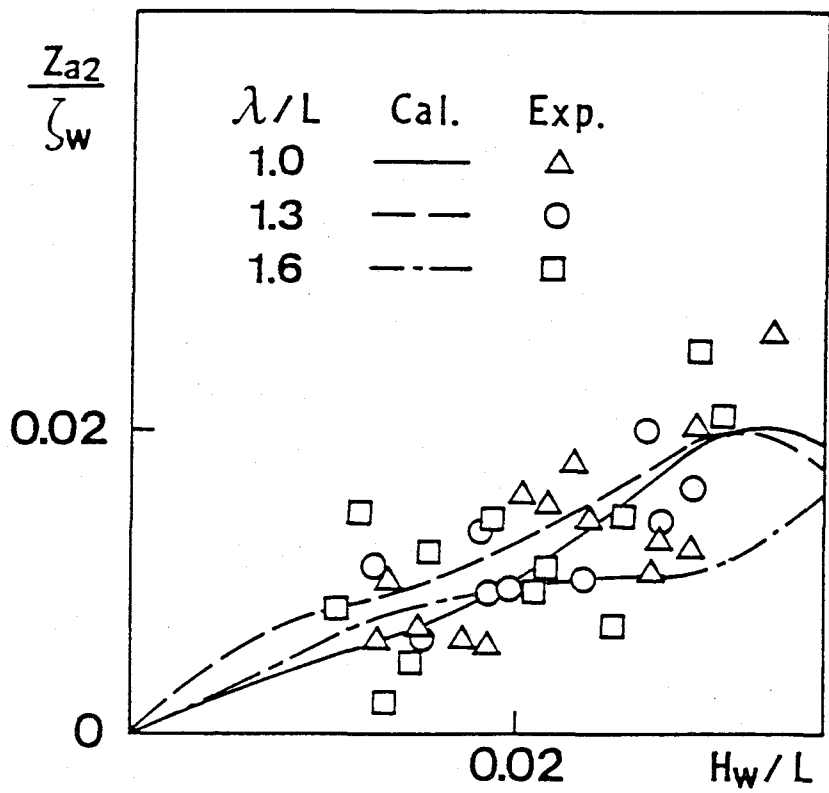


Fig.3.11 $2\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.2$

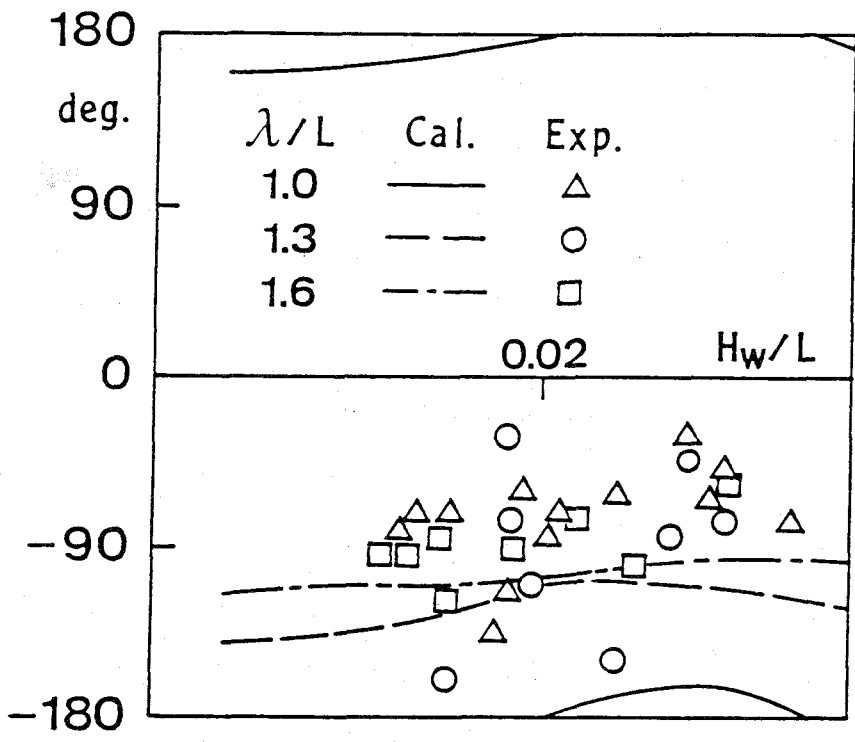
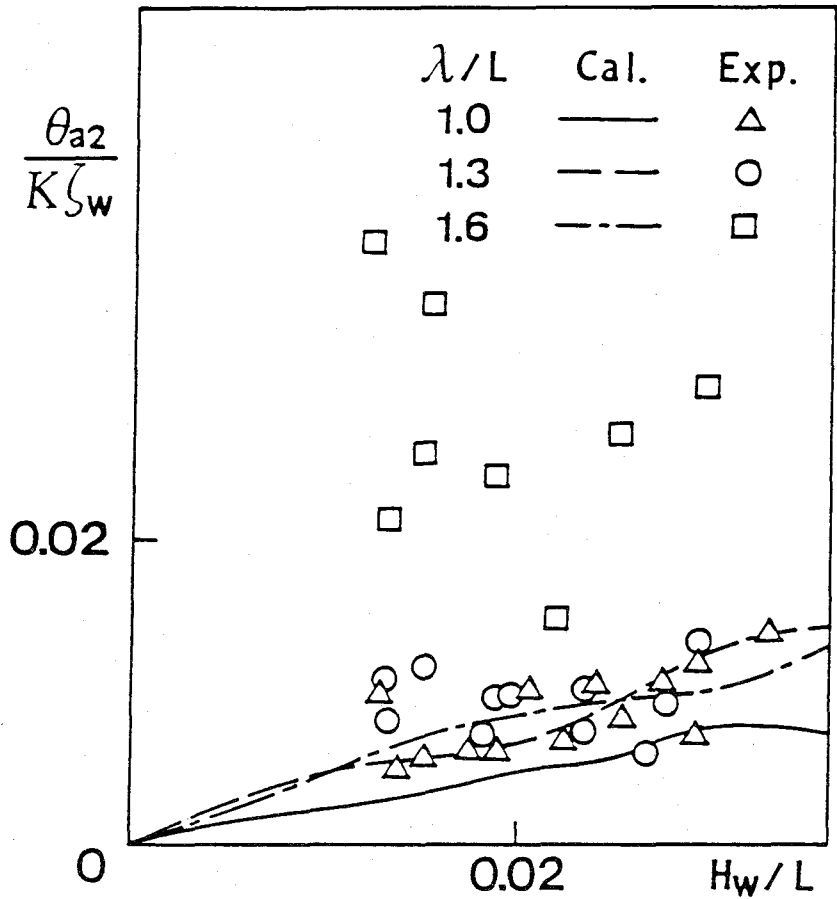


Fig.3.12 2^{ω_e} component of pitching motion at $F_n=0.2$

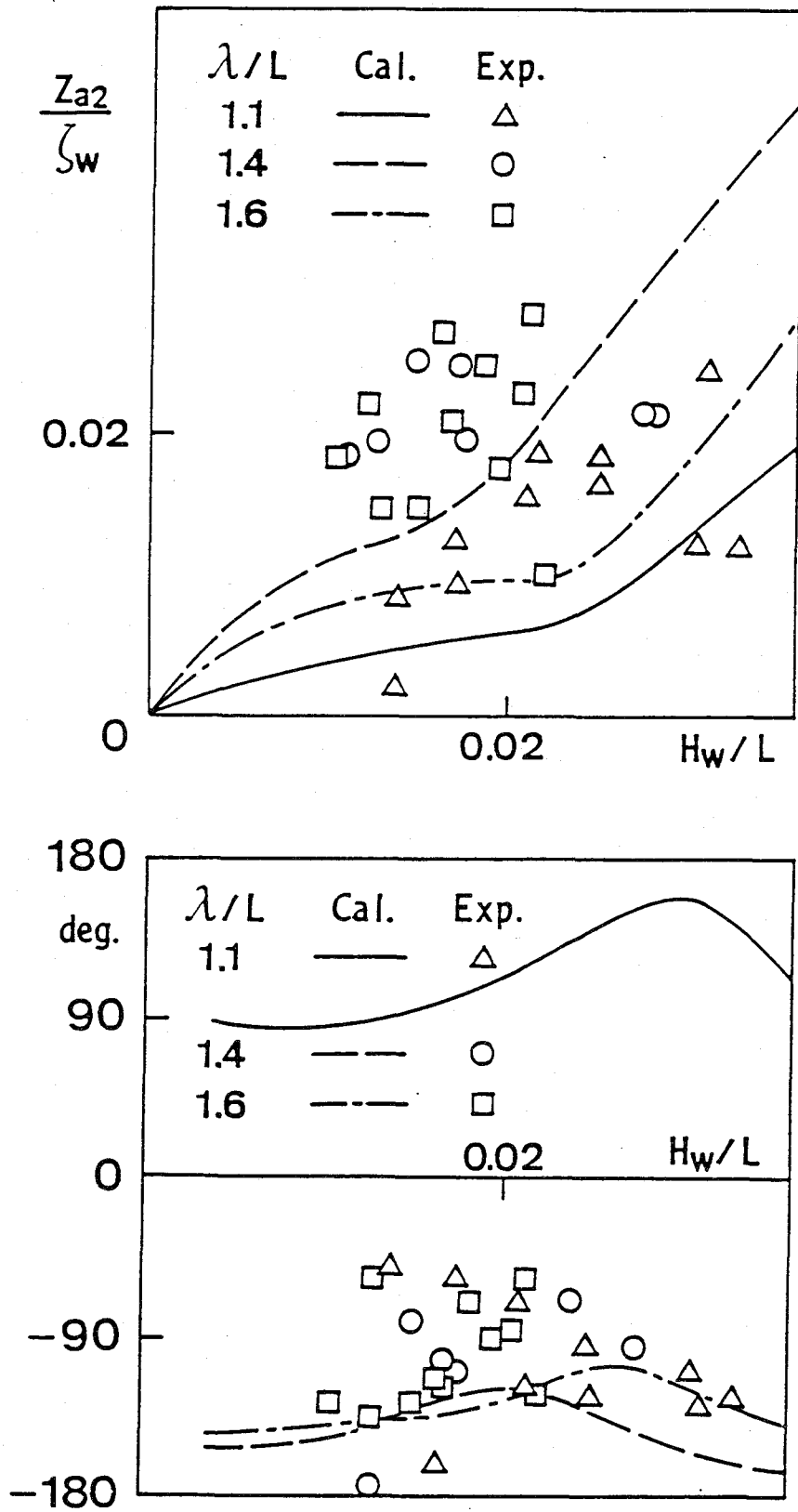


Fig.3.13 $2\omega_e$ component of heaving motion at $F_n=0.275$

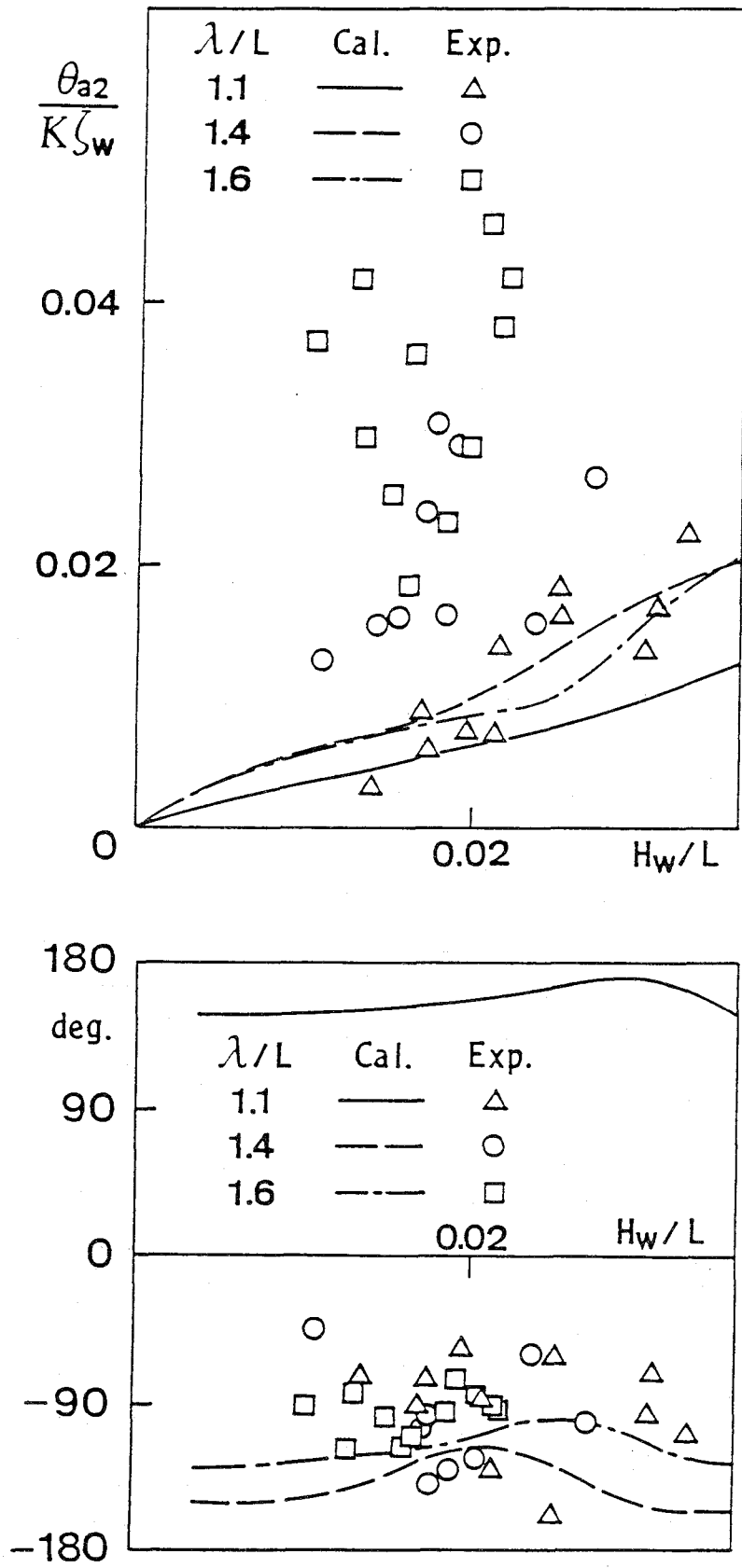


Fig.3.14 $2\omega_e$ component of pitching motion at $F_n=0.275$

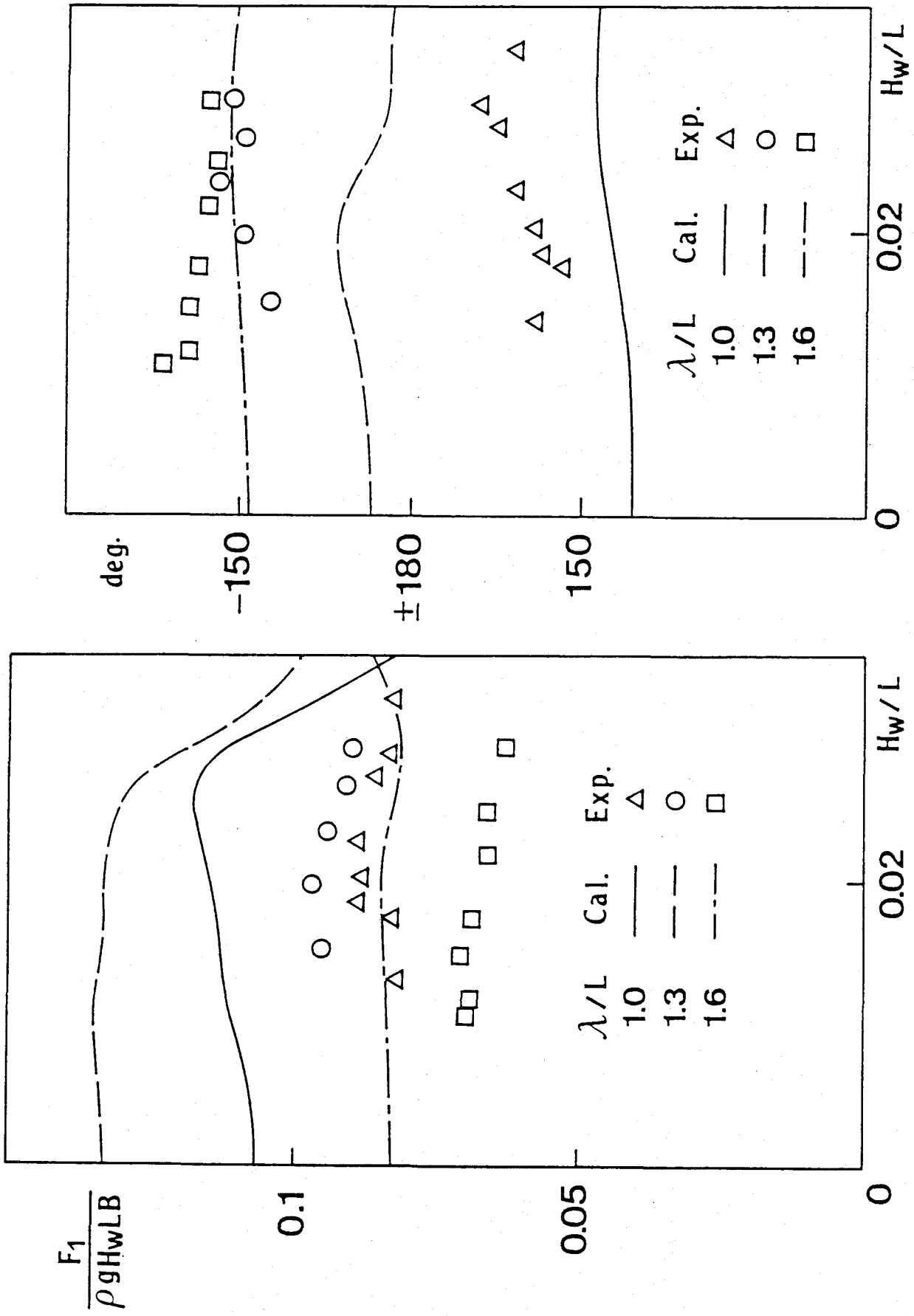


Fig.3.15 1^{ω_e} component of shearing force at $F_n=0.2$

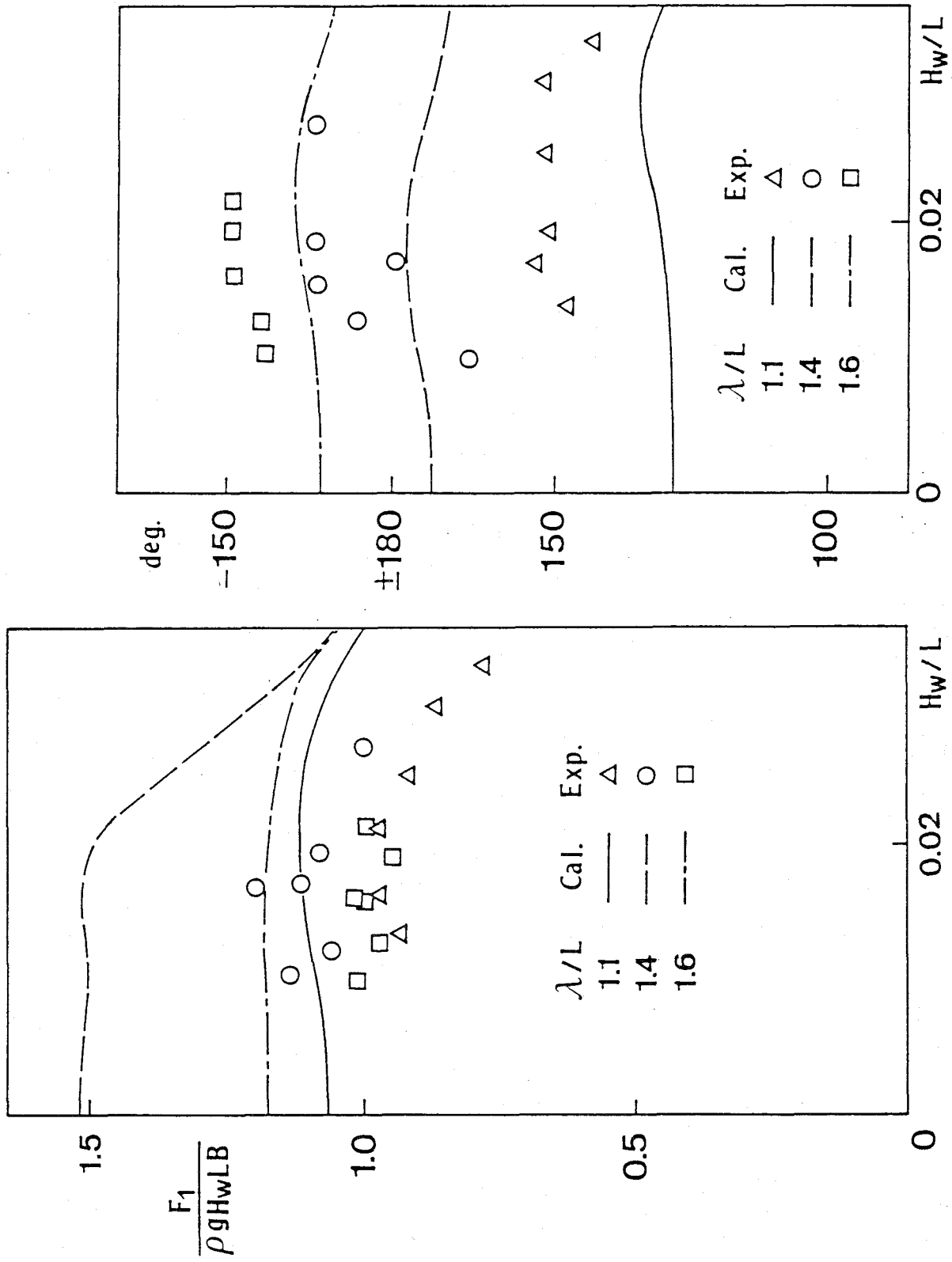


Fig. 3.16 $1\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.275$

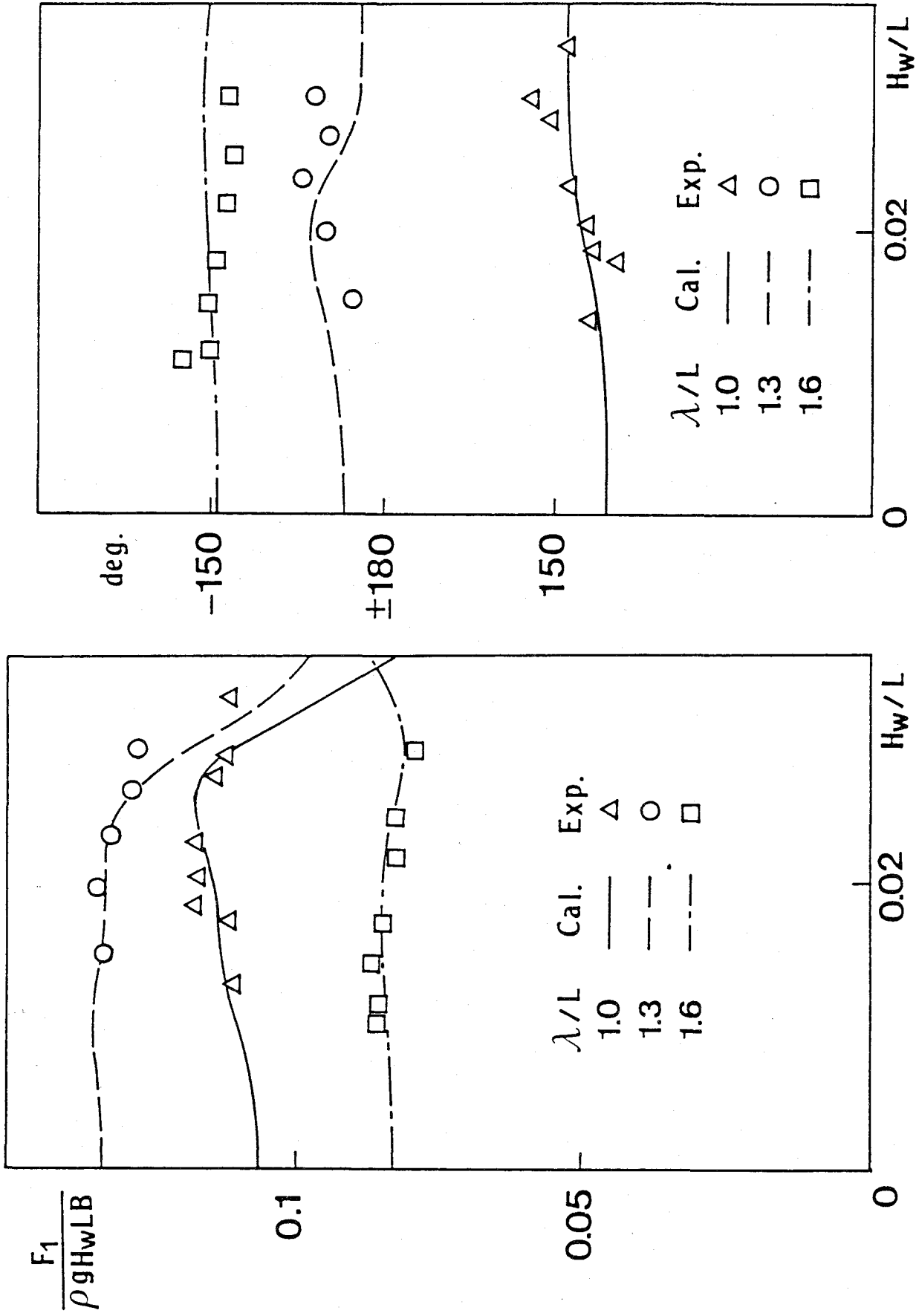


Fig.3.17 Corrected $1\omega_e$ component of shearing force at $F_\eta=0.2$

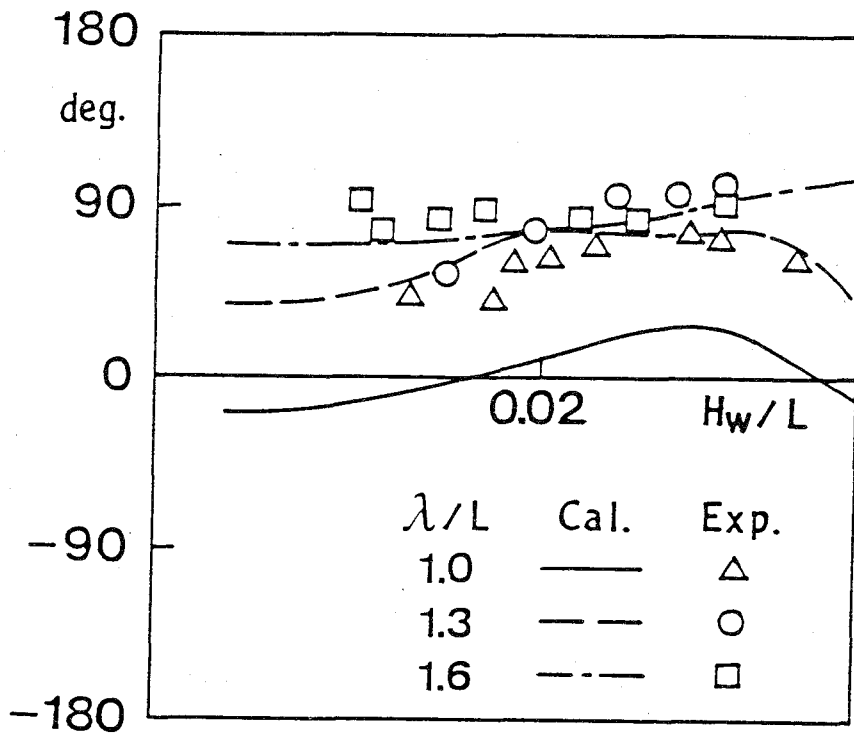
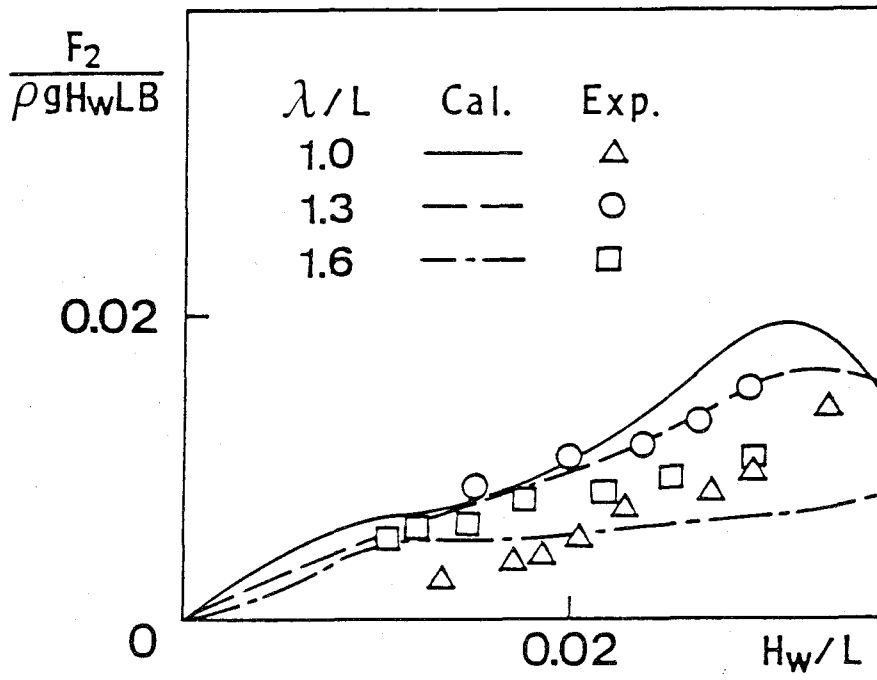


Fig.3.18 $2\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.2$

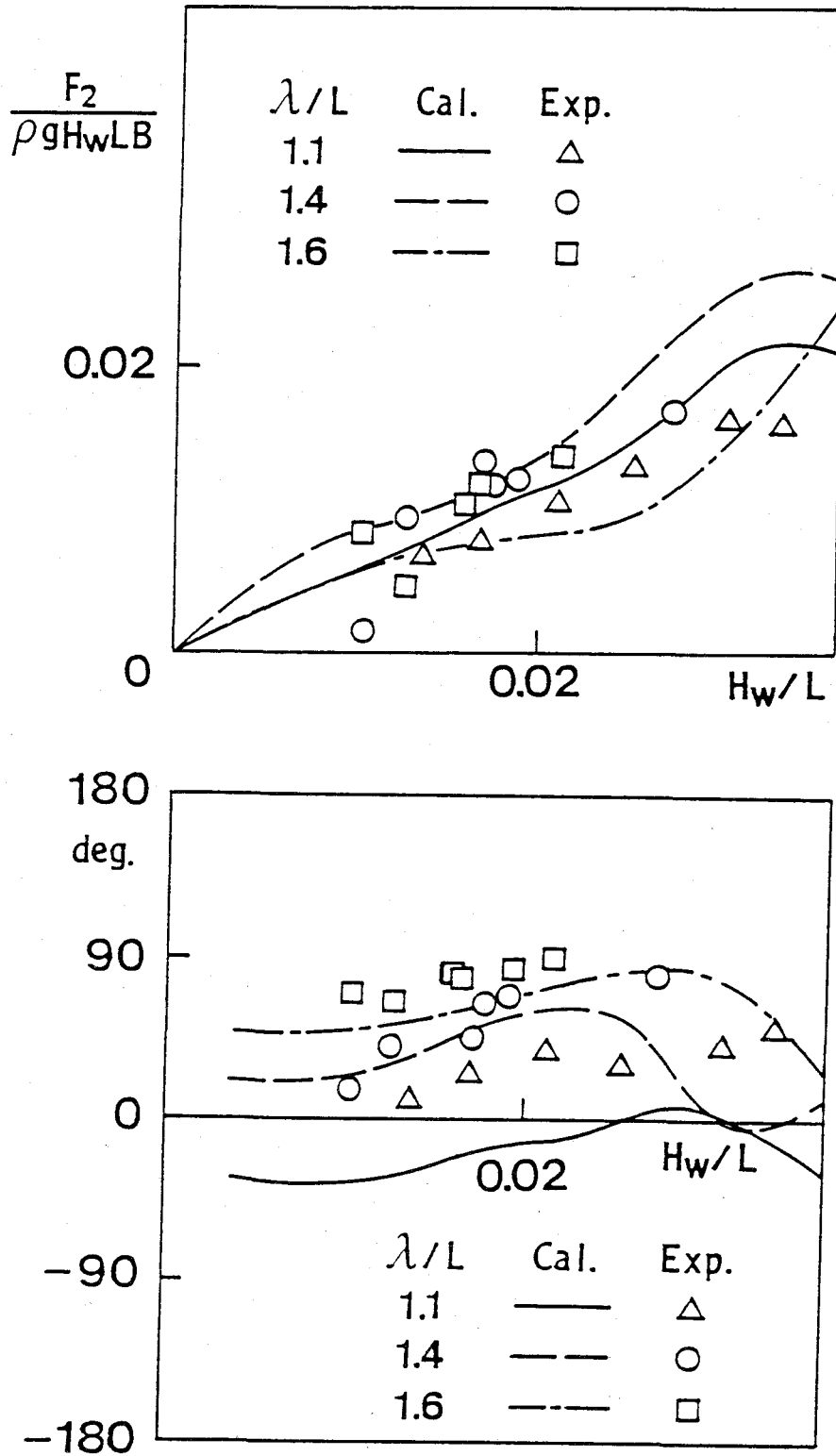


Fig.3.19 $2\omega_e$ component of shearing force at $F_n=0.275$

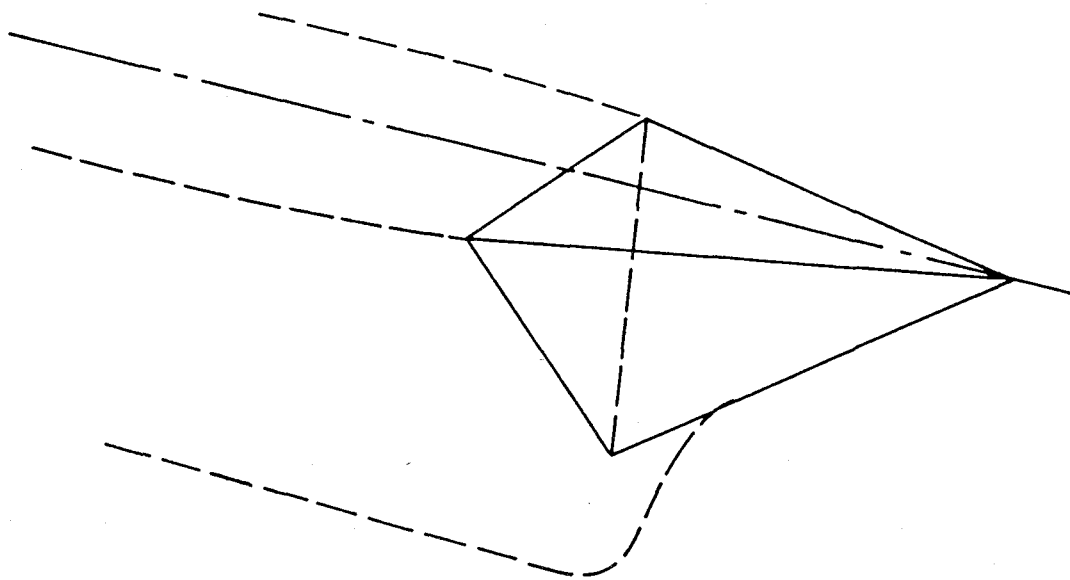


Fig.4.1 The tetrahedral approximation of the bow

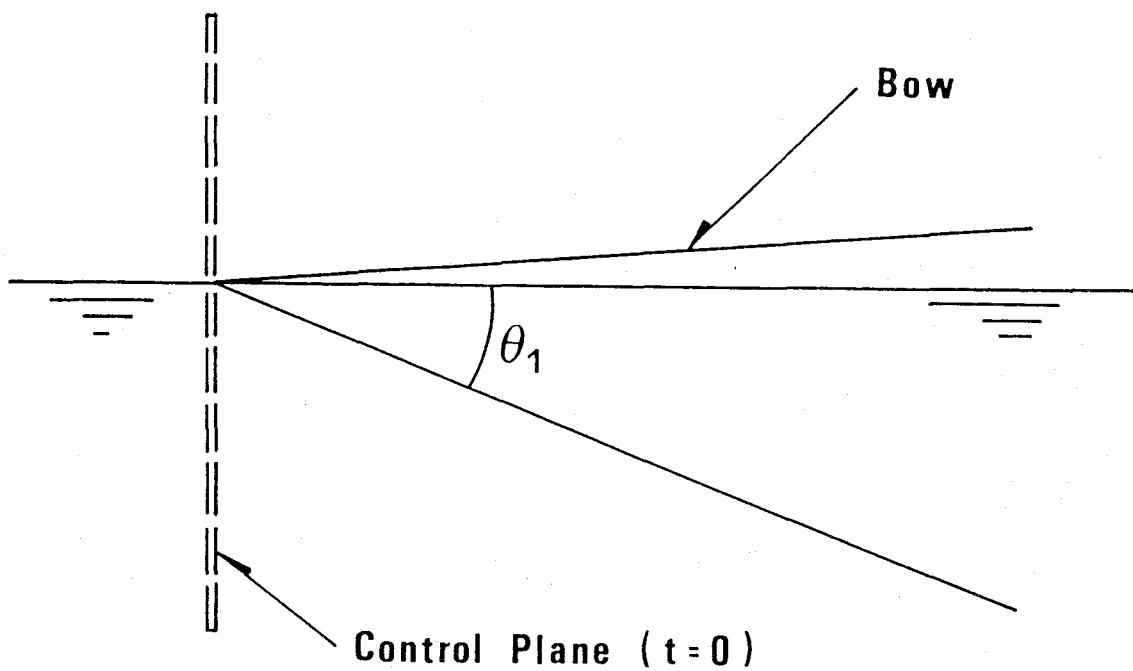


Fig.4.2 The relationship between three dimensional flow-field and two dimensional one

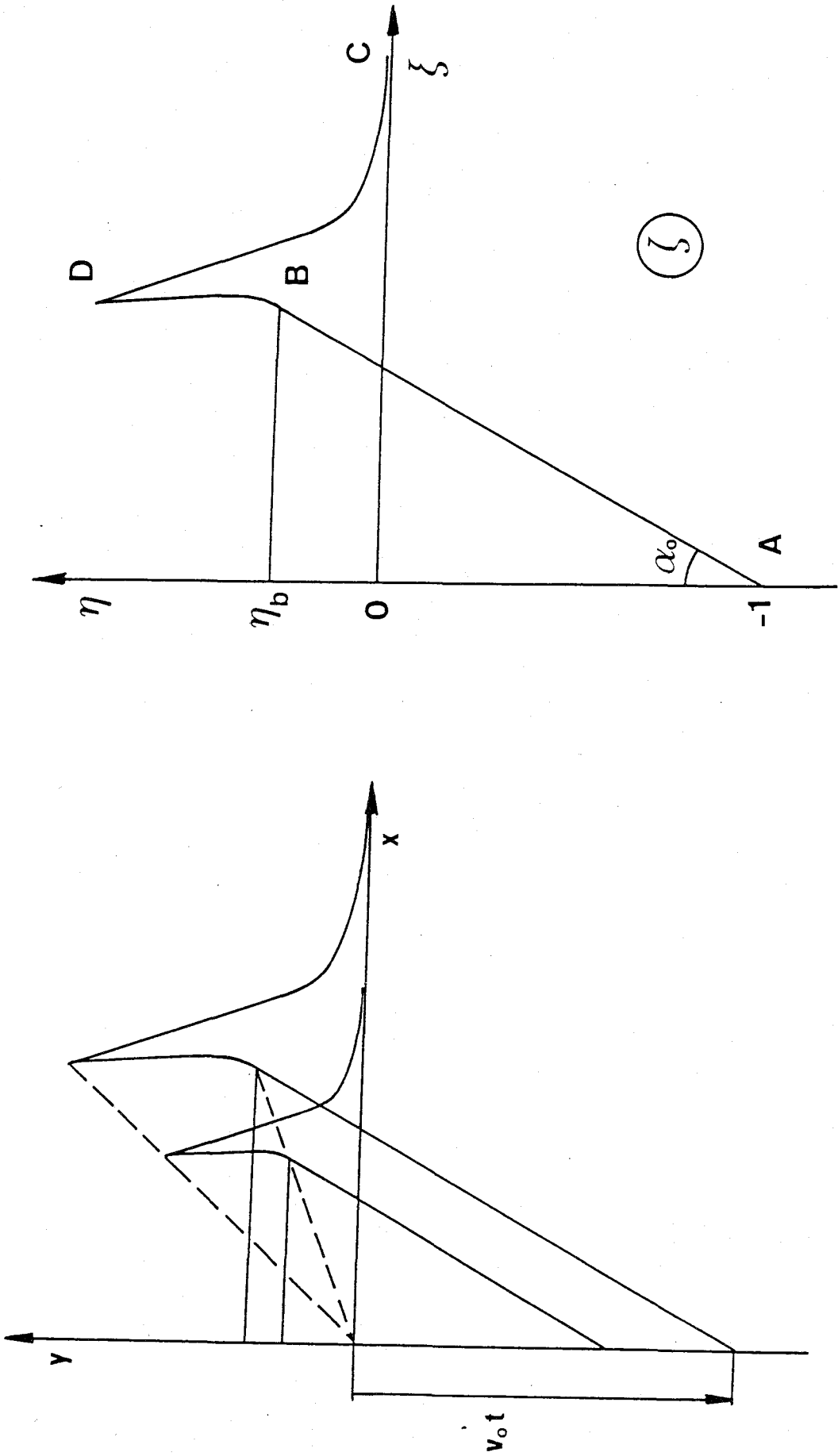


Fig.4.3 The relationship between the physical plane and the similarity plane

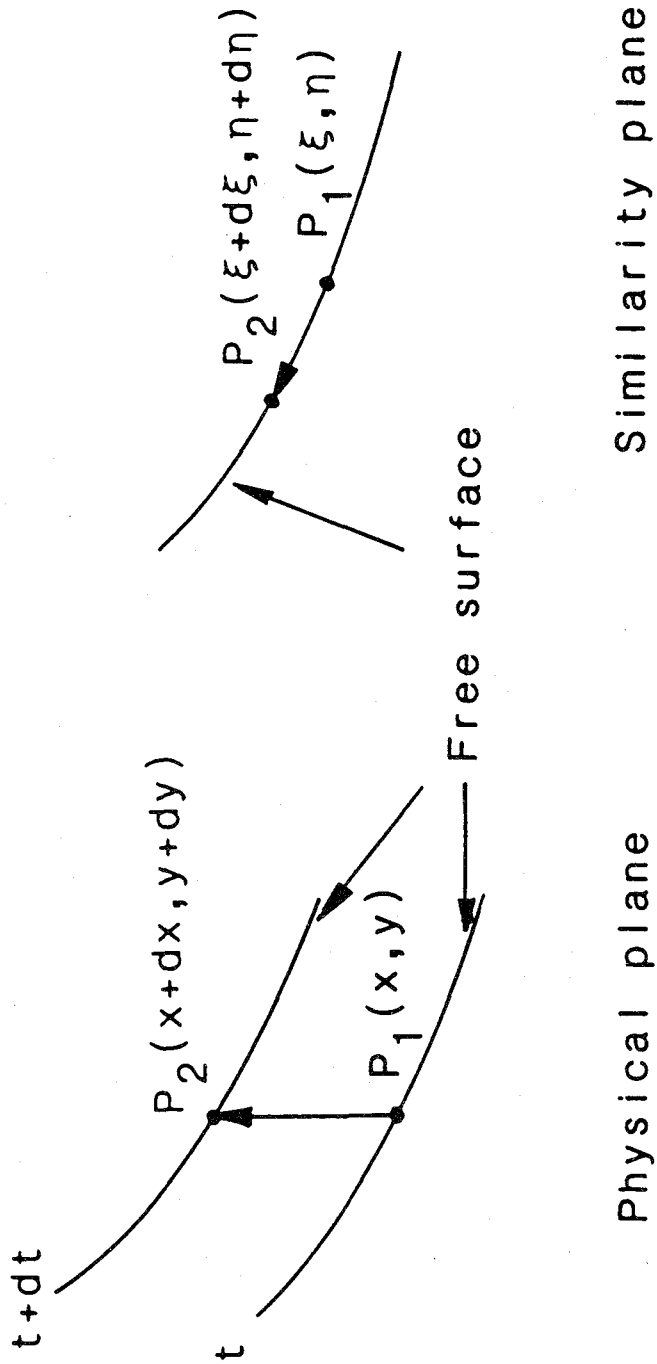


Fig.4.4 The direction of the movement of the fluid particle on the free surface in the physical plane and the similarity plane

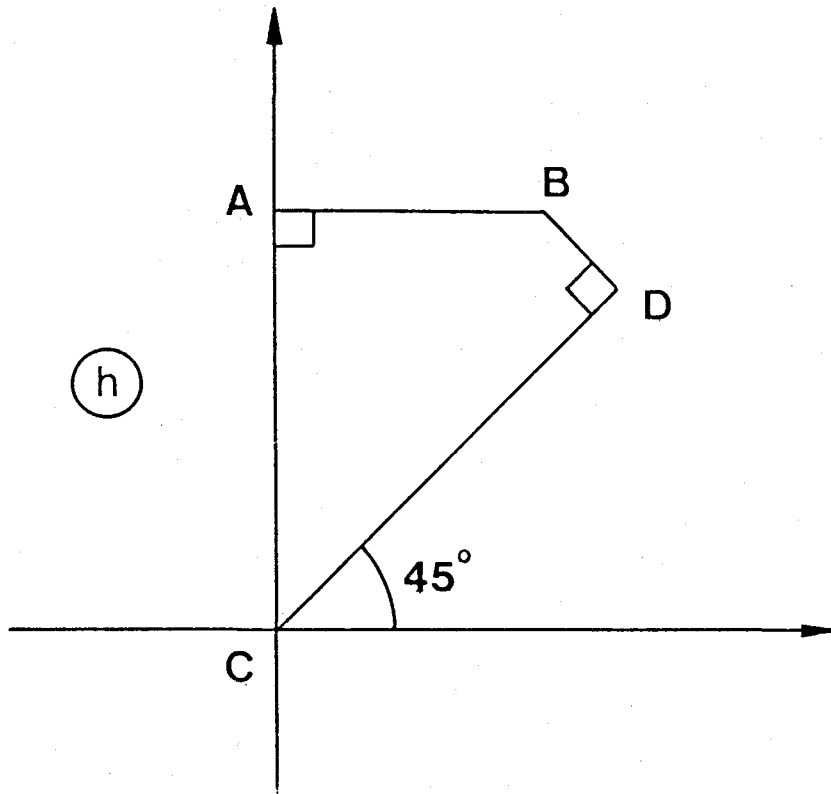


Fig.4.5 The flow region CABDC in the plane of Wagner's function

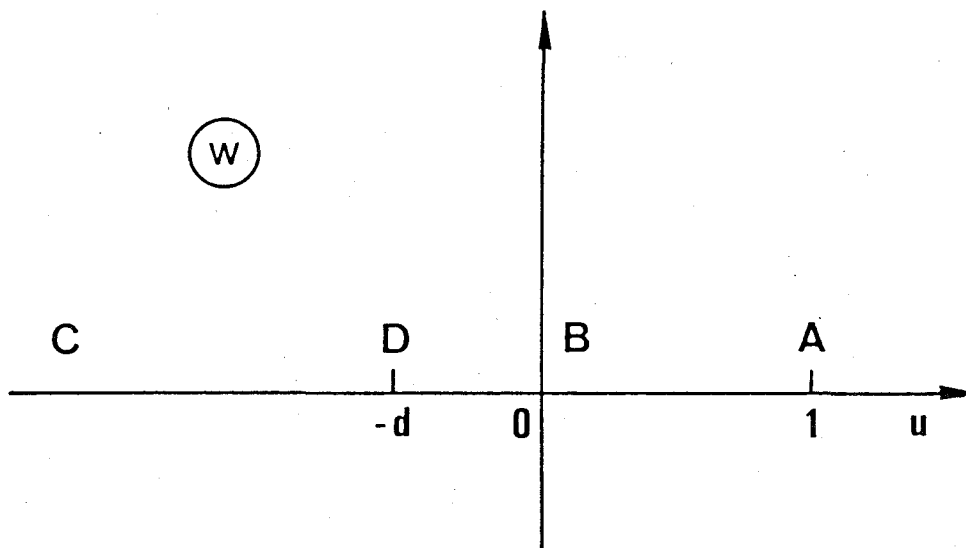


Fig.4.6 The image of flow region CADBC in the w -plane

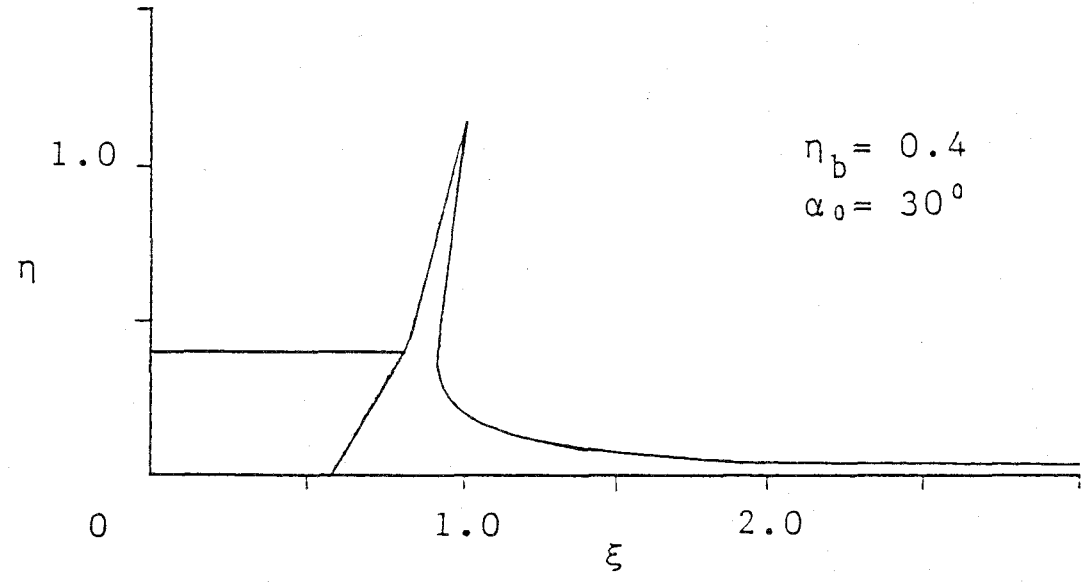
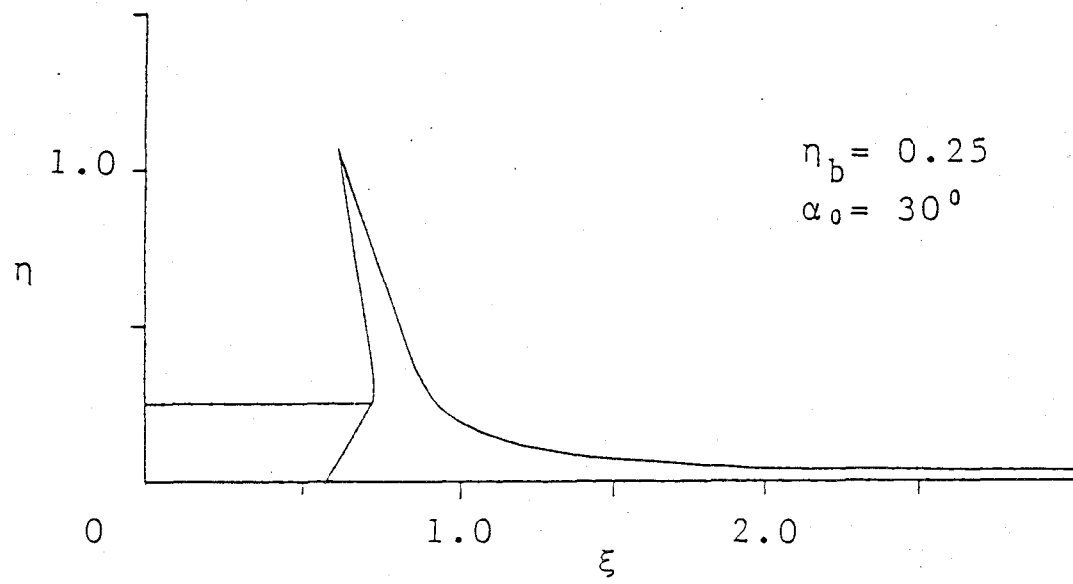
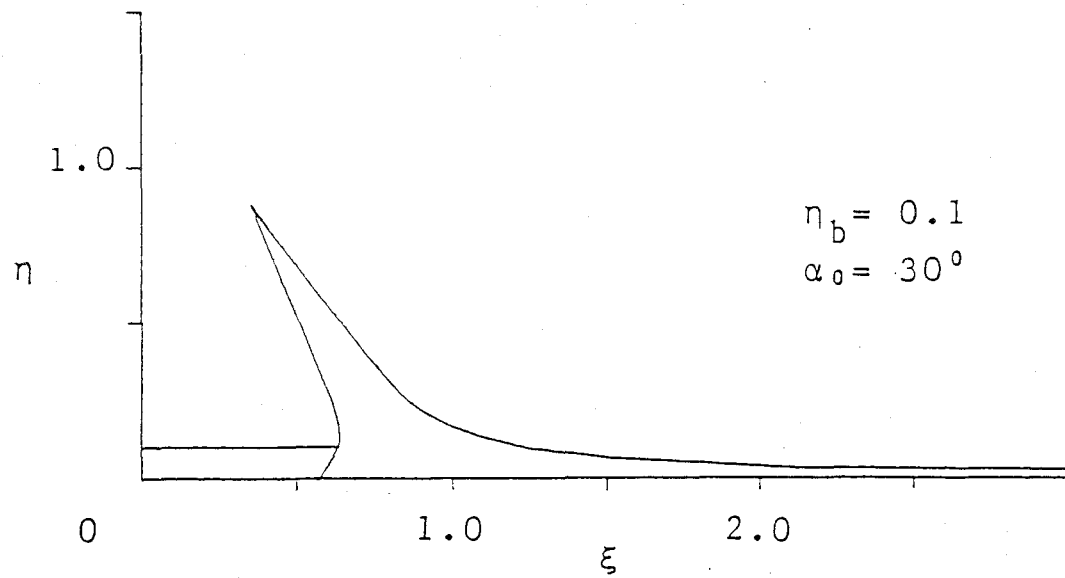


Fig.4.7 Calculated results of the free surface profile for different deck heights η_b

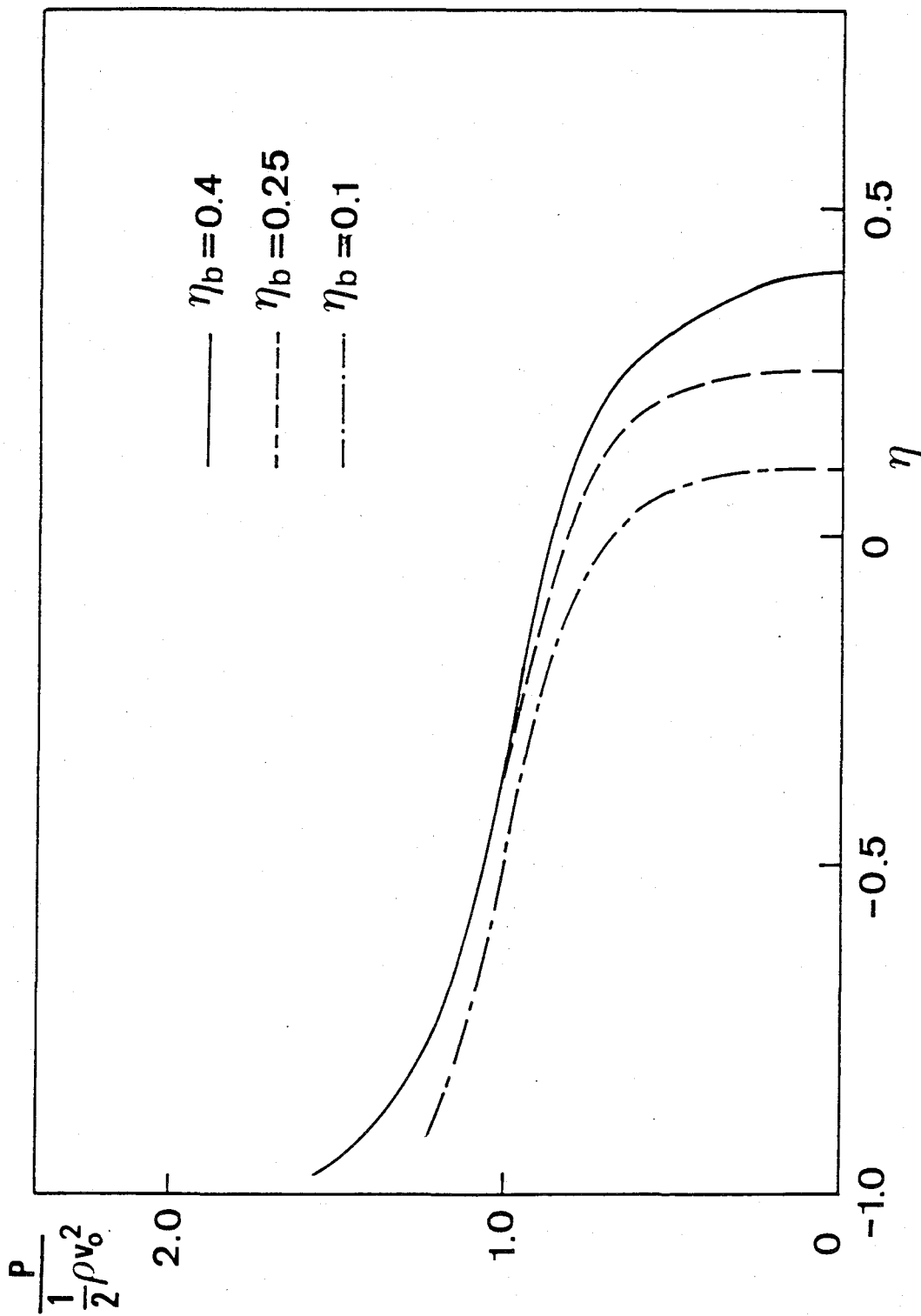


Fig.4.8 The curves of the distribution of the pressure along the body surface for different deck heights η_b

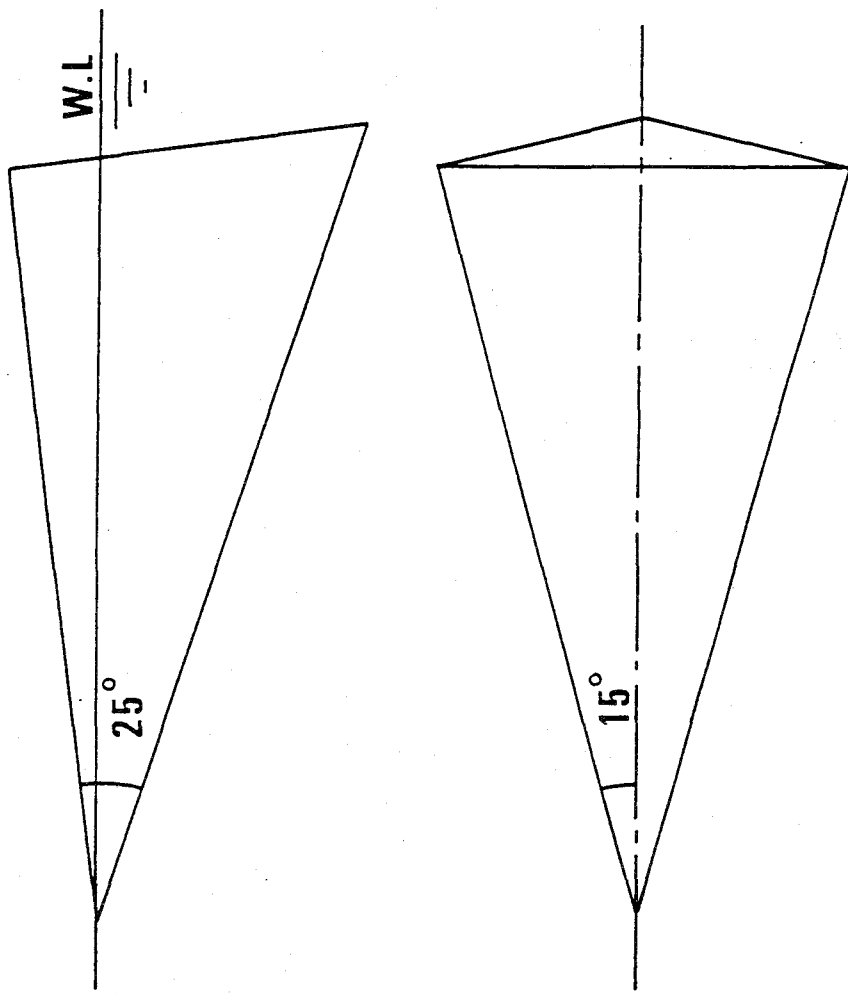


Fig.4.9 The profile and the plan of the experimental model

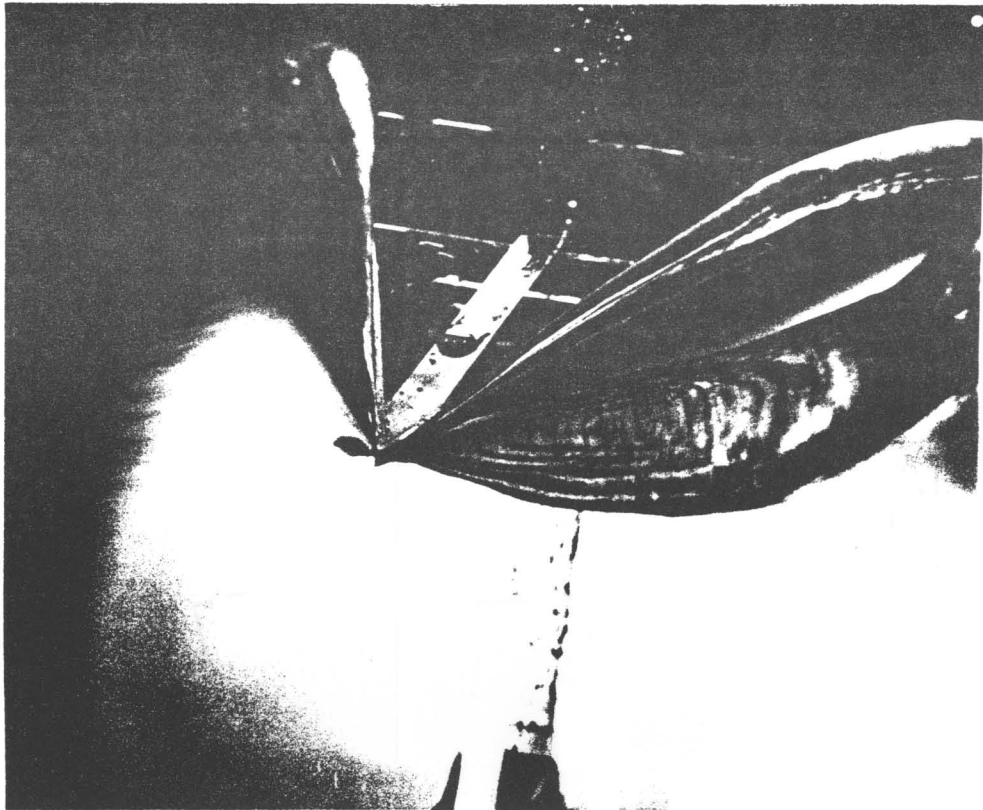


Fig.4.10 The photograph of the free surface deformation

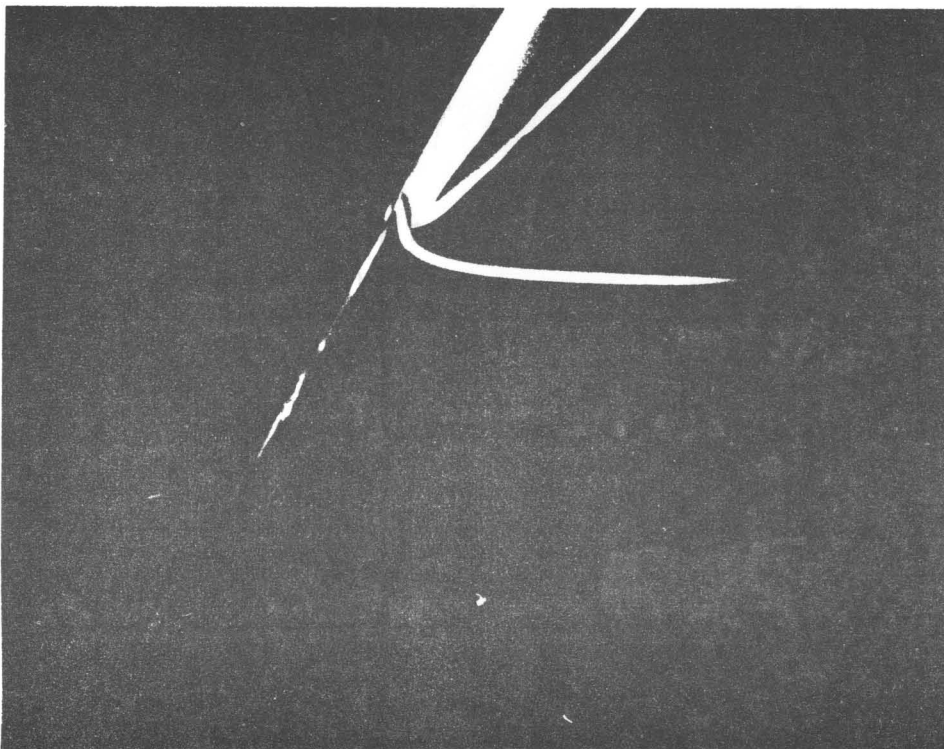


Fig.4.11 The photograph of the free surface at a transverse section

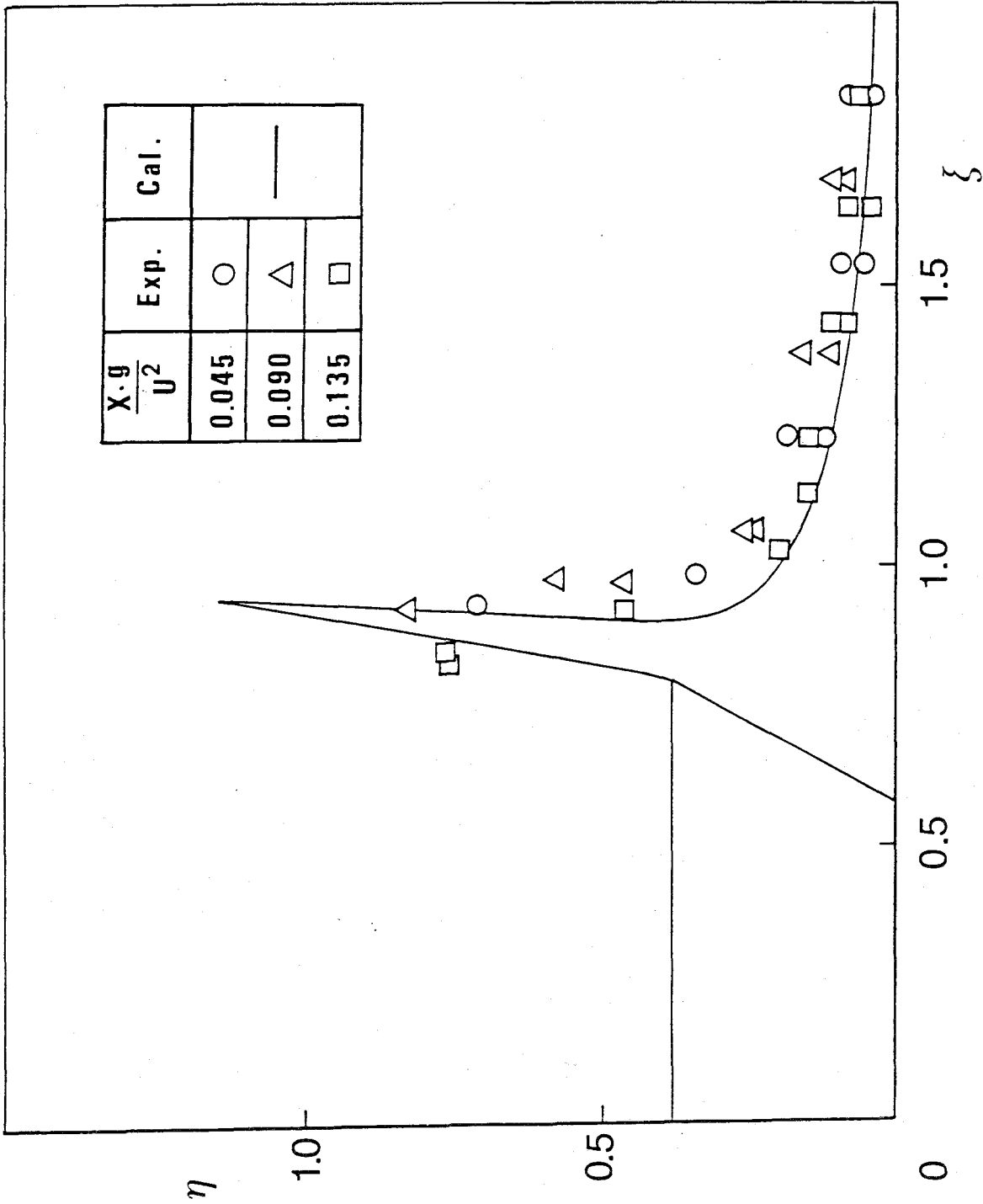


Fig.4.12 Comparison between measured free surface profiles and the calculated one ($\alpha_0=30^\circ, \eta_b=0.38$)

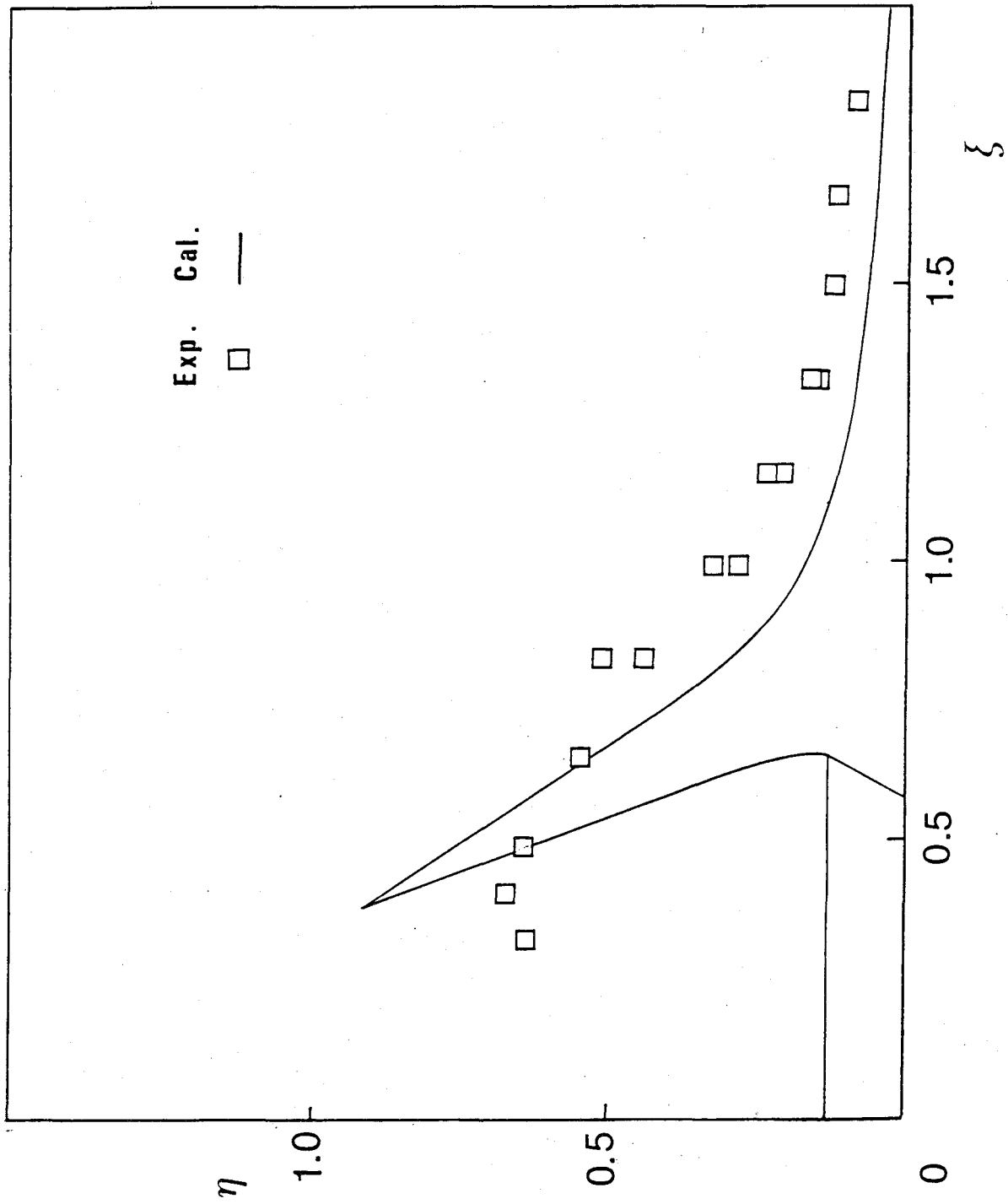


Fig.4.13 Comparison between measured free surface profiles and the calculated one ($\alpha_0=30^\circ, \eta_b=0.13$)

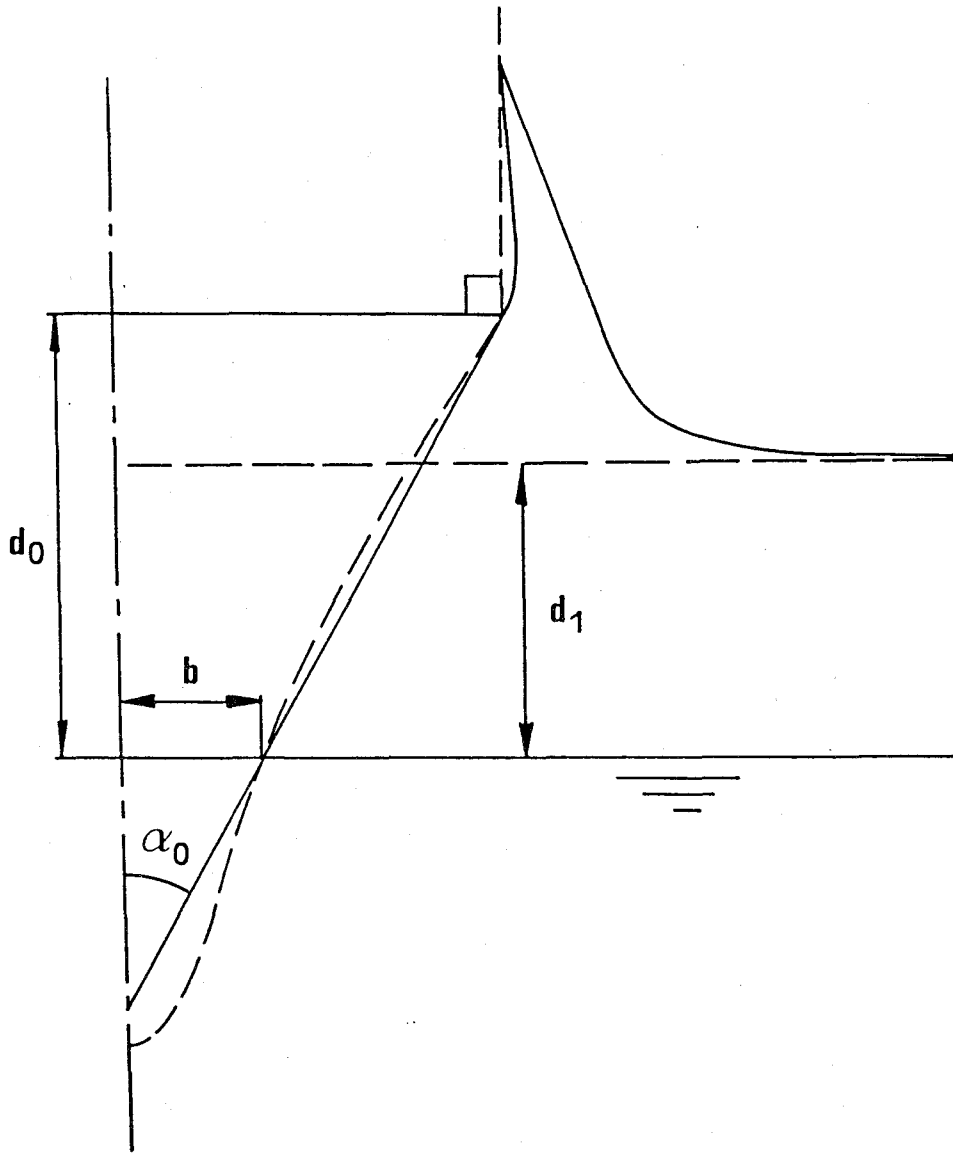


Fig.4.14 The triangular approximation of the sectional profile for the present method

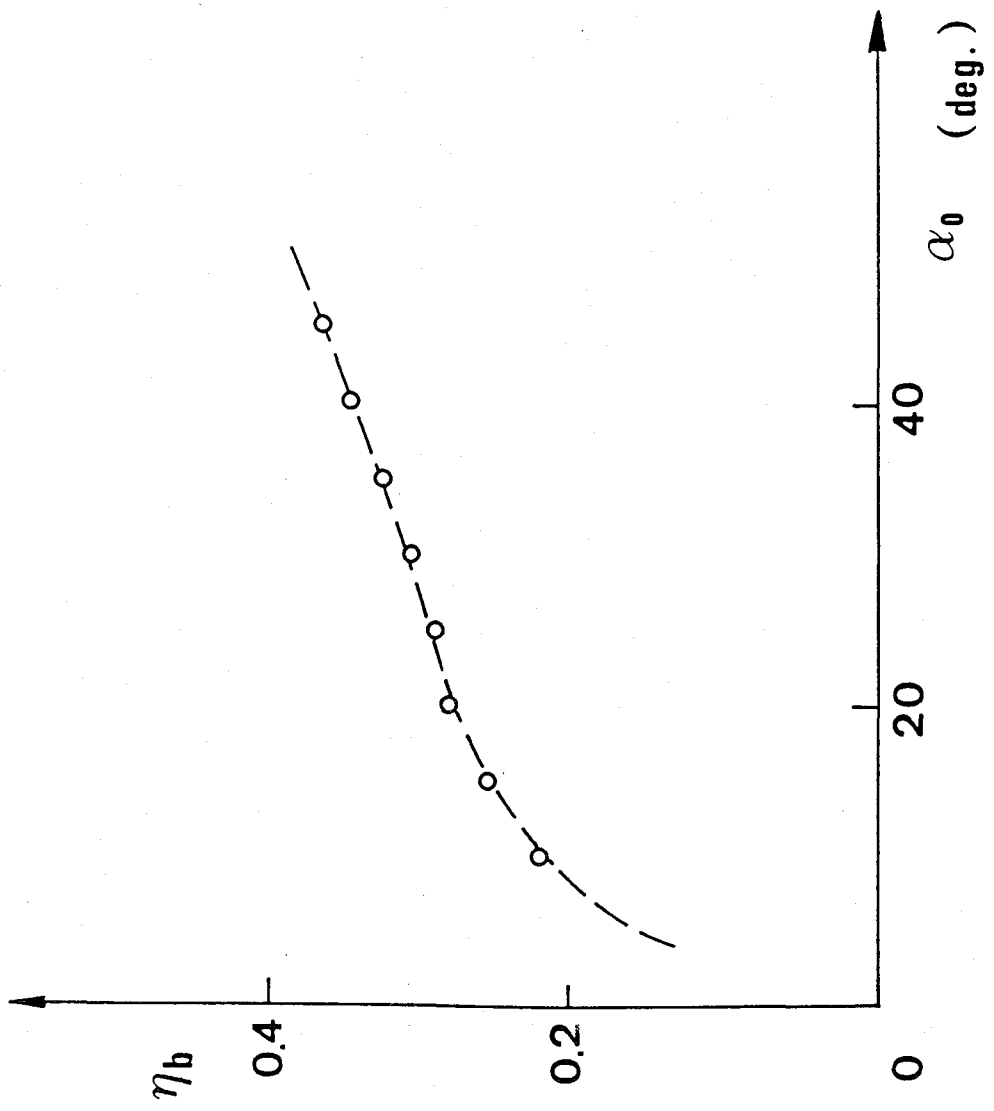


Fig.4.15 The critical deck height for the deck wetness

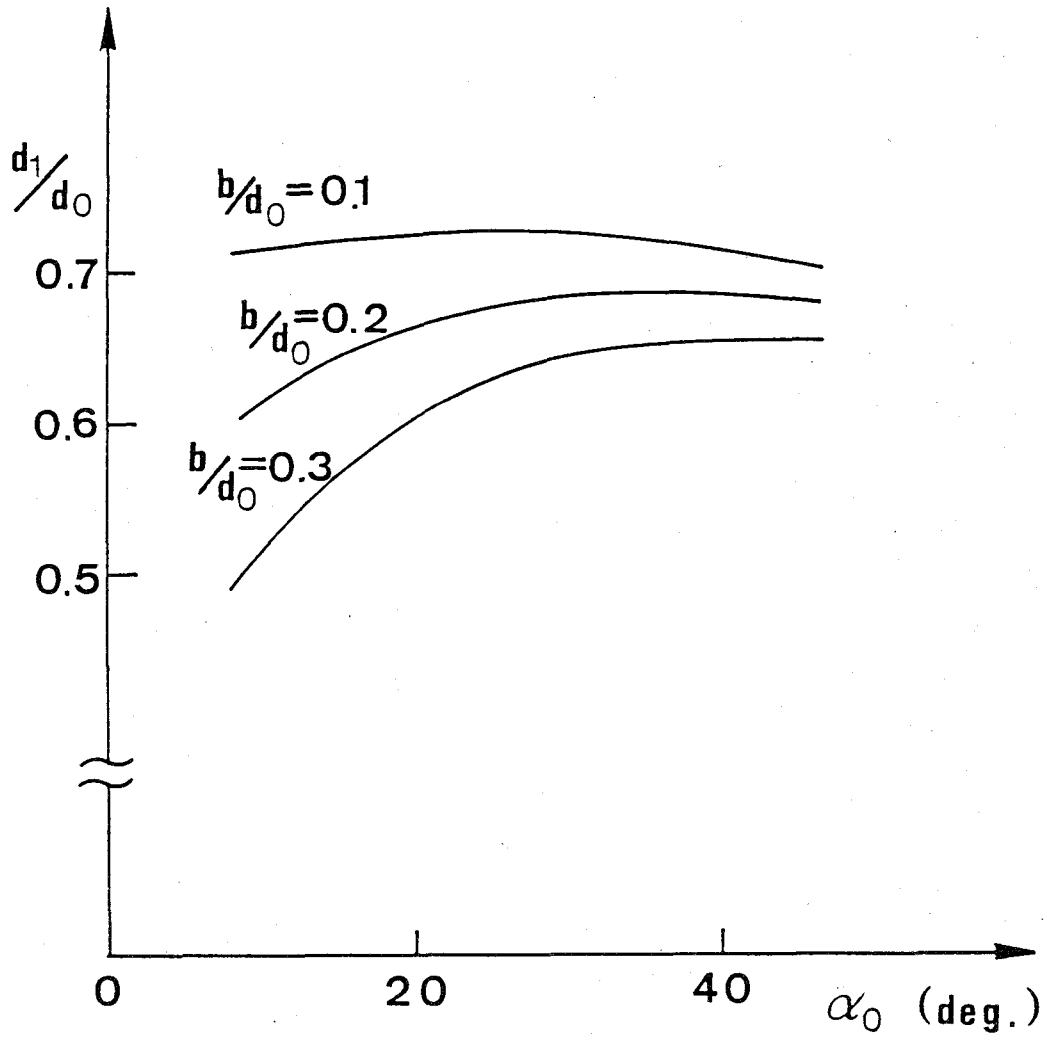


Fig.4.16 The relationship between d_1/d_0 and d_0

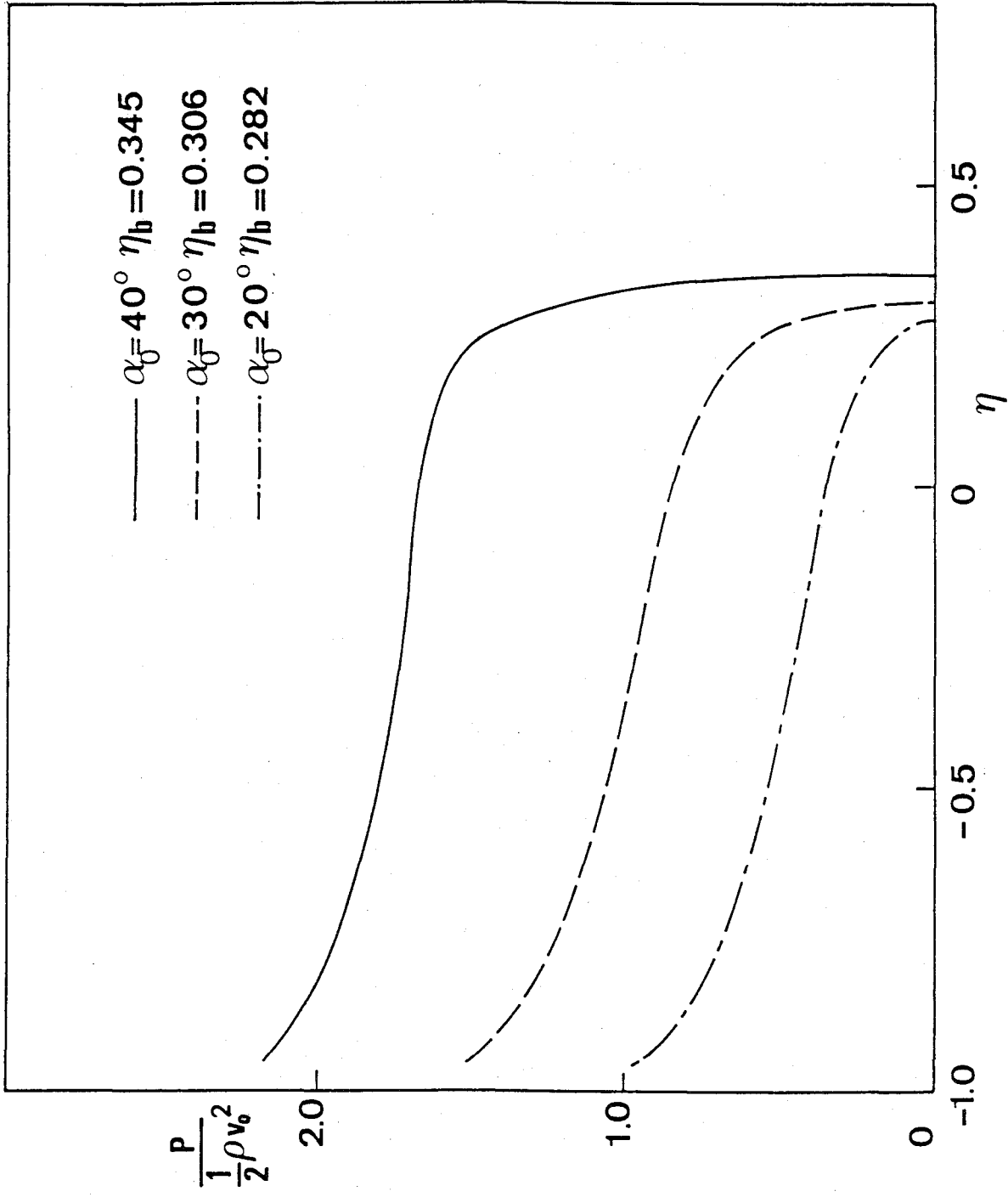


Fig.4.17 The curves of the distribution of the pressure along the body surface for different flare angles α_0

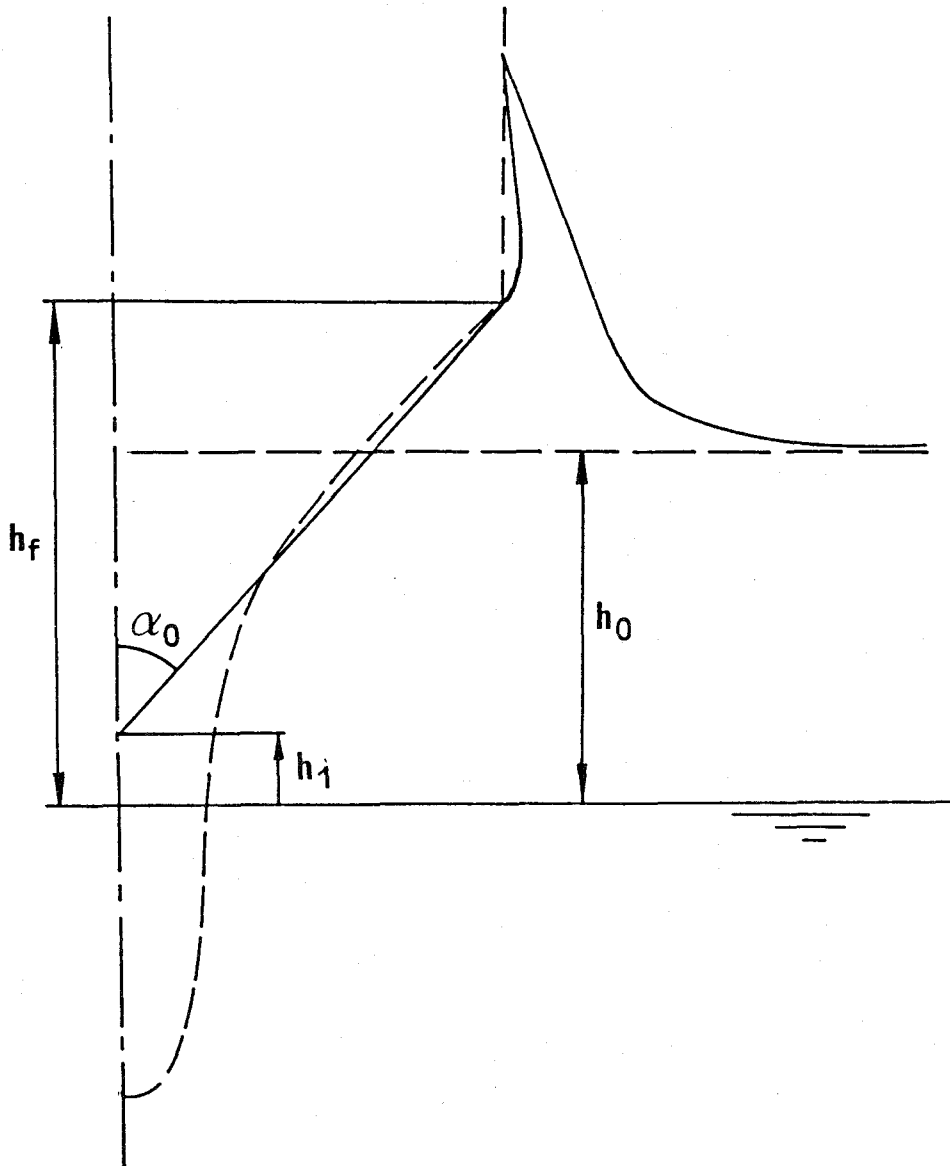


Fig.4.18 The triangular approximation of the sectional profile for experimental results

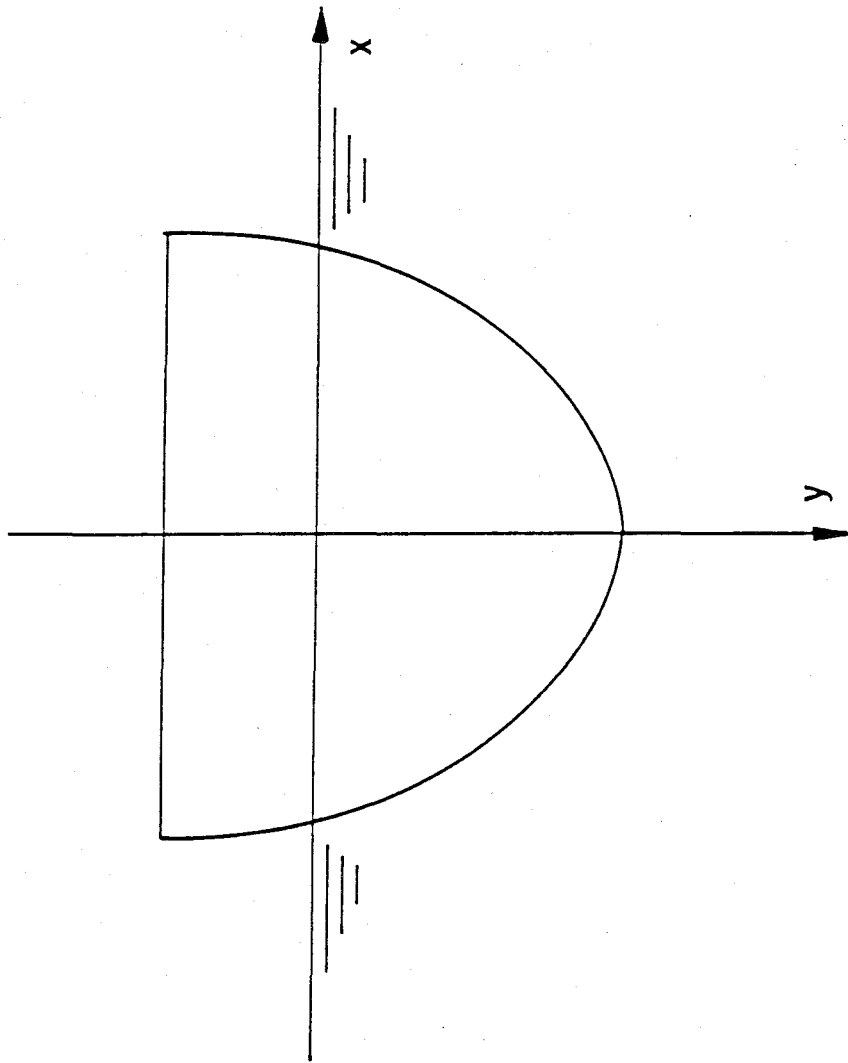


Fig.A-1.1 Coordinate system

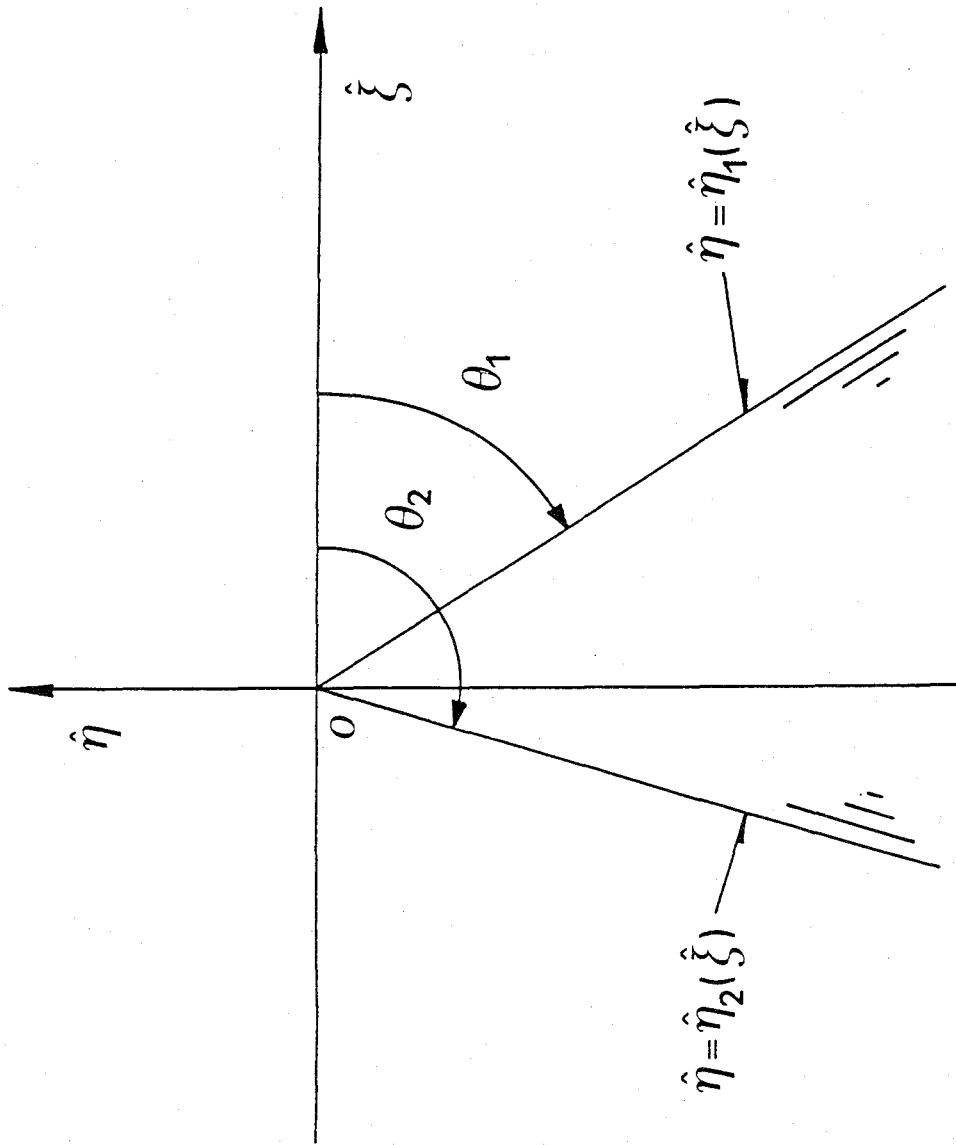


Fig.A-3.1 Local coordinate system for the corner of the free surface

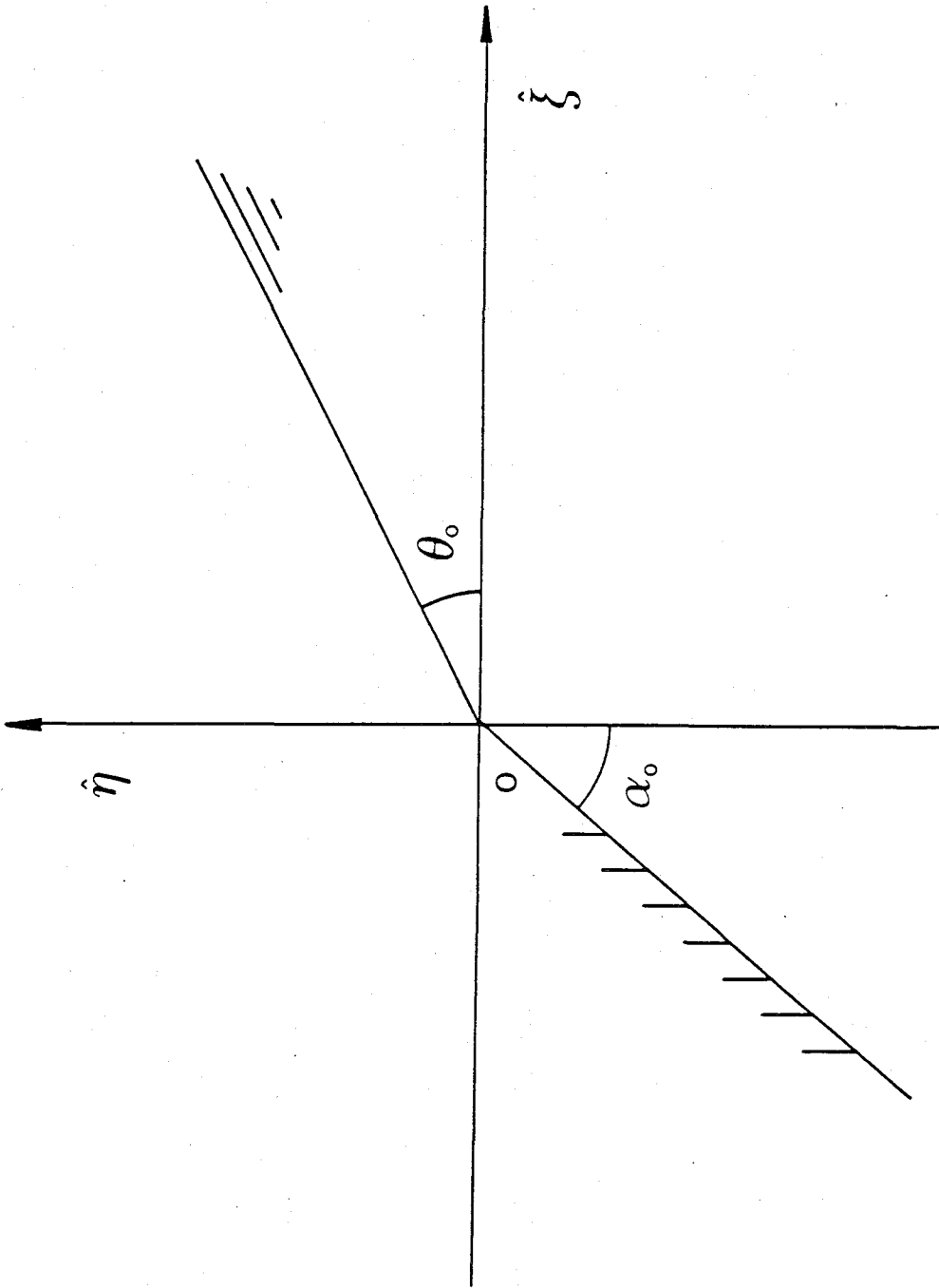


Fig.A-4.1 Local coordinate system for the intersection between the free surface and the body surface

Table 2.1 Various component of the radiation wave amplitude ratio

a/d	\bar{A}_1	\bar{A}_2	\bar{A}_3	\bar{A}_4	\bar{A}_5	\bar{A}_6
0.3	0.691	0.085	0.037	0.009	0.031	0.057
0.5	0.665	0.095	0.019	0.096	0.045	0.111

Table 3.1 The magnitude of coefficients in Eq. (3.1.22)

$\frac{\lambda}{L}$	$\frac{1}{\epsilon \omega_e^2} \left(\frac{\omega_e}{\omega_0} \right)$	$\left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right)^2$	$\epsilon^2 \omega_0^4$
1.0	1.297	0.350	0.208
1.5	2.104	0.410	0.093

$\frac{\lambda}{L}$	$\epsilon^2 \left(\frac{F_n}{\omega_e} \right)^2$	$\left(\frac{F_n}{\omega_e} \right)^2$	$\epsilon \frac{F_n}{\omega_0} \left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right)^2$
1.0	2×10^{-5}	0.004	0.003
1.5	4×10^{-5}	0.007	0.004

$\frac{\lambda}{L}$	$\epsilon^2 \omega_0^2 \frac{F_n}{\omega_e}$	$\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right)^2 \frac{F_n}{\omega_0}$	$\omega_0^2 \frac{F_n}{\omega_e}$
1.0	0.002	0.529	0.408
1.5	0.002	0.758	0.360

$\frac{\lambda}{L}$	$\epsilon \omega_0^2 \frac{\omega_0}{\omega_e}$	$\frac{F_n}{\omega_e}$	$\left(\frac{\omega_0}{\omega_e} \right)^2 \frac{F_n}{\omega_0}$
1.0	0.270	0.065	0.038
1.5	0.195	0.086	0.055

$\frac{\lambda}{L}$	$\frac{\omega_0}{\omega_e}$
1.0	0.592
1.5	0.640

Table 3.2 Principal dimensions of model ship

Length	(m)	2.50
Breadth	(m)	0.363
Draft	(m)	0.136
Displacement	(m ³)	0.0705
Block coeff.		0.5716
l_{cb}	(%L _{pp})	1.417
k_{yy}/L_{pp}		0.28

Table 3.3 Experimental conditions

λ/L	$F_n=0.200$	$F_n=0.275$
1.0	○	
1.1		○
1.2	○	
1.4		○
1.6	○	○

Table 4.1 Relative water levels for various bow shapes

O' Dea et al.

Bow No.	α_0 (deg.)	h_1/h_r	h_0/h_r
Parent	24	-0.11	0.75
1	9	-0.81	0.68
2	36	0	0.75

Lloyd et al.

Bow No.	α_0 (deg.)	h_1/h_r	h_0/h_r
1	24	-0.21	0.73
2	27	-0.19	0.73
3	34	-0.06	0.74
4	39	0	0.75
5	45	0.09	0.76
8	16	-0.43	0.70
9	29	-0.11	0.74