【59】

氏名・(本籍)	原　　惟　行（はら　ただ　ゆき）
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	第　3266　号
学位授与の日付	昭和50年2月10日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**ある種の3階及び4階非自律系微分方程式の解の漸近的挙動について**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内　脩 (副査) 教授 丘本　正　教授 坂和　愛幸　教授 坂口　実 教授 高木　修二　助教授 山本　稔

論文内容の要旨

本論文の主旨は次の二点にある：

(i) Semi-invariant set に関する T. Yoshizawaの定理の拡張，

(ii)この拡張した結果を新しい方法として3階および4階非線形常微分方程式の解の無限時刻における漸近的挙動を調べ摂動項に関する条件の面からも，非自律系微分方程式を取り扱っているという面からも従来の結果の一般化を行っている。

以下でその要旨を少し詳しく述べる。

Semi-invariant set に関する T. Yoshizawa の定理は $F(t,x)$，$G(t,x)$ を $I\times Q$($I=[0,\infty]$，Q: R^nの開集合)で連続とするとき微分方程式

(1)　$\dot{x}=F(t,x)+G(t,x)$

の任意の有界な解が$t\to\infty$のとき最大の Semi-invariant set に近づくための条件を与えたものである。これらの条件のうち摂動項$G(t,x)$に関する条件は，xがR^nの任意のコンパクト集合に属するとき全ての t に対して$\int_0^t \|G(s,x)\|ds$ が有界であることである。この条件は $G(t,x)$がxのみに関係する場合の摂動を許容していないといってよい。

本論文においては，摂動項 $G(t,x)$ に関して次の条件の下で(1)の任意の有界な解が$t\to\infty$のとき最大の Semi-invariant set に近づくことを示した（Lemma 2):

$\|G(t,x)\|\leqq G_1(t,x)+G_2(x)$,

ここで$G_1(t,x)$は$I\times Q$ で連続かつ x がQの任意のコンパクト集合に属するとき全ての t に対して$\int_0^t G(s,x)ds$ が有界であり $G_2(x)$ はQで連続かつQの中の閉集合Ω に関して正定値である。

これにより $G(t, x)$ は phase 方向(x 方向)に対しても摂動が許されることになる。

この一般化された Semi-invariant set に関する定理を3階および4階の非線形常微分方程式に適用して解の漸近的挙動を調べる。

3階および4階の常微分方程式の解の安定性理論は実際面での要求からE. A. Бароашлн, C. H. Шиманов, M. L. Cartwright 等により1950年代の初頭より研究が始まりその後 J. O. C. Ezeilo 等によって研究が進められている。本論文では

(2) $\dddot{x}+a(t)f(x, \dot{x})\ddot{x}+b(t)g(x, \dot{x})\dot{x}+c(t)h(x)=p(t, x, \dot{x}, \ddot{x})$,

(3) $\ddddot{x}+a(t)f(\ddot{x})\dddot{x}+b(t)\varphi(\dot{x}, \ddot{x})+c(t)g(\dot{x})+d(t)h(x)=p(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \dddot{x})$

なる形の微分方程式を扱っている。

従来は $a(t)=b(t)=c(t)=d(t)=1$ の場合についてのみ研究がなされており，方程式の主部が真に t に関係する非自律系方程式(2)，(3)についてはその取り扱いが困難であるためほとんど研究が行われていない。我々は Lyapunov 関数を構成することと一般化された Semi-invariant set に関する定理を用いることにより方程式(2)，(3)の任意の解が一様有界かつ $t\to\infty$ のとき0に近づくための条件を得ている(定理1，定理2，定理3，系1，系2)。特に $a(t)=b(t)=c(t)=d(t)=1$ とおくと定理1〜3の条件は自動的にみたされ本論文の結果は従来の結果の拡張になっている。又 $a(t)=b(t)=c(t)=d(t)=1$ の場合でさえも方程式(2)，(3)の摂動項 $p(t, x, \dot{x}, \ddot{x})$，$p(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \dddot{x})$ に対する条件も改良されている。我々の結果は(2)，(3)が線形微分方程式の場合にも成立する。証明に際して従来は解の漸近的挙動に関する結論を導くために個々の方程式について細かい議論を必要としたが，本論文では一般化した Semi-invariant set に関する定理を用いているため比較的証明が簡潔になっており得られた結果も従来のものより一般的になっている。

本論文では $\int_o^x h(\xi)d\xi\to\infty$ as $|x|\to\infty$ なる条件の下で議論を進めているが $\frac{h(x)}{x}\geqq\delta>o\ (x\neq o)$ なる条件の下での解の漸近的挙動は参考論文〔1〕で論じている。本論文及び参考論文〔1〕の結果は3階および4階非線形微分方程式の解の漸近的挙動に関する従来の諸結果の多くを含んでいる。

論文の審査結果の要旨

本論文において著者は，いままで多くの人々によって考察された非自励系常微分方程式に関する結果を再考し，種々の結果を得ている。まず，解の漸近的挙動に関する吉沢の定理を，摂動項が時間変数を含まない場合にも適用できる形に拡張した。そして，これを具体的に3階および4階の方程式に適用して，Swick, Ezeilo 等の結果を含む解の漸近安定性の条件を見出している。なお，これらの結果の導出にあたって，証明がきわめて簡略化されていることも注目すべきことである。

これらの微分方程式は，近年種々の工学的応用に関連して重要視されているもので，これについての漸近安定性のための相当一般な条件を得たことは，応用上にも意義があり，工学博士の学位を授与するに値するものであると認められる。