

Title	ケーブル系橋梁の力学的特性に関する研究
Author(s)	前田, 研一
Citation	大阪大学, 1984, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/314
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

ケーブル系橋梁の力学的特性に 関する研究

昭和58年12月

前田 研一

目 次

序	論	1
第 1 章	既往の研究の概観	1
第 2 章	本論文の目的と概要	4
第 3 章	主要記号の一覧	6
第 I 編	平面骨組構造の有限変位解析法	13
第 1 章	緒 論	13
第 2 章	推定割線剛性法および付加擬荷重法	15
第 1 節	運動方程式の増分形	15
第 2 節	内部抵抗力ベクトルと割線剛性マトリックス	15
第 3 節	直接積分法とモード重畳法	19
第 3 章	解析法の妥当性の検討	22
第 4 章	結 論	34
第 II 編	斜張橋の力学的特性とその応用	35
第 1 章	緒 論	35
第 2 章	有限変位解析法の適用	38
第 3 章	ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析	42
第 1 節	Ernst の修正弾性係数	42
第 2 節	放物線ケーブル部材の計算式	43
第 3 節	計算式の妥当性の検討	46
第 4 節	パラメトリック解析	48
第 4 章	ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析	53
第 1 節	システムダンピングの要因の定義	53
第 2 節	定義の妥当性の検討	57
第 3 節	実橋試験	62
第 5 章	架設途中の斜張橋の変形と応力解析	68
第 6 章	走行荷重による斜張橋の動的応答解析	73
第 7 章	結 論	87

第 III 編	吊橋の力学的特性とその応用	89
第 1 章	緒 論	89
第 2 章	有限変位解析法の適用	93
第 3 章	主ケーブルの 2 次応力を考慮した静的挙動の解析	95
第 1 節	Wyatt の理論	95
第 2 節	平行線ケーブル部材の計算式	96
第 3 節	自由滑動部とバンド締付け部との一体化	101
第 4 節	計算式の妥当性の検討	106
第 4 章	補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析	110
第 1 節	基礎微分方程式の解析解	110
第 2 節	補正計算法	114
第 3 節	計算法の妥当性の検討	116
第 5 章	架設途中の吊橋の変形と応力解析	123
第 6 章	走行荷重による吊橋の動的応答解析	135
第 7 章	結 論	151
総 括		153
[参 考 文 献]		155
謝 辞		167
(付 録)	著者の発表論文	168

序 論

第 1 章 既往の研究の概観

ケーブルが最も重要な構造部材であり、その引張材としての機能を最大限に活用する橋梁、建築構造を、一般に、吊構造（サスペンション構造）と名付けている。橋梁における吊構造、すなわち、吊形式橋梁には、吊橋、斜張橋および吊床版橋の 3 種がある。しかしながら、吊床版橋は、長径間橋梁として、未だ本格的実用化の段階に至っているとはいえない。

本論文は、吊橋および斜張橋を総称して「ケーブル系橋梁」と定義し、ケーブル系橋梁の面内有限変位解析とその構造に特有の力学的特性の設計、施工への応用に関して、著者が行ってきた研究の成果をまとめたものである。

本研究の分野における既往の研究を概観すれば、以下のようである。

吊橋の起源は非常に古いから、理論的な面から、吊橋が支間長 1,000 m を越える長径間橋梁として裏付けられたのは、19 世紀末における撓度理論の発表によってである。従来の弾性理論は通常の平面骨組構造物に対する微小変位理論を拡張したものにすぎないが、撓度理論は吊橋に固有な基礎微分方程式の解を誘導して、補剛桁の剛性が低い場合や支間が長い場合には明らかに無視できない主ケーブルの変形の影響を考慮できるようにしたものである^{1)~5)}。すなわち、種々の仮定による近似を行なっているが、一般の平面骨組構造物に対する有限変位理論に対応するものであると考えられ、それに基づく解析法は一種の有限変位解析法である。その後多くの研究者達によって理論の改良あるいは解法に関する提案がなされてきたこともあって、今日においても、長径間吊橋の設計計算法として適用されている⁶⁾。

また、大型高速電子計算機の普及および数値計算技法の発達に伴ない、吊橋を平面骨組構造物とみなした有限変位理論に基づく解析に関する数多くの研究が発表され、設計計算法としても既に適用され始めている⁷⁾。有限変位理論は、撓度理論に比較し、非常に大容量の計算を必要とするが、ハンガーの伸び、傾きの影響なども容易に考慮して任意形式の吊橋はもちろん、架設途中の吊橋の解析も可能である⁸⁾。

したがって、今後は、実施設計、架設計算などにおいては、有限変位理論に基づく解析法の適用が主流となる一方、基本設計などにおいては、その簡便性から、撓度理論に基づく解析法が、試算用の簡易計算法として、効果的に適用されることになるとと思われる。

このように、吊橋の一般の骨組構造物としての静的な場合の面内有限変位解析法についてはほぼ確立された感があるが、特有の幾何学的非線形問題に対する解析法については未確立のものが少なくない。その一つが、補剛桁架設途中における主ケーブルの 2 次応力を考慮し

た解析法である⁹⁾。現在、適用されている解析法は、汎用性と効率の点で問題があり、主ケーブルの変形と応力に及ぼす2次応力の影響に対して主眼を置いていたことから、精度の点でも十分であるとはいえない。また、主ケーブルの2次応力はケーブルのより妥当な安全率を決定する際の重要な問題点の一つであったが、長径間吊橋の逐次剛結工法による架設工事が本格化したわが国の現在では、架設途中の補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などに及ぼす影響の把握についても重要な課題の一つとして注目され、施工管理面からもより厳密な検討が必要であるといわれ始めている。

さらに、動的な場合、特有の力学的特性の一つに補剛桁の遊動円木振動の連成があり、現在では、有限変位理論に基づく解析法を適用することによって容易に考慮できるようになっている。しかしながら、補剛桁の遊動円木振動を考慮した撓度理論に基づく解析法については、試算用の簡易計算法としての簡便性を十分に満足するものが、未だ発表されていない。また、わが国において、新幹線を併設した長径間吊橋の計画が実施段階に移行するにつれ、設計衝撃係数の決定に加えて、走行荷重による補剛桁の橋軸方向移動量の把握が設計上の重要な課題の一つであったが、当時は有限変位理論に基づく解析法が初歩的なものであったこともあり、静的な場合の検討¹⁰⁾のみで、動的な場合における補剛桁の遊動円木振動の影響についてはほとんど報告されていない^{11)~13)}。

他方、斜張橋の起源も意外に古いですが、斜張橋が支間長200m~500mの場合に適した橋梁として吊橋に続く長径間橋梁の地位を築いたのは比較的新しく、20世紀後半であり、理論的な面からは、電子計算機による高次不静定構造の解析法の発達によるものである。さらに、今日では、将来の技術の発達によっては、より以上の支間長に対しても、吊橋より経済的な形式になり得るものとさえいわれ始めている^{14)~19)}。

上述のように高次不静定構造である通常の平面骨組構造物の解析法の発達を待たなければならなかったのは、斜張橋が吊橋における撓度理論のような固有の基礎理論を有していなかったからであるが、吊橋とは異なって微小変位理論によってもある程度の精度を満足し、架設途中の解析も可能であったことから、有限変位理論の発達を待つ必要はなかった。しかし、大型高速電子計算機の普及および数値計算技法の発達が急速に進行した時代の背景もあって、平面骨組構造物である斜張橋の有限変位理論に基づく解析法に関する数多くの研究が発表され、設計計算法としても既に適用され始めている^{20)~23)}。

したがって、斜張橋の一般の平面骨組構造物としての静的な場合の面内有限変位解析法についても、歴史は比較的新しいにもかかわらず、吊橋と同様にほぼ確立された感がある。しかしながら、特有の幾何学的非線形問題に対する解析法については未確立のものがやはり少なくはなく、その一つが、主桁架設途中におけるケーブルのサグを考慮した解析法である^{24)~26)}。現在、適用されている解析法は修正弾性係数によるものがほとんどであるが、ケーブルに導

入されている引張応力が小さくサグが大きくなる場合には、十分な精度を有するとはいえない²⁷⁾。また、長径間斜張橋の張出し架設工法による架設工事が本格化したわが国の現在では、架設途中の主桁の変位、ケーブルの張力などに対するケーブルのサグの影響の把握が重要な課題の一つとして注目され、施工管理面からのより厳密な検討が必要であるといわれ始めている²⁸⁾。

さらに、動的な場合、特有の力学的特性の一つにケーブルの弦としての横振動の連成があり、現在では、ケーブルをリンク構造と考え有限変位理論に基づく解析法を適用すれば、容易に考慮できるようになっている。近年、注目され始めている斜張橋のシステムダンピング^{29),30)}も、この問題に関するものである。しかしながら、その支配的な要因については、未だ推測の域を出ていない。また、我国において、最低次の固有周期が長く、それと速度との積に等しい間隔、すなわち共振間隔および道路橋示方書の $L-20$ 設計活荷重に相当する荷重強度の集中荷重列が走行中の自動車の実際の車頭間隔および重量に適合し得る、長径間斜張橋の計画が実施段階に移行するにつれ、設計衝撃係数および動的安定性の把握が設計上の重要な課題の一つであったが、ケーブルの横振動を無視した解析がほとんどであり、システムダンピングの効果について理論的に報告したものはみられない³¹⁾。

さて、これまでも述べたように、吊橋および斜張橋、すなわち、ケーブル系橋梁が長径間橋梁として発展を遂げてきたのは有限変位解析法の急速な発達^{32)~40)}に負うところ大であり、一般の平面骨組構造物としての静的な場合の面内解析法はほぼ確立された感がある。しかしながら、既に確立されている平面骨組構造物の面内有限変位解析法は、有限要素法に従う多項式の変位関数および有限変位理論に基づく変位-歪関係式を用い、ひずみエネルギーに対する一般化された Castigliano の第一定理から誘導される剛性マトリックスによるものが、最も一般的で汎用性のあるものである⁴¹⁾。しかも、現在までに発表されているケーブル系橋梁の数多くの面内解析法は、有限要素法による有限変位理論に基づく解析法によって、容易に一般化されるものである。したがって、設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用を可能にすることが、ケーブル系橋梁の一般の平面骨組構造物としての面内有限変位解析法の確立を意味するものであるといえる。

さらに、急速な大型高速電子計算機の普及および数値計算技法の発達⁴²⁾は、動的な場合においても、骨組構造物の有限変位解析を可能にしている⁴³⁾。しかしながら、長径間橋梁の走行荷重による動的応答解析などを実行するには多大の計算時間を要し、電子計算機の処理能力などによっても制約を受けることが少なくない。したがって、ケーブル系橋梁の面内有限変位解析法を動的な場合にも確立するためには、より効率的な解析法が必要であるといえる。

第 2 章 本論文の目的と概要

前章の議論を基に、本論文は、ケーブル系橋梁の面内有限変位解析法を確立して、特有の幾何学的非線形問題および力学的特性を妥当かつ効率よく解析することを可能にし、その設計、施工への応用に関する基礎資料を提供することを目的とするものである。

この目的のために、本論文は第Ⅰ編、第Ⅱ編、第Ⅲ編、および、総括に分かれて構成されている。

第Ⅰ編では、「平面骨組構造の有限変位解析法」と題して、まず、第1章において緒論を述べる。つぎに、第2章において、特に動的挙動の解析の場合に有効な有限要素法による有限変位理論に基づく解析法を誘導する。さらに、第3章において、各種の数値計算例を用いて解析法の妥当性を検討する。最後に、第4章において、本編の結論を述べる。そして、本編で誘導された解析法が、以下の第Ⅱ編および第Ⅲ編におけるケーブル系橋梁の特有の非線形問題および力学的特性の解析に適用される。

第Ⅱ編では、「斜張橋の力学的特性とその応用」と題して、まず、第1章において緒論を述べ、第2章において設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べる。つぎに、第3章において、ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析のための放物線ケーブル部材の計算式を誘導し、各種の数値計算例およびパラメトリック解析を用いて、計算式の妥当性を検討する。他方、第4章において、ケーブルをリンク構造と考え有限変位解析法を適用して、ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析を行ない、システムダンピングの支配的な一要因を定義し、各種の数値計算例および実橋試験結果を用いて、定義の妥当性を検討する。さらに、実橋設計例を対象に、第5章においては第3章の解析理論の応用として架設途中の変形と応力解析を、第6章においては第4章の応用として走行荷重による動的応答解析をそれぞれ実施し、設計、施工への応用に関する基礎資料を提供する。最後に、第7章において本編の結論を述べる。

第Ⅲ編では、「吊橋の力学的特性とその応用」と題して、まず、第1章において緒論を述べ、第2章において設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べる。つぎに、第3章において、主ケーブルの2次応力を考慮した静的挙動の解析のための平行線ケーブル部材の計算式を誘導し、各種の数値計算例を用い、既往の模型実験結果とも対照させることによって計算式の妥当性を検討する。他方、第4章において、補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析のための撓度理論に基づく試算用の簡易計算法を展開し、各種の数値計算例を用い、有限変位理論に基づく計算結果と対比させることによって計算法の妥当性を検討する。さらに、実橋設計例を対象に、第5章においては第3章の解析理論の応用として架設途中の変形と応力解析を、第6章においては第4章の応

用として走行荷重による動的応答解析をそれぞれ実施し、設計、施工への応用に関する基礎資料を提供する。最後に、第7章において本編の結論を述べる。

総括では、各編の結果から、誘導あるいは展開した面内有限変位解析法がケーブル系橋梁の特有の幾何学的非線形問題および力学的特性を妥当かつ効率よく解析し得ることを述べる。さらに、解析理論の応用として得られた資料から、斜張橋のケーブルのサグ、吊橋の主ケーブルの2次応力の影響の照査が実橋の施工管理データを算定する際に不可欠であること、および、斜張橋のケーブルの横振動、吊橋の補剛桁の遊動円木振動が設計上において動的安定性の面で無視できないものであることなどを指摘する。

なお、本論文の終わりに、参考文献に加え、謝辞、および、付録として本論文に関連した著者の発表論文を付記する。

第 3 章 主要記号の一覧

参考のために、本論文の主要記号の一覧を以下にまとめて示し、簡単な説明を加えておく。
なお、各項目において、複数個の記号が示されている場合は、順序に従って説明している。

A	: 断面積
A_g, A_t, A_h, A_c, A_w	: 桁, 塔, ハンガー, ケーブル, 素線の断面積
\tilde{A}_g, \tilde{A}_c	: 斜張橋の内部共振による 2 種の連成振動モードに関する, 主桁, ケーブルの各々の自由振動項の合成正弦波の振幅
$C_f, \Delta C_f, C_{fo}$: 放物線ケーブル部材の曲線長とその増分, および, 無応力長
c	: 部材座標系から基準座標系への座標変換マトリックス
c^*	: 自由滑動部の座標系から, バンド締付け部と一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系への座標変換マトリックス
D, d	: 平行線ケーブル部材のケーブル, 素線の断面の直径
$d, \Delta d$: 部材座標系の材端変位ベクトルとその増分
$\bar{D}, \Delta \bar{D}$: 基準座標系の材端変位ベクトルとその増分
$D, \ddot{D}, \Delta D, \Delta \ddot{D}$: 基準座標系における構造全体の節点変位, 加速度ベクトルとそれらの増分
ΔD^*	: 基準座標系における構造全体の節点変位ベクトルの推定増分
D_x, D_y	: 斜張橋の仮定無応力形状からの, 橋軸方向, 鉛直方向の節点変位ベクトル
(DAF)	: 動的増幅率
$(DAF)_g$: 斜張橋の対称一次振動モードの合成波に関する主桁の鉛直方向変位の動的増幅率
$\overline{(DAF)}_g$: 斜張橋の主桁の鉛直方向変位の動的増幅率
$(DAF)_v, (DAF)_u$: 吊橋の逆対称一次振動モードの合成波に関する補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の動的増幅率
$\overline{(DAF)}_v, \overline{(DAF)}_u$: 吊橋の補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の動的増幅率
E	: 材料のヤング係数 (弾性係数)
E_g, E_t, E_h, E_c	: 桁, 塔, ハンガー, ケーブルのヤング係数 (弾性係数)
$e, \Delta e, \Delta e_f$: 平行線ケーブル部材の自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させるための一種の変換マトリックスとその増分, および, バンドの回転に対応する付加項

\bar{f}	: 放物線ケーブル部材のサグ
f_c	: 吊橋の中央径間の主ケーブル完成時のサグ
$f, \Delta f$: 部材座標系の材端力ベクトルとその増分
f^*	: 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系の材端力ベクトル
$\bar{F}, \Delta \bar{F}$: 基準座標系の材端力ベクトルとその増分
$F, \Delta F$: 基準座標系の構造全体の節点力ベクトルとその増分
g	: 重力加速度
h	: 吊橋の主ケーブルの付加張力の水平成分
h_c	: 吊橋の完成時の中央ハンガー長
H	: 水平反力
$H_f, \Delta H_f$: 放物線ケーブル部材の張力の基準座標系 \bar{X} 軸方向成分とその増分
H_w	: 吊橋主ケーブルの完成時張力の橋軸方向成分
I	: 断面 2 次モーメント
I_g, I_t, I_w	: 桁, 塔, ケーブル素線の断面 2 次モーメント
I_c, I_n	: 平行線ケーブル部材のバンド締付け効果, 素線の曲げ剛性に対応する断面 2 次モーメント
$k, \Delta k$: 部材座標系の剛性, 接線剛性マトリックス
\widetilde{k}	: 部材座標系の割線剛性マトリックス
\bar{K}	: 基準座標系の接線剛性マトリックス
\widetilde{K}	: 基準座標系の構造全体の割線剛性マトリックス
$l, \Delta l, l_o$: 部材長とその増分, および, 無応力長
$\bar{l}, \Delta \bar{l}$: 放物線ケーブル部材の基準座標系 \bar{X} 軸方向への射影長とその増分
l^*, l_o^*	: 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材長とその無応力長
l_a, l_b, l_{a0}, l_{b0}	: 平行線ケーブル部材の a, b 両端のバンド締付け部の長さとその無応力長
L	: 各径間の径間長
L_t	: 吊橋の主塔高
m_δ	: 放物線ケーブル部材の傾き
m_w	: 平行線ケーブル部材の素線の曲げモーメント

M	:	曲げモーメント
M_θ, M_w	:	バンド締付け効果, および, 素線の曲げ剛性に起因する, それぞれ平行線ケーブル部材の2次曲げモーメント
$M_a, M_b, \Delta M_a, \Delta M_b$:	部材座標系の a, b 両材端の曲げモーメントとそれらの増分
M_a^*, M_b^*	:	自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系の a, b 両材端の曲げモーメント
$\bar{M}_a, \bar{M}_b, \Delta \bar{M}_a, \Delta \bar{M}_b$:	基準座標系の a, b 両材端の曲げモーメントとそれらの増分
M	:	基準座標系の構造全体の質量マトリックス
$n_f, \Delta n_f$:	放物線ケーブル部材のサグ比とその増分
n_w	:	平行線ケーブル部材の素線数
N	:	荷重増分あるいは時間積分の総ステップ数
N_d	:	ケーブルをリンク構造と考える際の分割数
$N, \Delta N$:	基準座標系の構造全体の内部抵抗力ベクトルの非線形項に対応する, 付加擬荷重ベクトルとその増分
ΔN^*	:	基準座標系の構造全体の付加擬荷重の推定増分ベクトル
P, p	:	集中, 分布荷重
P, p	:	外力荷重ベクトル, および, フーリエ級数に展開した場合の係数ベクトル
Q	:	せん断力
$Q_a, Q_b, \Delta Q_a, \Delta Q_b$:	部材座標系の a, b 両材端のせん断力とそれらの増分
Q_a^*, Q_b^*	:	自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系の a, b 両端のせん断力
$\bar{Q}_a, \bar{Q}_b, \Delta \bar{Q}_a, \Delta \bar{Q}_b$:	基準座標系の a, b 両材端のせん断力とそれらの増分
R, R_0	:	変形状態, 初期状態における部材角
R^*	:	自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材角
R, R_e	:	基準座標系の構造全体の内部抵抗力ベクトルと不平衡力ベクトル
$t, \Delta t$:	時刻, および, 時間間隔
Δt_w	:	平行線ケーブル部材の素線の2次張力
T	:	張力
$T_a, T_b, \Delta T_a, \Delta T_b$:	部材座標系の a, b 両材端の軸方向力とそれらの増分

T_a^* , T_b^*	: 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系の a , b 両材端の軸方向力
\bar{T}_a , \bar{T}_b , $\Delta\bar{T}_a$, $\Delta\bar{T}_b$: 基準座標系の a , b 両材端の軸方向力とそれらの増分
T_{fa} , T_{fb}	: 放物線ケーブル部材の a , b 両材端の張力
T_{fg} , T_{ft}	: 斜張橋のケーブルの桁側, 塔側の定着点における完成時張力
T_s	: 吊橋の固有振動の総運動エネルギーの最大値
T_η	: 吊橋の鉛直方向振動のみによる運動エネルギーの最大値
T_g , T_c	: 吊橋の補剛桁の遊動円木振動, 主ケーブルの橋軸方向移動による運動エネルギーの最大値
u , Δu	: 部材座標系 x 軸方向の変位とその増分
u_a , u_b , Δu_a , Δu_b	: 部材座標系 x 軸方向の a , b 両材端の変位とそれらの増分
\bar{U}	: 基準座標系 \bar{X} 軸方向の変位
\bar{U}_a , \bar{U}_b , $\Delta\bar{U}_a$, $\Delta\bar{U}_b$: 基準座標系 \bar{X} 軸方向の a , b 両材端の変位とそれらの増分
U , ΔU	: 総ひずみエネルギー, および, 増分ひずみエネルギー
v , Δv	: 部材座標系 y 軸方向の変位とその増分
v_a , v_b , Δv_a , Δv_b	: 部材座標系 y 軸方向の a , b 両材端の変位とそれらの増分
\bar{V} , $\Delta\bar{V}$: 基準座標系 \bar{Y} 軸方向の変位とその増分
\bar{V}_a , \bar{V}_b , $\Delta\bar{V}_a$, $\Delta\bar{V}_b$: 基準座標系 \bar{Y} 軸方向の a , b 両材端の変位とそれらの増分
V	: 荷重の走行速度
V_{fa} , V_{fb} , ΔV_{fa} , ΔV_{fb}	: 放物線ケーブル部材の a , b 両材端の張力の基準座標系 \bar{Y} 軸方向成分とそれらの増分
V_l , V_r	: 吊橋の各径間の左, 右端における主ケーブルの完成時張力の鉛直方向成分
V_s	: 吊橋の固有振動の総位置エネルギーの最大値
V_η	: 吊橋の鉛直方向振動のみによる位置エネルギーの最大値
V_g	: 吊橋の補剛桁の遊動円木振動による位置エネルギーの最大値
w	: 分布死荷重
w_g , w_t , w_c	: 桁, 塔, ケーブルの分布死荷重
W_c	: 放物線ケーブル部材の総死荷重
x	: 部材座標軸
x^*	: 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標軸
\bar{X}	: 基準座標軸

- $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_{a0}, \bar{X}_{b0}$: 変形状態, 初期状態における a, b 両材端の基準座標系 \bar{X} 軸の座標
- X_g, X_c : 斜張橋の内部共振による連成振動モードに関する主桁, ケーブルの静的な応答振幅
- X_v, X_u : 吊橋の逆対称一次振動モードに関する補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の静的な応答振幅
- \tilde{X} : 斜張橋の完成形状に対応する橋軸方向の節点座標ベクトル
- X_0 : 斜張橋の仮定無応力形状に対応する橋軸方向の節点座標ベクトル
- y : 部材座標軸
- y^* : 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標軸
- \bar{Y} : 基準座標軸
- $\bar{Y}_a, \bar{Y}_b, \bar{Y}_{a0}, \bar{Y}_{b0}$: 変形状態, 初期状態における a, b 両材端の基準座標系 \bar{Y} 軸の座標
- Y_g, Y_c : 斜張橋の内部共振による連成振動モードに関する主桁, ケーブルの動的応答値
- $Y_g^*, Y_c^*, \tilde{Y}_g, \tilde{Y}_c$: 斜張橋の内部共振による連成振動モードに関する主桁, ケーブルの強制振動項, および, 自由振動項
- Y : 斜張橋の固有振動モードに対応する固有ベクトル
- \tilde{Y} : 斜張橋の完成形状に対応する鉛直方向の節点座標ベクトル
- Y_0 : 斜張橋の仮定無応力形状に対応する鉛直方向の節点座標ベクトル
- α_v : 速度パラメータ
- β, τ : 吊橋の補剛桁の遊動円木振動に関する代表的な無次元パラメータ
- τ_c : ケーブルの単位重量
- $\delta, \Delta\delta$: 放物線ケーブル部材の基準座標系 \bar{Y} 軸方向への射影長とその増分
- δ^l, δ^r : 吊橋の各径間の左, 右端の主塔上に定着された位置における主ケーブルの橋軸方向移動量
- $\epsilon, \Delta\epsilon$: 軸方向ひずみとその増分
- ϵ_x : 平行線ケーブル部材の素線の軸方向ひずみ

ζ	: 吊橋の逆対称一次振動モードにおける，補剛桁の遊動円木振動の連成比
η	: 吊橋の鉛直方向振動モード
$\theta_a, \theta_b, \Delta\theta_a, \Delta\theta_b$: 部材座標系の a, b 両材端の接線回転角とそれらの増分
θ_a^*, θ_b^*	: 自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の部材座標系の a, b 両材端の接線回転角
$\bar{\theta}$: 基準座標系の節点回転角
$\bar{\theta}_a, \bar{\theta}_b, \Delta\bar{\theta}_a, \Delta\bar{\theta}_b$: 基準座標系の a, b 両材端の節点回転角とそれらの増分
ξ_g, ξ_c	: 吊橋の振動モードにおける，補剛桁の遊動円木振動による橋軸方向移動量，主ケーブルの橋軸方向移動量
ρ	: 曲率
σ_a, σ_b	: 放物線ケーブル部材の a, b 両材端の引張応力
σ_c	: ケーブルの引張応力
σ_t	: 平行線ケーブル部材の張力による平均応力（1次応力）
σ_θ, σ_w	: バンド締付け効果，および，素線の曲げ剛性に起因する，それぞれ平行線ケーブル部材の2次応力
σ_{wa}, σ_{wb}	: 平行線ケーブル部材の自由滑動部の a, b 両端における，素線の曲げ剛性に起因する2次応力
$\Phi, \ddot{\Phi}$: 一般化座標，および，その時間に関する2階の導関数
Ψ	: ケーブルのクリープ係数
ω	: 構造全体の固有円振動数
ω^*	: ケーブルの弦としての固有円振動数
ω_p	: 正弦関数型外力の円振動数

第 I 編 平面骨組構造の有限変位解析法

第 I 編 平面骨組構造の有限変位解析法

第 1 章 緒 論

構造物の静的な場合の有限変位解析法は、数多くの研究者達によって発表されているが、それらの計算手法には、主に増分法、修正増分法、および、増分法と反復法を併用する混合法の 3 種の手法が用いられている⁴⁴⁾。また、前田・林・中村⁴⁵⁾は有限変位理論に基づき有限要素法によって、着目した変形状態での変形後の座標系に関する総ひずみエネルギーから、平面骨組構造の各種の部材の剛性、接線剛性マトリックスを既に誘導している。さらに、エラスティカの楕円積分による解析解⁴⁶⁾と比較することによって非常に高い精度を有すること、および、オイラーの座屈荷重を越えた場合のように極端に大きい変形を生じる場合を除けば、通常の混合法を用いて十分な収束性を有することなどを報告している。

動的な場合の有限変位解析法に用いられる計算手法にも上述の手法が応用されており、たとえば、Clough ら^{47), 48)}、Wilson ら⁴⁹⁾、および、Bathe ら⁵⁰⁾が、同様の 3 種の手法を応用する直接積分法を、それぞれ発表している。しかしながら、動的有限変位解析においては、数値積分を行なう際に慣性力を補間する必要があり、それによる過度の打切り誤差を生じさせない範囲の時間間隔に対応して、非常に多くの増分段階に分割しなければならない。各増分段階で反復収束計算を伴う混合法を応用する手法は、計算時間が増大する欠点がある。Mondkar ら⁵¹⁾、および、Bathe ら⁵²⁾は、全増分段階で同じ接線剛性マトリックスを用いる手法 (constant stiffness iteration)、あるいは、各増分段階で同じものを用いる手法 (modified Newton-Raphson iteration) に、加速係数の考え方を導入しているが、大幅な計算時間の短縮は期待できない。

したがって、実際問題では増分法、修正増分法を応用する手法が用いられることが多いが、これらの手法の場合には、打切り誤差のみならず、各増分段階で非線形剛性マトリックスを線形化すること (piecewise linearization) による過度の累積誤差にも留意しなければならない。すなわち、線形化剛性マトリックスの精度が解析法の合理性を左右することになり、より正確な線形化剛性マトリックスの提案が重要な課題であったと思われる。それにもかかわらず、このような観点からの研究としては、Argyris ら⁵³⁾が、各増分段階での線形化剛性マトリックスとして、従来の接線剛性マトリックスの代わりに、数学的意味での修正剛性マトリックス (modified stiffness matrix) を用いることを提案している以外には、ほとんどみられない。しかも、この修正剛性マトリックスを用いる解析法は、各増分段階において予備計算を必要とすることから、結果的に各 2 回の反復計算を行なわなければならない短所

がある。

他方、動的な場合に特有の計算法として、モード重畳法がある。本来は、線形あるいは線形化問題の解析法に用いられる計算法であったが、Stricklinら⁵⁴⁾のように非線形項を付加擬荷重 (additional pseudoloads) として取扱えば、非線形問題の解析にも適用できるものである。Nickel⁵⁵⁾によって最初に提案されたものであるが、精度の点では劣る反面、記憶領域の容量および計算時間は大幅に減少することから、この手法を用いれば、非線形性の高い構造物の解析法として非常に合理的なものとなる。したがって、近年、伊藤⁵⁶⁾、中尾・高野^{57),58)}、および、水田・平井⁵⁹⁾が材料非線形問題の解析に適用する手法を提案しているが、幾何学的非線形問題にも容易に拡張できるものである。

以上の議論から、本編では、特に動的挙動の解析の場合に有効である平面骨組構造の効率的な有限変位解析法を、有限変位理論に基づき有限要素法の手法を用いて誘導する。

まず、運動方程式の増分形を考え、変形後の座標系に関する増分ひずみエネルギーから、内部抵抗力ベクトル (internal resisting force vector) および割線剛性マトリックス (chordal stiffness matrix) を誘導する。

つぎに、直接積分法に対応するものとして、推定割線剛性マトリックスを各増分段階での線形化剛性マトリックスとする計算手法を用いる解析法を記述し、推定割線剛性法と呼ぶ。この推定割線剛性マトリックスとは、前段階までに生じた節点変位の増分から各増分段階での未知増分を外挿し、割線剛性を推定するものである。

さらに、モード重畳法に対応するものとして、付加擬荷重の推定増分を前段階までのものから同様に外挿する計算手法を用いる解析法を記述し、付加擬荷重法と呼ぶ。

最後に、これらの推定割線剛性法および付加擬荷重法の妥当性の検討、従来解析法との対比を考え、各種の数値計算例を用いて、計算結果の比較、考察を行なう。

なお、ここでは、固有値問題の解法として、Sturm Sequence法^{60),61)}を用いる。また、数値積分法としては、Newmark法⁶²⁾を用いるが、他の数値積分法^{63)~65)}も同様に適用できる。

第 2 章 推定割線剛性法および付加擬荷重法

第 1 節 運動方程式の増分形

幾何学的非線形性を考慮した構造物の有限変位解析に対応する運動方程式は、全体構造系について、D'Alembert の原理から節点慣性力ベクトルを基準座標系での節点加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{D}}$ と質量マトリックス \mathbf{M} との積で表わせば、時刻 t において、

$$\mathbf{R}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}(t) - \mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{D}} \quad \dots\dots\dots (I-1)$$

なる式で与えられる。ここに、 \mathbf{R} は、内部抵抗力ベクトルと呼ばれるものであり、節点変位ベクトル \mathbf{D} の 2 次以上の項も含んでいる。また、 \mathbf{F} は節点力 (外力) ベクトルである。なお、ここでは、便宜上、減衰項を省略する。

いま、時刻 t から $t + \Delta t$ までの時間増分 Δt に対して、節点変位ベクトルの増分 $\Delta \mathbf{D}$ による内部抵抗力ベクトルの増分 $\Delta \mathbf{R}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D})$ を

$$\Delta \mathbf{R}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D}) = \Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D}) \cdot \Delta \mathbf{D} \quad \dots\dots\dots (I-2)$$

なる式で表現できるとすると、式 (I-1) で与えられる運動方程式の増分形が、同様に、節点加速度ベクトルの増分を $\Delta \ddot{\mathbf{D}}$ として、次式のように求められる。

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \ddot{\mathbf{D}} + \Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D}) \cdot \Delta \mathbf{D} = \mathbf{F}(t + \Delta t) - \mathbf{F}(t) \quad \dots\dots\dots (I-3)$$

そして、上式の $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D})$ をこの増分段階における割線剛性マトリックスと呼ぶことにするが、当然、 \mathbf{D} のみならず、 $\Delta \mathbf{D}$ に関する未知項を含んでいる。すなわち、上式は、 $\Delta \mathbf{D}$ に関する非線形の連立 2 階常微分方程式である。

第 2 節 内部抵抗力ベクトルと割線剛性マトリックス

有限変位理論に基づき有限要素法によって、平面骨組構造を対象として、ある増分段階における増分前での内部抵抗力ベクトル \mathbf{R} 、および、割線剛性マトリックス $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D})$ を具体的に誘導する。なお、構造物は等断面の直線部材により構成されているものとし、また、ひずみと応力の関係は線形であるとする。

まず、有限要素法の手法にしたがって、変位関数が導入される。図 I-1 に示すように、増分前の変形状態で部材座標系 x, y を設定することにより、図中の記号を用いて、

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{x}{l_0} (l - l_0) \\ v &= \left(x - \frac{2x^2}{l_0} + \frac{x^3}{l_0^2} \right) \cdot \tan \theta_a + \left(-\frac{x^2}{l_0} + \frac{x^3}{l_0^2} \right) \cdot \tan \theta_b \\ \Delta u &= \left(1 - \frac{x}{l_0} \right) \cdot \Delta u_a + \frac{x}{l_0} \cdot \Delta u_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (I-4)$$

$$\Delta v = \left(1 - \frac{3x^2}{l_0^2} + \frac{2x^3}{l_0^3} \right) \cdot \Delta v_a + \left(x - \frac{2x^2}{l_0} + \frac{x^3}{l_0^2} \right) \cdot \Delta \theta_a$$

$$+ \left(\frac{3x^2}{l_0^2} - \frac{2x^3}{l_0^3} \right) \cdot \Delta v_b + \left(-\frac{x^2}{l_0} + \frac{x^3}{l_0^2} \right) \cdot \Delta \theta_b$$

なる変位関数を採用することになる。ここに、 l_0 は着目する部材要素の無応力長である。

つぎに、有限変位理論に基づいて、着目した部材要素の増分前の軸方向ひずみ ε を、その変形状態における部材座標系で、図 I-1 の記号を用い、

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - y \cdot \frac{d^2v}{dx^2}$$

..... (I-5)

なる式で表わすことにする。ここに、 u 、 v は前段階までの一種の総変位ではあるが、剛体変位を含まないため、上式は回転の大きい大変形問題にも、十分に適用できるものである。そして、同じ部材座標系で、この増分段階における軸方向ひずみの増分 $\Delta\varepsilon$ を同様に、図 I-1 の記号を用いて、次式で表わす。

$$\Delta\varepsilon = \frac{d(\Delta u)}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d(\Delta v)}{dx} \right\}^2 - y \cdot \frac{d^2(\Delta v)}{dx^2} + \frac{dv}{dx} \cdot \frac{d(\Delta v)}{dx}$$

..... (I-6)

上式は、 Δu 、 Δv による部材回転角の増分が大きい限り、十分な精度を有するものである。したがって、式 (I-5)、式 (I-6) で表わされた ε 、 $\Delta\varepsilon$ を用いて、

$$\Delta U = E \cdot \int \left(\varepsilon \cdot \Delta\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta\varepsilon^2 \right) dV$$

..... (I-7)

なる式で与えられるひずみエネルギーの増分 ΔU が、変位関数を導入することによって、任意の部材座標系における材端変位ベクトル d とその増分 Δd 、

$$\left. \begin{aligned} d &= \{ u_a, v_a, \tan\theta_a, u_b, v_b, \tan\theta_b \}^T \\ \Delta d &= \{ \Delta u_a, \Delta v_a, \Delta\theta_a, \Delta u_b, \Delta v_b, \Delta\theta_b \}^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (I-8)$$

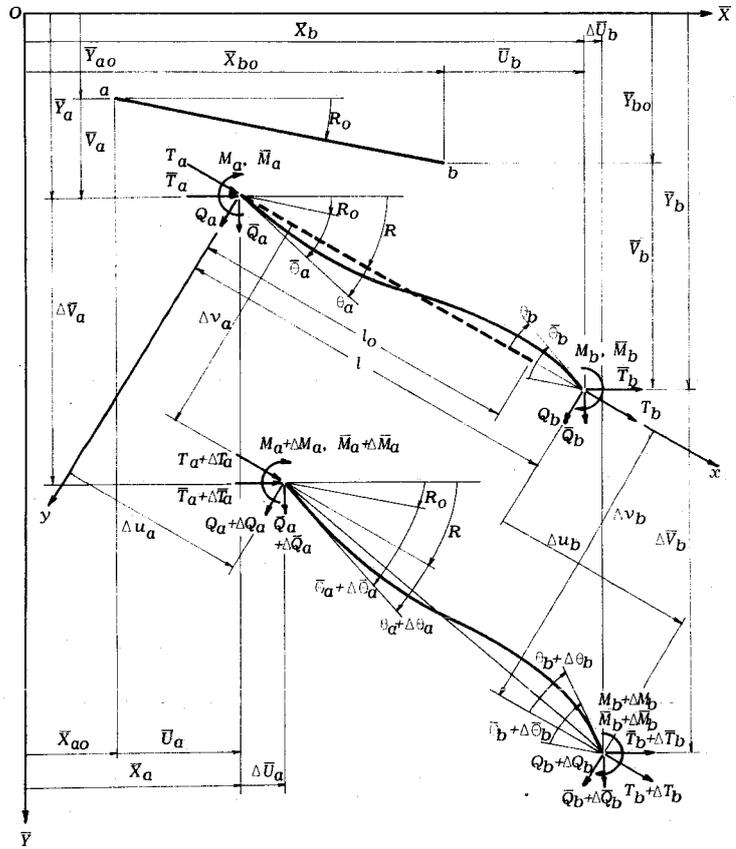


図 I-1 部材要素

の関数として具体的に表現されることになる。

すなわち、式 (I-7) に式 (I-4) を代入すればよいが、増分前の変形状態に着目して図 I-1 に示すように部材座標系を設定したことにより、式 (I-8) における材端変位ベクトル \mathbf{d} が、図中の記号を用いて、

$$\mathbf{d} = \{0, 0, \tan\theta_a, l-l_0, 0, \tan\theta_b\}^T \dots\dots\dots (I-9)$$

なる式に書き替えられることは明らかである。

ゆえに、増分前での材端力ベクトルを \mathbf{f} 、および、その増分を $\Delta\mathbf{f}$ とすれば、仮想変位 $\delta\Delta\mathbf{d}$ に関する仮想仕事の原理から、この増分段階における増分後での着目した部材要素の材端力と材端変位との関係式が次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{f} + \Delta\mathbf{f} &= \{ \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1(\mathbf{d}) + \mathbf{k}_2(\mathbf{d}^2) \} \cdot \mathbf{d} \\ &\quad + [\{ \mathbf{k}_0 + 2\mathbf{k}_1(\mathbf{d}) + 3\mathbf{k}_2(\mathbf{d}^2) \} \\ &\quad + \{ \mathbf{k}_1(\Delta\mathbf{d}) + \mathbf{k}_2(\Delta\mathbf{d}^2) \} + \mathbf{k}_{11}(\mathbf{d}, \Delta\mathbf{d})] \cdot \Delta\mathbf{d} \\ &= \mathbf{k}(\mathbf{d}) \cdot \mathbf{d} + \Delta\tilde{\mathbf{k}}(\mathbf{d}, \Delta\mathbf{d}) \cdot \Delta\mathbf{d} \dots\dots\dots (I-10) \end{aligned}$$

ここに、 \mathbf{k}_0 、 $\mathbf{k}_1(\mathbf{d})$ 、および、 $\mathbf{k}_2(\mathbf{d}^2)$ は、それぞれ、従来⁴⁵⁾の線形剛性マトリックス、1次、および、2次の非線形剛性マトリックスと同一のものである。また、 $\mathbf{k}_1(\mathbf{d})$ と $\mathbf{k}_1(\Delta\mathbf{d})$ 、あるいは、 $\mathbf{k}_2(\mathbf{d}^2)$ と $\mathbf{k}_2(\Delta\mathbf{d}^2)$ は、それぞれ、互いに同じ関数形である。そして、 $\mathbf{k}_{11}(\mathbf{d}, \Delta\mathbf{d})$ は以下に示すような非線形剛性マトリックスである。

$$\mathbf{k}_{11}(\mathbf{d}, \Delta\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & A & B & 0 & -A & C \\ & & E & 0 & -B & D \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & A & -C \\ \text{Symm.} & & & & & F \end{pmatrix} \dots\dots\dots (I-11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{9EA}{35l_0^2} \{ 3(\tan\theta_a + \tan\theta_b)(\Delta v_a - \Delta v_b) \\ &\quad + \tan\theta_a \cdot \Delta\theta_a \cdot l_0 + \tan\theta_b \cdot \Delta\theta_b \cdot l_0 \} \\ B &= \frac{3EA}{140l_0} \{ 12\tan\theta_a(\Delta v_a - \Delta v_b) \\ &\quad - (\tan\theta_a - \tan\theta_b)\Delta\theta_a \cdot l_0 + (\tan\theta_a + \tan\theta_b)\Delta\theta_b \cdot l_0 \} \\ C &= \frac{3EA}{140l_0} \{ 12\tan\theta_a(\Delta v_a - \Delta v_b) \\ &\quad + (\tan\theta_a + \tan\theta_b)\Delta\theta_a \cdot l_0 - (\tan\theta_a - \tan\theta_b)\Delta\theta_b \cdot l_0 \} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{EA}{140} \left\{ 3(\tan\theta_a + \tan\theta_b)(\Delta v_a - \Delta v_b) \right. \\
 &\quad \left. - (3\tan\theta_a - 2\tan\theta_b)\Delta\theta_a \cdot l_o + (2\tan\theta_a - 3\tan\theta_b)\Delta\theta_b \cdot l_o \right\} \\
 E &= \frac{EA}{140} \left\{ -3(\tan\theta_a - \tan\theta_b)(\Delta v_a - \Delta v_b) \right. \\
 &\quad \left. + 3(8\tan\theta_a - \tan\theta_b)\Delta\theta_a \cdot l_o - (3\tan\theta_a - 2\tan\theta_b)\Delta\theta_b \cdot l_o \right\} \\
 F &= \frac{EA}{140} \left\{ 3(\tan\theta_a - \tan\theta_b)(\Delta v_a - \Delta v_b) \right. \\
 &\quad \left. + (2\tan\theta_a - 3\tan\theta_b)\Delta\theta_a \cdot l_o - 3(\tan\theta_a - 8\tan\theta_b)\Delta\theta_b \cdot l_o \right\}
 \end{aligned} \tag{I-12}$$

そこで、式 (I-10) において、 $\Delta f = \Delta d = 0$ を代入すると、

$$f = \{ T_a, Q_a, M_a, T_b, Q_b, M_b \}^T = k(d) \cdot d \quad \dots\dots\dots (I-13)$$

なる式が得られ、当然、増分前での材端力と材端変位との関係を表わしている。しかも、増分前の変形状態で部材座標系を設定することにより、 f は明らかに、その状態での材端内部抵抗力に相当するものである。したがって、もし、増分前での構造全体の節点変位ベクトル D が既知であるならば、それによって容易に計算される d から f が決定され、座標変換マトリックス c を乗じて全体構造系についてまとめると、内部抵抗力ベクトル R が与えられることになる。

さらに、また、式 (I-13) により、式 (I-10) は次式のように書き直される。

$$\begin{aligned}
 \Delta f &= \{ \Delta T_a, \Delta Q_a, \Delta M_a, \Delta T_b, \Delta Q_b, \Delta M_b \}^T \\
 &= \Delta \tilde{k}(d, \Delta d) \cdot \Delta d \quad \dots\dots\dots (I-14)
 \end{aligned}$$

すなわち、上式は材端力の増分と材端変位の増分との関係を表わし、 $\Delta \tilde{k}(d, \Delta d)$ がこの増分段階における割線剛性に相当することになる。そして、 $\Delta \tilde{k}(d, \Delta d)$ は Δd に関する未知項を含んでいるが、 $\Delta d = 0$ とすれば、 $\Delta \tilde{k}(d, 0)$ が接線剛性を表わすということは容易に確かめられる。これらの割線および接線剛性マトリックスを模式図で示したのが、図 I-2 である。したがって、同様に、座標変換マトリックス c を用いて全体構造系についてまとめると、求める割線剛性マトリックス $\Delta \tilde{K}(D, \Delta D)$ が与えられる。

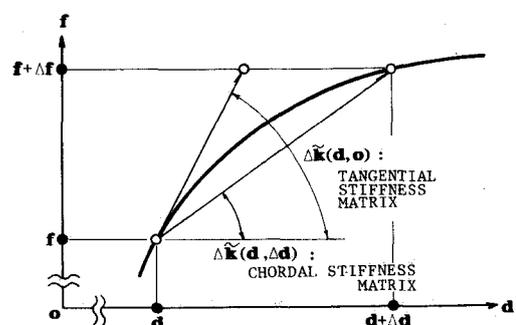


図 I-2 割線剛性マトリックスと接線剛性マトリックス

第3節 直接積分法とモード重畳法

幾何学的な非線形性を考慮した平面骨組構造の有限変位解析に対応する運動方程式、および、その増分形は前節で誘導した内部抵抗力ベクトル \mathbf{R} 、割線剛性マトリックス $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}, \Delta \mathbf{D})$ を式 (I-1)、および、式 (I-3) に代入して、それぞれ具体的に表現できる。本節では、非線形の連立2階常微分方程式である式 (I-3) を線形化する2種の計算手法を示し、これらの手法をそれぞれ用いる直接積分法およびモード重畳法による両者の解析法を記述する。

(1) 直接積分法

各増分段階、たとえば、第 $(n+1)$ 回目において、式 (I-3) を次式のように線形化し、直接積分法を適用する。

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \ddot{\mathbf{D}}_{n+1} + \Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1}^*) \cdot \Delta \mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{F}(t_{n+1}) - \mathbf{F}(t_n) \quad \dots\dots \quad (\text{I-15})$$

ここに、 $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1}^*)$ は $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1})$ に含まれる節点変位ベクトルの未知増分 $\Delta \mathbf{D}_{n+1}$ を前段階までの計算結果 $\Delta \mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n-1}, \dots\dots$ から外挿的に推定する $\Delta \mathbf{D}_{n+1}^*$ で置換するものである。この $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1}^*)$ 、および、本計算手法を用いる解析法をそれぞれ、推定割線剛性マトリックス、および、推定割線剛性法と呼ぶことにする。

すなわち、本計算手法は、各増分段階における線形化剛性マトリックスとして、従来のように接線剛性マトリックスを用いる代わりに、この推定割線剛性マトリックスを用いて、非線形剛性マトリックスを線形化することによる累積誤差を低減することを目的とするものである。

$\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1}^*)$ を決定する節点変位ベクトルの推定増分 $\Delta \mathbf{D}_{n+1}^*$ を外挿する計算式として、ここでは、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{D}_{n+1}^* &= \Delta \mathbf{D}_n & (n=1) \\ \Delta \mathbf{D}_{n+1}^* &= 2\Delta \mathbf{D}_n - \Delta \mathbf{D}_{n-1} & (n=2) \\ \Delta \mathbf{D}_{n+1}^* &= 3\Delta \mathbf{D}_n - 3\Delta \mathbf{D}_{n-1} + \Delta \mathbf{D}_{n-2} & (n \geq 3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{I-16})$$

なる差分式を採用する。動的な場合の有限変位解析では、数値積分に伴う打ち切り誤差による制約から非常に多くの増分段階を必要とする反面、各増分段階における割線剛性マトリックスの非線形性がかなり低下していることが予測され、節点変位の時間曲線が滑らかな形をしている場合には、上式の差分式による $\Delta \mathbf{D}_{n+1}^*$ を用いる推定割線剛性マトリックスは十分な精度を有するものと思われる。

したがって、推定割線剛性マトリックス $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_n, \Delta \mathbf{D}_{n+1}^*)$ を求めるための計算時間は、接線剛性マトリックスの場合とほとんど差がない。そして、この点で、各増分段階において2度、全体構造系での接線剛性マトリックスを組む必要のある Argyris らの提案した修正剛性マトリックス⁵³⁾に比較して、推定割線剛性マトリックスが優れていることは明らかである。

なぜならば、平面骨組構造はその種類によるが、剛性マトリックスの帯幅が比較的狭く、 ΔD_{n+1} を求める計算時間の全体に対する割合が大きくなることにより、剛性マトリックスを組むのに要する時間が相当の割合を占めるからである。

一方、同じ理由から、前段階までの不平衡力ベクトル

$$R_e(t_n) = F(t_n) - M \cdot \ddot{D}_n - R(D_n) \quad \dots\dots\dots (I-17)$$

の計算、特に、全増分段階、全節点について必ずしも必要でない内部抵抗力ベクトル R の計算に要する時間が、全体に対して、同様に、相当の割合を占める場合が多い。ゆえに、線形化剛性マトリックスとして推定割線剛性マトリックスは後述するように十分に正確であり、数値積分を行なう際に慣性力を補間することによる過度の打ち切り誤差を生じない範囲の時間間隔に対応する各増分段階で、反復収束計算による修正はもちろん、前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正すらしに線形化による過度の累積誤差を除去することを可能にするので、多くの場合、計算量を相当量短縮することができる。そして、その場合に、本計算手法は非常に効率的な手法であるといえることができる。

また、前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正を行なうことにより、反復収束計算なしに非線形性の極めて高い構造物の問題、あるいは、極めて高い精度を要求される特殊な問題などにも後述するように有効な手法となるので、この種の問題の効率的計算手法ということになる。

なお、推定割線剛性マトリックス $\Delta \tilde{K}(D_n, \Delta D_{n+1}^*)$ および不平衡力ベクトル R_e を模式図で示したのが、図 I-3 である。

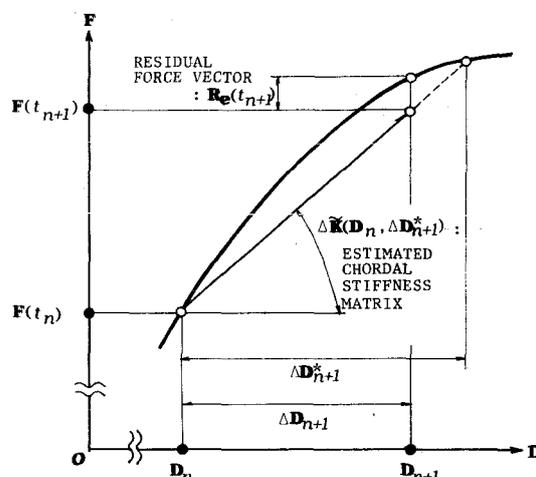


図 I-3 推定割線剛性マトリックスと不平衡力ベクトル

(2) モード重畳法

各増分段階、たとえば、第 $(n+1)$ 回目において、式 (I-3) を次式のように線形化し、モード重畳法を適用する。

$$M \cdot \Delta \ddot{D}_{n+1} + \Delta \tilde{K}(D_{static}, 0) \cdot \Delta D_{n+1} = F(t_{n+1}) - F(t_n) - \Delta N^*(t_{n+1}) \quad \dots\dots\dots (I-18)$$

ここに、 $\Delta N^*(t_{n+1})$ は、内部抵抗力ベクトル R の非線形項に対応する一種の不平衡力ベクトルである付加擬荷重ベクトル

$$N(t_{n+1}) = R(D_{n+1}) - \Delta \tilde{K}(D_{static}, 0) \cdot D_{n+1} \quad \dots\dots\dots (I-19)$$

の未知増分 $\Delta N(t_{n+1})$ を前段階までの計算結果 $\Delta N(t_n), \Delta N(t_{n-1}) \dots\dots$ から外挿的

に推定するものである。また、 \mathbf{D}_{static} は静的荷重載荷時の平衡状態での節点変位ベクトルであり、 $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_{static}, \mathbf{0})$ はその状態での接線剛性マトリックスを表わしている。本計算手法を用いる解析法を付加擬荷重法と呼ぶことにする。

推定増分 $\Delta \mathbf{N}^*(t_{n+1})$ を外挿する計算式としては、同様に、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{N}^*(t_{n+1}) &= \Delta \mathbf{N}(t_n) && (n=1) \\ \Delta \mathbf{N}^*(t_{n+1}) &= 2\Delta \mathbf{N}(t_n) - \Delta \mathbf{N}(t_{n-1}) && (n=2) \\ \Delta \mathbf{N}^*(t_{n+1}) &= 3\Delta \mathbf{N}(t_n) - 3\Delta \mathbf{N}(t_{n-1}) + \Delta \mathbf{N}(t_{n-2}) && (n \geq 3) \end{aligned} \right\} \dots \quad (\text{I-20})$$

なる差分式を採用する。

式 (I-20) において $\Delta \mathbf{N}$ の計算に相当の時間を要するが、本手法では、線形化剛性マトリックス $\Delta \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{D}_{static}, \mathbf{0})$ が全増分段階で一定であり、基礎式である式 (I-18) を算定するために要する計算時間は、直接積分法を適用した式 (I-15) の場合と比較しても、ほとんど差がない。

ゆえに、式 (I-18) のように線形化された運動方程式の増分形は、対象とする構造物の非線形性の程度によっては後述するように実用上十分な精度を有するので、モード重畳法を適用できることにより、記憶領域の容量、および、計算時間が大幅に減少することから、本計算手法は極めて効率的であるといえることができる。

第 3 章 解析法の妥当性の検討

前章で誘導した、直接積分法、および、モード重畳法にそれぞれ対応する 2 種の計算手法を用いる有限変位解析法の妥当性の検討、および、従来の解析法との対比を考え、以下に説明するような種々の数値計算を行なう。

(1) 推定割線剛性と付加擬荷重の推定増分の評価

式 (I-15) および式 (I-18) の慣性力に関する項を除去した式は、静的有限変位解析の場合の増分法に対応する計算式を表わす。したがって、推定割線剛性と付加擬荷重の推定増分の妥当性をより明確にするために、6 種の計算手法による簡単な平面骨組構造の静的挙動の解析を行ない、計算結果を比較、考察する。

ここに、6 種の計算手法による解析法は、従来の混合法による非線形解析法の外、線形解析法 (LS)、および、つぎの 4 種の増分法による非線形解析法である。すなわち、付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いるもの (AP)、接線剛性マトリックスを用いるもの (TS)、推定割線剛性マトリックスを用いるもの (CS)、および、CS に対し前段階までの不平衡力を仮想外力として付加する修正を施すもの (CS*) の 4 種である。

a) 計 算 例

図 I-4、および、図 I-5 に示すエラスティカ、および、片持梁を対象とする。図中に、ヤング係数 E と、断面積 A との積 EA 、および、断面 2 次モーメントとの積 EI の値を示している。

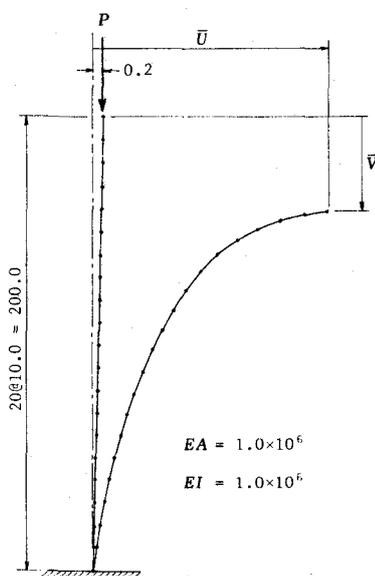


図 I-4 エラスティカ

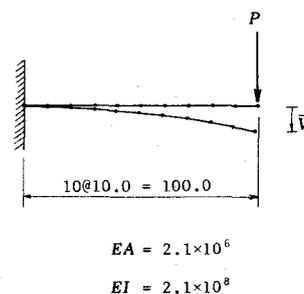


図 I-5 片 持 梁

前者は、前田・林・中村⁴⁵⁾が、誘導した計算式の妥当性を検討するために対象としたエラスティカである。そして、楕円積分による解析解⁴⁶⁾と比較することによって非常に高い精度を有すること、および、オイラーの座屈荷重を越えた場合のように極端に大きい変形を生じる場合を除けば、通常の混合法を用いて十分な収束性を有することなどを報告したものである。しかも、用いた剛性マトリックスおよび接線剛性マトリックスが前章のものと同一であることは前述した通りである。

そこで、自由端に載荷される集中荷重 P についても、同一の荷重増分として、混合法のみによる解析を行ない、楕円積分による解析解とともに示せば、図 I - 6 が与えられる。この

図は、自由端の水平、鉛直方向変位 \bar{U} 、 \bar{V} の計算結果を示すものである。また、 P_{cr} はオイラーの座屈荷重を表わす。

他方、後者の片持梁に対しては、自由端に載荷される集中荷重 P の値を最大 10.0 とし、この値を総増分段階数 N で除して各

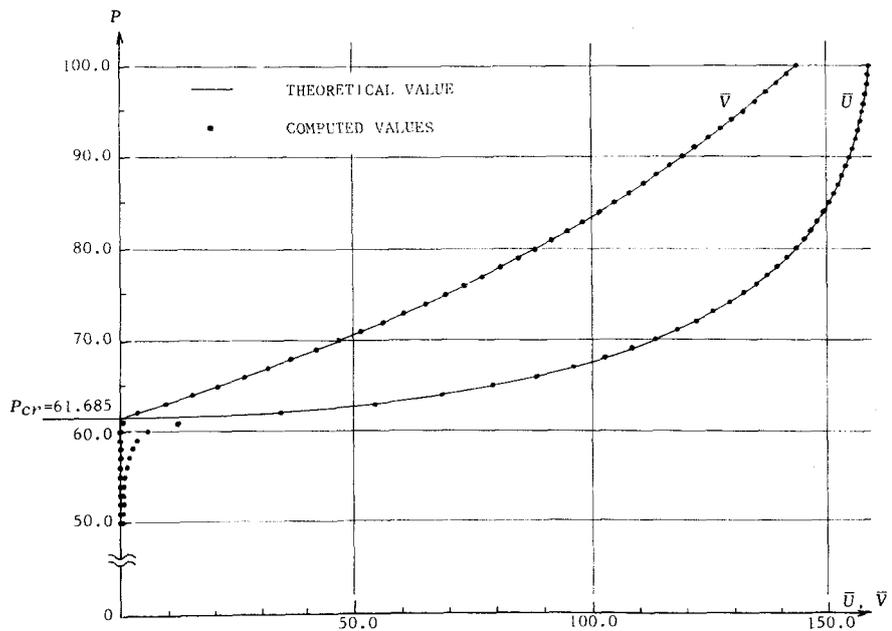


図 I - 6 エラスティカの自由端の水平、鉛直方向変位

増分段階での荷重増分とする。そして、総段階数を 10, 11, 12, 13 の 4 種とし、6 種の全ての計算手法による解析を行なえば、表 I - 1 が与えられる。この表は、自由端の鉛直方向変位 \bar{V} の計算結果を示すものである。

b) 考 察

エラスティカの計算結果の一部である図 I - 6 において、自由端の水平、鉛直方向変位 \bar{U} 、 \bar{V} の計算値が、オイラーの座屈荷重 P_{cr} を越えた載荷状態で変形が非常に大きい場合にも、実線で示した解析解とほぼ完全に一致していることがわかる。したがって、従来の混合法によって作成した有限変位解析プログラムが妥当であり、この解析プログラムを適用して得られる計算結果を一種の厳密解として、他の計算手法による結果の精度を論ずることも妥当であることがわかる。

そこで、片持梁の計算結果の一部である表 I - 1 から、まず、総段階数 $N = 10$ の場合に、

表 I - 1 片持梁の自由端の鉛直方向変位

TOTAL NO. OF DIVISION : N	LOAD : P ($\times 10^3$)	LINEAR ANALYSIS (LS)	NON-LINEAR ANALYSIS				
			INCREMENTAL METHOD				MIXED METHOD
			AP	TS	CS	CS*	
10	1.0	1.587	1.587	1.587	1.587	1.587	1.587
	2.0	3.175	3.174	3.160	3.153	3.159	3.171
	3.0	4.762	4.756	4.718	4.716	4.747	4.751
	4.0	6.349	6.331	6.259	6.274	6.319	6.324
	5.0	7.937	7.896	7.782	7.826	7.884	7.887
	6.0	9.524	9.450	9.287	9.370	9.436	9.439
	7.0	11.111	10.990	10.772	10.904	10.975	10.978
	8.0	12.698	12.514	12.236	12.426	12.498	12.501
	9.0	14.286	14.019	13.680	13.936	14.004	14.006
	10.0	15.873	15.504	15.101	15.431	15.491	15.493
11	10.0	15.873	15.500	15.137	15.456	15.492	15.493
12	10.0	15.873	15.497	15.168	15.475	15.492	15.493
13	10.0	15.873	15.496	15.194	15.490	15.492	15.493

各増分段階での自由端の鉛直方向増分変位 $\Delta \bar{V}$ の値を各計算手法について図示すると、図 I - 7 が得られる。この図において、実線で示した混合法による値と他の計算手法による値とを比較すれば、AP、CS および CS* が LS、TS とは異なってよく一致していることがわかる。したがって、付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いて線形化する考え方は非常に有効であり、一方、各増分段階での線形化剛性マトリックスとして、接線剛性マトリックスと比較し、推定割線剛性マトリックスははるかに正確であることがわかる。そして、これらのことは、混合法による値に対する相対誤差を図示して得られる図 I - 8 によれば、より明確である。すなわち、この図から、LS、TS に比較して、AP、CS および CS* の相対誤差がかなり小さく、特に CS* の場合には、

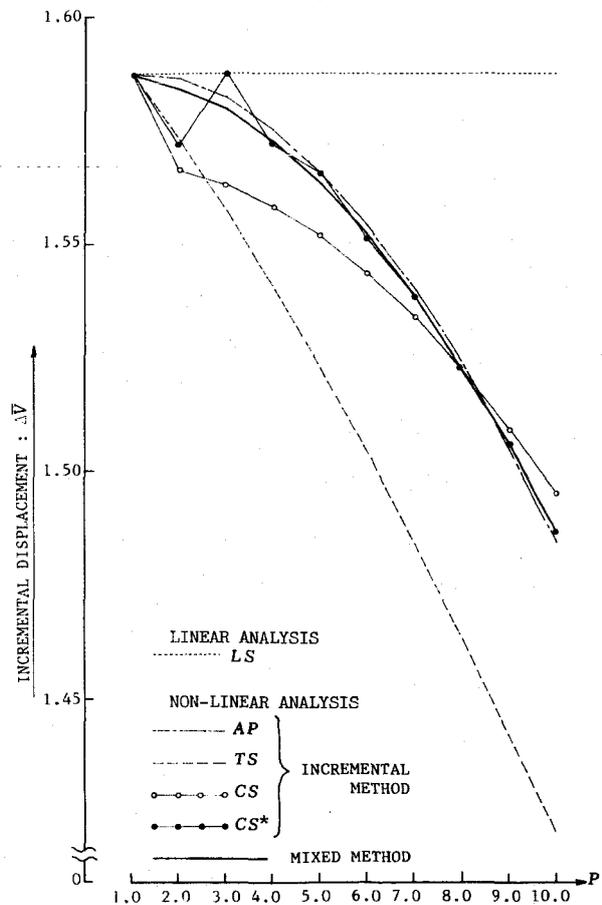


図 I - 7 片持梁の自由端の鉛直方向増分変位 (N=10)

増分段階が進行するに伴って非常に高い精度を有するようになることがわかる。

さらに、表 I-1 から、最終増分段階での自由端の鉛直方向変位 \bar{V} の各種計算法による値の混合法による値に対する相対累積誤差を、各総段階数について図示すると、図 I-9 のようになる。この図からは、 AP 、および、 CS の相対累積誤差が LS 、 TS に比較してかなり小さく、総段階数 N の増加による各増分段階での割線剛性の非線形性の低下に伴って、付加擬荷重ベクトルの推定増分、および、推定割線剛性マトリックスをそれぞれ用いる増分法が、かなり高い精度を有するようになることがわかる。また、前段階までの不平衡力を仮想外力として付加する修正を施した CS^* の場合には、極めて高い精度を有することもわかる。

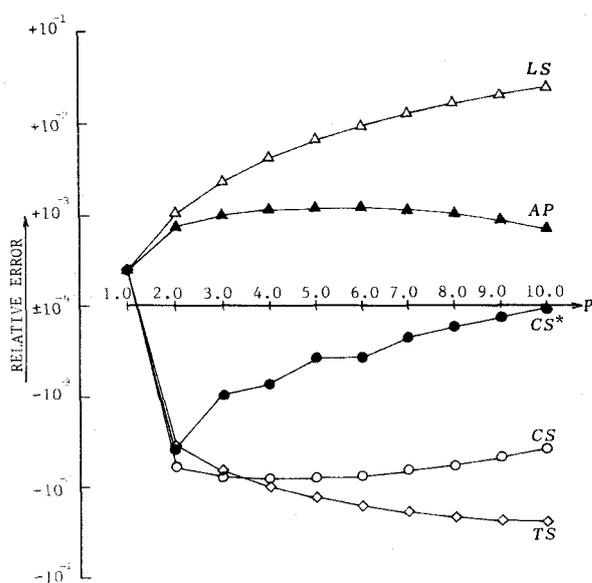


図 I-8 片持梁の自由端の鉛直方向増分変位の相対誤差 ($N=10$)

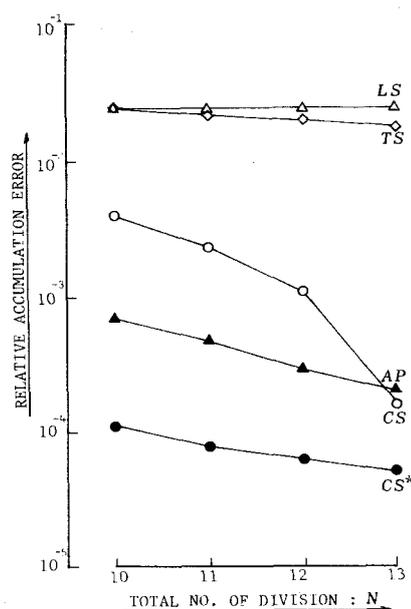


図 I-9 片持梁の自由端の鉛直方向変位の相対累積誤差

ゆえに、動的有限変位解析法の場合のように、数値積分に伴う打ち切り誤差による制約から非常に多くの増分段階を必要とする反面、各増分段階における割線剛性の非線形性がかなり低下していることが予測されるような場合に、推定割線剛性マトリックスを用いる直接積分法、および、付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いるモード重畳法が妥当性を有することは、十分に可能であるといえる。

(2) 動的有限変位解析例

提案した両計算手法の妥当性および合理性を具体的に調べるために、動的な場合の有限変位解析例として、平面骨組構造物の走行荷重による動的応答解析を、両者を含めて6種の計算手法によって行ない、計算結果を比較、考察する。

ここに、6種の計算手法のうち、直接積分法に対応するものは、推定割線剛性マトリックス

スを用いる手法 (CSM) の他、接線剛性マトリックスを用いる手法 (TSM), CSM に対し前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正を施す手法 (CSM*), および, TSM に対し反復収束計算による修正を施す手法 ("EXACT") である。

そして、他方、モード重畳法に対応するものとして、付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いる手法 (APM) の他、参考のために、APM において付加擬荷重ベクトルの推定増分の項を無視する手法、すなわち、線形化問題とする手法 (LSM) が用いられる。

a) 計算例

図 I-10 に示す支間長 200 m の 2 ヒンジ放物線アーチを対象とする。表 I-2 に、断面積 A , 断面 2 次モーメント I , およびヤング係数 E の値を示す。また、この表に示すように、自重に対応する静的等分布荷重、および、載荷長 400 m の等速走行等分布荷重の荷重強度は、それぞれ、 12.5 t/m , および、 4.0 t/m とする。そして、この走行荷重の速度 V は、100, 120, 140, 160 km/h の 4 種とする。さらに、数値積分の時間間隔 Δt は、許容打ち切り誤差が 1.0% の範囲内で、0.03, 0.04, 0.05, 0.06 sec の 4 種とする。

なお、"EXACT" において、Newton-Raphson 法による反復収束計算の許容相対誤差は、変位および応力に対して、ともに、 10^{-4} とする。

まず、数値積分の時間間隔 Δt の

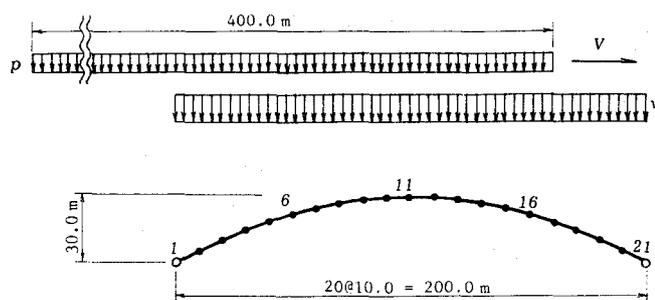


図 I-10 2 ヒンジ放物線アーチ

表 I-2 放物線アーチの諸元

SECTIONAL VALUES	AREA	$A \text{ (m}^2\text{)}$	0.5
	INERTIA	$I \text{ (m}^4\text{)}$	0.5
	MODULUS	$E \text{ (t/m}^2\text{)}$	2.1×10^7
STATIC LOADING		$w \text{ (t/m)}$	12.5
MOVING LOAD	INTENSITY	$p \text{ (t/m)}$	4.0
	SPEED	$V \text{ (km/h)}$	100, 120, 140, 160
	INTERVAL	$\Delta t \text{ (sec)}$	0.03, 0.04, 0.05, 0.06

表 I-3 固有振動数と周期

MODES	ORDER	FREQUENCY	PERIOD (sec)
Asymmetric (1st)	1st	0.326	3.070
Symmetric (1st)	2nd	0.814	1.228
Asymmetric (2nd)	3rd	1.541	0.649
Symmetric (2nd)	4th	2.203	0.454
Symmetric (3rd)	5th	2.545	0.393
Asymmetric (3rd)	6th	3.559	0.281
Symmetric (4th)	7th	4.878	0.205
Asymmetric (4th)	8th	6.369	0.157
	9th	7.092	0.141
Symmetric (5th)	10th	8.065	0.124

決定、および、モード重畳法の適用に際して必要であることから、事前に行なった固有振動解析の結果の一部として、10次までの固有振動数と周期を表 I - 3 に、固有振動モードの鉛直、橋軸方向成分を図 I - 11 に示す。なお、これらの図表において、9 次の固有振動モードは橋軸方向成分が卓越したものである。

動的応答解析の結果としては、その一部を、各計算手法について、表 I - 4 ~ 表 I - 8、および、図 I - 12 ~ 図 I - 15 に示す。ただし、これらの表、および、図中における 'STATIC' の記号は、'EXACT' において慣性力の項を無視して得られる静的な場合の応答値を意味している。ここに、表 I - 4、および、表 I - 5 は、それぞれ、第16節点の鉛直方向変位、および、曲げモーメントの最大値を、時間間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ の場合に、各種走行速度について示すものである。表 I - 6、および、表 I - 7 は、それぞれ、第16節点の鉛直方向変位、および、曲げモーメントの最大値を、走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合に、各種時間間隔について示すものである。また、表 I - 8 は、時間間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ 、走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合における計算時間を示すものである。さらに、図 I - 12、13、および、図 I - 14、15は、それぞれ、時間

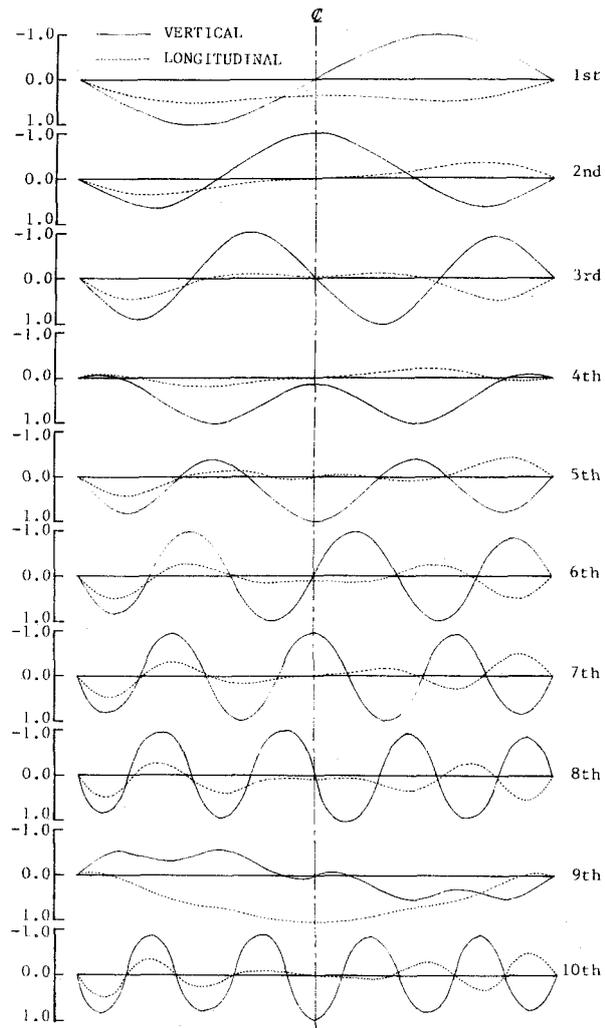


図 I - 11 固有振動モード

表 I - 4 第16節点の鉛直方向変位の最大値
($\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

SPEED : V (km/h)	'STATIC' (MIXED METHOD)	LINEAR- IZED A.	NON-LINEAR ANALYSIS				
		MODE SUPER- POSITION METHOD	DIRECT INTEGRATION METHOD				
			LSM	APM	TSM	CSM	CSM*
100	0.474	0.506	0.650	0.632	0.656	0.656	0.656
120		0.616	0.644	0.716	0.740	0.741	0.741
140		0.626	0.515	0.427	0.543	0.548	0.548
160		0.792	0.997	0.960	1.179	1.187	1.188

間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ の場合における、走行速度 $V = 100, 160 \text{ km/h}$ の場合の鉛直方向変位、および、曲げモーメントの応答-時間曲線を参考のために示すものである。

b) 考 察

動的応答解析の結果の一部として示した表 I-4 ~ 表 I-7 から、各計算手法による計算値について、“EXACT”による値に対する相対累積誤差を図示すると、図 I-16 ~ 図 I-19 のようになる。ここに、図 I-16、および、図 I-17 は、第16節点の鉛直方向変位の相対累積誤差を、時間間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ の場合に各種走行速度について、および、走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合に各種時間間隔について示すものである。また、図 I-18、および、図 I-19 は、第16節点の曲げモーメントの相対累積誤差を、同様に時間間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ の場合に各種走行速度について、および、走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合に各種時間間隔について示すものである。

これらの図から、まず、直接積分法による手法について、CSM、および、CSM* は、最大の時間間隔 $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$ で、変形量が大きく非線形性の相当

表 I-5 第16節点の曲げモーメントの最大値 ($\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

SPEED : V (km/h)	'STATIC' (MIXED METHOD)	LINEAR- IZED A. MODE SUPER- POSITION METHOD	NON-LINEAR ANALYSIS					
			DIRECT INTEGRATION METHOD					
			LSM	APM	TSM	CSM	CSM*	"EXACT"
100	0.455		0.472	0.599	0.594	0.616	0.616	0.615
120			0.605	0.636	0.701	0.723	0.723	0.723
140			0.669	0.518	0.461	0.510	0.512	0.512
160			0.771	0.982	0.916	1.126	1.131	1.132

表 I-6 第16節点の鉛直方向変位の最大値 ($V = 160 \text{ km/h}$)

TIME INTERVAL : Δt (sec)	LINEAR- IZED A. MODE SUPER- POSITION METHOD	NON-LINEAR ANALYSIS					
		DIRECT INTEGRATION METHOD					
		LSM	APM	TSM	CSM	CSM*	"EXACT"
0.03		0.786	0.996	1.066	1.182	1.184	1.184
0.04		0.788	0.997	1.030	1.181	1.185	1.186
0.05		0.789	0.997	0.995	1.178	1.184	1.184
0.06		0.792	0.997	0.960	1.179	1.187	1.188

表 I-7 第16節点の曲げモーメントの最大値 ($V = 160 \text{ km/h}$)

TIME INTERVAL : Δt (sec)	LINEAR- IZED A. MODE SUPER- POSITION METHOD	NON-LINEAR ANALYSIS					
		DIRECT INTEGRATION METHOD					
		LSM	APM	TSM	CSM	CSM*	"EXACT"
0.03		0.767	0.982	1.019	1.117	1.119	1.119
0.04		0.762	0.978	0.983	1.123	1.126	1.126
0.05		0.752	0.969	0.949	1.118	1.124	1.125
0.06		0.771	0.982	0.916	1.126	1.131	1.132

表 I-8 計算時間 ($V = 160 \text{ km/h}, \Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

TOTAL NO. OF STEP : N	LINEAR- IZED A. MODE SUPER- POSITION METHOD	NON-LINEAR ANALYSIS					
		DIRECT INTEGRATION METHOD					
		LSM	APM	TSM	CSM	CSM*	"EXACT"
225		13	26	47	49	61	169

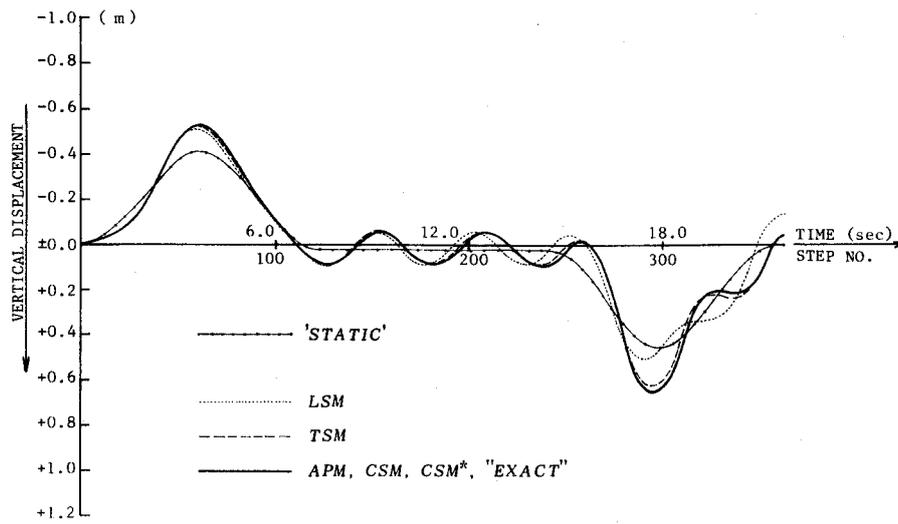


図 I - 12 第16節点の鉛直方向変位の応答一時間曲線
 ($V = 100 \text{ km/h}$, $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

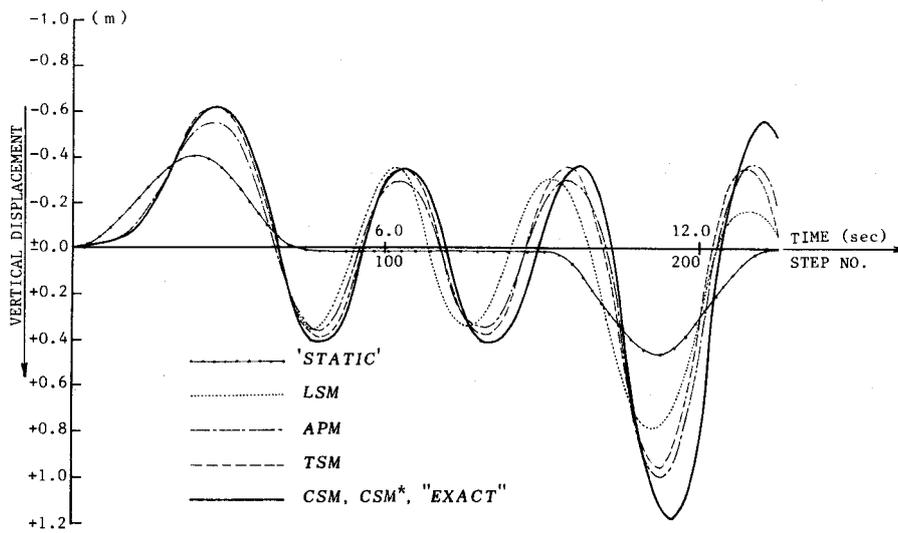


図 I - 13 第16節点の鉛直方向変位の応答一時間曲線
 ($V = 160 \text{ km/h}$, $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

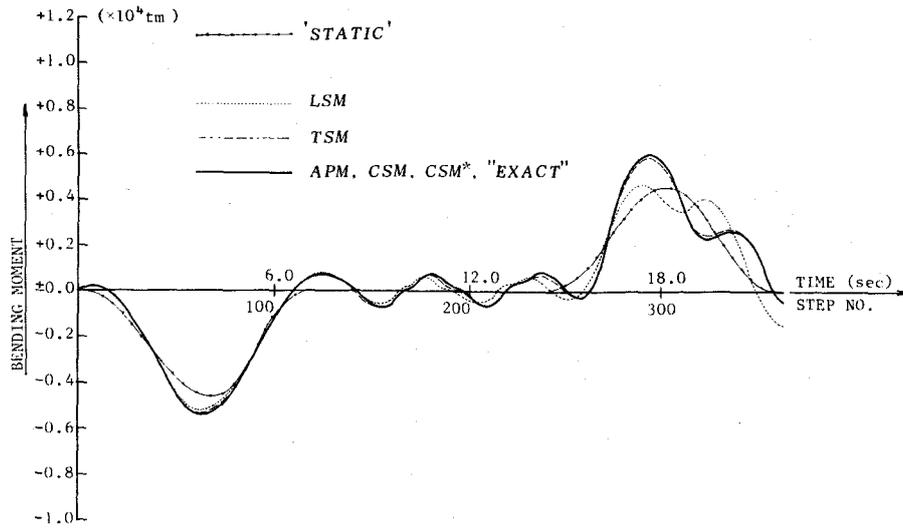


図 I -14 第16節点の曲げモーメントの応答一時間曲線
 ($V = 100 \text{ km/h}$, $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

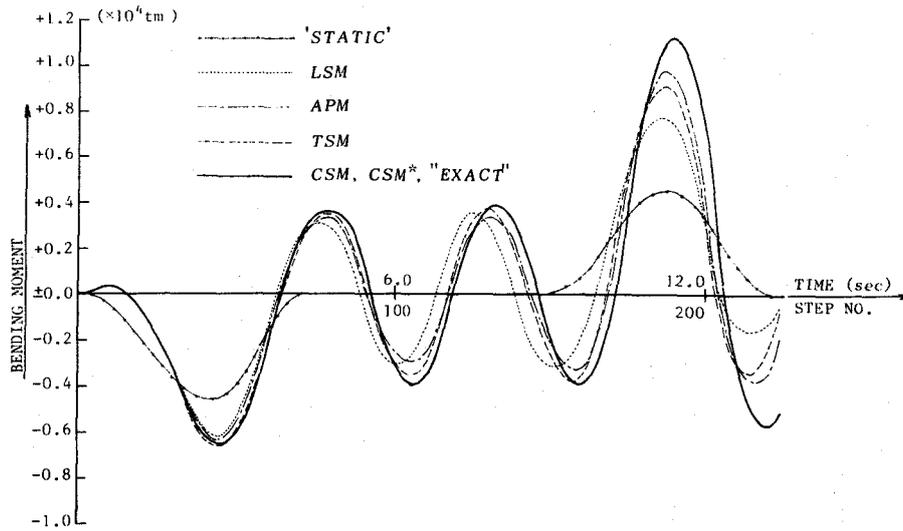


図 I -15 第16節点の曲げモーメントの応答一時間曲線
 ($V = 160 \text{ km/h}$, $\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

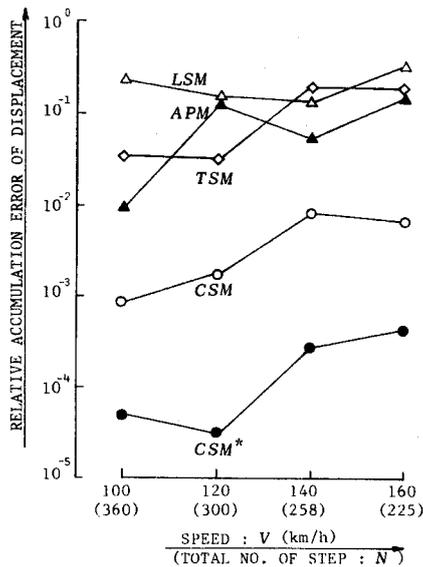


図 I - 16 第16節点の鉛直方向変位の
相対累積誤差
($\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

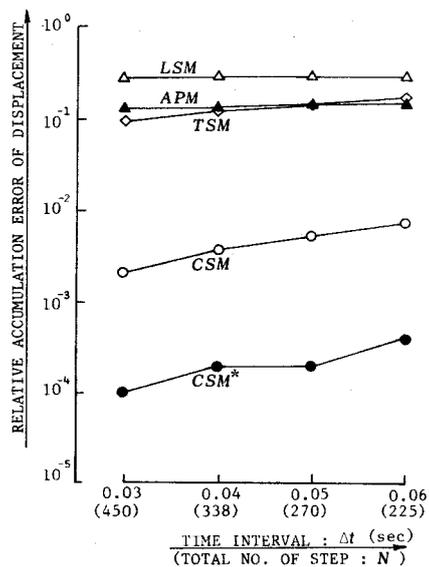


図 I - 17 第16節点の鉛直方向変位の
相対累積誤差
($V = 160 \text{ km/h}$)

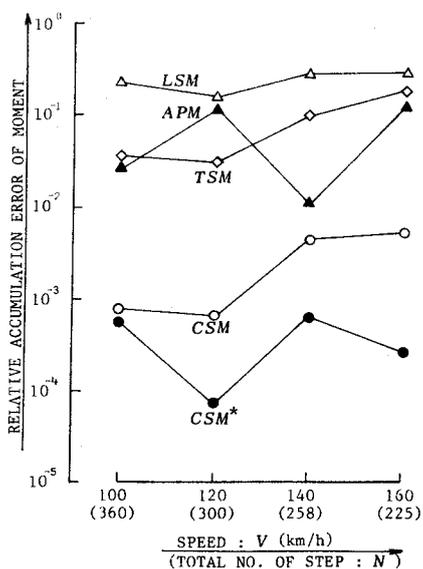


図 I - 18 第16節点の曲げモーメントの
相対累積誤差
($\Delta t = 0.06 \text{ sec}$)

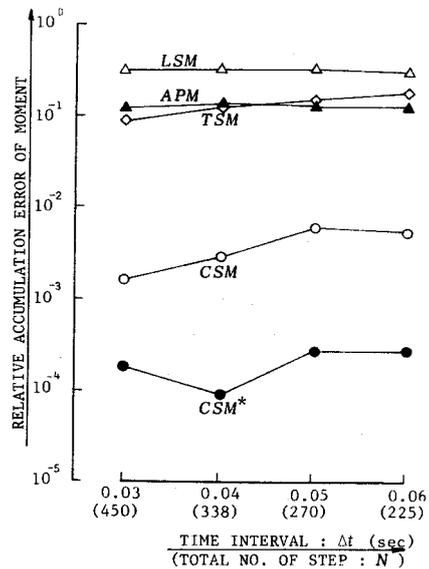


図 I - 19 第16節点の曲げモーメントの
相対累積誤差
($V = 160 \text{ km/h}$)

高いと思われる走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合にも、過度の相対累積誤差を生ずることなく、 TSM を含む他の計算手法に比較してはるかに高い精度を有し、実用上十分な精度を満足していることがわかる。特に、 CSM^* については、極めて高い精度を有していることに注目すべきである。

他方、モード重畳法による手法について、*APM* は、鉛直方向変位、曲げモーメントの最大値の減少、および、総増分段階数 N の増加により、各増分段階での割線剛性の非線形性がかなり低下していると思われる走行速度 $V = 100 \text{ km/h}$ 、および、 $V = 140 \text{ km/h}$ の場合に、変形量の大きい他の場合と比較して高い精度を有し、実用上十分な精度を有することがわかる。しかしながら、これに対し、*LSM* は、全ての場合において、十分な精度を有していないことがわかる。

さらに、各計算手法の必要計算時間について示した表 I-8 からは、まず、直接積分法による手法について、*CSM* と *TSM* の必要計算時間にはほとんど差がなく、推定割線剛性マトリックスを組むために要する計算時間は、接線剛性マトリックスの場合とほとんど変わらないことがわかる。そして、*CSM* は、各増分段階において前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正を必要としないことによって、*CSM** の必要計算時間に対し、計算時間が約 20% 減少していることがわかる。また、*CSM** に対する“*EXACT*” の必要計算時間の倍率は約 3 倍であることがわかるが、これは反復収束計算の反復回数の平均値にほぼ比例している。

他方、モード重畳法による手法について、*APM* の必要計算時間は、*LSM* の場合の 2 倍となるが、直接積分法による各計算手法の計算時間に比較すれば、大幅に低減していることがわかる。

ゆえに、線形化剛性マトリックスとして推定割線剛性マトリックスを用いれば、数値積分に伴う過度の打ち切り誤差を生じない範囲の時間間隔に対応する各増分段階で、反復収束計算による修正はもちろん、前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正さえなしに、過度の累積誤差を除去し、実用上十分な精度を有することが可能であると思われる。そして、それらのような修正を必要としないことによって、計算時間の相当量の低減が可能であり、この計算手法による解析法は非常に効率的であることがいえる。なお、節点変位の値のみならず、応力値を必要とする場合にも、全部材、全増分段階についてではなく、静的な場合の応答値などから選ばれる数個の着目部材についてのみ、しかも、数段階ごとに計算すれば、実用上は十分である。したがって、それに要する時間は微々たるものであり、効率性の問題とはほとんど無関係である。

また、上述の推定割線剛性マトリックスを用いる直接積分法に対し、各増分段階で前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正を施す計算手法は、非線形性の極めて高い構造物の問題、あるいは、極めて高い精度を要求される特殊な問題などに対して有効であり、反復収束計算を必要としないことから、それらの問題の効率的な解析を可能にすると思われる。

さらに、付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いる計算手法は、対象とする構造物の種類、

および、時間間隔の値により、各増分段階での割線剛性の非線形性の程度が高くない場合には、実用上は十分な精度を満足するものであると思われる。したがって、そのような場合には、モード重畳法を適用できることによって、必要計算時間が大幅に低減し、しかも、記憶領域の必要容量も大幅に減少することから、この計算手法による解析法は、極めて効率的なものであるといってもよいと思われる。

第 4 章 結 論

本編は、有限変位理論に基づき有限要素法によって、特に動的挙動の解析の場合に有効である平面骨組構造の有限変位解析法を、直接積分法、および、モード重畳法にそれぞれ対応して、2種誘導したものである。

各種の数値計算例を用いて、計算結果の比較、考察を行ない、誘導した両計算手法による解析法の妥当性、効率性の検討を行なった結果からは、つぎのようなことがいえる。

(1) 推定割線剛性マトリックスを用いる直接積分法による解析法は、従来の接線剛性マトリックスを用いる手法によるものに比較して、はるかに高い精度を有し、計算時間のかなりの減少を可能とする。

(2) 推定割線剛性マトリックスを用いる直接積分法に対し、前段階までの不平衡力を仮想外力として付加するという修正を施す解析法は、反復収束計算なしに、非線形性の極めて高い構造物の問題、あるいは、極めて高い精度を要求される特殊な問題などに有効なものとなることが十分に推測できる。

(3) 付加擬荷重ベクトルの推定増分を用いるモード重畳法による解析法は、非線形性の程度によっては、実用上十分な精度を満足し、記憶領域の容量、および、計算時間を大幅に低減できる。

(4) 静的挙動の解析には、従来のように接線剛性マトリックスを用いる混合法による解析法が信頼性のある結果を与えるが、各増分段階で静的応答値と動的応答値との比較を必要とするような場合は、両者の計算手法において、慣性力に関する項を無視する計算（ただし、モード重畳法の場合は、一般化座標の基本式において、加速度項を無視する）を行なえば、効率的な解析が可能である。

ゆえに、有限変位理論に基づき有限要素法の手法を用いていることから、最も一般的なプログラムを拡張して容易に得られる解析プログラムを適用すれば、静的な問題のみならず、動的な問題の場合にも、平面骨組構造の有限変位解析を十分に行なうことが可能になる。

なお、ここでは、減衰力に関する項を省略したが、提案した両計算手法に、この項を容易に導入できることは明らかである。さらに、両計算手法の基礎的アルゴリズムは、幾何学的非線形性のみならず、材料非線形性をも考慮した3次元問題を含む一般骨組構造の解析法に用いる手法にも容易に拡張され得るものである。

第II編 斜張橋の力学的特性とその応用

第Ⅱ編 斜張橋の力学的特性とその応用

第 1 章 緒 論

斜張橋の面内解析法は、高次不静定構造の一般の平面骨組構造物の解析法に対応して、3種の方法に大別される。すなわち、前田・林⁶⁶⁾が応力法によるものを、長谷川・成岡^{67), 68)}、Tang⁶⁹⁾が還元法によるものを、および、Lazar⁷⁰⁾が変形法によるものを発表しており、還元法、変形法によるものについては、変形の影響も考慮できるようになっている。斜張橋の場合、線形解析によってもある程度の精度を満足し、架設途中の解析も可能であることから、どの解析法によっても実用上特に問題となることはなかった。

しかしながら、支間の長大化に伴ってより高い精度を必要とするようになったこと、および、有限変位解析法の発達によって、現在では、変形法による解析法が主流になりつつある。Baron^{71), 72)}は、ケーブルなどの部材の無応力長および主桁の製作キャンバーの概念を導入し、設計上の仮定と明確に対応させた変形法による解析法を発表して、完成系および架設途中の斜張橋の有限変位解析を行なっている。さらに、Morris⁷³⁾、Fleming⁷⁴⁾は、変形法による解析法を用いて、動的な場合の有限変位解析を行なっている。そして、これらの変形法による斜張橋の解析法における解式の表現は異なっているが、それぞれ、有限要素法の手法による多項式の変位関数および有限変位理論に基づく変位-歪関係式を用いた平面骨組構造物の解式によって、容易に一般化されるものである。

さて、斜張橋のような複雑な構造物には特有の幾何学的非線形問題が存在し、その静的な場合の一つに、ケーブルのサグの問題がある。サグの影響は、ケーブルをリンク構造として取扱えば、有限要素法による有限変位理論に基づく一般の平面骨組構造物の有限変位解析法によって容易に考慮されるが、実用上十分な精度を満足するためには分割数を相当に多くする必要があり、節点数および剛性マトリックスの帯幅数が増大することから、効率的な解法ではない。したがって、上述の各種の斜張橋の解析法においては、Ernst^{75), 76)}の修正弾性係数によって、ケーブルのサグの影響を考慮している。この修正弾性係数は、線形化による誤差を無視できる場合には、かなり精度のよい解を与えることができる。しかしながら、張出し架設工法による長径間斜張橋の主桁の架設途中のように、ケーブルに導入されている引張応力が大きくない場合には、十分な精度を満足するとはいえない。また、Ernstの修正弾性係数は接線剛性を表わすものであり、反復収束計算においてサグの影響をより厳密に考慮した非線形方程式を用いずに、この修正弾性係数を用いてケーブル張力や不平衡力を求めることは、非線形問題の解法として論理的にも妥当であるとはいえない。

非線形方程式を用いた解法として、Livesley⁷⁷⁾は、サグの影響を考慮したケーブル方程式の近似式と接線剛性を導き、支線つきマストの解析を行なっているが、式の誘導においてかなりの簡略化が行なわれているために、解の収束性はよいとはいえない。また、Chuら⁷⁸⁾は、放物線ケーブルのケーブル方程式を用いて、接線剛性によらない特殊な反復法を適用した結果を与えているが、一般の複雑なケーブル構造の解析に適用できるものではない。さらに、後藤⁷⁹⁾は懸垂曲線ケーブルの厳密なケーブル方程式を用いた、柔ケーブル部材の接線剛性方程式を発表し、不平衡力の算出過程を示しているが、極端に弛緩した状態を含んだ解析に対応するものであり、簡明な解式とはいえない。

他方、斜張橋の動的な場合の特有の力学的特性の一つに、ケーブルの弦としての横振動の連成の問題がある。横振動の連成の影響は、ケーブルをリンク構造として取扱えば、有限要素法による有限変位理論に基づく一般の平面骨組構造物の有限変位解析法によって容易に考慮され、高次の振動を対象としなければ、分割数を多くする必要はない。

近年、注目されつつあるシステムダンピングはこの問題に関するものであり、Leonhardtらは、斜張橋が特有のシステムダンピングによって主桁の鉛直たわみ振動に対する高い動的安定性を有することを報告し、その要因として、

① ケーブルの張力と両端変位の関係が、サグの影響により非線形となる。

② マルチケーブル型式の場合、多くのケーブルは各々に弦としての異った固有振動周期を持つことから、構造全体の各モードに対応する振動を励起するような際にも、ケーブルの横振動の干渉により、振幅の発達が急速に妨げられる。

ことなどを挙げている。そして、前者の例としては、Norderelbe 橋の振動実験⁸⁰⁾において、ケーブルの段数が少ないにもかかわらず、2 cm 程度のサグ変化の場合にも、対数減衰率の顕著な増加がみられたことを報告している。また、後者の例としては、Zárate-Brazo Largo 橋に関する模型実験⁸¹⁾において、走行列車荷重に対する高い減衰性が認められたこと、および、Pasco-Kennewick 橋の主桁の張出し架設途中⁸²⁾において、暴風時にも有害な振動が観測されなかったことなどを報告している。したがって、長径間斜張橋の動的応答性状を論ずる場合には、このシステムダンピングの効果を無視できないことは明らかである。しかしながら、特に後者の要因については推測の域を出てはいないことから、今後の研究を待つ必要があり、他方において、他に支配的な要因が存在することも十分に考えられ、この方向からの研究も急務であると思われる。さらに、Leonhardt らも指摘していることであるが、多くの斜張橋における振幅の大きいケーブル振動の実測結果とも関連させて、検証する必要があると思われる。

斜張橋の動的応答性状に関し、伊藤・島田・能沢⁸³⁾、大久保・榎波⁸⁴⁾、および小松・小林⁸⁵⁾は、走行荷重による動的応答の実測結果を与えているが、ケーブルの横振動の連成について

は言及していない。他方、理論的な研究として代表的なものに、小松・川谷⁸⁶⁾の論文があり、各種の型式を対象にして $L-20$ (道路橋示方書)相当設計荷重列走行による動的増幅率の値を算定し、多くの重要な成果を報告している。その導入部において、3段ケーブル斜張橋の計画案を対象に、弦としての横振動の一次固有振動数が構造全体の対称一次の固有振動数と近接するように全段のケーブル張力を調整することによって、単一集中荷重走行による動的増幅率が顕著に低減されるという一計算結果を与えている。そして、部分構造系としてのケーブルと主桁の内部共振に着目して得られたこの計算結果に、システムダンピングの一現象が現われていると考えられる。すなわち、特にマルチケーブル型式の場合に一部のケーブルがそのような条件を満足することは十分に可能であることから、この内部共振に起因する現象をさらに追究すれば、システムダンピングの支配的な要因の一つが明らかになると思われる。さらに、必ずしも容易ではなく、実際問題としては解決されなければならない多くの問題点を残してはいるが、張力の調整あるいは質量の付加によって、設計時に特定のケーブルに対して内部共振の条件を満足させることが可能な場合には、経済的な設計を行なう立場からも無視できないものとなる可能性を有していると思われる。

以上の議論から、本編では、まず、斜張橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べる。

つぎに、Ernstの修正弾性係数の力学的な意味を明らかにするとともに、放物線ケーブル部材の計算式としてケーブル方程式および接線剛性マトリックスを、上述の有限変位解析法に組込んでサグの影響を考慮するために誘導する。そして、各種の数値計算例を用いて、誘導した計算式の妥当性を検討する。さらに、パラメトリック解析によって、従来の解析法との対比も行ない、誘導した計算式の有用性を確認する。

また、部分構造系としてのケーブルと主桁の内部共振に起因する固有振動特性および荷重走行時、残留自由振動時の動的応答特性に着目し、内部共振に起因する特有の現象を支配的な一要因とする動的特性を斜張橋のシステムダンピングと定義する。そして、斜張橋に擬した簡単な計算モデルに対する種々の数値計算結果から、定義の妥当性を検討する。さらに、実橋試験を行ない、定義した要因によるシステムダンピングが、実橋において実際に生じることを確認する。

つぎに、長径間斜張橋の実橋設計例を対象として、張出し架設工法による主桁の架設途中における変形と応力解析を実施し、ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析理論の応用に関する基礎資料を得ることを試みる。

最後に、同様に、ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析理論の応用に関する基礎資料を得ることを試みるために、マルチケーブル型式斜張橋の2種の実橋設計例を対象として、自動車荷重による動的応答解析、および、実施設計検討を行なう。

第 2 章 有限変位解析法の適用

斜張橋特有の設計上の仮定を満足して、有限要素法による有限変位理論に基づく解析法を適用するためには、各部材の無応力長、および、各節点の初期状態での座標が必要である。したがって、斜張橋の場合は、

- i) 主桁、主塔の完成形状に対応する所定の位置に定着された状態で、完成時にプレストレスを含む所定の張力となる条件を満足する、ケーブルの製作長に対応する所要無応力長、
- ii) ケーブルの完成時張力に対応する外荷重を載荷された状態で、所定の完成形状となる条件を満足する、主桁、主塔の製作長、製作キャンバーに対応する所要無応力形状が、事前に算定されていなければならない。そこで、本章では、これらの算定法について、以下に述べる。

(1) ケーブルの所要無応力長の算定法

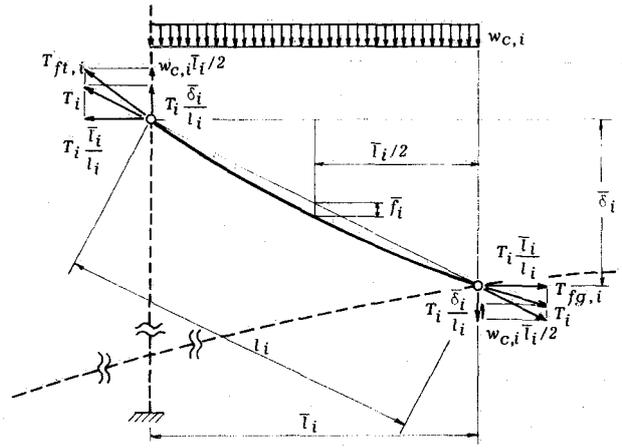
図Ⅱ-1は、完成時のケーブルの定着状態と張力を示すものである。i段目のケーブルの形状を直線形状とすれば、完成時張力 T_i によって、所要無応力長は容易に逆算される。したがって、ここでは、サグの影響を考慮するために、放物線形状とした場合について述べる。

図Ⅱ-1の記号を用いて、i段目のケーブルの塔側、および、桁側の定着点における異なる張力 $T_{ft,i}$ および、 $T_{fg,i}$ は、完成時張力 T_i の水平成分を

$$H_{f,i} = T_i \frac{\bar{l}_i}{l_i} \quad \dots\dots (II-1)$$

として、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} T_{ft,i} &= \sqrt{H_{f,i}^2 + \left(H_{f,i} \frac{\bar{\delta}_i}{l_i} + \frac{w_{c,i} \bar{l}_i}{2} \right)^2} \\ &= \sqrt{H_{f,i}^2 + \left(m_{\delta,i} H_{f,i} + \frac{W_{c,i}}{2} \right)^2} \end{aligned}$$



図Ⅱ-1 ケーブルの完成時定着状態と張力

$$T_{fg,i} = \sqrt{H_{f,i}^2 + \left(H_{f,i} \frac{\bar{\delta}_i}{l_i} - \frac{w_{c,i} \bar{l}_i}{2} \right)^2} = \sqrt{H_{f,i}^2 + \left(m_{\delta,i} H_{f,i} - \frac{W_{c,i}}{2} \right)^2} \quad \dots\dots (II-2)$$

ここに、

$$m_{\delta,i} = \frac{\bar{\delta}_i}{l_i} \quad \dots\dots (II-3)$$

は、ケーブル軸の傾きを表わし、死荷重の総量を表わす $W_{c,i}$ は、単位重量、断面積、無応力長を、 $r_{c,i}$ 、 $A_{c,i}$ 、 $C_{fo,i}$ として、

$$W_{c,i} = w_{c,i} \bar{l}_i = r_{c,i} A_{c,i} C_{f0,i} \dots\dots\dots (\text{II} - 4)$$

なる式で示される。

さて、完成時張力 T_i のみならず、塔側、桁側の両定着点における異なる張力 $T_{ft,i}$, $T_{fg,i}$ の水平成分でもある $H_{f,i}$ は、放物線ケーブルの基本式から、次式を満足する。

$$H_{f,i} = \frac{w_{c,i} \bar{l}_i^2}{8f_i} = \frac{W_{c,i}}{8n_{f,i}} \dots\dots\dots (\text{II} - 5)$$

ここに、

$$n_{f,i} = \frac{\bar{f}_i}{\bar{l}_i} \dots\dots\dots (\text{II} - 6)$$

が、サグ比と呼ばれる代表的な無次元パラメータである。

したがって、式 (II-5) に、式 (II-4) を代入すれば、無応力長 $C_{f0,i}$ を算定する式が次のように得られる。

$$C_{f0,i} = \frac{8H_{f,i}}{r_{c,i} A_{c,i}} n_{f,i} \dots\dots\dots (\text{II} - 7)$$

しかしながら、上式は、所定の完成時張力および完成時定着位置から既知量である張力の水平成分 $H_{f,i}$ の他に、未知量であるサグ比 $n_{f,i}$ を含んでいる。すなわち、上式を適用するためには、適合するサグ比 $n_{f,i}$ をあらかじめ決定しておかなければならない。

このサグ比 $n_{f,i}$ を決定する適合条件式がケーブル方程式と呼ばれるものであり、次式で表現される。

$$C_{f,i} - (C_{f0,i} + \Delta C_{f,i}) = 0 \dots\dots\dots (\text{II} - 8)$$

ここに、 $C_{f,i}$ および $\Delta C_{f,i}$ はそれぞれ、完成形状でのケーブル長および無応力長からの伸張量であり、放物線ケーブルの基本式から、ヤング係数を E_c として、

$$C_{f,i} = \frac{\bar{l}_i}{16n_{f,i}} \left\{ (4n_{f,i} + m_{\delta,i}) \sqrt{1 + (4n_{f,i} + m_{\delta,i})^2} + (4n_{f,i} - m_{\delta,i}) \sqrt{1 + (4n_{f,i} - m_{\delta,i})^2} + \log_e \left\{ \sqrt{1 + (4n_{f,i} + m_{\delta,i})^2} + 4n_{f,i} + m_{\delta,i} \right\} \left(\sqrt{1 + (4n_{f,i} - m_{\delta,i})^2} + 4n_{f,i} - m_{\delta,i} \right) \right\} \dots\dots (\text{II} - 9)$$

$$\Delta C_{f,i} = \frac{H_{f,i} \bar{l}_i}{E_c A_{c,i}} \left(1 + \frac{16}{3} n_{f,i}^2 + m_{\delta,i}^2 \right) \dots\dots\dots (\text{II} - 10)$$

なる式で与えられる。

したがって、式 (II-8) に、式 (II-7)、式 (II-9)、および、式 (II-10) を代入し、さらに、 $n_{f,i}$ を乗ずれば、次式のように、ケーブル方程式 $\phi_i(n_{f,i})$ が具体的に表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_i(n_{f,i}) = & \frac{\bar{l}_i}{16} \left[(4n_{f,i} + m_{\delta,i}) \sqrt{1 + (4n_{f,i} + m_{\delta,i})^2} \right. \\ & + (4n_{f,i} - m_{\delta,i}) \sqrt{1 + (4n_{f,i} - m_{\delta,i})^2} + \log_e \{ (\sqrt{1 + (4n_{f,i} + m_{\delta,i})^2} \\ & \left. + 4n_{f,i} + m_{\delta,i}) (\sqrt{1 + (4n_{f,i} - m_{\delta,i})^2} + 4n_{f,i} - m_{\delta,i}) \} \right] \\ & - \frac{8H_{f,i}}{\tau_{c,i} A_{c,i}} n_{f,i}^2 - \frac{H_{f,i} \bar{l}_i}{E_c A_{c,i}} n_{f,i} \left(1 + \frac{16}{3} n_{f,i}^2 + m_{\delta,i}^2 \right) = 0 \dots\dots\dots (\text{II}-11) \end{aligned}$$

上式は、明らかにサグ比 $n_{f,i}$ のみを未知数とするものであるが、超越方程式であることから、参考のために導関数を次に示しておく。

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_i}{dn_{f,i}} = & \frac{\bar{l}_i}{2} \left\{ \sqrt{1 + (4n_{f,i} + m_{\delta,i})^2} + \sqrt{1 + (4n_{f,i} - m_{\delta,i})^2} \right\} \\ & - \frac{16H_{f,i}}{\tau_{c,i} A_{c,i}} n_{f,i} - \frac{H_{f,i} \bar{l}_i}{E_c A_{c,i}} (1 + 16n_{f,i}^2 + m_{\delta,i}^2) \dots\dots\dots (\text{II}-12) \end{aligned}$$

ゆえに、式 (II-1) による張力の水平成分 $H_{f,i}$ 、および、式 (II-11) によるサグ比 $n_{f,i}$ を用いて、式 (II-7) を適用すれば、所要無応力長 $C_{f0,i}$ を算定できる。

(2) 主桁、主塔の所要無応力形状の算定法

図 II-2 が、主桁、主塔の完成形状と、ケーブルの張力に対応する外荷重を示すものである。この図からわかるように、 i 段目のケーブルの完成時張力 T_i の橋軸方向成分に対応する $T_i \bar{l}_i / l_i$ 、鉛直方向成分に対応する $T_i \delta_i / l_i$ および死荷重に対応する $w_{c,i} \bar{l}_i / 2$ は、ケーブルの形状が直線形状の場合および放物線形状の場合も同じものとなる。

図 II-2 に示す平衡状態で完成形状となる、主桁、主塔の所要無応力形状は、次のような反復収束計算によって算定できる。すなわち、まず最初に、完成形状の主桁、主塔のモデルに死荷重およびケーブルの張力に対応する外荷重を載荷して生じる各節点の変位を求め、それと絶対値が等しく、符号が逆の量だけ完成形状から隔った位置に無応力形状を仮定する。次に、その無応力形状のモデルに同じ荷重を載荷し、それによる変形状と完成形状との差異に相当する節点変位について、同様に絶対値が等しく、符号が逆の量だけその無応力形状から隔った位置に改めて無応力形状を仮定する。以後、同様の計算を、仮定した無応力形状のモデルに載荷して得られる変形状と所定の完成

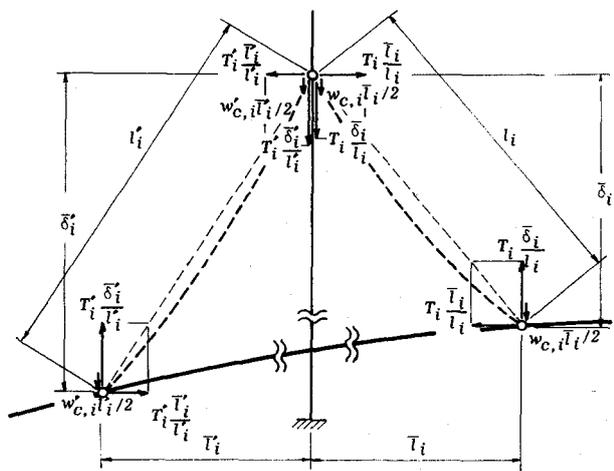


図 II-2 主桁、主塔の完成形状と外荷重

形状との絶対誤差が所要の許容値以内に収束するまで、繰返し反復することになる。

無応力形状を仮定するための節点変位としては、回転角を対象とせず、橋軸方向、鉛直方向変位のみを対象とした方が容易であり、実際の製作、架設においても支障はない。したがって、第 m 回目の計算に用いる仮定の無応力形状での各節点に関する橋軸、鉛直方向の座標ベクトル $X_o^{(m)}$, $Y_o^{(m)}$ は、所定の完成形状のそれらを \tilde{X} , \tilde{Y} として、

$$\left. \begin{aligned} X_o^{(m)} &= X_o^{(m-1)} - \{ (X_o^{(m-1)} + D_x^{(m-1)}) - \tilde{X} \} \\ Y_o^{(m)} &= Y_o^{(m-1)} - \{ (Y_o^{(m-1)} + D_y^{(m-1)}) - \tilde{Y} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{II}-13)$$

なる式で与えられる。ここに、 $D_x^{(m-1)}$, $D_y^{(m-1)}$ はそれぞれ、第 $(m-1)$ 回目の計算において、有限変位解析法によって得られる橋軸、鉛直方向の節点変位ベクトルである。

第 3 章 ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析

第 1 節 Ernst の修正弾性係数

Ernst の修正弾性係数 $E_{mod.}$ は、次式で定義される。

$$E_{mod.} = \frac{\sigma_c}{\epsilon_e + \epsilon_f} \dots\dots\dots (II-14)$$

ここに、 ϵ_e 、および、 ϵ_f はそれぞれ、ケーブルの軸応力 σ_c による弾性ひずみと形状変化による見かけのひずみである。

すなわち、弾性変形に対応する弾性係数を E_c 、形状変化に対応する見かけの弾性係数を E_f として、

$$E_c = \frac{\sigma_c}{\epsilon_e}, \quad E_f = \frac{\sigma_c}{\epsilon_f} \dots\dots\dots (II-15)$$

である。したがって、式(II-15)を式(II-14)に代入すると、

$$E_{mod.} = \frac{E_c}{1 + E_c/E_f} \dots\dots\dots (II-16)$$

となる。

Ernst は、図 II-3 に示すようなケーブルモデルを考えて、見かけの弾性係数 E_f を次のような式で与えている。

$$E_f = \frac{l}{A_c} \frac{dT}{d\Delta l} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{A_c} \right) / \left(\frac{\Delta \Delta l}{l} \right) \dots\dots\dots (II-17)$$

ここに、 A_c はケーブルの断面積、 $\Delta \Delta l$ は張力 T が $T + \Delta T$ に変化する際のケーブル右端点の軸方向移動量 Δl の変化量である。

しかしながら、式(II-17)は、

$$\frac{\Delta T}{A_c} = \Delta \sigma_c, \quad \frac{\Delta \Delta l}{l} = \Delta \epsilon_f \dots\dots\dots (II-18)$$

の関係より、次式のように変形できる。

$$E_f = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma_c}{\Delta \epsilon_f} = \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_f} \quad (II-19)$$

すなわち、式(II-17)の E_f は軸ひずみ

ϵ_f による軸応力度 σ_c の微係数を表わしており、式(II-16)に式(II-17)を代入して具体的に与えられた Ernst の修正弾性係数

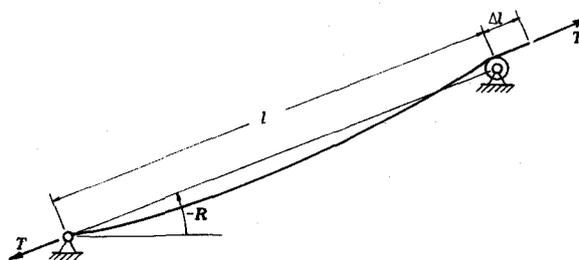


図 II-3 ケーブルモデル

$$E_{mod.} = \frac{E_c}{1 + \frac{(r_c l)^2 \cos^2 R}{12 \sigma_c^3} E_c} \dots\dots\dots (II-20)$$

は、いわゆる接線剛性に対応するものである。ここに、 r_c はケーブルの単位重量である。一方、Livesley は、ケーブル部材の接線剛性 Δk の簡略化式として、次式を与えている。

$$\Delta k = \frac{E_c A_c}{l} \frac{T^3}{T^3 + E_c A_c W_c / 12} \dots\dots\dots (II-21)$$

ここに、 W_c はケーブルに作用する全荷重である。

したがって、ケーブルのサグによる剛性の変化を考慮した場合の弾性係数を E'_c とし、

$$\Delta k = \frac{E'_c A_c}{l}, \quad T = \sigma_c A_c, \quad W_c = r_c A_c l \cos R \dots\dots\dots (II-22)$$

とにおいて、式(II-22)を式(II-21)に代入すれば、 E'_c は式(II-20)の $E_{mod.}$ と同一のものになることがわかる。

ゆえに、Ernst の修正弾性係数は、明らかに、接線剛性と定義できるものである。したがって、この修正弾性係数を有限変位解析に適用する場合、接線剛性マトリックスに用いることは可能であるが、部材の張力の計算およびこの張力による不平衡力の計算に用いることは明らかに間違いであり、このことはLivesley も指摘していることである。さらに、Livesley は、式(II-21)の接線剛性を用いて非線形解析を行なうとき、Newton-Raphson法が発散しやすいことも示しており、接線剛性としての精度も必ずしも十分とはいえない。

第2節 放物線ケーブル部材の計算式

放物線形状のケーブルを一部材として、サグの影響を考慮するために、放物線ケーブル部材の計算式を誘導する。ただし、有限要素法の手法を用いるためには、曲線要素を適用する必要があり、解式が複雑となることから、ここでは、非線形のケーブル方程式および接線剛性マトリックスを誘導して、有限要素法による有限変位理論に基づく解析法に組込むことを考える。

(1) ケーブル方程式

初期状態での部材角が R_0 、無応力長が C_{f0} であるケーブル部材を考え、図II-4に示すように、部材角 R の放物線形状で平衡の状態にある変形状態に着目する。前章で述べたと同様に、この変形状態でのケーブル方程式は、

$$\phi(n_f) = \frac{l}{16} \left\{ (4n_f + m_\delta) \sqrt{1 + (4n_f + m_\delta)^2} + (4n_f - m_\delta) \sqrt{1 + (4n_f - m_\delta)^2} + \log_e \left\{ (\sqrt{1 + (4n_f + m_\delta)^2} \right. \right.$$

$$+ 4n_f + m_\delta) (\sqrt{1 + (4n_f - m_\delta)^2 + 4n_f - m_\delta}) \}]$$

$$- \frac{W_c \bar{l}}{8E_c A_c} (1 + \frac{16}{3} n_f^2 + m_\delta^2) - n_f C_{fo} = 0 \quad \dots\dots\dots (II-23)$$

なる式で与えられる。ここに、 n_f 、 m_δ および W_c はそれぞれ、サグ比、傾き、および、総死荷重を示し、単位重量、断面積を r_c 、 A_c とすると、

$$n_f = \frac{\bar{f}}{\bar{l}}, \quad m_\delta = \frac{\bar{\delta}}{\bar{l}}, \quad W_c = w_c \bar{l} = r_c A_c C_{fo} (= \text{const.}) \quad \dots\dots\dots (II-24)$$

となる。また、 E_c はヤング係数を表わし、式(II-24)の記号の表わす量は m_δ を除いて正値である。

したがって、任意の着目する変形状態で、 \bar{l} 、 $\bar{\delta}$ が既知となれば、超越方程式である式(II-23)からサグ比 n_f の値が得られ、基準座標系での材端力ベクトル

$$\bar{F} = \{ \bar{T}_a, \bar{Q}_a, \bar{T}_b, \bar{Q}_b \}^T \quad \dots\dots\dots (II-25)$$

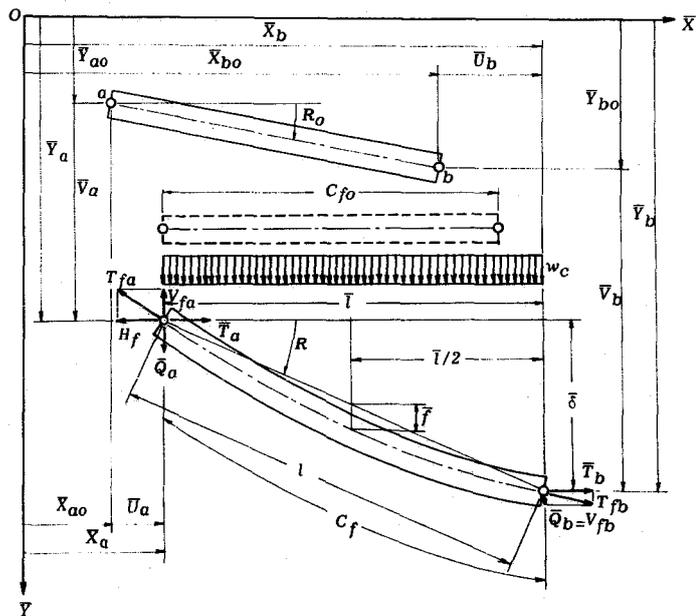
の各要素は、次式で自動的に計算される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_a &= -\bar{T}_b = -H_f = \frac{W_c}{8n_f} \\ \bar{Q}_a &= -V_{fa} = -m_\delta H_f - \frac{W_c}{2} \\ \bar{Q}_b &= V_{fb} = m_\delta H_f - \frac{W_c}{2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (II-26)$$

さらに、両材端点における異なる張力 T_{fa} 、 T_{fb} も

$$\left. \begin{aligned} T_{fa} &= \sqrt{H_f^2 + (m_\delta H_f + \frac{W_c}{2})^2} \\ T_{fb} &= \sqrt{H_f^2 + (m_\delta H_f - \frac{W_c}{2})^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (II-27)$$

なる式で計算される。すなわち、式(II-23)～式(II-27)を用いれば、任意の着目する変形状態での材端力、さらには、不平衡力を計算できるわけであり、後はその変形状態での接線剛性マトリックスを誘導すればよいことになる。



図II-4 放物線ケーブル部材の材端変位と材端力

(2) 接線剛性マトリックス

着目する変形状態において、ケーブル長 C_f を与える放物線ケーブルの基本式は、十分な精度で次の近似式に置き換えられる。

$$C_f = \bar{l} \left| \sec R + \frac{8 n_f^2}{3 \sec^3 R} \right| = l + \frac{8 \bar{l}}{3 (1 + m_\delta^2)^{3/2}} n_f^2 \quad \dots\dots\dots (\text{II} - 28)$$

そこで、上式を用いたケーブル方程式の近似式

$$l + \frac{8 \bar{l}}{3 (1 + m_\delta^2)^{3/2}} n_f^2 - \frac{W_c \bar{l}}{8 n_f E_c A_c} (1 + m_\delta^2 + \frac{16}{3} n_f^2) - C_{fo} = 0 \quad \dots\dots (\text{II} - 29)$$

において、 \bar{l} 、 $\bar{\delta}$ 、および、サグ比 n_f の増分、 $\Delta \bar{l}$ 、 $\Delta \bar{\delta}$ 、および、 Δn_f の関係を求めれば、次式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \Delta n_f = & -\frac{8 n_f^2}{W_c} k_c \left\{ \left\{ \frac{C_{fo}}{l} + (1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 - \frac{4 W_c}{3 E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 n_f \right. \right. \\ & + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^4 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 n_f^2 \left. \right\} \Delta l - \left\{ (1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}) \left(\frac{\bar{l}}{l} \right) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) \right. \\ & \left. - \frac{4 W_c}{3 E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^2 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) n_f + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^5 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) n_f^2 \right\} \Delta \bar{\delta} \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{II} - 30) \end{aligned}$$

ここに、

$$k_c = \frac{E_c A_c}{l} \left/ \left\{ 1 - \frac{16}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^2 n_f^2 + \frac{128}{3} \frac{E_c A_c}{W_c} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^5 n_f^3 \right\} \right. \quad \dots\dots\dots (\text{II} - 31)$$

である。したがって、式(II-26)から

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{T}_a = - \Delta \bar{T}_b &= \frac{W_c}{8 n_f^2} \Delta n_f \frac{\cos R}{|\cos R|} \\ \Delta \bar{Q}_a = - \Delta \bar{Q}_b &= \frac{W_c}{8 n_f^2} \left(m_\delta \Delta n_f + \frac{m_\delta n_f}{l} \Delta \bar{l} - \frac{n_f}{l} \Delta \bar{\delta} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{II} - 32)$$

なる式で表わされる基準座標系の材端力ベクトルの増分

$$\Delta \bar{F} = \{ \Delta \bar{T}_a, \Delta \bar{Q}_a, \Delta \bar{T}_b, \Delta \bar{Q}_b \}^T \quad \dots\dots\dots (\text{II} - 33)$$

の各要素は、次式のように示される。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{T}_a = - \Delta \bar{T}_b = & -k_c \left\{ \frac{C_{fo}}{l} + (1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 - \frac{4 W_c}{3 E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 n_f \right. \\ & + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^4 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right)^2 n_f^2 \left. \right\} \Delta \bar{l} + k_c \left\{ (1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}) \left(\frac{\bar{l}}{l} \right) \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) \right. \\ & \left. - \frac{4 W_c}{3 E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^2 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) n_f + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l} \right)^5 \left(\frac{\bar{\delta}}{l} \right) n_f^2 \right\} \Delta \bar{\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{Q}_a = -\Delta \bar{Q}_b = & k_c \left\{ \left(1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}\right) \left(\frac{\bar{l}}{l}\right) \left(\frac{\bar{\delta}}{l}\right) - \frac{4W_c}{3E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^2 \left(\frac{\bar{\delta}}{l}\right) n_f \right. \\ & \left. - \frac{16}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^3 \left(\frac{\bar{\delta}}{l}\right) n_f^2 + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^5 \left(\frac{\bar{\delta}}{l}\right) n_f^2 \right\} \Delta \bar{l} \\ & - k_c \left\{ \frac{C_{fo}}{l} + \left(1 - 2 \frac{C_{fo}}{l}\right) \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^2 - \frac{4W_c}{3E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^3 n_f \right. \\ & \left. - \frac{16}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^4 n_f^2 + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^6 n_f^2 \right\} \Delta \bar{\delta} \dots\dots\dots (\text{II}-34) \end{aligned}$$

ゆえに、基準座標系の材端変位ベクトルの増分

$$\Delta \bar{D} = \{ \Delta \bar{U}_a, \Delta \bar{V}_a, \Delta \bar{U}_b, \Delta \bar{V}_b \}^T \dots\dots\dots (\text{II}-35)$$

の各要素に関して、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{l} &= (\Delta \bar{U}_b - \Delta \bar{U}_a) (\cos R / |\cos R|) \\ \Delta \bar{\delta} &= \Delta \bar{V}_b - \Delta \bar{V}_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{II}-36)$$

なる関係式を用いれば、材端力ベクトルの増分 $\Delta \bar{F}$ と $\Delta \bar{D}$ との関係式を導くことができる。

$$\Delta \bar{F} = \Delta \bar{K} \cdot \Delta \bar{D} = (\mathbf{c} \cdot \Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T) \cdot \Delta \bar{D} \dots\dots\dots (\text{II}-37)$$

ここに、 $\Delta \bar{K}$ が求める基準座標系での接線剛性マトリックスであり、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{k} &= \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \quad k_c = k_c \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \quad a = \frac{C_{fo}}{l}, \\ & b = \left(1 - \frac{C_{fo}}{l}\right) - \frac{4W_c}{3E_c A_c} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right) n_f + \frac{40}{3} \left(\frac{\bar{l}}{l}\right)^4 n_f^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{II}-38)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c}_{ab} \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}_{ab} = \begin{bmatrix} \cos R & -\sin R \\ \sin R & \cos R \end{bmatrix} \dots\dots\dots (\text{II}-39)$$

なる式で表わされる、部材座標系での接線剛性マトリックス $\Delta \mathbf{k}$ と座標変換マトリックス \mathbf{c} との積で、具体的に与えられる。ただし、接線剛性は解の収束性を左右するものであるが、その精度には直接関係せず、必ずしも厳密である必要はないことから、上式においては、式 (II-34) で下線を施した項を省略している。

第3節 計算式の妥当性の検討

誘導した放物線ケーブル部材の計算式の精度および収束性を考察し、これらを組込んだ有限要素法および有限変位理論に基づく有限変位解析法の妥当性および合理性を検討するために、斜張橋に擬した簡単なケーブル構造を用いて、種々の数値計算を行なう。

(1) 計算例と計算方法

図Ⅱ-5, および, 図Ⅱ-6にそれぞれ示す, 単一ケーブル (EXAMPLE-1), および, ケーブル構造物 (EXAMPLE-2)を対象とする。計算例の諸元は, 表Ⅱ-1に示すようである。

EXAMPLE-1では, 傾斜角 R が 30° および 60° の場合について, サグ比 \bar{f}/\bar{l} が約0.2となるように, ケーブルの死荷重 w_c の最大値を決め, それぞれ, 75.0 t/m, 5.0 t/mとし, 等分して5増分段階における計算を行なう。計算方法は, 誘導した放物線ケーブル部材の計算式によるものの他に, 比較のために, ケーブルを分割数 N_d が20あるいは40のリンク構造と考えて従来の軸方向力のみを受ける部材の計算式によるものを用い, サグ比 \bar{f}/\bar{l} , および, 水平反力 H を計算する。

他方, EXAMPLE-2では, ケーブルの死荷重 w_c , 外力である集中荷重 P をそれぞれ, 1.0 t/m, 500.0 tとし, 放物線ケーブル部材の計算式による計算方法, および, 各ケー

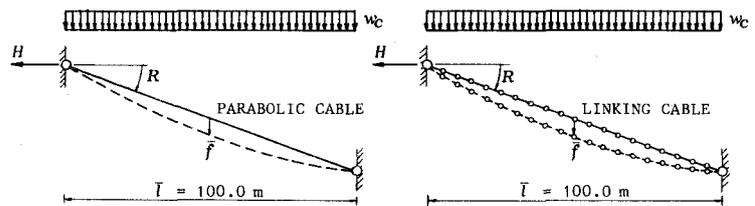
ブルを30分割して上述と同様の方法によるものとの両者を用いて, 各節点, 各部材の水平方向変位, サグ比, 両端の張力, 曲げモーメントなどを計算する。

(2) 計算結果とその考察

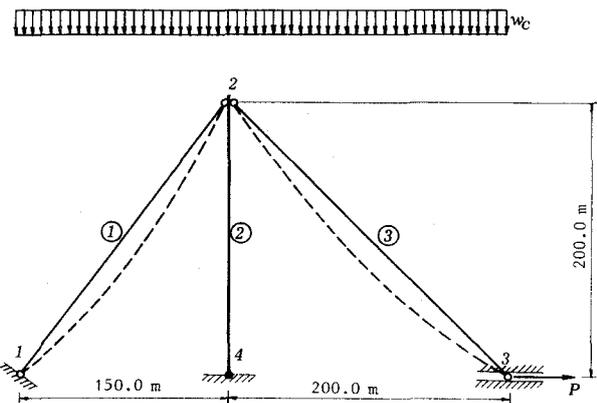
表Ⅱ-2, および, 表Ⅱ-3が, 計算結果の一部である。これらの表からは, 次のようなことが考察される。

まず, EXAMPLE-1に関して, 表Ⅱ-2から, 誘導した放物線ケーブル部材の計算式による水平反力 H の計算値が, サグ比 \bar{f}/\bar{l} のかなり大きい場合にも, 分割数 $N_d = 20$ のリンク構造のものに比較して, $N_d = 40$ のものと非常に良く一致することがわかる。

また, EXAMPLE-2に関する, 表



図Ⅱ-5 単一ケーブル (EXAMPLE-1)



図Ⅱ-6 ケーブル構造物 (EXAMPLE-2)

表Ⅱ-1 計算例の諸元

			EXAMPLE-1	EXAMPLE-2	
			CABLE	CABLE	TOWER
SECTIONAL VALUES	AREA	A (m ²)	0.005	0.01	1.0
	INERTIA	I (m ⁴)	0.0	0.0	10.0
	MODULUS	E (t/m ²)	2.0×10 ⁷	2.0×10 ⁷	2.1×10 ⁷
DEAD LOAD OF CABLE		w _c (t/m)	75.0	1.0	—
LOADING		P (t)	—	500.0	—

表Ⅱ-2 計算結果 (EXAMPLE-1)

ANGLE R	DEAD L. w _c (t/m)	PARABOLIC CABLE		LINKING CABLE	
		SAG RATIO f/l	HORIZONTAL REACTION		
			H (t)	N _d =20	N _d =40
30°	15.0	0.114795	1633.3	1631.9	1633.0
	30.0	0.146043	2567.7	2565.3	2567.1
	45.0	0.168594	3336.4	3333.3	3335.6
	60.0	0.187007	4010.5	4006.7	4009.6
	75.0	0.202930	4619.8	4615.4	4618.7
60°	1.00	0.114304	109.36	109.25	109.33
	2.00	0.143880	173.76	173.57	173.71
	3.00	0.164568	227.87	227.61	227.81
	4.00	0.180994	276.25	275.92	276.17
	5.00	0.194831	320.79	320.39	320.69

表Ⅱ-3 計算結果 (EXAMPLE-2)

		PARABOLIC CABLE	LINK.C. (N _d =30)	
HORIZONTAL	NODE 2	1.17	1.17	
DISPL. (m)	NODE 3	1.93	1.93	
SAG RATIO	MEM. ①	0.045	-----	
	MEM. ②	0.050	-----	
TENSION (t)	MEM. ①	752.	633.	752. 637.
	MEM. ②	780.	639.	780. 643.
MOMENT (tm)	NODE 4	18103.	18065.	

Ⅱ-3からも、放物線ケーブル部材の計算式による水平方向変位、サグ比、両端の張力、曲げモーメントの計算値が、節点数のみならず、接線剛性マトリックスの帯幅数の増大するリンク構造のものと良く一致していることがわかる。

したがって、誘導した非線形のケーブル方程式は、実用上十分な精度を有することがわかる。さらに、各計算における反復回数が最大5回であったことから、接線剛性マトリックスの収束性も十分に良好であることがわかる。

ゆえに、節点数および剛性マトリックスの帯幅数の増大なしに、サグの影響を考慮できることから、誘導した放物線ケーブル部材の計算式を組込んだ有限要素法による有限変位理論に基づく解析法は、サグの影響を考慮した斜張橋の静的挙動の解析を、妥当かつ効率よく行なうことが可能である。

第4節 パラメトリック解析

斜張ケーブルのサグの影響について、Ernstは、前述の修正弾性係数式を用いてパラメトリック解析を行ない、その結果を報告している。そこで、ここでも、ケーブルの引張応力、および、支間長に対応するパラメータを用いて、種々の計算法によるパラメトリック解析を行ない、誘導した放物線ケーブル部材の計算式の有用性を考察する。

(1) 解析モデルと解析結果

図Ⅱ-7に示すような解析モデルを対象とし、パラメータとしては、ケーブルの引張応力の水平成分 H_f/A_c 、および、径間長に対応する水平射影長 \bar{l} を用いる。サグ比 n_f がケーブルの所要無応力長を C_{fo} 、単位重量、断面積をそれぞれ r_c 、 A_c として、

$$n_f = \frac{\bar{f}}{\bar{l}} = \frac{w_c \bar{l}}{8H_f} = \frac{r_c C_{fo}}{8(H_f/A_c)} \dots\dots\dots (Ⅱ-40)$$

なる式で表わされることから、傾斜角 R を 45° と固定し、単位重量 r_c を 8.0 t/m^2 で一定とす

れば、これらのパラメータ H_f/A_c 、 \bar{l} はサグの影響をほとんど支配していると考えられる。

まず、ケーブルを放物線ケーブルとする場合について、両パラメータの各値の組み合わせを満足するための所要無応力長 C_{f0} の算定を行ない、 a 、 b 両端における接線方向の引張応力 σ_a, σ_b 、接線角 $\theta_a, -\theta_b$ 、および、サグ比 \bar{f}/\bar{l} の値を求めれば、表 II-4 が与えられる。

次に、通常の直線ケーブルとする場合について、同様に所要無応力長を算定し、放物線ケーブルとした場合と対比して、サグの影響を考慮しないことによる相対誤差を図示すれば、図 II-8 が得られる。また、直線ケーブルとして算定した所要無応力長を用いて放物線ケーブルとしての計算を行なうことによって得られる、引張応力の既定値の相対誤差を図示すれば図 II-9 が得られる。

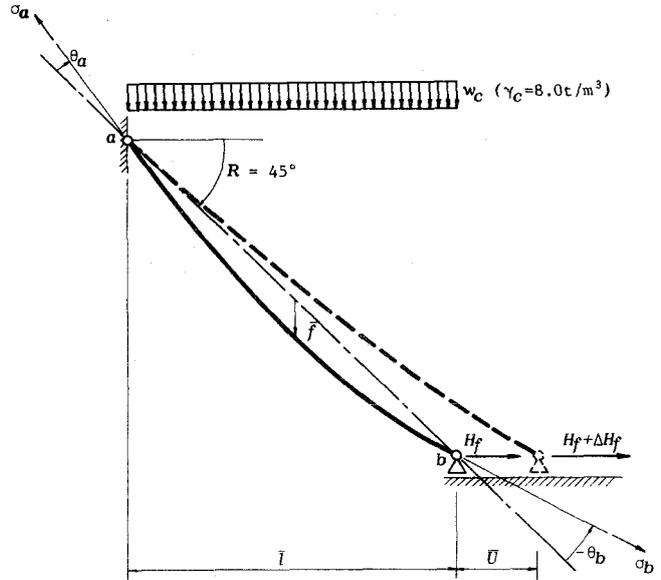


図 II-7 解析モデル

表 II-4 無応力長、引張応力、接線角とサグ比

H_f/A_c ·sec45° (t/m ²)	\bar{l} (m)	NON-STRESS- ED LENGTH C_{f0} (m)	STRESS		ANGLE		SAG RATIO \bar{f}/\bar{l}
			σ_a (t/m ²)	σ_b (t/m ²)	θ_a (deg.)	$-\theta_b$ (deg.)	
1.0×10^4	100	141.38689	10400.	9616.	2.16	2.34	0.020
	200	282.99231	10814.	9248.	4.16	4.88	0.039
	300	425.04010	11242.	8899.	6.02	7.62	0.059
	400	567.76486	11683.	8570.	7.75	10.60	0.079
	500	711.41787	12137.	8265.	9.36	13.82	0.099
2.0×10^4	100	141.28896	20396.	19612.	1.10	1.15	0.010
	200	282.63214	20799.	19232.	2.16	2.34	0.020
	300	424.08410	21310.	18860.	3.18	3.58	0.029
	400	565.70004	21627.	18497.	4.16	4.87	0.039
	500	707.53615	22051.	18143.	5.10	6.22	0.049
3.0×10^4	100	141.21322	30394.	29610.	0.73	0.76	0.007
	200	282.45045	30793.	29227.	1.45	1.54	0.013
	300	423.73576	31198.	28848.	2.16	2.34	0.020
	400	565.09334	31607.	28475.	2.84	3.15	0.026
	500	706.54759	32021.	28107.	3.51	4.01	0.033
4.0×10^4	100	141.14076	40394.	39610.	0.55	0.57	0.005
	200	282.29497	40791.	39224.	1.10	1.15	0.010
	300	423.47612	41192.	38842.	1.63	1.74	0.015
	400	564.69774	41597.	38465.	2.16	2.34	0.020
	500	705.97338	42005.	38091.	2.67	2.95	0.024
5.0×10^4	100	141.06923	50393.	49610.	0.44	0.46	0.004
	200	282.14705	50789.	49223.	0.88	0.92	0.008
	300	423.24206	51188.	48839.	1.31	1.38	0.012
	400	564.36285	51590.	48459.	1.74	1.86	0.016
	500	705.51807	51995.	48082.	2.15	2.34	0.020

さらに、放物線ケーブル部材の計算式、および、通常の弾性係数を用いる従来の軸方向力部材の計算式の両者を適用して、外力に対応する張力の水平成分 H_f が $H_f + \Delta H_f$ に変動するのに伴う水平方向変位 \bar{U} の値を計算し、同様にサグの影響を考慮しないことによる相対誤差を図示すれば、図 II-10 および図 II-11 が得られる。ここに、図 II-10 は $H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = 3.0 \times 10^4$ t/m²、 $\Delta H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = \pm 2.0 \times 10^4$ t/m² とした場合

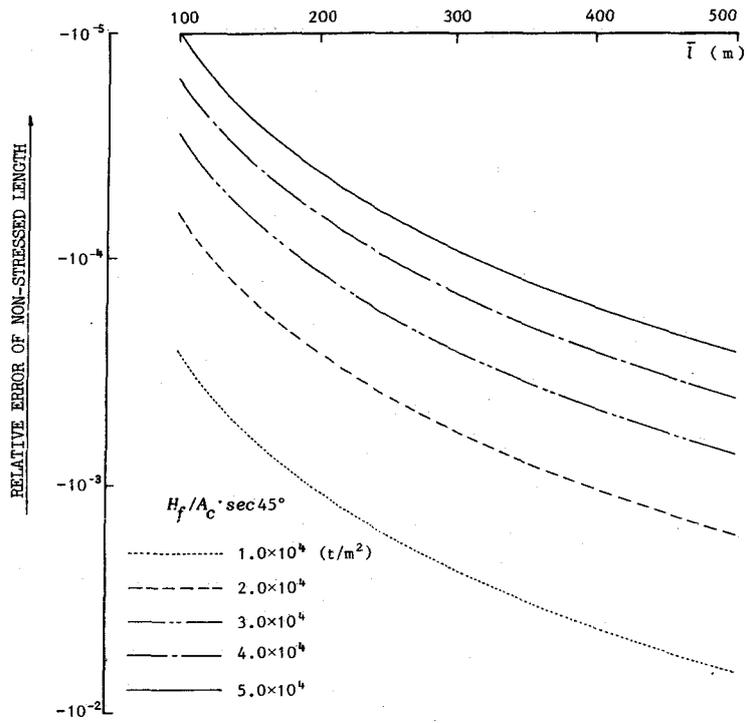


図 II - 8 無応力長の相対誤差

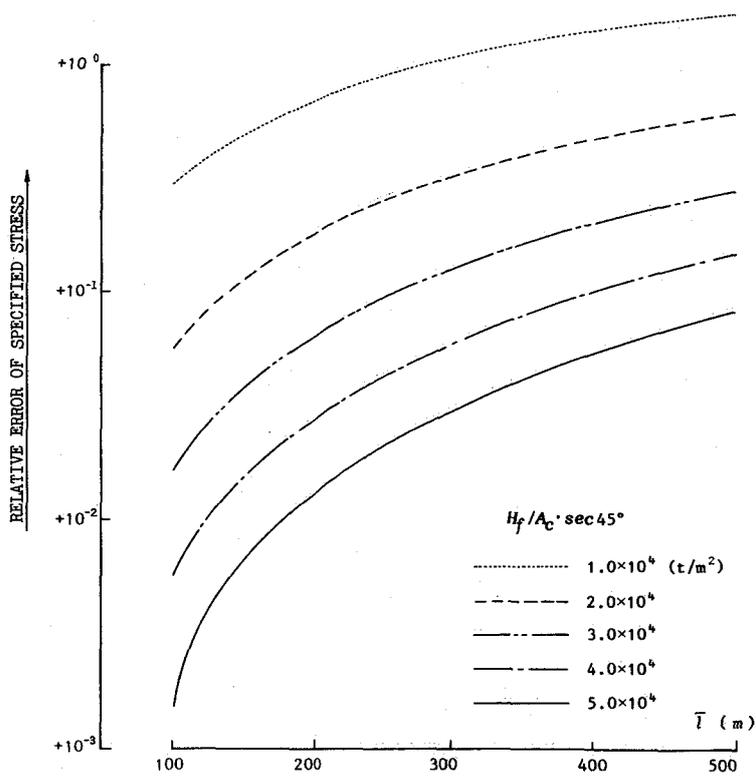


図 II - 9 引張応力の相対誤差

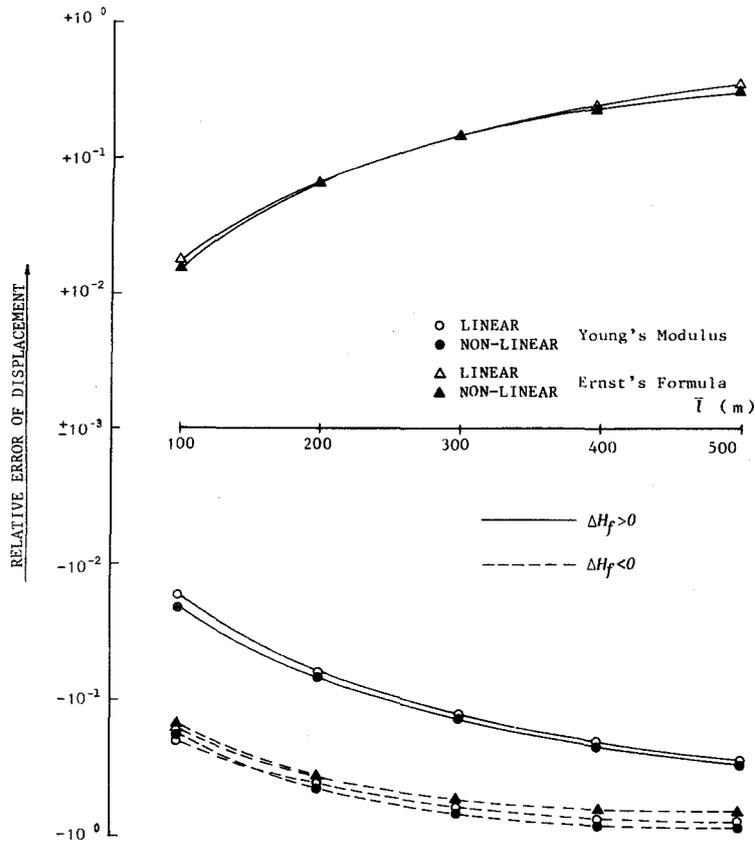


図 II - 10 水平方向変位の相対誤差
 $(H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = 3.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2, \Delta H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = \pm 2.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2)$

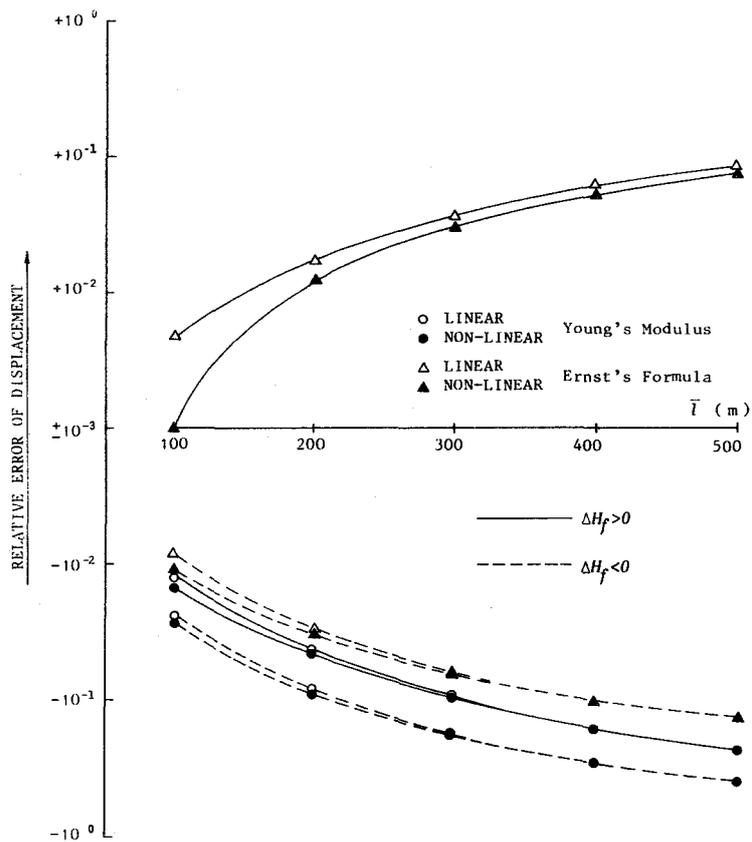


図 II - 11 水平方向変位の相対誤差
 $(H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = 4.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2, \Delta H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = \pm 1.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2)$

のものであり、図Ⅱ-11は $H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = 4.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2$, $\Delta H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = \pm 1.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ とした場合のものである。なお、比較のために、従来のErnstの修正弾性係数式を用いる軸方向力部材の計算式を適用した場合、および、線形解析を行なった場合の相対誤差も、これらの図には示してある。

(2) 解析結果の考察

上述のパラメトリック解析の結果から、斜張ケーブルのサグの影響、および、誘導した放物線ケーブル部材の計算式の有用性などについて、つぎのようなことが指摘できる。

すなわち、まず、表Ⅱ-4から、径間長に対応するパラメータ \bar{l} が同じ値の場合には、ケーブルの引張応力の水平成分であるパラメータ H_f/A_c の値が小さくなるに伴ない、他方、 H_f/A_c が同じ値の場合には、 \bar{l} の値が大きくなるに伴なって、サグ比 \bar{f}/\bar{l} の値が大きくなり、 a 、 b 両端での接線方向の引張応力 σ_a 、 σ_b および接線角 θ_a 、 $-\theta_b$ の値の差異も大きくなることわかる。

次に、図Ⅱ-8、図Ⅱ-9から、ケーブルの引張応力の水平成分であるパラメータ H_f/A_c の値が小さくなるに伴なって、および、径間長に対応するパラメータ \bar{l} の値が大きくなるに伴なって、サグの影響を考慮しないことによって生じる所要無応力長の相対誤差が大きくなり、それによる引張応力の既定値に対する相対誤差を無視できなくなる場合が十分に予測される。

さらに、図Ⅱ-10、図Ⅱ-11からは、通常の弾性係数を用いた線形および非線形解析の両者の場合の相対誤差の差異はほとんどなく、サグの影響を考慮しないことによる水平方向変位の相対誤差が線形解析による誤差と比較して非常に大きいことがわかる。また、Ernstの修正弾性係数式を用いた線形および非線形解析の両者の場合の相対誤差の差異もほとんどなく、図Ⅱ-11に示した $H_f/A_c \cdot \sec 45^\circ = 4.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2$, $\bar{l} = 100 \text{ m}$ の場合を除いて、サグの影響を考慮しないことによる誤差が1%以下でないことがわかる。なお、Ernstの修正弾性係数式を用いた場合、相対誤差が正および負の両者の符号を有するのは、 ΔH_f が正の場合には剛性を過小に、 ΔH_f が負の場合には剛性を過大に評価することによるものである。

したがって、斜張橋の架設途中のように導入引張応力が大きくない場合、および、完成後のように導入引張応力が大きくとも径間長が長大化する場合には、サグの影響は顕著であり、しかも、従来のErnstの修正弾性係数式を用いた解析法では対処し得ないことがわかる。

ゆえに、それらのような場合に、誘導した放物線ケーブル部材の計算式は非常に有用であるといえる。

第 4 章 ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析

第 1 節 システムダンピングの要因の定義

Leonhardt らが報告した斜張橋の特有のシステムダンピングについて、その要因は前述したように明確でなく、他に支配的な要因が存在することも十分に考えられる。

多自由度系の部分構造の固有円振動数が互いに近接する場合、いわゆる内部共振（全体構造の固有円振動数と外力の円振動数とが一致する場合の通常の共振現象ではない）を起こし、全体構造としては、各々の相似な振動成分が異なる比率で連成し、固有円振動数の近接する、2種の固有振動モードを生じることが知られている。

斜張橋のケーブルおよび主桁のように動力学的性状が著しく異なる部分構造からなる構造物においては、内部共振が容易に起こることが予想される。本節では、このような内部共振に起因する固有振動特性、および、それによる荷重走行時、残留自由振動時の動的応答特性に着目し、斜張橋のシステムダンピングを後述するように定義する。

(1) 走行荷重による応答

前述したように、ケーブルをリンク構造として取扱い、弦としての横振動の連成を考慮すれば、対象とする現象は容易に解析される。そして、高次の横振動を対象としない限りは、分割数を多くする必要はない。

いま、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じる、 i, j 次の2種の固有振動モードに対応するベクトルを $\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j$ 、その近接する固有円振動数を ω_i, ω_j とすれば、

$$\ddot{\Phi}_k(t) + \omega_k^2 \Phi_k(t) = (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_k)^{-1} \cdot \{ \mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{F}(t) \} \quad (k=i, j) \cdots \cdots (\text{II}-41)$$

なる式で、一般化座標 $\Phi_i(t), \Phi_j(t)$ が表わされる。ここに、 $\mathbf{F}(t)$ は外力ベクトルであり、 \mathbf{M} は構造全体の質量マトリックスである。

説明の便宜上から、単一集中荷重が等速度 V で走行する場合を考え、フーリエ級数展開すれば、外力ベクトル $\mathbf{F}(t)$ は次式のように表わされる。

$$\mathbf{F}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\mathbf{a}_n \sin \omega_{pn} t), \quad \omega_{pn} = \frac{n\pi V}{L} \cdots \cdots (\text{II}-42)$$

ここに、 \mathbf{a}_n はフーリエ級数の係数ベクトルである。また、 ω_{pn} は正弦関数型外力の固有円振動数に対応するものであり、 L は主桁の径間長である。したがって、式 (II-42) を式 (II-41) に代入すれば、

$$\begin{aligned} \Phi_k(t) = & (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_k)^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{a}_n) \\ & \cdot \frac{1}{\omega_k^2 - \omega_{pn}^2} (\sin \omega_{pn} t - \frac{\omega_{pn}}{\omega_k} \sin \omega_k t) \} \quad (k=i, j) \cdots \cdots (\text{II}-43) \end{aligned}$$

なる式で、一般化座標の解が得られる。

そこで、同様に説明の便宜上から、着目する変位を主桁およびケーブルの各々一箇所のものとし、 y_i, y_j の対応する要素を $y_{g,i}, y_{g,j}$ および $y_{c,i}, y_{c,j}$ とすれば、

$$Y_{g,k}(t) = y_{g,k} \cdot \Phi_k(t), \quad Y_{c,k}(t) = y_{c,k} \cdot \Phi_k(t) \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (\text{II}-44)$$

なる式で、動的応答値 $Y_{g,i}(t), Y_{g,j}(t)$ および $Y_{c,i}(t), Y_{c,j}(t)$ が与えられる。さらに、説明をより簡単にするために、式 (II-43) において、正弦関数型外力ベクトル $a \sin \omega_p t$ に関する成分が卓越するとすれば、式 (II-44) は次のように書き替えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{g,k}(t) &= \frac{y_{g,k} \cdot F_k}{\omega_k^2 - \omega_p^2} \left(\sin \omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \\ Y_{c,k}(t) &= \frac{y_{c,k} \cdot F_k}{\omega_k^2 - \omega_p^2} \left(\sin \omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \quad (k = i, j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{II}-45)$$

ここに

$$F_k = (y_k^T \cdot M \cdot y_k)^{-1} \cdot (y_k^T \cdot a) \quad \dots\dots\dots (\text{II}-46)$$

であり、式 (II-45) の第 1 項が強制振動項、および、第 2 項が自由振動項である。

図 II-12 に、参考のために、式 (II-45) が表わす主桁の振動成分 $Y_{g,i}(t), Y_{g,j}(t)$ およびケーブルの振動成分 $Y_{c,i}(t), Y_{c,j}(t)$ の連成を、模式的に示す。

(2) 自由振動項の beating 現象

式 (II-45) の強制振動項を $Y_{g,i}^*(t), Y_{g,j}^*(t)$ および $Y_{c,i}^*(t), Y_{c,j}^*(t)$ とすれば、次式のように表わされる。

$$Y_{g,k}^*(t) = \frac{X_{g,k}}{1 - (\omega_p / \omega_k)^2} \sin \omega_p t \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (\text{II}-47)$$

$$Y_{c,k}^*(t) = \frac{X_{c,k}}{1 - (\omega_p / \omega_k)^2} \sin \omega_p t \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (\text{II}-48)$$

ここに、 $X_{g,i}, X_{g,j}$ および $X_{c,i}, X_{c,j}$ は、

$$X_{g,k} = \frac{y_{g,k} \cdot F_k}{\omega_k^2}, \quad X_{c,k} = \frac{y_{c,k} \cdot F_k}{\omega_k^2} \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (\text{II}-49)$$

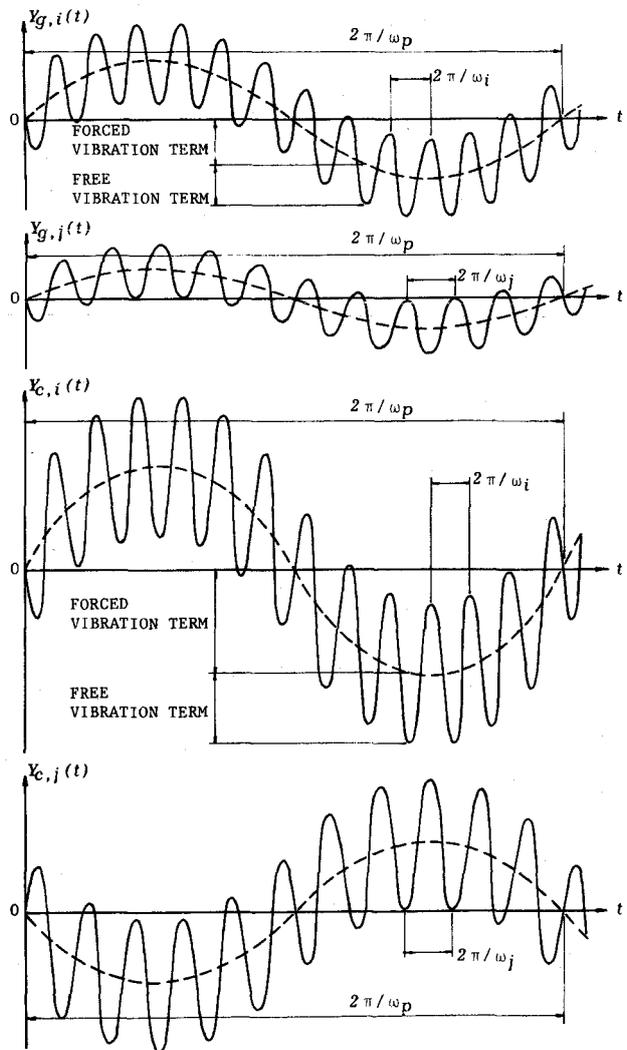


図 II-12 主桁、ケーブルの振動成分の連成

なる式で示される，静的な場合の応答振幅である。

また，式(II-45)の自由振動項を $\tilde{Y}_{g,i}(t)$ ， $\tilde{Y}_{g,j}(t)$ および $\tilde{Y}_{c,i}(t)$ ， $\tilde{Y}_{c,j}(t)$ とすれば，次式のように表わされる。

$$\tilde{Y}_{g,k}(t) = \lambda_k \cdot X_{g,k} \sin \omega_k t \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (II-50)$$

$$\tilde{Y}_{c,k}(t) = \lambda_k \cdot X_{c,k} \sin \omega_k t \quad (k = i, j) \quad \dots\dots\dots (II-51)$$

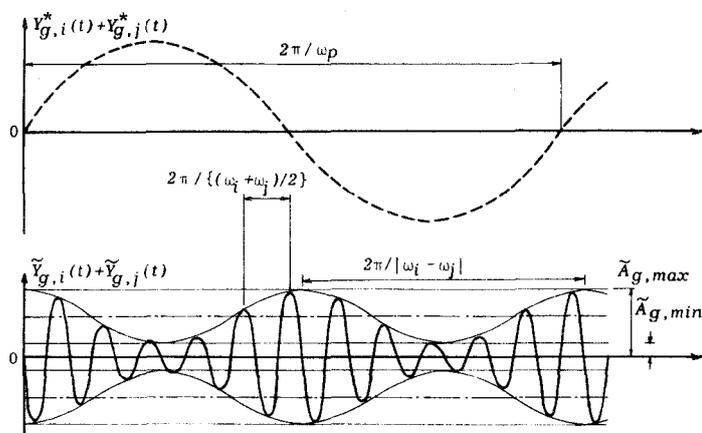
ここに，

$$\lambda_k = \frac{(\omega_p / \omega_k)}{1 - (\omega_p / \omega_k)^2} \quad \dots\dots\dots (II-52)$$

である。

式(II-47)，および，式(II-50)で表わされる，着目した主桁の変位に関する， i ， j 次の2種の強制振動項，および，自由振動項を合成して得られる波形を，図II-12のように模式的に示せば，図II-13のようになる。この図，および，式(II-50)から，自由振動項が，初等の振動学における特異な一現象である，円振動数の近接した2種の正弦波が起こすbeating(唸り)現象を生じることが明らかである。

すなわち，2種の近接した固有円振動数 ω_i ， ω_j に対応する着目した主桁の変位の自由振動項を合成して得られる正弦波は，



図II-13 主桁振動の合成波の強制，自由振動項

$$\left. \begin{aligned} \tilde{Y}_{g,i}(t) + \tilde{Y}_{g,j}(t) &= \tilde{A}_g(t) \sin \left\{ \left(\omega_i + \frac{\delta}{2} \right) t - \phi_g \right\} \\ \tilde{A}_g(t) &= \sqrt{(\lambda_i \cdot X_{g,i})^2 + (\lambda_j \cdot X_{g,j})^2 + 2(\lambda_i \cdot X_{g,i})(\lambda_j \cdot X_{g,j}) \cos \delta t} \\ \delta &= |\omega_i - \omega_j|, \quad \phi_g = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\lambda_i \cdot X_{g,i} - \lambda_j \cdot X_{g,j}}{\lambda_i \cdot X_{g,i} + \lambda_j \cdot X_{g,j}} \tan \frac{\delta}{2} t \right) \end{aligned} \right\} (II-53)$$

なる式で表わされ，beating現象によって，振幅 $\tilde{A}_g(t)$ が，

$$\tilde{A}_{g,max} = |\lambda_i \cdot X_{g,i} + \lambda_j \cdot X_{g,j}|, \quad \tilde{A}_{g,min} = |\lambda_i \cdot X_{g,i} - \lambda_j \cdot X_{g,j}| \quad \dots\dots\dots (II-54)$$

なる最大，最小値で周期 $2\pi/\delta$ の周期関数となる。

したがって，図II-13における，強制振動項 $Y_{g,i}^*(t) + Y_{g,j}^*(t)$ の振幅および自由振動項 $\tilde{Y}_{g,i}(t) + \tilde{Y}_{g,j}(t)$ の最大振幅 $\tilde{A}_{g,max}$ が後述するように内部共振をほとんど起こさない場合と

差異がないので、常に安全側で、主桁の着目した変位の動的応答値をかなり低減することが可能である。そして、静的応答値には当然、差異がないことから、主桁の着目した変位の動的増幅率がかなり低減されることになる。なお、もし、走行開始後、beating 現象の1/2周期付近で動的応答の最大値が生じるならば、その効果は非常に大きくなる。

また、荷重の走行終了後の残留自由振動においても、振幅、位相差は異なるが、自由振動項に対応するもののみとなり、同様の効果から、構造減衰との相互作用によって高い減衰性を与えることが可能になる。ただし、ここでいう構造減衰は、エネルギー逸散を伴う本来の減衰の意である。

一方、式(II-48)、および、式(II-51)で表わされる、着目したケーブルの変位に関する、 i, j 次の2種の強制振動項、および、自由振動項を合成して得られる波形を、図II-13と同様に模式的に示せば、図II-14が得られる。さらに、2種の近接した固有円振動数 ω_i, ω_j に対応する、注目したケーブルの変位の自由振動項を合成して得られる正弦波は、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{Y}_{c,i}(t) + \tilde{Y}_{c,j}(t) &= \tilde{A}_c(t) \sin \left\{ \left(\omega_i + \frac{\delta}{2} \right) t - \phi_c \right\} \\ \tilde{A}_c(t) &= \sqrt{(\lambda_i \cdot X_{c,i})^2 + (\lambda_j \cdot X_{c,j})^2 + 2(\lambda_i \cdot X_{c,i})(\lambda_j \cdot X_{c,j}) \cos \delta t} \\ \delta &= |\omega_i - \omega_j|, \quad \phi_c = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\lambda_i \cdot X_{c,i} - \lambda_j \cdot X_{c,j}}{\lambda_i \cdot X_{c,i} + \lambda_j \cdot X_{c,j}} \tan \frac{\delta}{2} t \right) \end{aligned} \right\} \text{(II-55)}$$

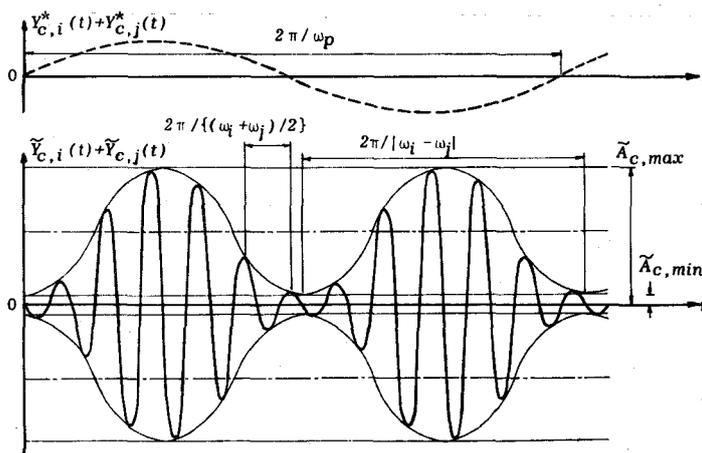
なる式で表わされる。

すなわち、ケーブルの着目した変位については、対応する2種の固有振動モードにおいてケーブルの振動成分が図II-12に示したように逆位相で連成するならば、静的な場合の応答振幅 $X_{c,i}, X_{c,j}$ が逆符号となることから、図II-14に示すようにbeating 現象によって、自由振動項の振幅 $\tilde{A}_c(t)$ は、

$$\tilde{A}_{c,max} = |\lambda_i \cdot X_{c,i} - \lambda_j \cdot X_{c,j}|, \quad \tilde{A}_{c,min} = |\lambda_i \cdot X_{c,i} + \lambda_j \cdot X_{c,j}| \dots \dots \dots \text{(II-56)}$$

なる最大、最小値で周期 $2\pi/\delta$ の周期関数となる。

したがって、逆に、図II-14における、強制振動項 $Y_{c,i}^*(t) + Y_{c,j}^*(t)$ の振幅および自由振動項 $\tilde{Y}_{c,i}(t) + \tilde{Y}_{c,j}(t)$ の最小振幅 $\tilde{A}_{c,min}$ が後述するように内部共振をほとんど起こさない場合と差異がないので、ケーブルの着目した変位の動的応答値が増大することになる。



図II-14 ケーブル振動の合成波の強制、自由振動項

また、荷重の走行終了後の残留自由振動においても、同様に、振幅が増大する可能性がある。

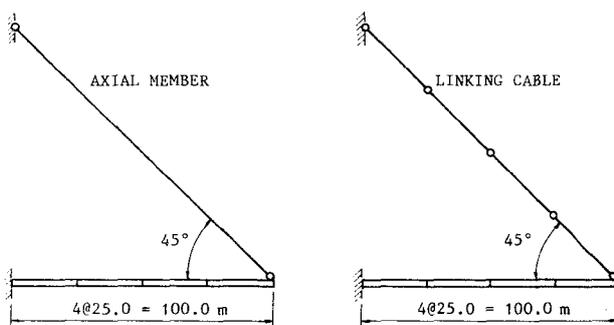
ゆえに、これらのことから、ケーブルおよび主桁の各々の相似な振動成分が異なる比率で連成し、固有円振動数が近接した、部分構造系としての各々の振動の内部共振によって生じる2種の固有振動モードに対応する自由振動項のbeating現象（全体構造としてはケーブルと主桁が振動エネルギーの遣り取りをする）を支配的な一要因とする動的特性を、斜張橋のシステムダンピングと定義する。

第2節 定義の妥当性の検討

定義したシステムダンピングの要因の妥当性を検討するために、本節では、斜張橋に擬した簡単な計算モデルに対して、種々の数値計算を行ない、その結果について考察する。

(1) 計算モデルと計算結果

計算モデルは図Ⅱ-15に示すものであり、ケーブルを4等分しリンク構造として取扱うモデルに加え、従来の計算とも対比させるために、単なる軸方向力部材として取扱うモデルも対象とする。表Ⅱ-5は、計算モデルのケーブルおよび主桁の諸元を示すものである。



図Ⅱ-15 計算モデル

表Ⅱ-5 計算モデルの諸元

SECTIONAL VALUES	AREA	A (m ²)	CABLE	GIRDER
	INERTIA	I (m ⁴)	0.0	4.0
	MODULUS	E (t/m ²)	2.0×10 ⁷	2.1×10 ⁷
DENSITY OF CABLE	γ _C (t/m ³)	1.0	—	—
DEAD LOAD	w (t/m)	—	—	50.0

表Ⅱ-6 固有円振動数

		(rad/sec)		
		AXIAL MEMBER (σ _C =3600kg/cm ²)	LINKING CABLE (σ _C =3600kg/cm ²) (σ _C =6300kg/cm ²)	
ω _I	ω ₁	5.2356	4.0589	5.1893
	ω ₂		5.2557	5.4498
	ω ₃		7.5139	9.9054
	ω ₄		9.8177	13.0149
ω _{II}	ω ₅	10.7919	11.0277	11.0644
ω _{III}	ω ₆	21.7396	21.8755	21.8555

数値計算においては、リンク構造である鎖状ケーブルの中間の各節点に自重に対応する集中質量を与えるが、サグの影響を除くために、静的には両端の節点に自重に対応する集中荷重を載荷した。また、ケーブルの無応力長は、所定の完成時張力に対応する導入引張応力σ_Cが静的平衡状態で生じる条件を満足するように、事前に算定するとする。さらに、固有振動解析は、静的平衡状態での接線剛性マトリックスを用いて行なう。

したがって、導入引張応力 σ_c の各値について数値計算を行なえば、図 II-16~図 II-19、および、表 II-6、表 II-7 が得られる。

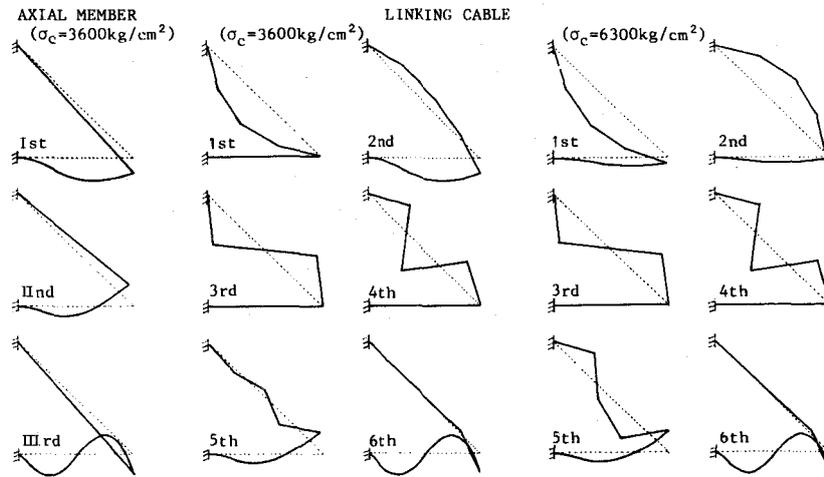


図 II-16 固有振動モード

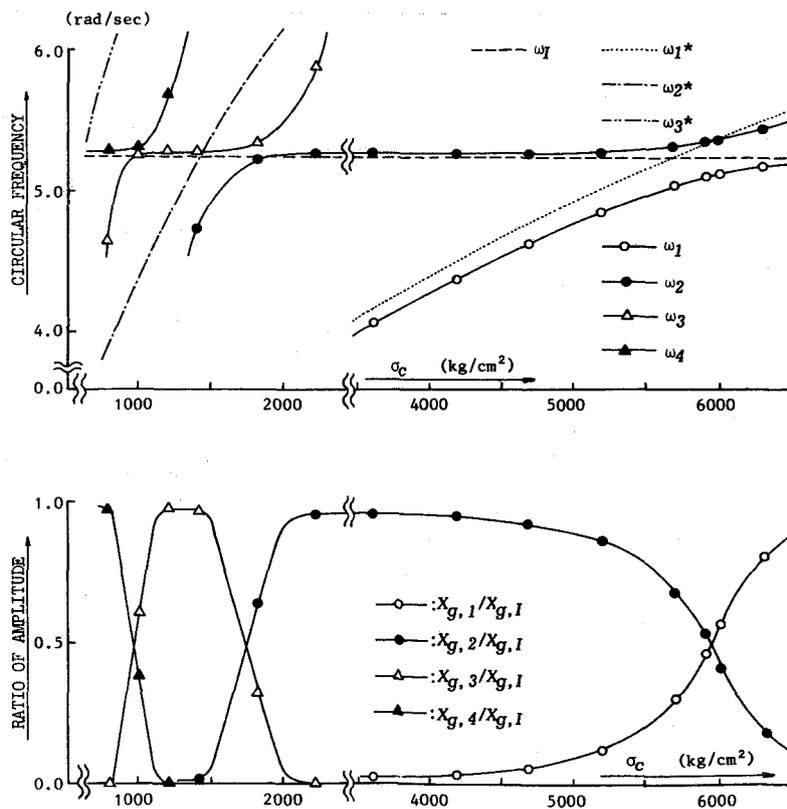


図 II-17 固有円振動数と静的な場合の応答振幅比

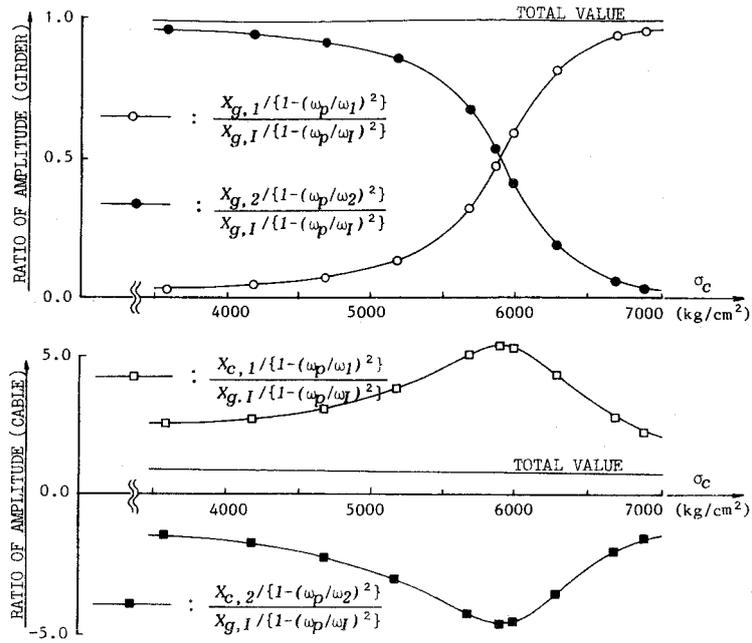


図 II-18 強制振動項の振幅比とその合算値

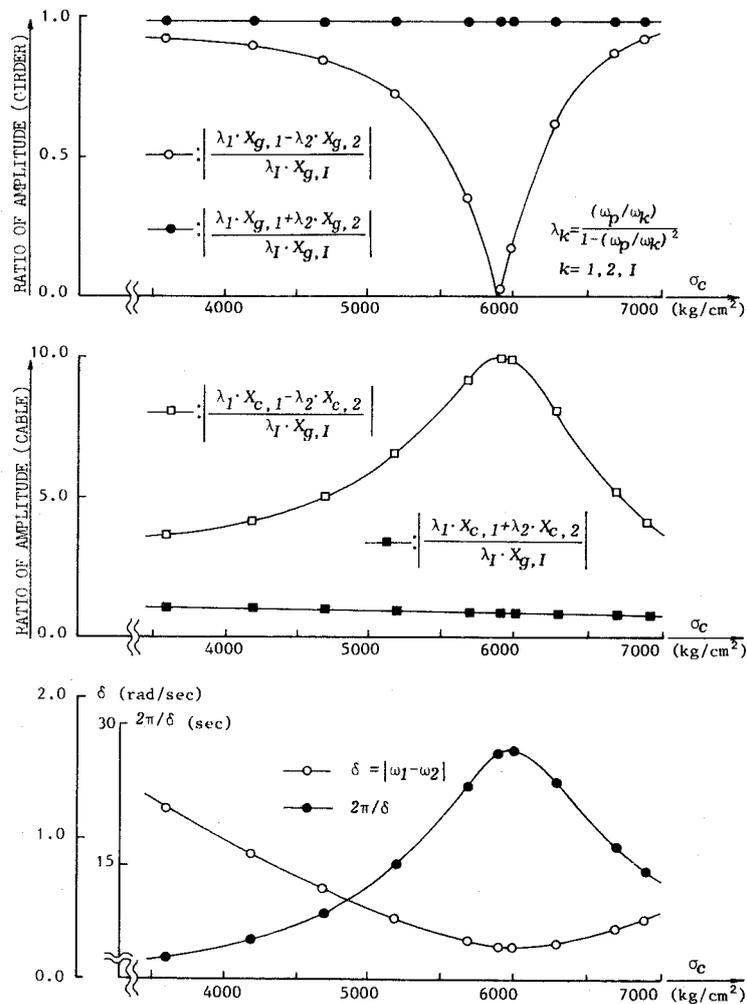


図 II-19 beating 現象における自由振動項の最大、最小振幅比と周期

まず、表 II - 6 は、計算モデルと導入引張応力 σ_c の相違した 3 ケースの場合について、ケーブルを軸方向力部材として取扱ったモデルの I 次 ~ III 次までの固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_3$ 、および、リンク構造とした場合の 1

次 ~ 6 次までの固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_6$ を示すものである。図 II - 16 は、同様の 3 ケースの場合について、ケーブルを軸方向力部材として取扱ったモデルの I 次 ~ III 次までの固有振動モード、および、リンク構造とした場合の 1 次から 6 次までの固有振動モードを示すものである。

図 II - 17 の上段の図は、ケーブルを軸方向力部材として取扱ったモデルの主桁の最低次振動モードに対応する固有円振動数 ω_1 、および、リンク構造としたモデルの 1 次 ~ 4 次

固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_4$ の値について、導入引張応力 σ_c の値の変化に伴う変動状況を示すものである。この図には、参考のために、ケーブルの弦としての 1 次 ~ 3 次の固有円振動数 $\omega_1^* \sim \omega_3^*$ の値も付記してある。また、図 II - 17 の下段の図は、主桁自由端に正弦関数型外力 $P \sin \omega_p t$ が鉛直方向に作用するとした際における、固有円振動数が $\omega_1 \sim \omega_4$ の固有振動モードに関する主桁自由端の鉛直方向変位の静的な場合の応答振幅 $X_{g,1} \sim X_{g,4}$ と、 ω_1 の固有振動モードに関する $X_{g,1}$ との比を示すものである。

図 II - 18 は、正弦関数型外力の円振動数 ω_p と ω_1 との比が 0.5 の場合について、リンク構造としたモデルの 1 次、2 次の固有振動モードに関する主桁自由端の鉛直方向変位、ケーブル中央点の法線方向変位の強制振動項の振幅と、軸方向力部材としたモデルの最低次のモードに関する主桁自由端の鉛直方向変位のそれとの比、および、各々の合算値を示すものである。ここに、 $X_{c,1}$ 、 $X_{c,2}$ は、法線方向に座標変換したケーブル中央点の静的な場合の応答振幅である。

さらに、図 II - 19 は、同様に正弦関数型外力の円振動数 ω_p と ω_1 との比が 0.5 の場合について、beating 現象における主桁自由端の鉛直方向変位、ケーブル中央点の法線方向変位の自由振動項の最大、最小振幅比、および、周期 $2\pi/\delta$ を示すものである。

なお、表 II - 7 は、ケーブルを鎖状ケーブル部材と軸方向力部材とからなる複合部材と考え、表 II - 5 に示した全体の断面積に対する鎖状ケーブル部材の断面積の比率を 1.000 ~

表 II - 7 鎖状ケーブルの断面積比の変化の影響

σ_c (kg/cm ²)	RATIO OF AREA	ω_1 (rad/sec)	ω_2 (rad/sec)	$X_{g,1}/X_{g,I}$	$X_{g,2}/X_{g,I}$
5700	1.000	5.0458	5.3165	0.3064	0.6783
	0.500	5.0739	5.2861	0.2261	0.7662
	0.250	5.0916	5.2673	0.1517	0.8444
	0.125	5.1021	5.2562	0.0925	0.9055
5900	1.000	5.1136	5.3483	0.4792	0.5059
	0.500	5.1460	5.3140	0.4390	0.5535
	0.250	5.1689	5.2901	0.3916	0.6046
	0.125	5.1849	5.2736	0.3350	0.6631
6000	1.000	5.1383	5.3683	0.5707	0.4145
	0.500	5.1708	5.3341	0.5680	0.4245
	0.250	5.1941	5.3099	0.5720	0.4243
	0.125	5.2106	5.2929	0.5837	0.4145
6300	1.000	5.1892	5.4498	0.8003	0.1856
	0.500	5.2145	5.4233	0.8535	0.1393
	0.250	5.2300	5.4071	0.9036	0.0928
	0.125	5.2390	5.3978	0.9424	0.0557

0.125 と変化させた場合の、1次、2次の固有円振動数 ω_1 、 ω_2 、および、主桁自由端の鉛直方向変位の静的な場合の応答振幅比 $X_{g,1}/X_{g,1}$ 、 $X_{g,2}/X_{g,1}$ に及ぼす影響を表わすものである。

(2) 計算結果の考察

上述の計算結果からは、つぎのようなことが考察される。

すなわち、まず、表Ⅱ-6、および、図Ⅱ-16から、ケーブルを軸方向力部材としたモデルの最低次の固有円振動数 ω_1 にケーブルの弦としての1次のそれが近接する導入引張応力 $\sigma_c = 6,300 \text{ kg/cm}^2$ の場合、 $\sigma_c = 3,600 \text{ kg/cm}^2$ の場合とは異なって、リンク構造としたモデルの1次、2次の両者の振動モードに主桁の相似な振動成分が連成していることがわかる。これらの2種の固有振動モードが部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じたものであり、対応する固有円振動数 ω_1 、 ω_2 の値が近接し、各々の相似な振動成分が異なる比率で連成、および、ケーブルの振動成分の位相が逆転したものであることは明らかである。

図Ⅱ-17からは、内部共振を起こすケーブルの弦としての振動成分が1次から2次、3次と高次になり、対応する円振動数が ω_1^* から ω_2^* 、 ω_3^* となる場合にも、ケーブルをリンク構造としたモデルの1次～4次の固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_4$ に対応するモードの中から、主桁の振動成分が卓越する2種の固有振動モードが現われ、同様の現象を生じることがわかる。

図Ⅱ-18からは、ケーブルをリンク構造としたモデルの主桁自由端の鉛直方向変位の強制振動項の振幅比の合算値がほぼ1.0で一定であり、強制振動項に関する振幅は内部共振を起こす場合とほとんど起こさない場合とで差異がなく、従来のように軸方向力部材としてケーブルの横振動の影響を考慮しない場合ともほぼ等しいことがわかる。他方、ケーブル中央点の法線方向変位の強制振動項の振幅比の合算値は導入引張応力 σ_c が増加するにしたがって減少する傾向がみられるが、内部共振を起こす場合とほとんど起こさない場合とで大きい差異はないことがわかる。

図Ⅱ-19の上段の図からは、ケーブルをリンク構造としたモデルの主桁自由端の鉛直方向変位の自由振動項のbeating現象における最大振幅比の値がほぼ1.0で一定であり、自由振動項に関する最大振幅は内部共振を起こす場合とほとんど起こさない場合とで差異がなく、従来のように軸方向力部材としてケーブルの横振動の影響を考慮しない場合ともほぼ等しいことがわかる。それに対して、最小振幅比は、最下段の図からわかるように2種の固有円振動数 ω_1 、 ω_2 が近接するにしたがって、小さくなり、最も近接する際には零となることがわかる。他方、中段の図からは、ケーブル中央点の法線方向変位の自由振動項の最小振幅比の値は導入引張応力 σ_c が増加するにしたがって減少する傾向がみられるが、内部共振を起こす場合とほとんど起こさない場合とで大きい差異はないことがわかる。そして、ケーブル中央点の

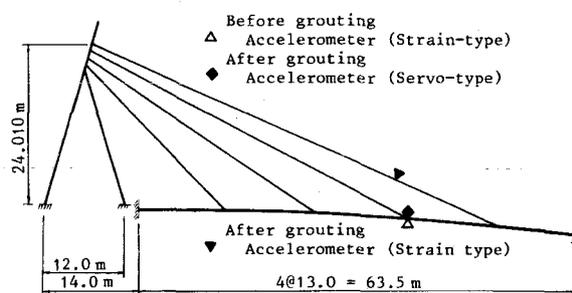
最大振幅比は、主桁自由端の最小振幅比が小さくなるにしたがって、逆に増大することがわかる。さらに、下段の図からは、主桁自由端の最小振幅比が小さくなるにしたがってbeating現象の周期 $2\pi/\delta$ が長くなることもわかる。

なお、表Ⅱ-7からは、複合部材としたケーブルの全体の断面積に対する鎖状ケーブル部材の断面積の比率が小さくなるに伴って、固有円振動数 ω_1 、 ω_2 はさらに近接する一方、振幅比の差は大きくなることがわかる。このことは、部分構造系としてのケーブルの振動エネルギー比が小さくなるにしたがって、主桁自由端の鉛直方向変位の自由振動項の最小振幅は大きくなる傾向にあるが、beating現象の周期は長くなり、その現象自体はより生じやすくなることを意味している。

ゆえに、これらの考察からは、定義した要因すなわち内部共振に起因する自由振動項のbeating現象が、斜張橋のシステムダンピングの支配的な要因の一つであるといえる。

第3節 実橋試験

定義した要因によるシステムダンピングが、実橋において実際に生じることを確認するために、本節では、(HiAmケーブルのグラウト後の完成状態で、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動が内部共振を起こすことが、設計時に予測された)単径間PC斜張橋を対象に実橋試験を行なった結果を用いて、測定データを分析する。



図Ⅱ-20 実橋試験

(1) 試験要領と試験結果

対象とした実橋は図Ⅱ-20に示すもの

であり、比較のために、グラウト後の完成状態においてのみならず、グラウト前の状態においても、測定を行なった。すなわち、グラウト前には、主桁測定点のみにひずみ型加速度計を鉛直方向に、グラウト後には、主桁測定点にサーボ型加速度計を鉛直方向に、および、ケーブル測定点にひずみ型加速度計を法線方向に、それぞれ配置した。

試験内容としては、グラウト前には、落下試験のみを、グラウト後には、落下試験および走行試験を実施した。荷重車の重量、落下位置および走行速度は、それぞれ、約2.0 t、支間中央および30 km/hであった。

図Ⅱ-21は、測定データの処理方法を示したものである。すなわち、ひずみ型加速度計で測定されたデータは増幅器を介して、また、サーボ型加速度計で測定されたデータはコンディショナーを介して、カセット式あるいはオープンリール式のデータレコーダの磁気テープにアナログ記録として収録された。そして、測定現場より持帰った磁気テープに収録された

アナログ記録をデータレコーダによって再生し、A-D変換器によってデジタル記録に変換して、その結果をデジタル計算機用の磁気テープに収録した。ここに、A-D変換における微小時間間隔を0.02sec(最大周波数は25Hz)、データのサンプリング個数は2048個としたことから、データ継続時間は40.96sec(分解能は0.024Hz)であった。その後、微小時間毎のデジタル記録が収録された磁気テープをコンピュータに入力し、測定時にコード化情報の発振装置によって同時に記録されていたコードを用いてコード変換を行ない、不規則振動解析プログラムを適用して、パワースペクトル、固有円振動数を求め、ラインプリンターおよびグラフィックディスプレイに出力および描画した。また、他方で、データレコーダによって再生されたアナログ記録を、Low Pass フィルターを介してペン書きオシログラフに描画し、得られた記録波形から残留自由振動部の最初の20波の両振幅を読み取り、最小自乗法によって対数減衰率も算定した。なお、サーボ型加速度計によって得られたデータは、加速度記録としてのみならず、電気的に変換した変位記録としても、データレコーダの磁気テープに収録され、同様のデータ処理が行なわれた。

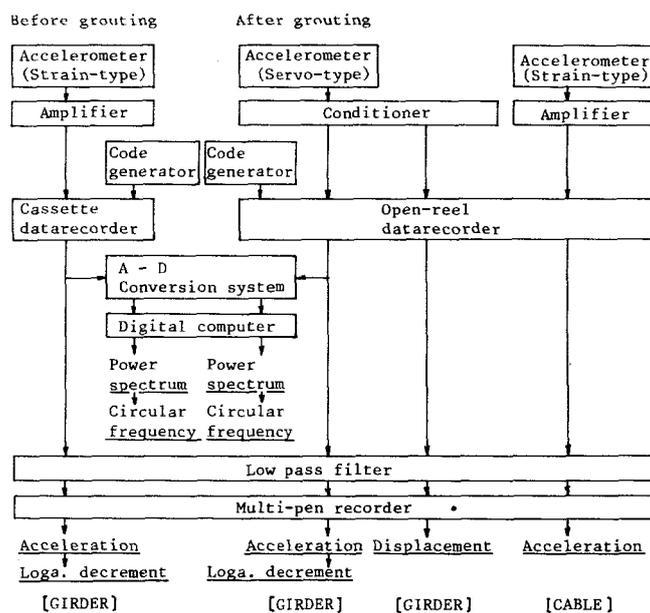


図 II - 21 測定データの処理方法

このような方法で、各測定項目のデータを処理して得られた結果を示せば、図 II - 22 ~ 図 II - 24 が与えられる。

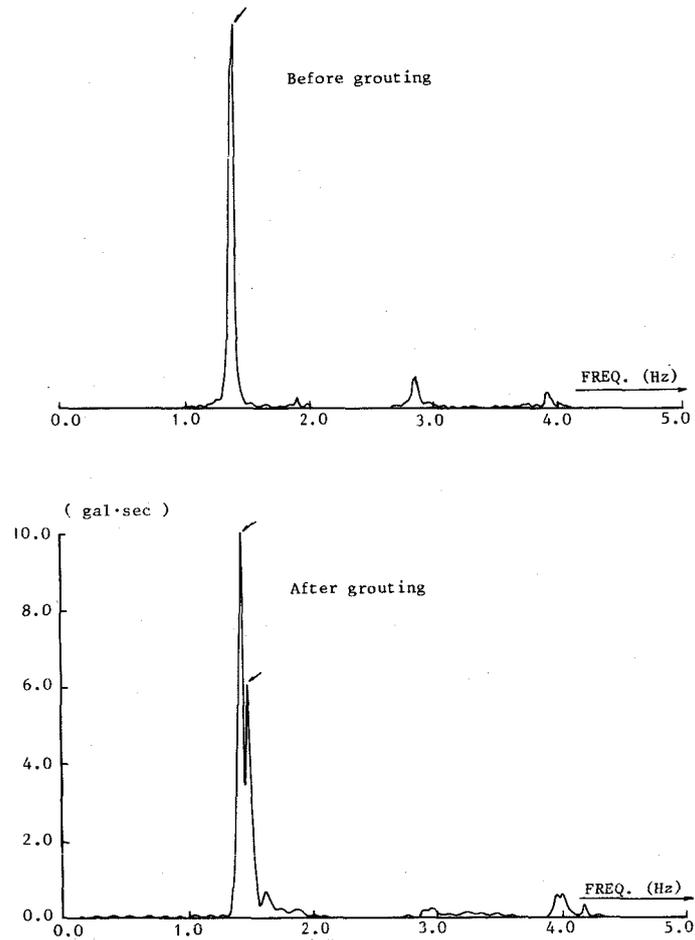


図 II - 22 落下試験における主桁測定点のパワースペクトル

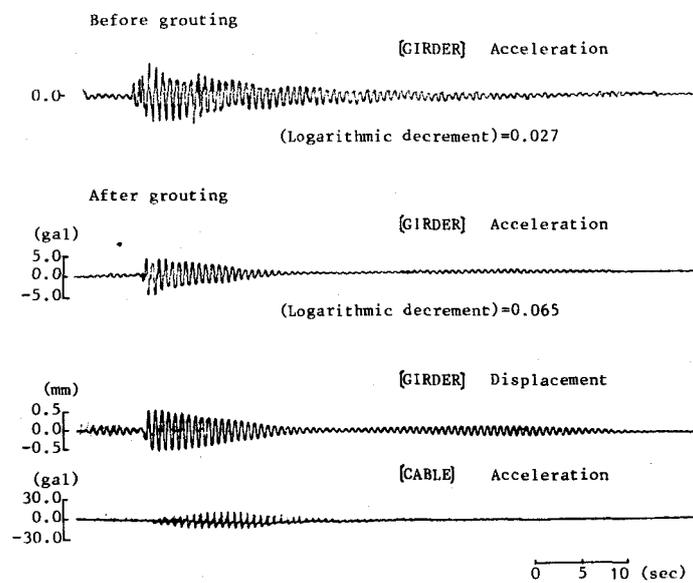
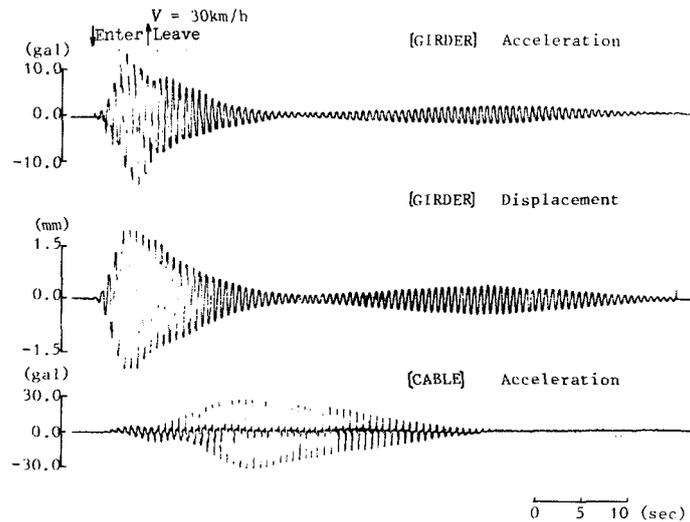


図 II - 23 落下試験における記録波形と対数減衰率



図Ⅱ-24 走行試験における記録波形

まず、図Ⅱ-22は、グラウト前およびグラウト後の落下試験における、主桁測定点の鉛直方向加速度記録から得られたパワースペクトルを示すものであり、図Ⅱ-23は、各測定項目の記録波形、および、主桁測定点の鉛直方向加速度の記録波形から算定した対数減衰率を示すものである。ただし、これらの図において、グラウト前の試験に関するグラフの縦軸が不備であるのは、キャリブレーションの記録が不良であったことによるものである。また、図Ⅱ-24は、グラウト後の走行試験における、各測定項目の記録波形を示すものである。

(2) 理論計算の結果

試験結果の考察のために、試験の前後に、表Ⅱ-8に示す諸元を用いて、理論計算を行った。この表から、グラウト前とグラウト後では、各段のケーブルの単位重量 r_c が約1.5倍となり、かなりの量の質量の付加があることがわかる。なお、ケーブル張力は、グラウト前およびグラウト後における張力測定によって得られた実測値である。

表Ⅱ-9、および、図Ⅱ-25が、全段のケーブルを鎖状ケーブルとして取扱った場合における、グラウト前およびグラウト後の状態での1次、2次の固有円振動数 ω_1 、 ω_2 、および、固有振動モードの理論計算結果を示すものである。なお、表Ⅱ-9には、 ω_1 、 ω_2 の実測値および両者のモードに対応する自由振動項のbeating現象の周期 $2\pi/\delta$ の値も付記してある。

(3) 試験結果の考察

上述の試験結果から、理論計算結果も参照して、つぎのようなことが指摘される。

まず、図Ⅱ-22に示したパワースペクトル図から、グラウト前とは異なり、グラウト後には、内部共振によるものであると推測される振動数の近接した2種の主桁の卓越振動モードの存在が、矢印が指し示すように実測されていることがわかる。図Ⅱ-23からは、荷重車落下後の残留自由振動部の記録波形において、主桁測定点のグラウト前での鉛直方向加速度記

表 II - 8 実橋試験例の諸元

			CABLE		GIRDER	TOWER
			Before grout.	After grout.		
SECTIONAL VALUES	AREA	A (m ²)	0.00285		2.38	6.0, 7.5
			0.00423			
			0.00423			
			0.00423			
INERTIA	I (m ⁴)	0.0		0.3364	2.0, 3.0	
		2.05×10 ⁷				
MODULUS	E (t/m ²)	2.05×10 ⁷		3.27×10 ⁵	3.09×10 ⁵	
DENSITY OF CABLE	γ _c (t/m ³)	8.877	13.228	—	—	
		8.700	13.830			
		8.700	13.830			
		8.700	13.830			
TENSION OF CABLE	T _{initial} (t)	113.0	112.0	—	—	
		170.5	182.5			
		191.1	193.1			
		194.7	190.3			
DEAD LOAD	w (t/m)	—	—	6.02	15.6, 19.5	

表 II - 9 固有円振動数の実測値と理論計算値

		Before grouting		After grouting	
		Experi. value	Theoreti. value	Experi. value	Theoreti. value
ω ₁	(rad/sec)	8.61	8.5370	8.92	8.2829
ω ₂	(rad/sec)	10.62	10.7333	9.17	8.6435
δ = ω ₁ - ω ₂	(rad/sec)	2.01	2.1963	0.25	0.3606
2π/δ	(sec)	3.13	2.8608	25.13	17.4243

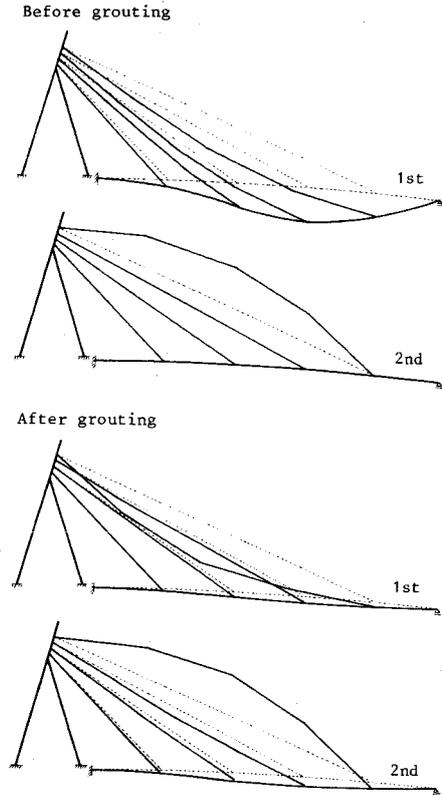


図 II - 25 固有振動モードの理論計算値

録にはみられない，beating 現象によるものであると推測される振幅の変化が，グラウト後の鉛直方向加速度および変位記録にみられることがわかる。そして，グラウト後の主桁測定点の振幅が最小となる場合に，逆に，ケーブル測定点の振幅は大きくなることがわかる。また，グラウト前のものに比較して，主桁測定点の鉛直方向加速度の対数減衰率の値が，グラウト後にはかなり大きくなっていることがわかる。

図 II - 24からは，グラウト後の走行試験によって得られた荷重車通過後の残留自由振動部の記録波形において，beating 現象によるものと推測される同様の振幅の変化が，主桁測定点の鉛直方向加速度および変位記録により明確に現われていることがわかる。そして，主桁測定点の鉛直方向加速度，変位の振幅が構造減衰も作用することによって急速に減衰していること，および，これらの振幅が最小となる場合に，逆に，ケーブル測定点の法線方向加速度の振幅はほぼ最大となることがわかる。

さらに，表 II - 9，および，図 II - 25からは，理論計算結果においても，グラウト前とは異なり，グラウト後には，1次のみならず2次の振動モードにも主桁の最低次の相似な振動成分が異なる比率で連成していることがわかる。そして，これらのグラウト後の2種の固有振動モードにおいて，最上段ケーブルの振動成分の位相が逆転していること，および，対応する固有円振動数 ω₁，ω₂ が近接していることがわかる。この結果が，HiAm ケーブルのグラ

ウトによる質量付加によって、最上段ケーブルの弦としての1次の円振動数が構造全体の最低次の固有円振動数に近接したことに起因することは、計算によって容易に確かめられる。また、表Ⅱ-9から、グラウト前およびグラウト後の固有円振動数 ω_1 、 ω_2 の理論計算値が、実測値とよく一致していることもわかる。

ゆえに、これらの考察からは、ケーブルの質量の付加あるいは張力の調整によって所要の条件を満足すれば、定義した要因すなわち内部共振に起因する自由振動項のbeating現象による斜張橋特有のシステムダンピングが、実橋において実際に生じ得るとしてもよいと思われる。

さらに、ここで対象とした実橋は設計において4段ケーブルの中の最上段のものが偶然に所要の条件を満足していたものであるが、マルチケーブル型式の場合はそのような可能性がより高いと思われ、定義した要因は過去において実測された高い減衰性の支配的な要因の一つであると推測される。

第 5 章 架設途中の斜張橋の変形と応力解析

本章では、第 3 章に示した、斜張橋特有の幾何学的非線形問題の一つであるケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析の応用を考え、実橋架設途中の変形と応力解析を実施し、設計、施工に関する基礎資料を提供することを試みる。

図 II-26 に示すような、片側径間長 144 m の 2 径間非連続桁斜張橋の架設例を対象とし、3 径間型式に換算すれば中央径間長 300 m 級となる主桁の完全張出し架設途中における有限変位解析を行なう。そして、STEP-1 ~ STEP-7 の各架設段階におけるケーブルの変形および応力に対してのみならず、ケーブルの張力、補剛桁の変位などの施工管理値に対しても、ケーブルのサグが及ぼす影響を検討する。さらに、表 II-10 が、この実橋架設例の諸元を示すものである。

サグの影響をより明確に把握するために、サグを考慮した場合と考慮しない場合との両者の

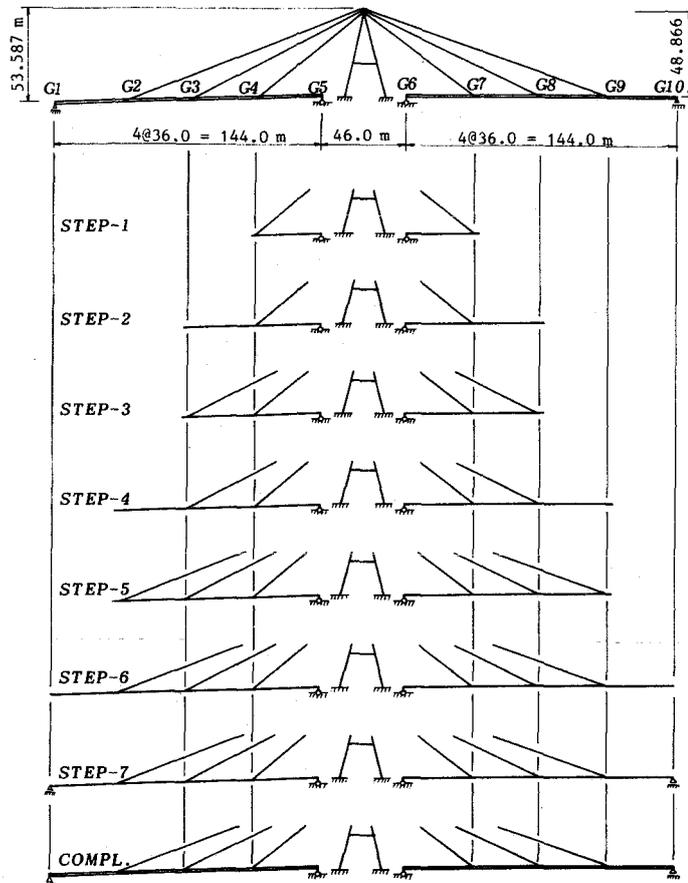


図 II-26 実橋架設例

表 II-10 実橋架設例の諸元

			CABLE		GIRDER	TOWER
			LEFT SPAN	RIGHT SPAN		
SECTIONAL VALUES	AREA	A (m ²)	0.0102 0.0139 0.0179	0.0102 0.0139 0.0179	0.1326~0.2054	0.1160~0.1385
	INERTIA	I (m ⁴)	0.0			
	MODULUS	E (t/m ²)	1.6×10 ⁷			
DENSITY OF CABLE	γ _c (t/m ³)		9.6320 9.0482 9.0142	9.6515 9.0581 9.0191	—	—
TENSION OF CABLE	T _{initial} (t)		220. 293. 496.	220. 294. 493.		
CREEP OF CABLE	ψ (%)		0.0150	0.0150		
DEAD LOAD	STEP-1~7 COMPL.	w (t/m)	—		1.8635~2.5915	—
			—		3.2670~3.9950	—

場合の非線形解析を混合法によって行なう他に、線形解析も行なう。ただし、非線形解析では、斜張橋の通常の架設計算法にしたがって、完成時の平衡状態を初期状態として順次に主桁を取り除く計算を各架設段階について連続的に行なうこととするが、他方、線形解析では、各架設段階において、新たに除去される主桁の境界における前段階での断面力に対応する外荷重を載荷し、前段階までの計算結果に重ね合わせることによる。また、完成時の平衡状態を初期状態として、ケーブルの所要無応力長および主桁、主塔の所要無応力形状はその初期状態で算定されることから、各解析における完成時 (COMPL.) での計算結果は完全に一致することになる。

まず、図 II-27、および、図 II-28は、以下の考察を容易にするために、サグを考慮した非線形解析における、各架設段階でのケーブルの張力、主桁の圧縮力、曲げモーメント、および、主桁の完成形状からの鉛直方向変位の分布図を、それぞれ示すものである。

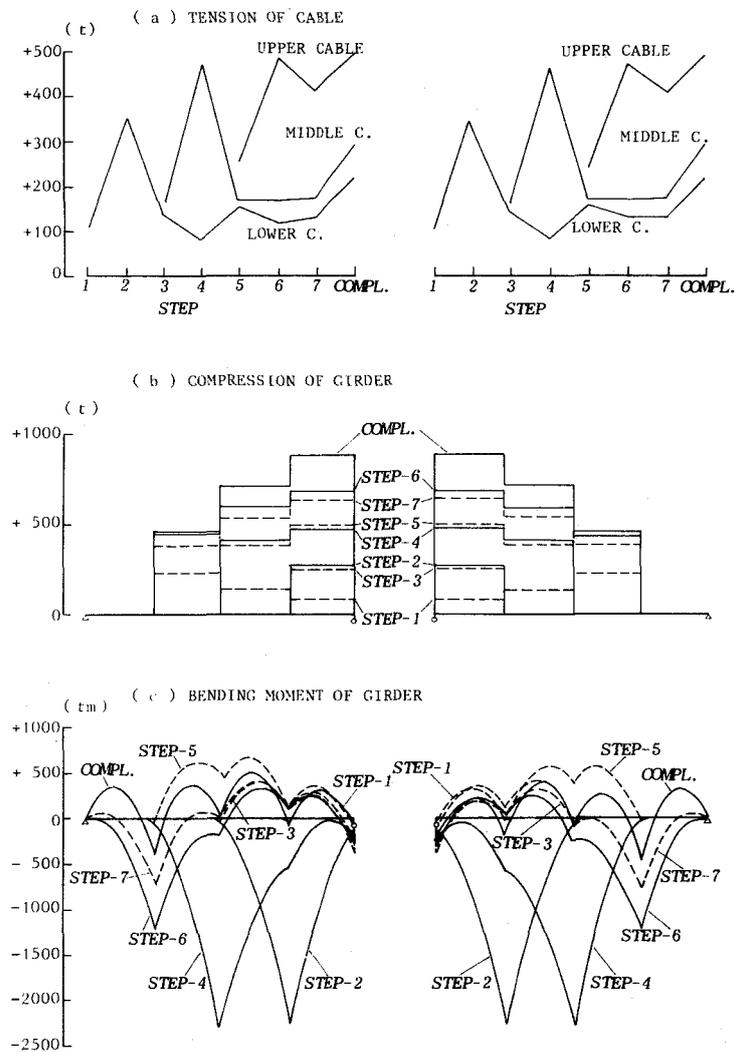


図 II-27 各架設段階におけるケーブル張力と主桁の圧縮力、曲げモーメント

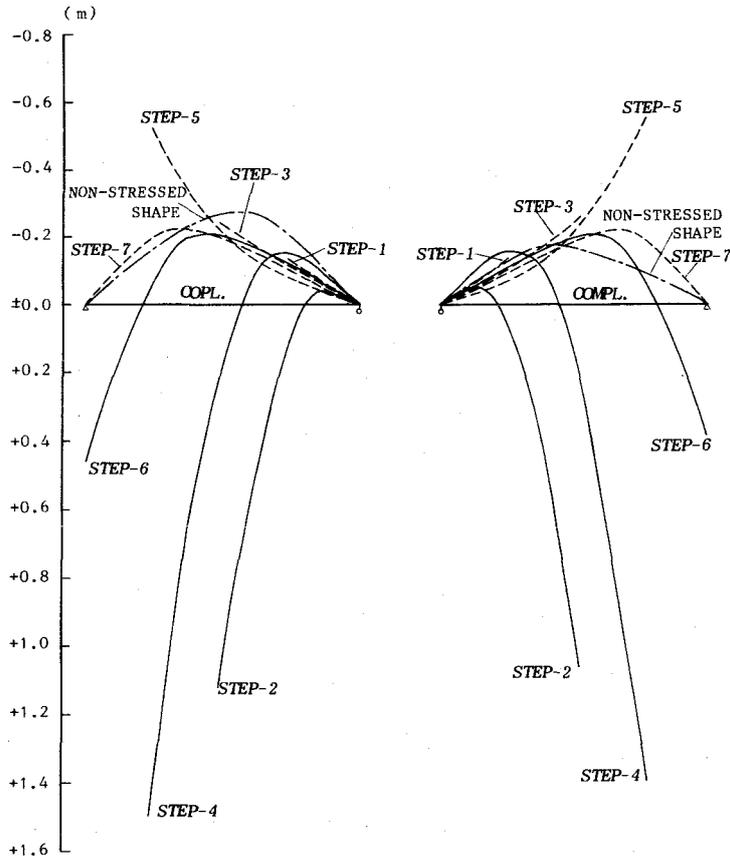


図 II-28 各架設段階における主桁の鉛直方向変位

表 II-11 は、サグを考慮した非線形解析における、各架設段階でのケーブルの塔側、桁側の両定着点での引張応力、接線角およびサグ比の値を表わすものである。この表からは、この実橋架設例の場合、架設途中に導入される各段のケーブルの引張応力が比較的小さく、かなり大きいサグを生じ、それによって、両側の定着点での引張応力、接線角はそれぞれ顕著

表 II-11 各架設段階におけるケーブルの塔、桁側の引張応力、接線角とサグ比

	LEFT SPAN				RIGHT SPAN			
	STRESS (t/m ²)	ANGLE (deg.)	SAG RATIO	STRESS (t/m ²)	ANGLE (deg.)	SAG RATIO		
LOWER CABLE	STEP-1	10930. 10458.	1.49 -1.56	0.011219	10770. 10314.	1.51 -1.60	0.011098	
	STEP-2	34694. 34221.	0.47 -0.47	0.003487	34212. 33754.	0.48 -0.48	0.003447	
	STEP-3	13685. 13214.	1.19 -1.23	0.008922	14113. 13656.	1.16 -1.19	0.008428	
	STEP-4	8262. 7791.	1.97 -2.09	0.014950	8600. 8144.	1.90 -2.00	0.013977	
	STEP-5	15546. 15074.	1.05 -1.08	0.007839	15823. 15366.	1.03 -1.06	0.007504	
	STEP-6	11864. 11392.	1.37 -1.43	0.010320	12194. 11738.	1.34 -1.39	0.009779	
	STEP-7	13174. 12702.	1.23 -1.28	0.009275	13295. 12838.	1.23 -1.27	0.008956	
	COMPL.	21759. 21287.	0.75 -0.76	0.005579	21776. 21319.	0.75 -0.76	0.005434	
MIDDLE CABLE	STEP-1	---	---	---	---	---	---	
	STEP-2	---	---	---	---	---	---	
	STEP-3	12279. 11830.	1.96 -2.04	0.011225	11824. 11389.	2.07 -2.15	0.011638	
	STEP-4	34261. 33808.	0.70 -0.71	0.003980	33632. 33194.	0.73 -0.74	0.004047	
	STEP-5	12375. 11925.	1.95 -2.02	0.011137	12583. 12148.	1.94 -2.01	0.010924	
	STEP-6	12453. 12004.	1.94 -2.01	0.011066	12676. 12241.	1.93 -2.00	0.010844	
	STEP-7	13026. 12577.	1.85 -1.92	0.010570	13179. 12744.	1.86 -1.92	0.010423	
	COMPL.	21327. 20876.	1.13 -1.15	0.006416	21398. 20961.	1.14 -1.17	0.006382	
UPPER CABLE	STEP-1	---	---	---	---	---	---	
	STEP-2	---	---	---	---	---	---	
	STEP-3	---	---	---	---	---	---	
	STEP-4	---	---	---	---	---	---	
	STEP-5	14422. 13952.	2.34 -2.42	0.012062	13854. 13417.	2.44 -2.52	0.012322	
	STEP-6	27276. 26802.	1.24 -1.26	0.006332	26569. 26128.	1.27 -1.29	0.006379	
	STEP-7	23283. 22810.	1.45 -1.48	0.007428	23131. 22691.	1.46 -1.49	0.007335	
	COMPL.	27908. 27434.	1.21 -1.23	0.006189	27720. 27278.	1.22 -1.24	0.006114	

な差異のあることがわかる。また、接線角については、各架設段階において相当の変動があり、注意を必要とすることもわかる。

つぎに、表Ⅱ-12は、サグを考慮した場合と、放物線ケーブル部材の計算式の代わりに従来の軸方向力部材のそれを用いてサグを考慮しない場合の両者の非線形解析、および、線形解析における、各架設段階でのケーブルの部材軸方向の張力、主桁の最大圧縮力および最大、最小曲げモーメントの値を表わすものである。そして、この表において、各架設段階での各断面力の3種の値の上段、中段および下段のものが、それぞれ、線形解析、サグを考慮しない非線形解析およびサグを考慮した非線形解析の結果である。

表Ⅱ-12 各架設段階におけるケーブル張力と主桁の最大圧縮力，最大，最小曲げモーメント

		LEFT SPAN						RIGHT SPAN					
		CABLE TENSION (t)			GIRDER			CABLE TENSION (t)			GIRDER		
		LOWER	MIDDLE	UPPER	MAX. COMPR- SSION (t)	MAX. MOM- ENT (tm)	MIN. MOM- ENT (tm)	LOWER	MIDDLE	UPPER	MAX. COMPR- SSION (t)	MAX. MOM- ENT (tm)	MIN. MOM- ENT (tm)
STEP-1	LINEAR	110.	---	---	85.	304.	- 42.	108.	---	---	84.	305.	- 42.
	NON-LINEAR	109.	---	---	85.	307.	- 42.	108.	---	---	84.	307.	- 42.
	N.L. (SAG)	109.	---	---	84.	307.	- 42.	107.	---	---	84.	307.	- 42.
STEP-2	LINEAR	350.	---	---	271.	0.	-2256.	345.	---	---	268.	0.	-2251.
	NON-LINEAR	351.	---	---	273.	0.	-2262.	347.	---	---	270.	0.	-2264.
	N.L. (SAG)	351.	---	---	273.	0.	-2262.	347.	---	---	270.	0.	-2264.
STEP-3	LINEAR	140.	165.	---	254.	380.	- 127.	145.	158.	---	255.	335.	- 127.
	NON-LINEAR	140.	165.	---	254.	380.	- 127.	146.	158.	---	255.	333.	- 127.
	N.L. (SAG)	137.	167.	---	254.	403.	- 126.	142.	161.	---	255.	362.	- 127.
STEP-4	LINEAR	79.	473.	---	480.	0.	-2285.	83.	464.	---	479.	0.	-2281.
	NON-LINEAR	74.	478.	---	479.	0.	-2267.	78.	469.	---	479.	0.	-2269.
	N.L. (SAG)	82.	472.	---	480.	0.	-2267.	85.	464.	---	480.	0.	-2269.
STEP-5	LINEAR	157.	168.	255.	507.	620.	- 253.	159.	172.	244.	507.	515.	- 253.
	NON-LINEAR	158.	170.	252.	506.	629.	- 253.	161.	174.	241.	507.	533.	- 253.
	N.L. (SAG)	156.	169.	254.	505.	673.	- 252.	159.	172.	244.	506.	582.	- 253.
STEP-6	LINEAR	124.	163.	487.	691.	360.	-1236.	127.	166.	474.	692.	270.	-1236.
	NON-LINEAR	123.	161.	489.	691.	355.	-1236.	126.	164.	477.	692.	266.	-1236.
	N.L. (SAG)	119.	170.	484.	691.	333.	-1236.	122.	173.	472.	692.	247.	-1236.
STEP-7	LINEAR	136.	172.	415.	641.	410.	- 719.	137.	174.	412.	648.	311.	- 790.
	NON-LINEAR	136.	172.	415.	641.	411.	- 717.	137.	174.	412.	648.	312.	- 788.
	N.L. (SAG)	132.	178.	413.	642.	402.	- 728.	133.	180.	410.	649.	305.	- 799.
COMPL.	LINEAR	220.	293.	496.	888.	507.	- 443.	220.	294.	493.	895.	400.	- 492.
	NON-LINEAR	220.	293.	496.	888.	507.	- 443.	220.	294.	493.	895.	400.	- 492.
	N.L. (SAG)	220.	293.	496.	888.	507.	- 443.	220.	294.	493.	895.	400.	- 492.

表Ⅱ-13 各架設段階における主桁着目点の鉛直方向変位

(m)

		LEFT SPAN					RIGHT SPAN				
		G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
STEP-1	LINEAR	---	---	---	-0.110	0.000	0.000	-0.113	---	---	---
	NON-LINEAR	---	---	---	-0.114	0.000	0.000	-0.116	---	---	---
	N.L. (SAG)	---	---	---	-0.125	0.000	0.000	-0.127	---	---	---
STEP-2	LINEAR	---	---	1.025	0.078	0.000	0.000	0.067	0.958	---	---
	NON-LINEAR	---	---	1.027	0.075	0.000	0.000	0.066	0.963	---	---
	N.L. (SAG)	---	---	1.032	0.078	0.000	0.000	0.068	0.968	---	---
STEP-3	LINEAR	---	---	-0.194	-0.085	0.000	0.000	-0.083	-0.203	---	---
	NON-LINEAR	---	---	-0.197	-0.088	0.000	0.000	-0.085	-0.206	---	---
	N.L. (SAG)	---	---	-0.227	-0.096	0.000	0.000	-0.093	-0.240	---	---
STEP-4	LINEAR	---	1.335	0.151	-0.125	0.000	0.000	-0.122	0.131	1.234	---
	NON-LINEAR	---	1.356	0.158	-0.131	0.000	0.000	-0.128	0.137	1.257	---
	N.L. (SAG)	---	1.393	0.164	-0.146	0.000	0.000	-0.141	0.143	1.292	---
STEP-5	LINEAR	---	-0.419	-0.182	-0.070	0.000	0.000	-0.070	-0.179	-0.430	---
	NON-LINEAR	---	-0.422	-0.179	-0.069	0.000	0.000	-0.069	-0.177	-0.432	---
	N.L. (SAG)	---	-0.503	-0.213	-0.074	0.000	0.000	-0.073	-0.211	-0.520	---
STEP-6	LINEAR	0.434	-0.076	-0.178	-0.090	0.000	0.000	-0.090	-0.176	-0.095	0.364
	NON-LINEAR	0.452	-0.071	-0.179	-0.092	0.000	0.000	-0.090	-0.178	-0.091	0.379
	N.L. (SAG)	0.468	-0.077	-0.201	-0.103	0.000	0.000	-0.101	-0.199	-0.099	0.391
STEP-7	LINEAR	0.000	-0.185	-0.173	-0.084	0.000	0.000	-0.082	-0.168	-0.182	0.000
	NON-LINEAR	0.000	-0.185	-0.173	-0.084	0.000	0.000	-0.082	-0.168	-0.182	0.000
	N.L. (SAG)	0.000	-0.200	-0.193	-0.093	0.000	0.000	-0.090	-0.189	-0.196	0.000
COMPL.	LINEAR	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	NON-LINEAR	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	N.L. (SAG)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

表Ⅱ-13は、図Ⅱ-26に同時に示した記号を用いて $G1 \sim G10$ の主桁の10節点に着目し、各架設段階での鉛直方向変位の値を表わすものである。そして、同様に、この表において、各架設段階での各節点の鉛直方向変位の3種の値の上段、中段および下段のものが、それぞれ、線形解析、サグを考慮しない非線形解析およびサグを考慮した非線形解析の結果である。

表Ⅱ-12からは、サグを考慮しない非線形解析と線形解析との両者の結果において、各断面力の値の差異はほとんどないことがわかる。また、サグを考慮した場合と考慮しない場合の両者の非線形解析の結果の差異についても、上段ケーブル張力導入直前の $STEP-4$ における下段ケーブルの張力、中段および上段ケーブル張力導入時の $STEP-3$ および $STEP-5$ における主桁の最大曲げモーメントなどに若干の差異がみられるのみであり、各断面力に及ぼすサグの影響は顕著ではないことがわかる。

しかしながら、表Ⅱ-13からは、サグを考慮した場合と考慮しない場合の両者の非線形解析の結果において、各節点の鉛直方向変位の値の差異が $STEP-1 \sim STEP-7$ の全架設段階でみられ、サグの影響が顕著であることがわかる。特に、中段および上段ケーブルの導入引張応力の小さい $STEP-5$ における架設先端の節点 $G9$ で、最大 88 mm の鉛直方向変位の差異のあることがわかる。また、サグを考慮しない非線形解析と線形解析との両者の結果の差異は、変位量の大きい、中段、上段ケーブル張力導入直前および可動柵挿入直前の $STEP-2$ 、 $STEP-4$ および $STEP-6$ において比較的大きいが、 $STEP-4$ における架設先端の節点 $G9$ で最大 23 mm 程度であることがわかる。

ゆえに、これらの解析結果からは、架設途中のケーブルの導入引張応力が大きくない長径間斜張橋の場合には、誘導した放物線ケーブル部材の計算式を適用することによって効率よく考慮できるサグの影響が、設計上のみならず、施工管理上からも無視できないものになることが十分に予測される。

第 6 章 走行荷重による斜張橋の動的応答解析

本章では、第 4 章に示した、斜張橋特有の動力学的特性の一つであるケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析の応用を考え、走行荷重によるマルチケーブル型式斜張橋の動的応答解析、および、実施設計検討を行ない、設計に関する基礎資料を提供することを試みる。

(1) システムダンピング効果の把握

図 II-29 に示すような、中央径間長 340 m の 3 径間連続桁斜張橋の実橋設計例を対象とし、 $L-20$ 相当設計荷重列が共振車頭間隔 l' および速度 $V = 60 \text{ km/h}$ で主桁上を走行する場合における動的有限変位解析を行なう。ここに、共振車頭間隔 l' は、従来のように全段のケーブルを軸方向力部材として取扱う場合に得られる最低次の固有周期 $2\pi/\omega_1$ と速度 V との積によって与えられるものである。

さらに、表 II-14 が、この実橋設計例の諸元を示すものである。この表からわかるように、ここでは、ケーブルの弦としての横振動に関する代表的なパラメータとして、ケーブルの質量、および、導入張力を考え、10 段目のケーブルについては、単位重量 γ_c を $11.0, 17.9 \text{ t/m}^2$ の 2 種の値、側径間側のケーブル $C10'$ の完成時初期張力を $199.0 \sim 467.0 \text{ t}$ 、中央径間側のケーブル $C10$ のそれを $240.5 \sim 586.5 \text{ t}$ の各々 5 種の値とし、それらを組合わせて解析を行なう。すなわち、このことは、マルチケーブル型式斜張橋の特定のケーブルのプレストレスを含む完成時張力の調整、および、質量の付加によって横振動性状を変化させ、構造全体の動的応答性状における定義した要因によるシステムダンピングの効果をも、明確に把握することを意味している。ただし、完成時張力の調整については、静的な設計から決定されるプレストレスを他に再配分することによって所要の条件を満足するように強制的に調整できる場合を想定しているが、ここでは 10 段目の 4 本のケーブル以外のものの完成時張力の調整は行わないものとする。

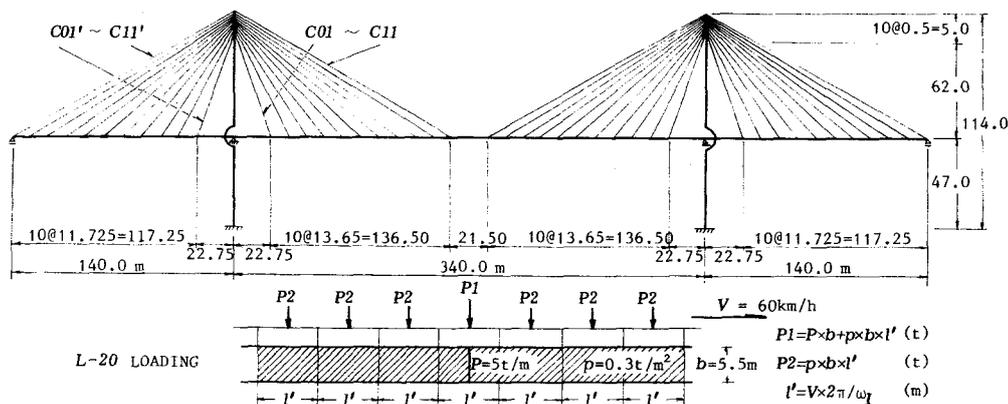


図 II-29 実橋設計例、および、 $L-20$ 相当設計荷重例

表 II-14 実橋設計例の諸元

			CABLE			GIRDER	TOWER
			C10'	C10	Others		
SECTIONAL VALUES	AREA A (m ²)		0.0192	0.0192	0.0128~0.0192	1.214	0.968, 1.392
	INERTIA I (m ⁴)		0.0			2.98	1.518, 2.284
	MODULUS E (t/m ²)		2.05×10 ⁷			2.10×10 ⁷	2.10×10 ⁷
DENSITY OF CABLE	γ _c (t/m ³)		11.0, 17.9	11.0, 17.9	11.0	—	—
TENSION OF CABLE	T _{initial} (t)		199.0, 266.0, 333.0, 400.0, 467.0	240.5, 327.0, 413.5, 500.0, 586.5	150.0~800.0	—	—
DEAD LOAD	w (t/m)		—	—	—	21.6	9.40, 13.7

a) 予備解析

予備解析として、10段目の4本のケーブルのみを4等分してリンク構造として取扱い、固有振動解析から得られる、内部共振による2種の対称一次固有振動に関する固有円振動数および固有振動モードを用いて、種々の数値計算を行なう。

図 II-30は、10段目のケーブルの単位重量および初期張力の各値の組合せにおける、対称一次の2種の固有円振動数 ω₁, ω₅ の値を示すものである。すなわち、主桁の対称一次振動モードが卓越し、10段目のケーブルの一次の横振動成分が異なる比率で、しかも、逆位相で連成する固有振動は、1次および5次に現われている。なお、比較のために、この図には、従来の解析に対応して全段のケーブルを軸方向力部材とした場合の最低次の固有円振動数も点線で示している。また、10段目のケーブルの弦としての一次の固有円振動数 ω₁^{*} の値も付記してある。

つぎに、図 II-31は、上記の1次、5次の固有振動に関する強制振動項およびそれらを合成したものの動的増幅率に対応する (DAF)_{1,p}, (DAF)_{5,p} および (DAF)_{g,p} の値を示すものである。これらの諸数値は、単純支持梁上を単一集中荷重が走行する場合の解式から、

$$(DAF)_{1,p} = \frac{1}{1 - \alpha_{v,1}^2}, \quad (DAF)_{5,p} = \frac{1}{1 - \alpha_{v,5}^2} \quad \dots \dots \dots (II-57)$$

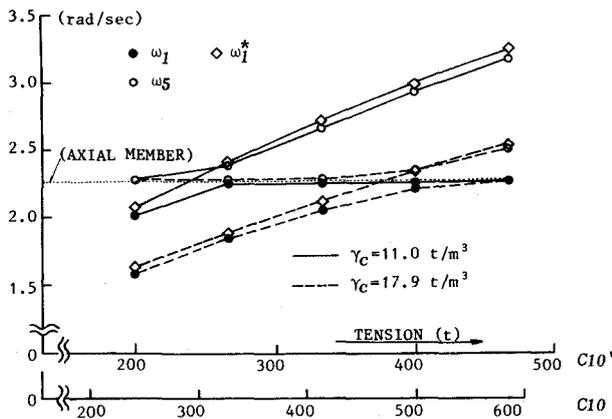


図 II-30 対称一次の固有円振動数

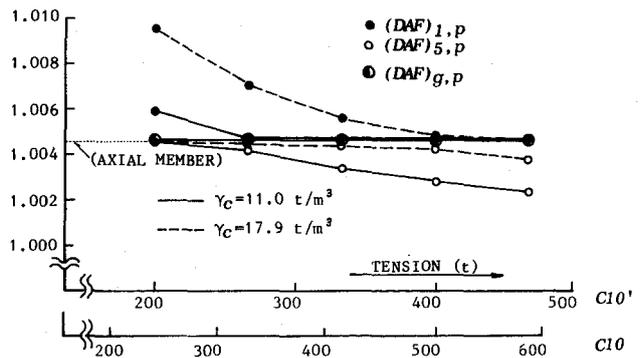


図 II-31 強制振動項に関する動的増幅率

$$(DAF)_{g,p} = \{ (DAF)_{1,p} \cdot X_{g,1} + (DAF)_{5,p} \cdot X_{g,5} \} / (X_{g,1} + X_{g,5}) \dots \dots \dots (II - 58)$$

なる式で与えられ、式 (II - 58) の $(DAF)_{g,p}$ は主桁の鉛直方向変位の強制振動項の動的増幅率に対応している。ここに、中央径間長 (第2径間長) を L_2 として、

$$\alpha_{v,k} = \frac{\pi V}{\omega_k L_2} \quad (k = 1, 5) \dots \dots \dots (II - 59)$$

はいわゆる速度パラメータであり、 $X_{g,1}$ 、 $X_{g,5}$ は1次、5次の固有振動に関する主桁の鉛直方向変位の静的な場合の最大応答振幅である。なお、この図には、全段のケーブルを軸方向力部材とした場合の値も点線で付記してある。

さらに、図 II - 32の上段の図は、上記の1次、5次の固有振動に関する自由振動項およびそれらを合成したものの動的増幅率に対応する $(DAF)_{1,f}$ 、 $(DAF)_{5,f}$ および $\max (DAF)_{g,f}$ 、 $\min (DAF)_{g,f}$ の値を示すものである。ここに、これらの諸数値は単純支持梁上を単一集中荷重が走行する場合の解式から、

$$(DAF)_{1,f} = \frac{\alpha_{v,1}}{1 - \alpha_{v,1}^2}, \quad (DAF)_{5,f} = \frac{\alpha_{v,5}}{1 - \alpha_{v,5}^2} \dots \dots \dots (II - 60)$$

$$\left. \begin{aligned} \max (DAF)_{g,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{g,1} + (DAF)_{5,f} \cdot X_{g,5} \} / (X_{g,1} + X_{g,5}) \\ \min (DAF)_{g,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{g,1} - (DAF)_{5,f} \cdot X_{g,5} \} / (X_{g,1} + X_{g,5}) \end{aligned} \right\} (II - 61)$$

なる式で与えられ、式 (II - 61) の $\max (DAF)_{g,f}$ 、 $\min (DAF)_{g,f}$ は beating 現象における主桁の鉛直方向変位の自由振動項の最大、最小動的増幅率に対応している。同様に、この図には、全段のケーブルを軸方向力部材とした場合の値も点線で付記してある。他方、図 II - 32の下段の図は、beating 現象の周期 $2\pi/\delta$ の値を示すものである。

まず、図 II - 30、図 II - 32から、側径間側、中央径間側の10段目のケーブル $C10'$ 、 $C10$ の単位重量 r_c が 11.0 t/m^3 の場合には、各々の導入張力が 266.0 、 327.0 t の場合に、弦としての一次の固有円振動数 ω_1^* が構造全体の対称一次のそれに最も近接し、横振動を考慮すれば、内部共振に起因する2種の対称一次の固有円振動数 ω_1 、 ω_5 も互いに最も近接して、自由振動項の beating 現象を最も顕著に生じることがわかる。また、側径間側、中央径間側の10段目のケーブル $C10'$ 、 $C10$ の導入張力が 400.0 、 500.0 t の場合には、単位重量 r_c が 17.9 t/m^3 の場合に、同様に、内部共振に起因する自由振動項の beating 現象を最も顕著に生じることがわかる。すなわち、これらの場合には、図 II - 32において、主桁の鉛直方向変位の自由振動項の最大動的増幅率に対応する $\max (DAF)_{g,f}$ は他の場合と差異はないが、最小動的増幅率に対応する $\min (DAF)_{g,f}$ は急激に低減されることがわかる。なお、自由振動

項のbeating現象の周期 $2\pi/\delta$ の最大値が約50secであることもわかる。

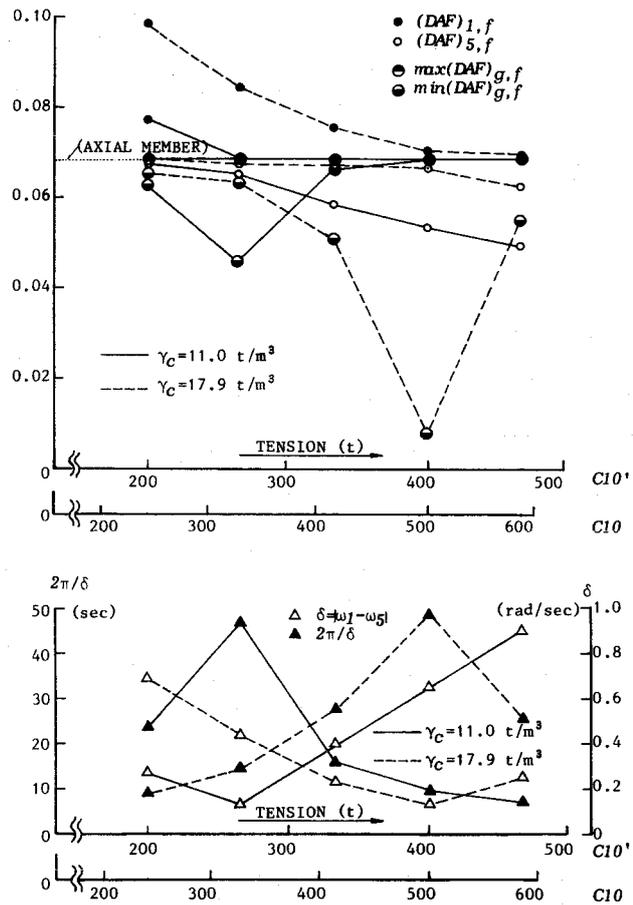
さらに、図II-31からは、主桁の鉛直方向変位の強制振動項の動的増幅率に対応する $(DAF)_{g,p}$ が、自由振動項の最大動的増幅率 $max(DAF)_{g,f}$ と同様に、内部共振を起こす場合とほとんど起こさない場合とで差異はなく、ケーブルの横振動を考慮しない場合ともほぼ等しいことがわかる。

b) L-20 荷重による動的応答解析

予備解析結果を参照して、表II-15に示す4種の解析モデルを対象とし、速度 $V=60\text{km/h}$ で走行するL-20相当設計荷重列による動的有限変位解析を行ない、振動性状を比較、検討する。すなわち、MODEL-1

は、従来の解析に対応して全段のケーブルを軸方向力部材としたもの、および、MODEL-1 L~3Lは、10段目の側径間側、中央径間側の各2本のみを4等分してリンク構造として取扱ったものである。さらに、MODEL-2L、および、MODEL-3Lは、完成時張力の調整、および、質量の付加に対応して、ケーブルの単位重量、導入張力の各値を組合わせ、内部共振を顕著に起こす条件を満足する横振動性状を与えたものである。なお、この表には、参考のために、10段目のケーブルの弦としての一次の固有周期の値も付記してある。

固有振動解析は、完成死荷重時の静的な平衡状態での有限要素法および有限変位理論に基づく接線剛性マトリックスによって線形化される運動方程式に対して行なう。さらに、動的応答解析は、完成死



図II-32 beating現象における自由振動項に関する最大、最小動的増幅率と周期

表II-15 解析モデル

	KIND OF CABLE	DENSITY (t/m^3)		TENSION (t)		PERIOD (sec)	
		Cl0'	Cl0	Cl0'	Cl0	Cl0'	Cl0
MODEL-1	AXIAL MEMBER	11.0	11.0	400.0	500.0	—	—
MODEL-1L	LINKING CABLE			266.0	327.0	2.1200	2.1007
MODEL-2L		17.9	17.9	400.0	500.0	2.5998	2.5976
MODEL-3L				400.0	500.0	2.7044	2.6798

荷重時の接線剛性マトリックスを常に用いる線形化解析，および，各時間ステップにおいて第 I 編の推定割線剛性マトリックスを用いる非線形解析の両者の解析を，直接積分法によって行なう。

まず，表 II-16 が，各解析モデルの固有周期を表わすものであり，図 II-33 が，MODEL-1L，MODEL-3L の 1 次，5 次および 6 次の固有振動モード（2 次，3 次および 4 次のものは各々のケーブルの横振動成分のみを有するモードである）を示すものである。これらの図表からは，MODEL-2L，MODEL-3L の場合に，1 次と 5 次の 2 種の固有振動モードにおいて，対称一次の主桁の振動成分が卓越し，ケーブルの振動成分が逆位相で連成していること，および，これらに対応する固有周期が近接していることがわかる。そして，MODEL-1L の場合には，内部共振をほとんど起こさないことから，対称一次の主桁の振動成分は 1 次のモードのみにおいて卓越し，固有周期も 1 次のものと 5 次のものとは近接しないことがわかる。なお，表 II-15 に示した MODEL-2L，MODEL-3L の 10 段目のケーブルの弦としての一次の固有周期が，表 II-16 に示した MODEL-1 の構造全体の最低次のそれ

表 II-16 各解析モデルの固有周期

(sec)						
MODES	ORDER	MODEL-1	ORDER	MODEL-1L	MODEL-2L	MODEL-3L
Symmetric (1st)	1st	2.7702	1st	2.7723	2.7960	2.8389
			2nd	2.1761	2.6679	2.7737
			3rd	2.1761	2.6679	2.7737
			4th	2.1621	2.6671	2.7555
			5th	2.1564	2.6380	2.6812
Asymmetric (1st)	2nd	1.6994	6th	1.7028	1.7009	1.7040

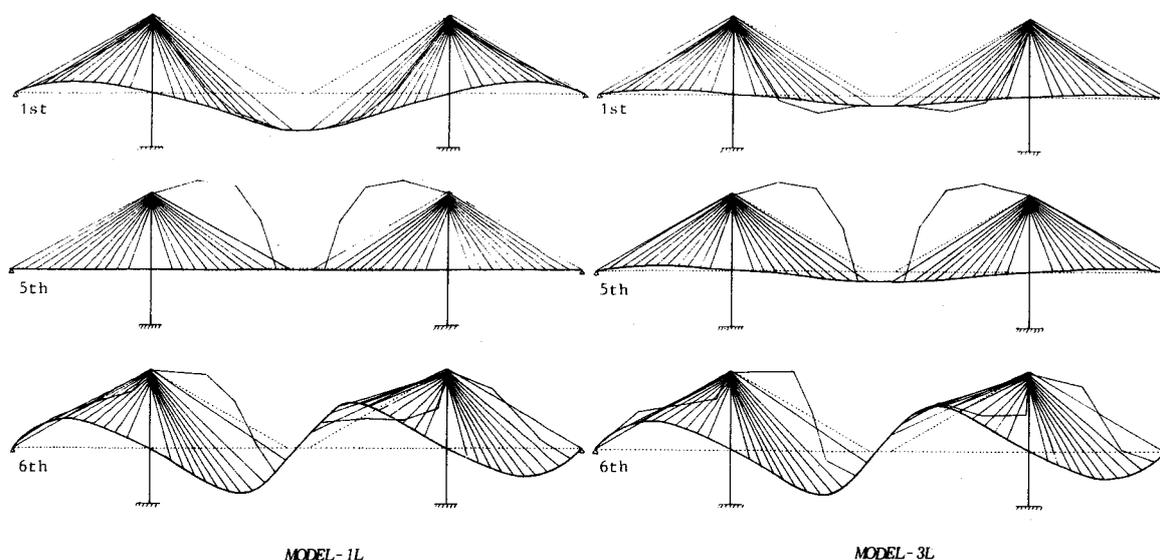


図 II-33 固有振動モード (MODEL-1L, -3L)

の値 2.7702 sec と近接していることも、確かめられる。また、図 II-29 に示したように、MODEL-1 の最低次の固有周期と走行速度との積によって算定される L-20 相当設計荷重列の共振車頭間隔 l' の値は 46.17 m となり、十分に実現性のある走行状態に対応するものであることも確かめられる。

図 II-34 は、線形化解析における主桁の鉛直方向変位の動的増幅率の値 $(DAF)_g$ を、各解析モデルについて示すものである。なお、この図には、参考のために、内部共振による対称一次の 2 種の固有振動に関して、式 (II-58) で与えられた強制振動項の動的増幅率に対応する $(DAF)_{g,p}$ 、および、それと式 (II-61) で与えられた beating 現象における自由振動項の最大、最小動的増幅率に対応する $max(DAF)_{g,f}$ 、 $min(DAF)_{g,f}$ との和の値も付記している。この図からは、 $(DAF)_{g,p}$ と $min(DAF)_{g,f}$ との和が減少するのに伴って、動的増幅率 $(DAF)_g$ の値もかなり低減されることがわかる。すなわち、MODEL-1 L、MODEL-2L および MODEL-3L の動的増幅率 $(DAF)_g$ の値はそれぞれ 1.084、1.049 および 1.028 であり、衝撃係数に換算すれば、MODEL-3L の場合には MODEL-1L の場合に比較して約 35% 程度に、MODEL-2L の場合でも約 60% 程度に減少することがわかる。なお、MODEL-1 と MODEL-1L との動的増幅率の値の差異は大きくなく、内部共振をほとんど起こさない場合には、ケーブルの横振動を考慮しない従来の解析法によっても実用上は十分であると思われる。

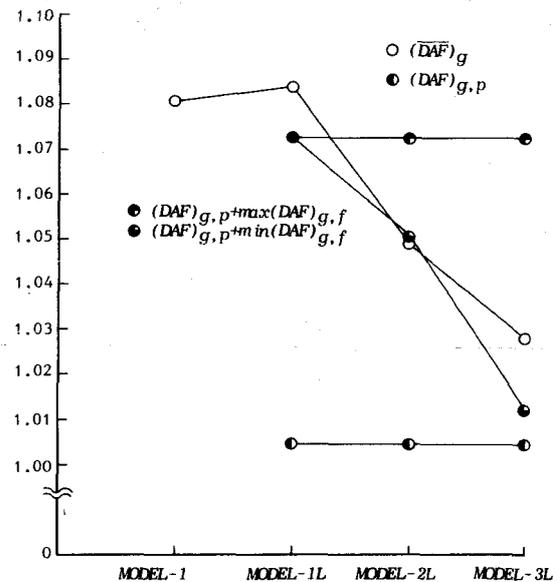


図 II-34 主桁の鉛直方向変位の動的増幅率

図 II-35、および、図 II-36 は、線形化解析における主桁の中央径間 1/2 点の鉛直方向変位、および、10 段目の中央径間側のケーブル (C10) の 1/2 点の鉛直方向変位の応答-時間曲線を、それぞれ各解析モデルについて示すものである。これらの図には、参考のために、動的応答値のみならず、静的な場合の応答値も付記している。図 II-35 から、主桁の中央径間 1/2 点の鉛直方向変位の動的応答の最大値は約 25 sec の時刻で生じ、その時刻付近において、MODEL-2L、MODEL-3L の場合の自由振動項に関する応答振幅が beating 現象により MODEL-1L に比較してかなり低減していることがわかる。そして、図 II-36 から、MODEL-2L、MODEL-3L の場合には、内部共振に関する 2 種のモードにおいてケーブルの横振動成分が互いに逆位相で連成していたことから、10 段目の中央径間側のケ

ケーブル (C10) の 1/2 点の鉛直方向変位の動的応答は beating 現象により増大する傾向があるが、MODEL-3L の場合には、ケーブルに質量が付加されていることから、MODEL-2L に比較してその度合が少ないことがわかる。また、各解析モデルについての静的な場合の応答値にはほとんど差異がないこと、および、MODEL-1 と MODEL-1L の応答-時間曲線はほぼ一致していることもわかる。

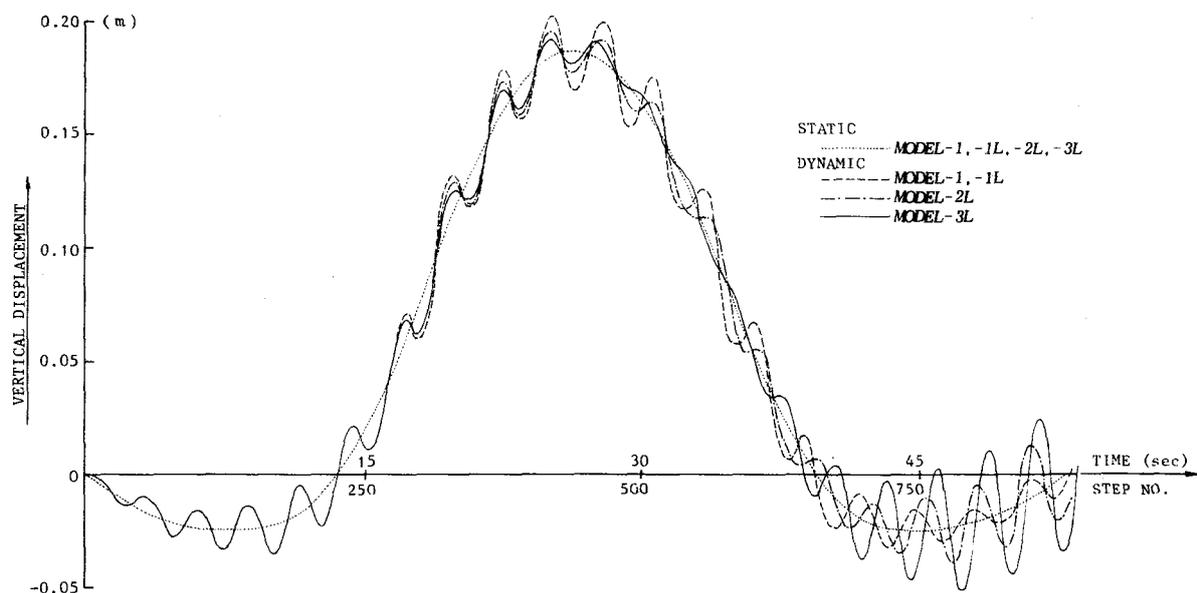


図 II-35 主桁の中央径間 1/2 点の鉛直方向変位の応答-時間曲線

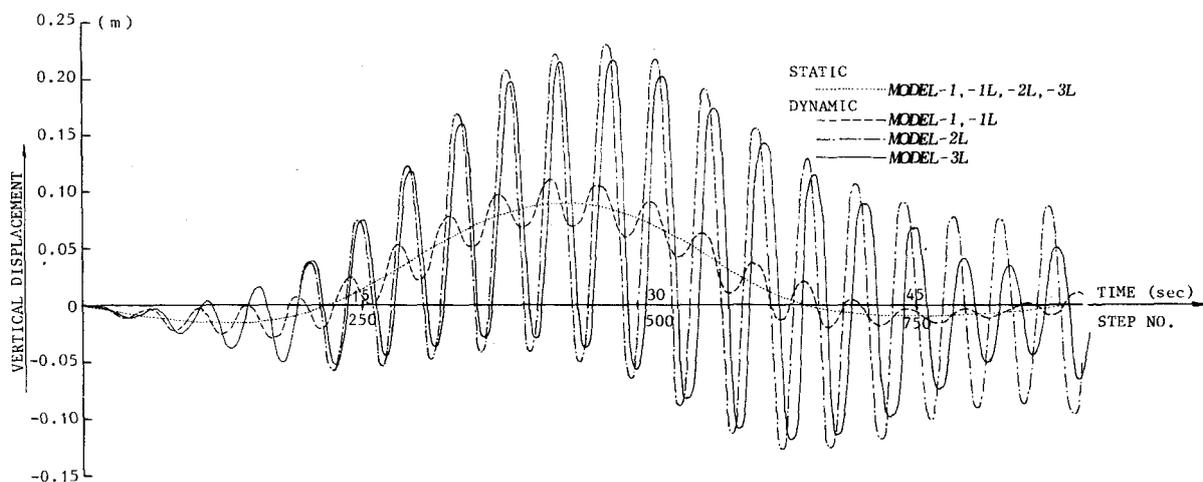


図 II-36 ケーブル (C10) の 1/2 点の鉛直方向変位の応答-時間曲線

さらに、表Ⅱ-17、および、表Ⅱ-18が線形化解析、非線形解析の両者の解析における、主桁の鉛直方向変位、曲げモーメント、および、10段、11段目のケーブルの張力の動的増幅率、静的な場合の最大応答値の値を表わすものである。なお、これらの表では各値を側径間側、中央径間側に区分して表示しており、表Ⅱ-17に示した中央径間側の主桁の鉛直方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_g$ は図Ⅱ-34における同一の記号のものを表示したものである。これらの表からは、MODEL-2L、MODEL-3Lの場合に、主桁の鉛直方向変位のみならず、曲げモーメント、および、ケーブルの張力の動的増幅率も、MODEL-1、MODEL-1Lと比較してかなり低減されていることがわかる。例えば、線形化解析において、MODEL-1Lの場合の曲げモーメント、張力の動的増幅率の最大値は1.144、1.113であるが、MODEL-3Lの場合の各々の値は1.074、1.051である。ただし、ケーブルの張力の動的増幅率が減少したことについては、横振動による増加分を、主桁の振動振幅の低減に伴う桁側の定着点の移動量の低減による減少分が上回ったからであると推測される。一方、非線形解析によって得られた動的増幅率の値と線形化解析によるものとの差意は、MODEL-1、MODEL-1Lの場合にはほとんどないが、MODEL-2L、MODEL-3Lの場合には、若干の差異がみられることがわかる。例えば、MODEL-2Lの場合の主桁の鉛直方向変位、曲げモーメントの動的増幅率の最大値は、線形化解析では1.091、1.104であるが、非線形

表Ⅱ-17 主桁の鉛直方向変位、曲げモーメントの動的増幅率

		SIDE SPAN		CENTER SPAN		SIDE SPAN		CENTER SPAN	
		VERTICAL DISPLACEMENT (m)				BENDING MOMENT ($\times 10^4$ tm)			
		STATIC	D.A.F.	STATIC	$(\overline{DAF})_g$	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.
LINEAR- IZED ANAL.	MODEL-1	-0.061	1.121	0.187	1.081	-0.250	1.146	0.232	1.024
	MODEL-1L	-0.061	1.132	0.187	1.084	-0.250	1.144	0.232	1.032
	MODEL-2L	-0.061	1.091	0.187	1.049	-0.250	1.104	0.232	1.027
	MODEL-3L	-0.061	1.061	0.187	1.028	-0.250	1.074	0.232	1.003
NON -LINEAR ANAL.	MODEL-1	-0.061	1.121	0.188	1.082	-0.251	1.152	0.233	1.028
	MODEL-1L	-0.061	1.131	0.188	1.084	-0.251	1.150	0.233	1.035
	MODEL-2L	-0.061	1.106	0.188	1.065	-0.251	1.127	0.233	1.040
	MODEL-3L	-0.061	1.063	0.188	1.025	-0.251	1.082	0.233	1.015

表Ⅱ-18 ケーブルの張力の動的増幅率

		SIDE SPAN				CENTER SPAN			
		$C10'$		$C11'$		$C10$		$C11$	
		STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.
LINEAR- IZED ANAL.	MODEL-1	0.1071	1.107	0.1257	1.108	0.0474	1.083	0.0410	1.094
	MODEL-1L	0.1071	1.110	0.1257	1.113	0.0474	1.096	0.0410	1.106
	MODEL-2L	0.1071	1.072	0.1257	1.075	0.0474	1.066	0.0410	1.070
	MODEL-3L	0.1071	1.050	0.1257	1.051	0.0474	1.045	0.0410	1.030
NON -LINEAR ANAL.	MODEL-1	0.1075	1.106	0.1260	1.106	0.0476	1.080	0.0412	1.088
	MODEL-1L	0.1075	1.108	0.1260	1.112	0.0476	1.088	0.0412	1.106
	MODEL-2L	0.1075	1.084	0.1260	1.088	0.0476	1.087	0.0412	1.097
	MODEL-3L	0.1075	1.051	0.1260	1.051	0.0476	1.049	0.0412	1.057

解析では 1.106, 1.127 である。したがって、静的な場合の最大応答値にはほとんど差異はないことから、ケーブルの張力の変動による横振動性状の変化に伴う独特の動的非線形問題の一つであることはわかるが、非線形性は大きくなく、工学的には問題とはならないこともわかる。

また、図 II-37 が、走行終了後の残留自由振動における主桁の側径間、中央径間の 1/2 点および 10 段目の中央径間側のケーブル (C10) の 1/2 点の鉛直方向変位の両振幅を、それぞれ上段、中段および下段に各解析モデルについて示すものである。この図からは、MODEL-2L, MODEL-3L の場合に、走行終了後、beating 現象の 1/2 周期にはほぼ相当する時刻までに両振幅の急激な変化がみられ、主桁の振動振幅は構造減衰との相互作用によって急速に低減されると推測できること、および、ケーブルの振動振幅は逆の傾向にあることがわかる。ただし、MODEL-2L, MODEL-3L の場合の荷重列通過直後の約 55sec の時刻における両振幅が MODEL-1, MODEL-1L に比較して大きいのは、残留自由振動の初期条件の差異によるものであり、本質的な問題ではない。

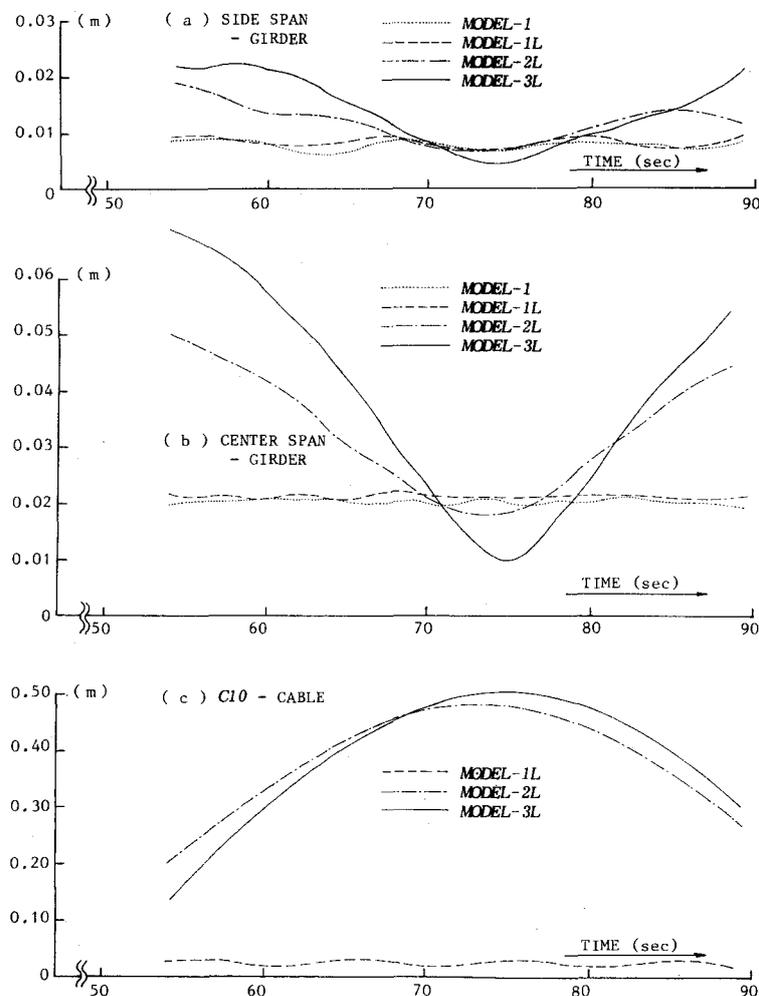
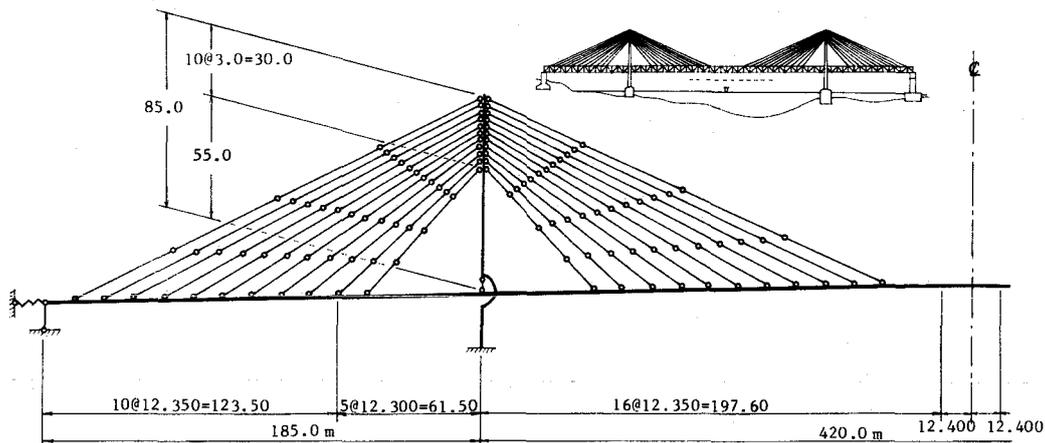


図 II-37 残留自由振動における主桁の側、中央径間の 1/2 点とケーブル (C10) の 1/2 点の鉛直方向変位の両振幅

ゆえに、これらの解析結果からは、斜張橋の設計時に、特定のケーブルの完成時張力の調整あるいは質量の付加によって、静的設計への大きな障害なしに所要の条件を人為的に満足させることが可能であるならば、定義した要因によるシステムダンピングは高い減衰性および設計衝撃係数の低減をもたらし、動的安定性のみならず、経済性からも効果的なものになることが十分に予測される。

(2) 実施設計検討

本項では、図Ⅱ-38に示すマルチケーブル型式トラス桁斜張橋の実実施設計例を基に、所要の条件を静的設計への大きな障害なしに満足させ、システムダンピング効果を付与することを目的とした実施設計検討を行なう。



図Ⅱ-38 マルチケーブル型式トラス桁斜張橋

実施設計例の諸元、ケーブルの横振動を無視した場合の固有周期、および、ケーブルの横振動性状を表Ⅱ-19、表Ⅱ-20、および、表Ⅱ-21にそれぞれ示す。表Ⅱ-20、表Ⅱ-21から、ケーブルの横振動を無視した場合の最低次の固有周期 2.437 sec に近接する横振動周期を有するケーブルはないことがわかる。

したがって、ここでは、静的設計への影響が比較的少ない HiAm ケーブルの質量の付加によって横振動性状を変化させることとし、HiAmケーブルの仕様を検討して、表Ⅱ-22に示すように、MODEL-1、-1L、-2L および -3L の 4 種のモデルを考える。ここに、MODEL-1、-1L は実施設計例の諸元をそのまま用い、ケーブルの横振動を無視した場合、全段のケーブルを図Ⅱ-38に示したようにリンク構造として横振動を考慮した場合に対応している。また、MODEL-2L は、最上段 (11段目) のケーブルのグラウト厚を厚くし、弦としての 1 次の固有周期を全体構造の最低次 (対称一次) のそれに近接させた場合に対応している。さらに、MODEL-3L は、11段目のものに加えて、10段目のケーブルに対しても

同様の質量の付加を施した場合に対応している。

表Ⅱ-22からわかるように、例えば中央径間の場合、グラウトの単位重量を1.8 t/m³以下として所定の質量を付加するためには、10段目のケーブルの直径（PEパイプの外径）をφ125 mmからφ200 mmに、11段目のそれをφ125 mmからφ180 mmに大きくする必要があるが、HiAmケーブルの製作上および構造上における問題は特にない。なお、HiAmケーブルのグラウト厚を厚くすることによって曲げ剛性もある程度大きくはなるが、新家・広中・頭井・西村の提案した实用算定式と実験値の比較⁸⁷⁾によれば、10、11段目のケーブルに対して弦としての理論式から得られる固有周期を用いても十分に妥当であることがわかる。

表Ⅱ-19 実施設計例の諸元

	AREA (m ²)	INERTIA (m ⁴)	Y. MODULUS (t/m ³)
GIRDER	1.0635~ 1.5747	40.538~ 65.585	21000000.0
TOWER	1.4780~ 2.2520	4.568~ 9.054	21000000.0
CABLE	0.0225~ 0.0419	0.0	20500000.0
SPRING (length:3.0m)	1.0	0.0	36000.0

表Ⅱ-20 ケーブルの横振動を無視した場合の固有周期

ORDER	PERIOD (sec)	MODE
1st	2.437	CENTER SPAN - Symmetric 1st (vertical)
2nd	2.406	(longitu.)
3rd	1.375	CENTER SPAN - Asymmetric 1st (vertical)
4th	0.910	SIDE SPAN - Symmetric 1st (vertical)
5th	0.738	SIDE SPAN - Asymmetric 1st (vertical)

表Ⅱ-21 ケーブルの横振動性状

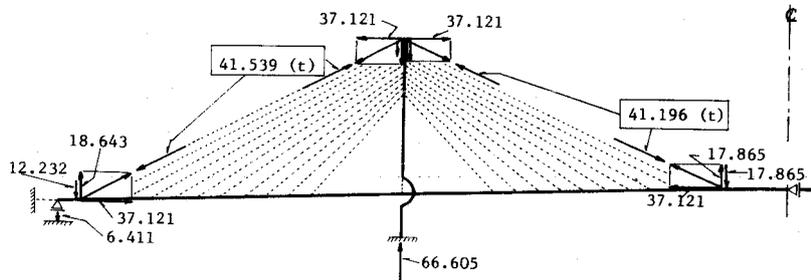
		AREA (m ²)	DENSITY (t/m ³)	TENSION (t)	PERIOD (sec)
CENTER SPAN	11th Upper	0.03586	11.0	1507.	1.953
	10th	0.03586	11.0	1490.	1.866
	9th	0.03186	11.0	1188.	1.655
	8th	0.03186	11.0	981.	1.536
	7th	0.02848	11.0	977.	1.481
	6th	0.02248	11.0	774.	1.355
	5th	0.02248	11.0	770.	1.228
	4th	0.02248	11.0	760.	1.106
	3rd	0.02248	11.0	754.	0.984
	2nd	0.02848	11.0	1124.	0.887
	1st Lower	0.02848	11.0	1243.	0.763
SIDE SPAN	11th Upper	0.04186	11.0	1544.	2.132
	10th	0.04186	11.0	1531.	2.003
	9th	0.03972	11.0	1120.	1.846
	8th	0.03186	11.0	1112.	1.590
	7th	0.02248	11.0	807.	1.431
	6th	0.02248	11.0	800.	1.312
	5th	0.02248	11.0	795.	1.192
	4th	0.02248	11.0	784.	1.076
	3rd	0.02248	11.0	775.	0.961
	2nd	0.02848	11.0	1151.	0.881
	1st Lower	0.02848	11.0	1267.	0.762

表Ⅱ-22 各モデルの10、11段目ケーブルの諸量とHiAmケーブルの仕様

CABLE	MODEL	SECTIONAL VALUES			TOTAL WEIGHT (t)	NO. OF ↑7mm - WIRE	OUTSIDE DIAMETER OF PE-P.	WEIGHT OF PE-P. (kg/m)	AREA OF GROUT (cm ²)	REQUIRED V. OF GROUT		
		AREA (m ²)	LENGTH (m)	DENSITY (t/m ³)						WEIGHT (kg/m)	DENSITY (t/m ³)	
CENTER SPAN	10th	MODEL-1,-1L	0.03586	179.554	11.0	70.827	(117×4)	φ125mm	15.04	474.54	76.913	1.62
		MODEL-2L			18.282	117.714	×	φ200mm	37.36	1781.83	315.723	1.77
		MODEL-3L			11.0	75.700	(117×4)	φ125mm	15.04	474.54	76.913	1.62
	11th	MODEL-1,-1L	0.03586	191.907	11.0	111.430	×	φ180mm	30.72	1372.09	247.417	1.80
		MODEL-2L			16.192	111.430	×	φ180mm	30.72	1372.09	247.417	1.80
		MODEL-3L			11.0	75.700	(117×4)	φ125mm	15.04	474.54	76.913	1.62
SIDE SPAN	10th	MODEL-1,-1L	0.04186	180.791	11.0	83.247	(136×4)	φ140mm	18.56	632.85	109.458	1.73
		MODEL-2L			15.873	120.125	×	φ200mm	37.36	1725.15	294.690	1.71
		MODEL-3L			11.0	88.965	(136×4)	φ140mm	18.56	632.85	109.458	1.73
	11th	MODEL-1,-1L	0.04186	193.208	11.0	113.429	×	φ180mm	30.72	1315.42	223.918	1.70
		MODEL-2L			14.025	113.429	×	φ180mm	30.72	1315.42	223.918	1.70
		MODEL-3L			11.0	88.965	(136×4)	φ140mm	18.56	632.85	109.458	1.73

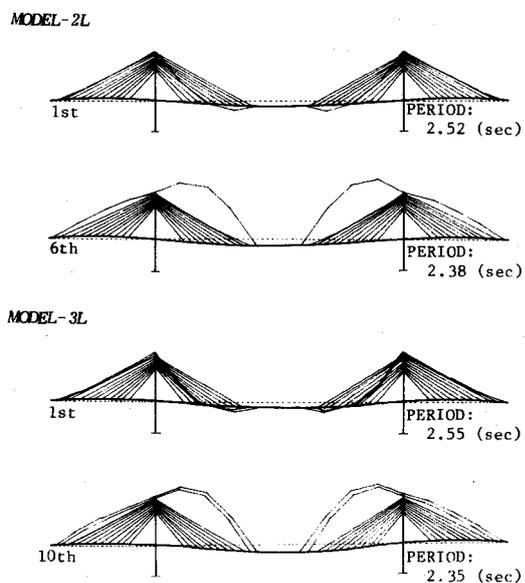
また、ケーブルの耐風安定性についても、振動数の低減による影響を外径の増大による影響が上回ることから、発生風速は逆に少し大きくなることがわかる。

上述したように HiAm ケーブルの質量の付加によって所要の条件を満足させれば、静的設計への影響は比較的少ないが、10, 11段目のケーブル重量の増加に伴う張力の補正は必要である。すなわち、例えば11段目のケーブルの場合、図Ⅱ-39に示すように、中央径間の主桁に作用するケーブル重量の増加分の1/2に相当した17.865 tの鉛直方向集中荷重を打消す鉛直成分を有する張力 41.196 tを加える必要がある。さらに、側径間側については、中央径間側のケーブル張力の補正量 41.196 tの水平成分と等量の水平成分 37.121 tを有する張力 41.539 tを加える必要がある。その結果、側径間の主桁の端部に、ケーブル重量の増加分の1/2に相当した12.232 tと張力の補正量 41.539 tの鉛直成分 18.643 tの差 6.411 tの鉛直方向集中荷重が作用することになる。また、側径間、中央径間の主桁に、張力の補正量の水平成分に相当した 37.121 tの水平方向集中荷重が、主塔に、重量の増加分の1/2と張力の補正量の鉛直成分の合計に相当した 66.605 tの鉛直方向集中荷重が、それぞれ作用することになる。



図Ⅱ-39 ケーブル重量の増加に伴う張力の補正

図Ⅱ-39からわかるように、張力の非常に小さい補正によって、ケーブル重量の増加による完成時の主桁あるいは主塔の曲げモーメント分布の変動を最小限にあるいは完全に除去することが可能であり、主桁の曲げモーメントの変動量は 79.176 tm である。そして、張力の補正によるケーブルの製作長に対応する無応力長の変化、および、主桁、主塔の製作キャンバーに対応する無応力形状の変化も非常に小さいが、再計算す



図Ⅱ-40 MODEL-2L, -3Lの固有周期と固有振動モード

ることによって、質量を付加したケーブル以外の他のHiAmケーブルのプレストレスを含む完成時張力への影響を完全に除去することが可能である。

参考のために、図Ⅱ-40に、MODEL-2L および MODEL-3L の固有周期、固有振動モードを示す。この図からは、MODEL-2L の場合には1次と6次、MODEL-3L の場合には1次と10次の2種の固有振動モードにおいて、対称一次の主桁の振動成分が卓越し、10、11段目ケーブルの振動成分が逆位相で連成していることがわかる。

前項と同様に共振車頭間隔の相当設計荷重列の走行による動的応答を考え、本州四国連絡橋・上部構造設計基準のL荷重（線荷重 $P = 10.8 \text{ t} / \text{m}$ 、分布荷重 $p = 0.3 \text{ t} / \text{m}^2$ 、載荷幅 $b = 5.5 \text{ m}$ ）に相当する設計荷重列が速度 $V = 100 \text{ km} / \text{h}$ で走行した場合の線形化解析結果を示せば、表Ⅱ-23、および、表Ⅱ-24が与えられる。

ここに、表Ⅱ-23は中央径間、側径間の主桁の鉛直方向変位、曲げモーメントの動的増幅率を、また、表Ⅱ-24は中央径間の10、11段目のケーブルの鉛直方向変位、張力の動的増幅率を表わすものである。これらの表から、前項と同様に、主桁の鉛直方向変位および曲げモーメントの動的増幅率の値について、MODEL-1 と MODEL-1L にはほとんど差異はないが、MODEL-2L、MODEL-3L の場合にはかなり低減されていることがわかる。さらに、10、11段目ケーブルの鉛直方向変位の動的増幅率の値については、MODEL-2L、MODEL-3L の場合に逆に増大するが、張力の動的増幅率の値は両者の場合にMODEL-1、-1L に比較してかなり低減されていることがわかる。このことは、前項と同様に、横振動による張力の増加分を主桁側の定着点の移動量の低減による減少が上回ったからであると推測される。なお、ケーブルの横振動の最大振幅は100mmを越えることはなく、定着部での疲労、および、グラウトによる防錆効果などに及ぼす影響はほとんど問題にならないものと思われる。

表Ⅱ-23 中央径間、側径間の主桁の鉛直方向変位、曲げモーメントの動的増幅率

		VERTICAL DISPL. (mm)		BENDING MOMENT (tm)	
		CENTER	SIDE	CENTER	SIDE
MODEL-1	STATIC	96.0	-22.4	9181.	7533.
	D.A.F.	1.080	1.091	1.010	1.102
MODEL-1L	STATIC	96.1	-22.4	9164.	7536.
	D.A.F.	1.077	1.095	1.003	1.099
MODEL-2L	STATIC	96.1	-22.4	9164.	7536.
	D.A.F.	1.034	1.033	1.003	1.049
MODEL-3L	STATIC	96.1	-22.4	9164.	7536.
	D.A.F.	1.013	1.020	1.001	1.027

表Ⅱ-24 中央径間の10、11段目ケーブルの鉛直方向変位、張力の動的増幅率

		VERTICAL DISPL. (mm)		TENSION (t)	
		10th	11th	10th	11th
MODEL-1	STATIC	—	—	58.3	55.3
	D.A.F.	—	—	1.089	1.085
MODEL-1L	STATIC	44.5	46.4	58.3	55.3
	D.A.F.	1.206	1.265	1.087	1.081
MODEL-2L	STATIC	44.5	46.4	58.3	55.3
	D.A.F.	1.123	2.124	1.042	1.040
MODEL-3L	STATIC	44.5	46.4	58.3	55.3
	D.A.F.	1.862	1.885	1.020	1.018

ゆえに、本橋の場合、実施設計時に特定の HiAm ケーブルの質量を付加することによって静的設計への大きな障害なしに所要の条件を満足させることが可能であり、顕著なシステムダンピング効果を付与することができるといえる。

第 7 章 結 論

本編は、斜張橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べ、特有の幾何学的非線形問題の一つであるケーブルのサグ、および、特有の動力学的特性の一つであるケーブルの横振動を考慮した静的、および、動的挙動の解析をそれぞれ行なって解析理論の妥当性を検討し、さらには、その設計、施工への応用に関する基礎資料を提供することを試みたものである。

ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析における種々の数値計算例、パラメトリック解析の結果、および、架設途中の斜張橋の変形と応力解析の結果からは、つぎのようなことがいえる。

(1) Ernst の修正弾性係数式は明らかに接線剛性に対応するものであり、これを用いてケーブル張力や不平衡力を求める非線形解析は妥当でなく、サグの影響が大きく、線形化による誤差を無視できない場合には、その精度は不十分である。

(2) 誘導した放物線ケーブル部材の計算式、すなわち、非線形のケーブル方程式、および、接線剛性マトリックスは、実用上十分な精度、および、収束性を有する。

(3) 誘導した計算式は、斜張橋の設計上の仮定を満足する有限変位解析プログラムに容易に組み込まれ、リンク構造とした場合のように節点数および剛性マトリックスの帯幅数を増大させることなしに、ケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析を効率的に行なうことが可能である。

(4) 架設途中のケーブルの導入引張応力が大きくない長径間斜張橋の場合には、サグの影響による両定着点での引張応力、接線角の差異を、ケーブルの安全率、定着構造の詳細の検討上無視することはできない。

(5) ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の鉛直方向変位に対して及ぼすサグの影響についても、長径間斜張橋においては施工管理上から無視できない場合が十分に予測され、そのような場合に、誘導した計算式を組み込んだ有限変位解析プログラムは重要な役割を果たすことができる。

他方、ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析における種々の数値計算例、実橋試験の結果、および、走行荷重による斜張橋の動的応答解析の結果からは、つぎのようなことがいえる。

(6) 部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じる各々の相似な振動成分が異なる比率で連成し、固有円振動数が近接した 2 種の固有振動モードに対応する自由振動項の beating 現象（全体構造としてはケーブルと主桁が振動エネルギーの遣り取りをする）が、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因である。

(7) マルチケーブル型式斜張橋の特定のケーブルのみが所要の条件を満足する場合においても、定義した要因によるシステムダンピングは、主桁の鉛直方向変位のみならず、曲げモーメント、および、ケーブルの張力の平滑走行荷重による動的増幅率をかなり低減する効果を与える。

(8) 同様の場合の走行終了後の残留自由振動時においても、定義した要因によるシステムダンピングは、構造減衰との相互作用によれば、高い減衰性を与えることが可能である。

(9) このようなシステムダンピング効果は、ケーブルの張力の変動による横振動性状の変化に伴う独特の動的非線形問題の一つではあるが、非線形性は大きくなく、工学的には問題とはならないことから、線形化解析で十分である。

(10) 必ずしも容易ではなく、実際問題としては解決されなければならない多くの問題点を残しているが、特定のケーブルのプレストレスを含む完成時張力の調整あるいは質量の付加によって、設計時に静的設計への大きな障害なしに所要の条件を満足させることが可能である場合には、定義した要因によるシステムダンピング効果は、動的安定性のみならず、経済性からも重要な役割を果たす可能性を有している。

ゆえに、以上のことから、本編において、特有の幾何学的非線形性および力学的特性を効率的に考慮できる斜張橋の面内有限変位解析法を展開できたとしてもよいと思われる。そして、解析理論の応用として得られた基礎資料から、実橋の施工管理データを算定する際にケーブルのサグの影響の照査が不可欠であることが指摘できる。さらに、ケーブルの横振動の影響によるシステムダンピング効果が、動的安定性のみならず、より経済的な設計を行なう観点からも考慮に値するものであることが指摘できる。

第III編 吊橋の力学的特性とその応用

第Ⅱ編 吊橋の力学的特性とその応用

第 1 章 緒 論

吊橋の面内解析法は、連続体としての解析理論である撓度理論に基づくもの、および、骨組構造物としての離散系の種々の解析理論に基づくものがある。

撓度理論は、吊橋に固有の古典的な理論であり、種々の仮定による近似を行なっているが、弾性理論とは異なって主ケーブルの変形の影響を考慮できることから、それに基づく解析法は一種の有限変位解析法であるといえる。そして、今日においても、その簡便さから、長径間吊橋の設計計算法として適用されており、Steinman の一般化撓度理論⁸⁸⁾、および、Peery の影響線解法⁸⁹⁾はその代表的なものである。また、倉西^{90), 91)}、佐藤⁹²⁾、および、中井・野口⁹³⁾、岩城⁹⁴⁾などの多くの研究者達によって、変断面、連続支持吊橋、多径間吊橋の解析に対応した理論の改良、および、伝達マトリックス法による解法、架設系を対象とした近似解法などの提案もなされてきている。さらに、動的な場合の代表的な解析法としては、Bleich ら⁹⁵⁾の線形化撓度理論に基づくものがある。したがって、今後も、基本設計などにおける、試算用の簡易計算法として、効果的に適用されることになるとと思われる。

骨組構造物としての離散系の解析理論は、初期には、吊橋に独特のものであった。すなわち、福田^{96), 97)}は、差分方程式を用いた線形化解法を、Poskitt⁹⁸⁾、および、Jennings ら⁹⁹⁾は、応力法としての弾性方程式を用いた適合法、および、変形法としての剛性方程式による平衡法を発表している。さらに、後藤¹⁰⁰⁾は、一般の平面骨組構造物の変形法の拡張理論を発表している。

有限変位解析法の発達に伴ない、変形法によって、吊橋の一般の平面骨組構造物としての有限変位解析を最初に示したのは、Saafan¹⁰¹⁾である。以後、Tezcan¹⁰²⁾、および、林・上久保^{103)~105)}らによって修正され、主ケーブル、ハンガーなどの部材の無応力長の概念を導入して、設計上の仮定とも明確に対応させている。また、完成系の場合と同様に、架設途中の長径間吊橋の有限変位解析も、多くの研究者達^{106)~112)}によって報告されている。さらに、Chaudhury ら¹¹³⁾、および、林・保田¹¹⁴⁾は、動的な場合の有限変位解析を行なっている。したがって、撓度理論に基づく解析法に比較して非常に大容量の計算が必要であるが、高精度の汎用性のある解析が可能であることから、大型高速電子計算機の性能が著しく進歩した今日では、設計計算法としても既に適用され始めており、今後はそれが主流になるとと思われる。そして、これらの解析法における種々の解式は、有限要素法に従う多項式の変位関数および有限変位理論に基づく変位-歪関係式を用いた平面骨組構造物の解式によって、容易に一般

化されるものである。

さて、吊橋のような複雑な構造物には、前編における斜張橋と同様に、特有の幾何学的非線形問題が存在し、その静的な場合の一つに、主ケーブルの2次応力の問題がある。主ケーブルの2次応力は、ケーブルのより妥当な安全率を決定する際の重要な問題点の一つであった。しかし、今日では、全ヒンジ工法、逐次剛結工法などの各種工法による長径間吊橋の補剛桁架設の施工管理面から、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などに及ぼす2次応力の影響が、重要な課題の一つとして注目され始めている。この分野の先駆的研究として、Wyatt¹¹⁵⁾の理論があり、吊橋平行線ケーブルの2次応力を要因別に列挙し、理論的体系化および簡明な算定式の誘導を行なっている。そして、北川・田島^{116)~118)}は、補剛桁架設途中の数橋を対象とした実橋試験結果から、Wyattの理論の妥当性を検証している。

西村・新家・中村・土居¹¹⁹⁾は、Wyattの挙げた要因のうち、ケーブル軸の曲率変化に伴う素線の曲げ応力と素線の伸縮に伴う偏差軸応力を2次応力と総称し、バンドのみで締付けられたワイヤーラッピングされていない平行線ケーブル独自の部材剛性マトリックスを誘導して、厳密な適合条件とつり合い条件を満足する補剛桁架設時の吊橋の解析手法を提案している。実際問題に対応した模型実験による理論の妥当性の検証の結果からは、提案された解析手法を適用すれば、2次応力を考慮した主ケーブルの安全率の検討には十分な精度を有することがわかり、非常に有効な研究であると思われる。しかしながら、従来の汎用性のある変形法と異なって、局所線形関係式を含む部材剛性マトリックスは特殊な未知数に対するものであり、各部材の構成する閉多角形の閉合条件式を必要としている。また、平行線ケーブルはバンド部材（バンド締付け部）とケーブル部材（自由滑動部）との2種の部材によって構成される。したがって、慣用モデル（隣接するハンガーが主ケーブルと交わる2節点間を結ぶ直線部材を平行線ケーブル部材として、中間には節点を設けないモデル）による計算は不可能であり、各バンドの両端（バンド締付け部と自由滑動部との境界）にも節点を必要とすることから、節点数および剛性マトリックスの帯幅数が増大し、数値計算上は効率的な解法ではない。さらに、主眼を主ケーブルのみの変形および応力特性の把握に置いているために、橋軸方向変位を無視するなどの単純化をしており、施工管理面から補剛桁の変位量などに及ぼす2次応力の影響の検討を行なうには、精度上でも問題があると思われる。

なお、通常の変形法による吊橋主ケーブルの2次応力の研究として、林・保田・新家¹²⁰⁾が平行線ケーブルを両端に剛体のバンドを有するソリッドなはり部材とみなして得た結果をWyattの算定式に代入したものがあがるが、はり理論の適用およびバンド部の処理法には、精度上および解の収束性などの数値計算上の問題があると思われる。

他方、吊橋の動的な場合に特有の力学的特性の一つに、補剛桁の遊動円木振動の連成がある。遊動円木振動の連成の影響は有限変位理論に基づく解析法を適用することによって容易

に考慮されるが、静的な場合と同様に効率的な設計を行なうためには、その簡便さから、撓度理論に基づくものによっても容易に考慮され得ることが必要である。動的な場合の撓度理論に基づく代表的な解析法として、前述したように、Bleichの線形化撓度理論によるものがあり、境界条件を満足する近似波形を用いたエネルギー法によって、3径間対称吊橋の鉛直たわみ固有振動計算を行ない得る。しかしながら、補剛桁の遊動円木振動の連成を考慮できないのみならず、連続支持の場合には、近似波形として座屈波形を用いていることから計算可能な次数にも制限があり、多径間吊橋については、一般性を有する適当な近似波形がないことから検討されていないのが現状である。

撓度理論に基づいて、補剛桁の遊動円木振動の連成の影響を最初に報告したのは、Serberg¹²¹⁾である。Serbergはハンガーの傾斜を考慮した非線形の連立基礎微分方程式を誘導し、主ケーブルの付加張力の水平成分および質量の分布状態を近似的に仮定することによって、単純支持吊橋に対する半ば解析的な解を求めることを試みている。そして、単径間吊橋に対してではあるが、実験値との比較から解の妥当性を検証して、遊動円木振動の連成が固有振動性状に多大の影響を及ぼし、鉛直方向成分は同じである2種の逆対称一次固有振動が生じることを報告している。また、倉西¹²²⁾は遊動円木振動の連成の影響をハンガーの傾斜による補剛桁の位置エネルギーの増加として取扱い、単径間吊橋に対してエネルギー最小原理による解法を用いて検討を加えている。さらに、上原¹²³⁾は任意径間数、任意支持条件の吊橋に対処するために、Serbergの連立基礎微分方程式を離散化する方法を発表しているが、有限変位理論に基づくもの¹²⁴⁾との中間的な計算法であり、簡便性がかなり低下することは避けられない。

Serbergが報告した現象は、部分構造の振動周期が互いに近接する場合に起こる内部共振によるものである。すなわち、リンク、ハンガーに吊下げられた補剛桁が部分構造系としての遊動円木振動の振動成分を有し、通常逆対称一次の鉛直たわみ振動成分と内部共振を起こして、各々の相似な振動成分が異なる比率および逆位相で連成する2種の逆対称一次固有振動を生じたことによるものである。そして、斜張橋の場合には、それらに対応するケーブルと主桁の各振動成分に関する自由振動項のbeating現象によって、走行荷重による動的応答性状にも顕著な影響を及ぼし、システムダンピングの支配的な一要因となることを前編において示した。したがって、吊橋の場合にも、補剛桁の遊動円木振動の連成が走行荷重による動的応答性状に及ぼす影響を検討する必要があると考えられる。走行荷重による吊橋の動的応答性状に関する研究は多くの研究者達^{125)~131)}によって報告されている。それらの代表的なものがKlöppelら¹²⁵⁾、および、伊藤¹²⁶⁾の研究であり、長径間吊橋の場合、平滑走行の鉄道荷重による速度効果が設計衝撃係数を決定する際の重要な要素であることを報告している。しかしながら、それらのほとんどがBleichのエネルギー法による計算法を適用しているこ

とから、逆対称一次の振動モードに関するものが支配的にもかかわらず、補剛桁の鉛直方向および橋軸方向変位の動的増幅率に及ぼす遊動円木振動の連成の影響についての考察はみられない。なお、センターステイ（一般に、偏心活荷重によるトルクに対して降伏点を越えないように、あるいは、橋軸方向の風荷重、地震力に対して破断しないように設計され、ハンガーと同程度の断面である）などの付属部材が設置されている場合においても、鉄道荷重が常時に載荷される活荷重であることを考えれば、安全側の点から補剛桁の橋軸方向の拘束が全くないとした場合の検討も必要であると思われる。

以上の議論から、本編では、まず、吊橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べる。

つぎに、Wyatt の理論を基に、ワイヤーラッピングされていない自由滑動部のみに着目して、2次応力を考慮した独自の変位関数および変位一歪関係式を用い、有限要素法による有限変位理論に基づく剛性、接線剛性マトリックスを誘導する。そして、上述の有限変位解析法に組み込み、主ケーブルの2次応力を考慮した補剛桁架設途中における吊橋の有限変位解析を慣用モデルを用いて効率よく実行することを目的として、上式を拡張し、伸び変形のみを生ずると仮定した両端のバンド締付け部と自由滑動部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式を誘導する。さらに、吊橋主ケーブルに擬した簡単な計算モデルに対する種々の数値計算結果および既往の研究結果、実験報告との比較などから、誘導した計算式の妥当性を検討する。

また、任意径間数および任意支持条件の吊橋に対し、線形化撓度理論に基づく鉛直たわみ固有振動の解析解を求める計算法を誘導する。そして、倉西が単径間吊橋の検討に用いた方法を修正して拡張し、この解析解および3径間対称吊橋に対する従来の Bleich のエネルギー法による解について、補剛桁の遊動円木振動の連成の影響を考慮する補正計算法を展開する。さらに、各種の数値計算例を用いて、展開した計算法の妥当性を検討し、試算計算法としての簡便性を確認する。

つぎに、長径間吊橋の実橋設計例を対象として、全ヒンジ工法、逐次剛結工法などの各種架設工法による補剛桁の架設途中における変形と応力解析を実施し、主ケーブルの2次応力を考慮した静的挙動の解析理論の応用に関する基礎資料を得ることを試みる。

最後に、同様に、補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析理論の応用に関する基礎資料を得ることを試みるために、鉄道、道路併用吊橋の実橋設計例を対象として、鉄道荷重による動的応答解析を実施する。

第 2 章 有限変位解析法の適用

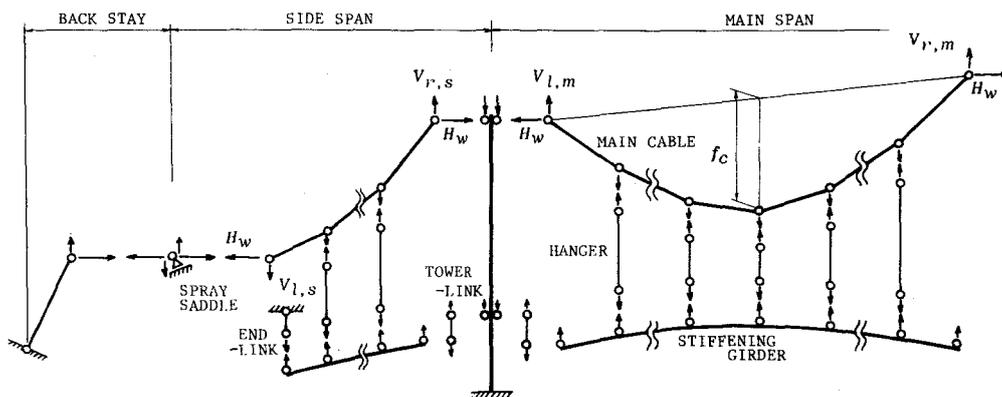
吊橋特有の設計上の仮定を満足して、有限要素法による有限変位理論に基づく解析法を適用するためには、前編の斜張橋の場合と同様に、各部材の無応力長、および、各節点の初期状態での座標が必要である。

吊橋の場合は、主ケーブルがハンガーを介して補剛桁の全死荷重を担う条件を満足するとすれば、補剛桁は所定の完成形状で無応力状態であり、製作長、製作キャンバーに対応する所要無応力形状を算定する必要はない。また、エンドリンクおよびタワーリンクの所要無応力長は、完成形状に対応する所定の位置に定着された状態で補剛桁の両端パネルの全死荷重の各々半分に相当する張力を有することから、容易に逆算される。

しかしながら、主ケーブルについては、所定の完成形状に対応するものとして、一般には、主径間のサグが指定されているのみであり、補剛桁の全死荷重を担う条件、および、完成時に主塔が直立する条件を満足する完成形状および完成時張力を事前に算定し、製作長に対応する所要無応力長を逆算する必要がある。そして、算定された完成形状に対応する所定の位置に定着された状態で補剛桁の全死荷重に相当する張力を有することから、ハンガーの所要無応力長が逆算される。また、主塔についても、完成時に直立する条件を満足するとすれば、主ケーブルの算定された完成時張力の鉛直方向成分およびタワーリンクの張力は軸方向力としてのみ作用することから、所要無応力長が逆算される。

そこで、本章では、完成形状と軸方向力が図Ⅲ-1に示すようなものであるとして、主ケーブルの完成形状、完成時張力の算定法について、以下に述べる。

すなわち、図Ⅲ-1の記号を用いて、主径間のサグ f_c が既知であるとすれば、各節点の橋軸方向の座標は補剛桁のパネル間隔から自動的に決定されていることから、主ケーブルの両端の節点およびサグが与えられた節点の3節点における釣合い条件によって、両端の部材



図Ⅲ-1 完成形状と軸方向力

の張力の橋軸方向成分 H_w および鉛直方向成分 $V_{l,m}$, $V_{r,m}$ の値が求められる。したがって、主ケーブルの中間の各節点には補剛桁の全死荷重に相当する鉛直方向荷重のみが作用し、張力の橋軸方向成分 H_w は各部材について一定であることから、各部材の張力の鉛直方向成分および各節点の鉛直方向座標の値は釣合い条件によって両端から順次に求められ、完成時張力、完成形状が算定されることになる。さらに、側径間については、完成時に主塔が直立する条件によって各部材の張力の橋軸方向成分 H_w は主径間と共通であり、両端の 2 節点における釣合い条件から、両端の部材の張力の鉛直方向成分 $V_{l,s}$, $V_{r,s}$ が求められる。そして、主径間と同様にして、各部材の張力の鉛直方向成分および各節点の鉛直方向座標の値が求められ、完成時張力、完成形状が算定されることになる。また、スプレーサドルの可動方向の角度およびバックステイ部の主ケーブルの完成時張力も、スプレーサドル上の節点における釣合い条件から算定される。ただし、これらの算定に用いた主ケーブルの死荷重の仮定値と算定された所要無応力長に対応して補正された値との差異が無視できない場合には、補正された値を新たな仮定値として、同様の算定法を反復して適用しなければならない。

第 3 章 主ケーブルの 2 次応力を考慮した静的挙動の解析

第 1 節 Wyatt の理論

対象とする平行線ケーブル部材は、図 III-2(a)に示す両端にバンド締付け部を有する無応力長 l_0^* の部材であり、以下の仮定を満足するとしたものである。

- i) ケーブルはワイヤーラッピングされてなく、バンド締付け部以外では、断面形状は不変であるが、素線相互が摩擦抵抗なしに自由滑動し、断面分離を生じる。
- ii) 素線は、伸び剛性のみならず、曲げ剛性も有する。
- iii) バンド締付け部は、伸び変形のみを生じ、曲げ変形に対しては剛である。

そして、無応力状態の自由滑動部の a 、 b 両端を結ぶ直線上に x 軸を一致させた x 、 y 座標系に関する x 軸方向変位、 y 軸方向変位を $u(x)$ 、 $v(x)$ 、および、両端の接線回転角を θ_a 、 θ_b とし、図 III-2(b)に示すように、1 次応力として、張力

$$T = E_c A_c \frac{du(x)}{dx} = E_c A_c u'(x) \quad \dots\dots\dots (III-1)$$

による平均応力が生じているものとする。ここに E_c および A_c は、ケーブルのヤング係数および断面積である。

このような仮定のもとで、本解析では、Wyatt の理論を基に、既に定義されている種々の要因から、次のような 2 種の 2 次曲げモーメントによる応力が、ワイヤーラッピングされていない平行線ケーブル断面の 2 次応力として支配的であると考えられる。すなわち、断面を構成する素線数、各素線の断面積

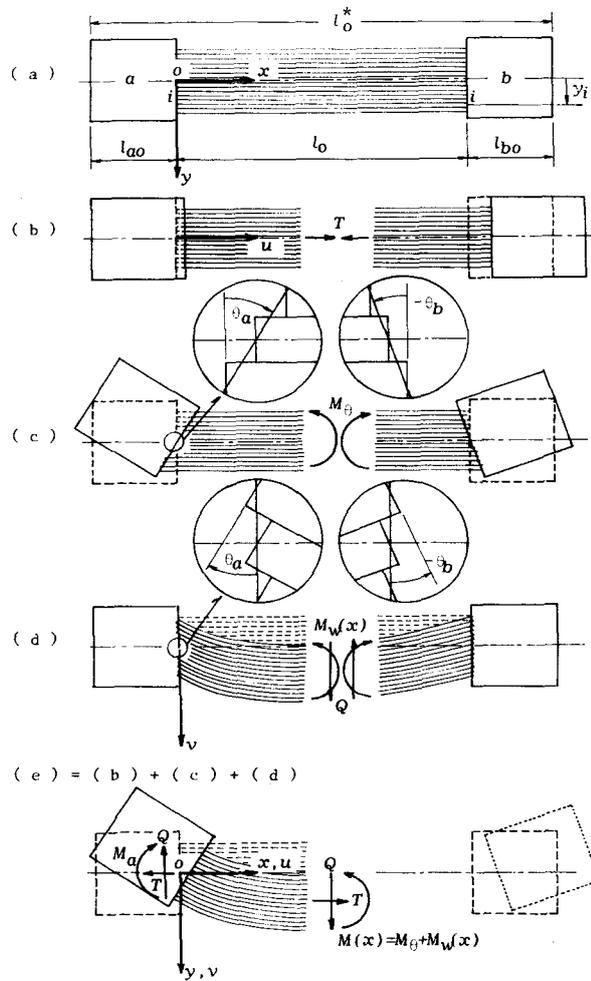


図 III-2 平行線ケーブル部材

および断面 2 次モーメントを n_w , A_w , および I_w として,

- ① 両端でのバンド締付けに伴うケーブル中心軸から y_i 偏心した i 番目の素線の 2 次張力 $\Delta t_{w,i}$ による曲げモーメントの総計 M_θ (図 III-2(c)),

$$\begin{aligned}
 M_\theta &= \sum_{i=1}^{n_w} \Delta t_{w,i} \cdot y_i \quad \left(\sum_{i=1}^{n_w} \Delta t_{w,i} = 0 \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{n_w} E_c A_w \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b) y_i}{l_o} \cdot y_i \\
 &= \frac{E_c I_c}{l_o} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) \dots \dots \dots (III-2)
 \end{aligned}$$

- ② ケーブル中心軸の曲率変化に伴う各素線の曲げモーメント $m_w(x)$ の総計 $M_w(x)$ (図 III-2(d)),

$$\begin{aligned}
 M_w(x) &= n_w \cdot m_w(x) \\
 &= n_w \left\{ -E_c I_w \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right\} \\
 &= -E_c I_n v''(x) \dots \dots \dots (III-3)
 \end{aligned}$$

ここに, l_o は自由滑動部の無応力長であり, a , b 両端のバンド締付け部の無応力長を l_{ao} , l_{bo} として,

$$l_o = l_o^* - (l_{ao} + l_{bo}) \dots \dots \dots (III-4)$$

である。また,

$$I_c = \sum_{i=1}^{n_w} A_w y_i^2, \quad I_n = n_w \cdot I_w \dots \dots \dots (III-5)$$

である。したがって, 図 III-2(e)に示すように, a 端の曲げモーメントを M_a , せん断力を Q として,

$$M(x) = M_a + Q \cdot x - T \cdot v(x) = M_\theta + M_w(x) \dots \dots \dots (III-6)$$

なる式で, バンド締付け部以外の自由滑動部でのケーブル断面の曲げモーメント $M(x)$ は表わされる。

なお, 本解析の基礎式である式 (III-6) は, $\tan \theta_a \approx \theta_a$ および $\tan \theta_b \approx \theta_b$ とすれば西村・新家らの基礎式¹¹⁹⁾と一致するものである。

第 2 節 平行線ケーブル部材の計算式

ワイヤーラッピングされていない自由滑動部, および, バンド締付け部を有する平行線ケーブルの 2 次応力の影響を考慮するために, 本解析では平行線ケーブル部材の計算式を誘導するが, ここでは, まず, 自由滑動部のみの剛性および接線剛性マトリックスを, 有限要素法

の手法を用い有限変位理論に基づいて誘導する。

(1) 変位関数

任意の着目する変形状態で、平行線ケーブル部材が、自由滑動部の両端点において図Ⅲ-3に示す変位 $u_a, v_a, \theta_a, u_b, v_b, \theta_b$ 、および、力 $T_a, Q_a, M_a, T_b, Q_b, M_b$ を生じているものとする。

変形後の自由滑動部の両端点を結ぶ直線と平行な x 軸上に、破線で示した無応力状態の平行線ケーブル部材を仮想することによって、図Ⅲ-3の各記号と図Ⅲ-2および式(Ⅲ-1)～式(Ⅲ-6)の各記号とは完全に対応している。

式(Ⅲ-1)および式(Ⅲ-6)をさらに2階微分すれば、

$$u''(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-7)$$

$$v'''(x) - g_n^2 v''(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-8)$$

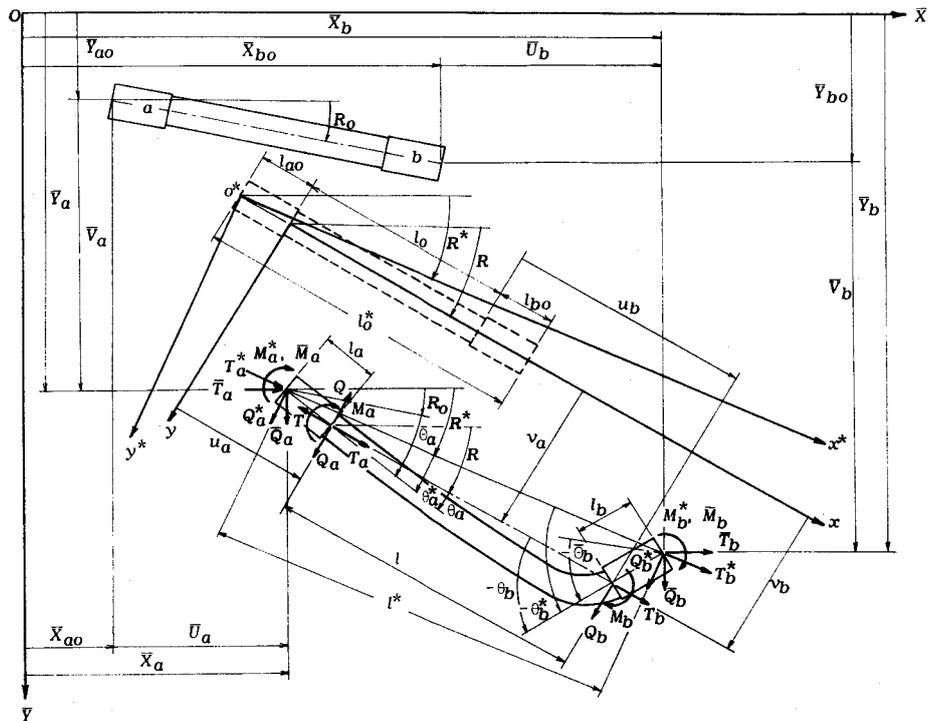
なる常微分方程式が得られる。ここに

$$g_n = \sqrt{T / E_c I_n} \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-9)$$

である。したがって、張力 $T > 0$ の場合には、次式のような解が求められる。

$$u(x) = C_1 x + C_2 \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-10)$$

$$v(x) = C_3 \cosh g_n x + C_4 \sinh g_n x + C_5 x + C_6 \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-11)$$



図Ⅲ-3 材端変位と材端力

式(Ⅲ-8)および式(Ⅲ-11)は、明らかに、曲げと軸方向力を同時に受ける一般の部材の変形を考慮した基礎式と同型である。従来は、このような場合、有限要素法の手法に従って設定すべき変位関数として、簡明なべき級数の近似式を適用している。

しかしながら、基礎式は同型でも、本解析が対象としている平行線ケーブルの場合は曲げはあくまでも2次的なものであり、軸方向力が支配的な特殊な場合である。すなわち、素線の曲げ剛性の合計 $E_c I_n$ は同程度の断面積の通常の部材の曲げ剛性に比較して非常に小さく、逆に、張力 T は非常に大きい。したがって、無次元パラメータ $g_n l_o$ は、一般の部材とは異なって、

$$g_n l_o = \sqrt{\frac{T l_o^2}{E_c I_n}} \gg 1 \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-12)$$

となることから、式(Ⅲ-11)の級数展開は収束せず、べき級数の近似式を適用することはできない。

ゆえに、本解析では、双曲線関数表示の式(Ⅲ-11)を、そのまま、式(Ⅲ-10)とともに変位関数とする。すなわち、自由滑動部の両端での境界条件

$$u(0) = u_a, \quad u(l_o) = u_b \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-13)$$

$$v(0) = v_a, \quad v'(0) = \tan \theta_a, \quad v(l_o) = v_b, \quad v'(l_o) = \tan \theta_b \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-14)$$

を式(Ⅲ-10)および式(Ⅲ-11)に代入して具体的に表わされる変位関数を、適用することとする。ただし、式(Ⅲ-14)において、明らかに、 $v_a = v_b$ である。

双曲線関数表示の複雑な係数を含むことによって、誘導の過程でより繁雑となることは避けられないが、剛性マトリックスを誘導後に式(Ⅲ-12)の無次元パラメータ $g_n l_o$ の条件を逆に利用すれば、各要素は簡略な近似式で表わされるはずであり、変位関数が複雑であることは問題ではない。

(2) 変位-ひずみ関係式

有限変位理論に基づく変位-ひずみ関係式は、式(Ⅲ-1)～式(Ⅲ-6)から、 i 番目の素線の曲率を $\rho_i(x)$ 、軸方向ひずみを $\epsilon_{x,i}(x)$ として、高次の微小項を無視すれば、次式で表わされる。

$$\rho_i(x) \cong -v''(x) \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-15)$$

$$\epsilon_{x,i}(x) \cong u'(x) + \frac{1}{2} v'(x)^2 + \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b) y_i}{l_o} \quad \dots\dots\dots (Ⅲ-16)$$

式(Ⅲ-16)の第3項が、本解析が対象としている2次応力に関する独自の項である。

したがって、自由滑動部でのひずみエネルギー U は、式 (III-15) および式 (III-16) から、ひずみ-応力関係式を線形として、

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_{i=1}^{nw} \int \frac{1}{2} E_c \epsilon_i^2 dV \\
 &= \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} u'(x)^2 dx + \frac{1}{2} E_c I_n \int_0^{l_0} v''(x)^2 dx \\
 &\quad + \frac{1}{2} \frac{E_c I_c}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b)^2 + \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} u'(x) \cdot v'(x)^2 dx \\
 &\quad + \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} \frac{1}{4} v'(x)^4 dx \quad \dots\dots\dots (III-17)
 \end{aligned}$$

なる式で与えられる。ただし、本解析では、式 (III-17) の下線を施した最終項を省略する。すなわち、式 (III-17) のひずみエネルギー U を用いて得られる剛性マトリックスは、1次の非線形項までを有効とする。なぜなら、図 III-3 に示したように、 $\tan \theta_a = v'(0)$ 、 $\tan \theta_b = v'(l_0)$ は部材回転角 ($R - R_0$) の影響を含まず 2 次応力のみに対応した変形であり、 $v'(x)$ の 4 乗の項は十分に微小であると考えられるからである。

(3) 剛性および接線剛性マトリックス

式 (III-17) に式 (III-10) および式 (III-11) の変位関数を代入すれば、ひずみエネルギー U が、図 III-3 に示した x 軸上にある仮定の無応力状態の自由滑動部両端点の x 、 y 座標系に関する変位ベクトル

$$\mathbf{d} = \{ u_a, v_a, \tan \theta_a, u_b, v_b, \tan \theta_b \}^T \quad \dots\dots\dots (III-18)$$

の関数として表わされる。

したがって、一般化された Castigliano の第 1 定理から、

$$\mathbf{f} = \mathbf{k}(\mathbf{d}) \cdot \mathbf{d} \quad \dots\dots\dots (III-19)$$

なる式で、自由滑動部両端での力ベクトル

$$\mathbf{f} = \{ T_a (= -T), Q_a (= -Q), M_a, T_b (= T), Q_b (= Q), M_b \}^T \quad \dots\dots\dots (III-20)$$

が与えられる。そして、式 (III-19) における、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k}(\mathbf{d}) &= \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1(\mathbf{d}) \\
 &= \begin{bmatrix} E_c A_c / l_0 & 0 & 0 & -E_c A_c / l_0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & E_c I_c / l_0 & 0 & 0 & -E_c I_c / l_0 \\ & & & E_c A_c / l_0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ \text{Symm.} & & & & & E_c I_c / l_0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & A & B & 0 & -A & C \\ & D & E & -A & -D & E \\ & & F & -B & -E & G \\ & & & 0 & A & -C \\ & & & & D & -E \\ \text{Symm.} & & & & & F \end{pmatrix} \dots\dots\dots (\text{III}-21)$$

が誘導された自由滑動部の剛性マトリックスである。ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= k_g \{ (g_n^2 \sinh g_n l_o)(v_b - v_a) - (g_n \cosh g_n l_o - g_n)(\tan \theta_a + \tan \theta_b) \} \\ B &= k_g \{ (g_n \cosh g_n l_o - g_n)(v_b - v_a) - (g_n l_o \cosh g_n l_o \\ &\quad - \sinh g_n l_o) \tan \theta_a - (\sinh g_n l_o - g_n l_o) \tan \theta_b \} \\ C &= k_g \{ (g_n \cosh g_n l_o - g_n)(v_b - v_a) - (\sinh g_n l_o - g_n l_o) \tan \theta_a \\ &\quad - (g_n l_o \cosh g_n l_o - \sinh g_n l_o) \tan \theta_b \} \\ D &= k_g (g_n^2 \sinh g_n l_o)(u_b - u_a) \\ E &= k_g (g_n \cosh g_n l_o)(u_b - u_a) \\ F &= k_g (g_n l_o \cosh g_n l_o - \sinh g_n l_o)(u_b - u_a) \\ G &= k_g (\sinh g_n l_o - g_n l_o)(u_b - u_a) \\ k_g &= E_c A_c / \{ 2 g_n l_o (g_n l_o \sinh g_n l_o - 2 \cosh g_n l_o + 2) \} \end{aligned} \right\} (\text{III}-22)$$

である。さらに、式 (III-19) の増分形

$$\Delta \mathbf{f} = \Delta \mathbf{k}(\mathbf{d}) \cdot \Delta \mathbf{d} \dots\dots\dots (\text{III}-23)$$

における接線剛性マトリックス $\Delta \mathbf{k}(\mathbf{d})$ も

$$\Delta \mathbf{k}(\mathbf{d}) = \mathbf{k}_0 + 2 \mathbf{k}_1(\mathbf{d}) \dots\dots\dots (\text{III}-24)$$

なる式で誘導される。ここに、

$$\Delta \mathbf{d} = \{ \Delta u_a, \Delta v_a, \Delta \theta_a, \Delta u_b, \Delta v_b, \Delta \theta_b \}^T \dots\dots\dots (\text{III}-25)$$

$$\Delta \mathbf{f} = \{ \Delta T_a, \Delta Q_a, \Delta M_a, \Delta T_b, \Delta Q_b, \Delta M_b \}^T \dots\dots\dots (\text{III}-26)$$

である。

しかし、式 (III-22) の各非線形要素は分子、分母に双曲線関数表示の項を含んでおり、式 (III-12) の無次元パラメータ $g_n l_o$ の条件から、コンピュータによる演算においてオーバーフローあるいはアンダーフローを起こす可能性がある。そこで、前述したように、無次元パラメータ $g_n l_o$ の条件を逆に利用して双曲線関数表示の項を除去することを考え、

$$\sinh g_n l_o \approx \cosh g_n l_o \gg g_n l_o \gg 1 \dots\dots\dots (\text{III}-27)$$

なる条件が成り立つものとして、式 (III-22) の各非線形項を近似すれば、次式のような簡

略な式が得られる。

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{E_c A_c}{2 l_o^2} \left\{ (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_o} l_o (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \right\} \\
 B &= \frac{E_c A_c}{2 l_o} \left\{ \frac{1}{g_n l_o} (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_o} l_o \tan \theta_a \right\} \\
 C &= \frac{E_c A_c}{2 l_o} \left\{ \frac{1}{g_n l_o} (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_o} l_o \tan \theta_b \right\} \\
 D &= \frac{E_c A_c}{2 l_o^2} (u_b - u_a) \\
 E &= \frac{E_c A_c}{2 l_o} \cdot \frac{1}{g_n l_o} (u_b - u_a) \\
 F &= \frac{E_c A_c}{2 l_o} \cdot \frac{1}{g_n l_o} (u_b - u_a) \\
 G &= 0
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (III-28)$$

なお、 $\tan \theta_a = \theta_a$ 、 $\tan \theta_b = \theta_b$ であることは明らかであり、上式をさらに簡略に表現することは可能であるが、後述するように、 $\tan \theta_a$ 、 $\tan \theta_b$ は幾何学的な条件によって与えられるものであり、式の誘導上および数値計算上においては逆に簡便であるので上式の表現をそのまま用いることとする。

ゆえに、式(III-18)の変位ベクトル \mathbf{d} の各要素が既知であれば、自由滑動部の力ベクトル \mathbf{f} および接線剛性マトリックス $\Delta \mathbf{k}(\mathbf{d})$ の各要素は容易に求められる。ところが、 x 、 y 座標系の位置は x 軸が変形後の自由滑動部の両端点を結ぶ直線と平行でありさえすれば各式の誘導には無関係であったことから、 x 軸を自由滑動部の両端点を結ぶ直線上に平行移動させることによって、次式のようにすることが可能である。

$$\left. \begin{aligned} u_a = 0, u_b = l - l_o \\ v_a = v_b = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-29)$$

したがって、 l および $\tan \theta_a$ 、 $\tan \theta_b$ が既知であればよいことになる。

なお、自由滑動部の剛性および接線剛性マトリックスが、一般の曲げと軸方向力とを同時に受ける部材の場合とかなり異なっており、 $I_c \rightarrow 0$ および $I_n \rightarrow 0$ ($g_n l_o \rightarrow \infty$) とすれば、一般の軸方向力のみを受取る部材の場合と同じものになることは容易に確かめられる。

第3節 自由滑動部とバンド締付け部との一体化

前節で誘導した自由滑動部の計算式を適用し、バンド締付け部には従来の曲げと軸方向力とを同時に受ける部材の計算式を適用すれば、ワイヤーラッピングされていない主ケーブルの

2次応力の影響を考慮した吊橋の有限変位解析を行うことは可能である。しかしながら、前述したように、吊橋の慣用モデルによる計算は不可能であり、自由滑動部とバンド締付け部との境界の位置にも節点を必要とすることから、節点数および剛性マトリックスの帯幅数が増大することになる。そこで、ここでは、自由滑動部の計算式を、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式に拡張して、有限要素法による有限変位理論に基づく解析法に組込むことを考える。

(1) 計算式の拡張

自由滑動部の剛性および接線剛性マトリックスを、自由滑動部と両端のバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式に拡張するために、図Ⅲ-3に示した記号を用いて、

$$f^* = \{ T_a^*, Q_a^*, M_a^*, T_b^*, Q_b^*, M_b^* \}^T \dots\dots\dots (Ⅲ-30)$$

を変形後の部材座標系である x^* , y^* 座標系に関する材端力ベクトルとすれば、基準座標系である \bar{X} , \bar{Y} 座標系に関する材端力ベクトル

$$\bar{F} = \{ \bar{T}_a, \bar{Q}_a, \bar{M}_a, \bar{T}_b, \bar{Q}_b, \bar{M}_b \}^T \dots\dots\dots (Ⅲ-31)$$

は次式で与えられることになる。

$$\bar{F} = c \cdot f^* = c \cdot c^* \cdot f \dots\dots\dots (Ⅲ-32)$$

ここに、 c , e および c^* は、 \bar{X} , \bar{Y} 座標系に関する部材角を R^* , x^* , y^* 座標系に関する接線回転角を θ_a^* , θ_b^* として、

$$\left. \begin{aligned}
 c &= \begin{bmatrix} c_{ab} & 0 \\ 0 & c_{ab} \end{bmatrix} & c_{ab} &= \begin{bmatrix} \cos R^* & -\sin R^* & 0 \\ \sin R^* & \cos R^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 e &= \begin{bmatrix} e_a & 0 \\ 0 & e_b \end{bmatrix} & e_a &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_a \sin \theta_a^* & l_a \cos \theta_a^* & 1 \end{bmatrix} \\
 & & e_b &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_b \sin \theta_b^* & -l_b \cos \theta_b^* & 1 \end{bmatrix} \\
 c^* &= \begin{bmatrix} c_{ab}^* & 0 \\ 0 & c_{ab}^* \end{bmatrix} & c_{ab}^* &= \begin{bmatrix} \cos (R^* - R) & -\sin (R^* - R) & 0 \\ \sin (R^* - R) & \cos (R^* - R) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (Ⅲ-33)$$

である。

したがって、任意の変形状態において、初期無応力状態の基準座標系に関する材端座標値 $(\bar{X}_{ao}, \bar{Y}_{ao}), (\bar{X}_{bo}, \bar{Y}_{bo})$, 部材角 R_o , および、変形後の基準座標系に関する材端変位ベクトル

$$\bar{D} = \{ \bar{U}_a, \bar{V}_a, \bar{\theta}_a, \bar{U}_b, \bar{V}_b, \bar{\theta}_b \}^T \quad \dots\dots\dots (III-34)$$

から、自由滑動部の両端での力ベクトル f の各要素を求めるための l および $\tan \theta_a, \tan \theta_b$ に加えて、 l_a, l_b および $R^*, \alpha = (R^* - R), \theta_a^*, \theta_b^*$ が既知となれば、材端力ベクトル \bar{F} の各要素が求められる。これらの諸数値は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_a &= \bar{X}_{ao} + \bar{U}_a, \quad \bar{Y}_a = \bar{Y}_{ao} + \bar{V}_a \\ \bar{X}_b &= \bar{X}_{bo} + \bar{U}_b, \quad \bar{Y}_b = \bar{Y}_{bo} + \bar{V}_b \\ l^* &= \sqrt{(\bar{X}_b - \bar{X}_a)^2 + (\bar{Y}_b - \bar{Y}_a)^2} \\ \tan R^* &= \frac{\bar{Y}_b - \bar{Y}_a}{\bar{X}_b - \bar{X}_a} \\ \tan \theta_a^* &= \tan(\bar{\theta}_a + R_o - R^*) \\ \tan \theta_b^* &= \tan(\bar{\theta}_b + R_o - R^*) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (III-35)$$

$$\left. \begin{aligned} l &= \sqrt{\{ l^* - (l_a \cos \theta_a^* + l_b \cos \theta_b^*) \}^2 + \{ - (l_a \sin \theta_a^* + l_b \sin \theta_b^*) \}^2} \\ \tan \alpha &= \frac{- (l_a \sin \theta_a^* + l_b \sin \theta_b^*)}{l^* - (l_a \cos \theta_a^* + l_b \cos \theta_b^*)} \\ \tan \theta_a &= \tan(\theta_a^* - \alpha), \quad \tan \theta_b = \tan(\theta_b^* - \alpha) \\ T &= \frac{E_c A_c}{l_o} (l - l_o) + \frac{E_c A_c}{2 g_n l_o} (\tan^2 \theta_a + \tan^2 \theta_b) \\ Q &= - \frac{E_c A_c}{g_n l_o^2} (l - l_o) (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \\ l_a &= l_{a0} \left[1 + \frac{1}{E_c A_c} \{ (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \cos \theta_a^* \right. \\ &\quad \left. + (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \sin \theta_a^* \} \right] \\ l_b &= l_{b0} \left[1 + \frac{1}{E_c A_c} \{ (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \cos \theta_b^* \right. \\ &\quad \left. + (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \sin \theta_b^* \} \right] \end{aligned} \right\} \quad (III-36)$$

ただし、バンド締付け部の伸び変形を考慮したことから、式 (III-36) は、各平行線ケー

ブル部材について反復計算によらねばならない。

ゆえに、後は、

$$\Delta \bar{F} = \{ \Delta \bar{T}_a, \Delta \bar{Q}_a, \Delta \bar{M}_a, \Delta \bar{T}_b, \Delta \bar{Q}_b, \Delta \bar{M}_b \}^T \dots\dots\dots (III-37)$$

$$\Delta \bar{D} = \{ \Delta \bar{U}_a, \Delta \bar{V}_a, \Delta \bar{\theta}_a, \Delta \bar{U}_b, \Delta \bar{V}_b, \Delta \bar{\theta}_b \}^T \dots\dots\dots (III-38)$$

として、基準座標系である \bar{X} , \bar{Y} 座標系に関する、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化した平行線ケーブル部材の材端力-材端変位関係式の増分形

$$\Delta \bar{F} = \Delta \bar{K}(\bar{D}) \cdot \Delta \bar{D} \dots\dots\dots (III-39)$$

における接線剛性マトリックス $\Delta \bar{K}(\bar{D})$ の各要素が求められればよいことになる。接線剛性は解の収束性を左右するものであるが、その精度には直接に関係しないことから必ずしも厳密である必要はなく、本解析では、

$$\Delta \bar{F} \approx c (e \cdot c^* \cdot \Delta f + \Delta e \cdot c^* \cdot f) \dots\dots\dots (III-40)$$

なる近似値を式 (III-32) の増分形とし、次式で表わされる接線剛性マトリックス $\Delta \bar{K}(\bar{D})$ を用いることを誘導する。

$$\Delta \bar{K}(\bar{D}) = c \{ e \cdot c^* \cdot \Delta k(d) \cdot c^{*T} \cdot e^T + \Delta e_f \} c^T \dots\dots\dots (III-41)$$

ここに、 Δe_f は、

$$\Delta e_f = \left[\begin{array}{cc} \Delta e_{fa} & 0 \\ 0 & \Delta e_{fb} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \Delta e_{fa} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_a \cos \theta_a^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \\ & & + l_a \sin \theta_a^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{array} \right] \\ \Delta e_{fb} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_b \cos \theta_b^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \\ & & + l_b \sin \theta_b^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{array} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots (III-42)$$

であり、式 (III-41) の第2項は、バンド部の回転に対応する独自の付加項である。

(2) 吊橋の慣用モデルによる2次応力解析法

誘導したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式を適用

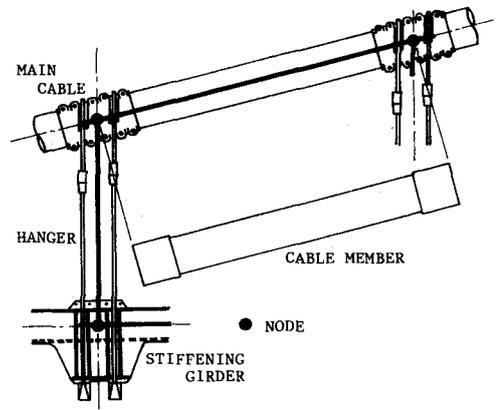
すれば、図Ⅲ-4に示すように、ケーブルバンドのハンガー一定着位置の midpoint に節点を設けて、それらの節点間を一部材とすることができることから、吊橋の慣用モデルを対象としたワイヤーラッピングされていない主ケーブルの2次応力解析が可能である。

式(Ⅲ-2)のバンド締付け効果に起因する2次曲げモーメント M_θ によって最外層素線に生じる2次応力 σ_θ は、図Ⅲ-5に示すように、任意の着目する変形状態において、

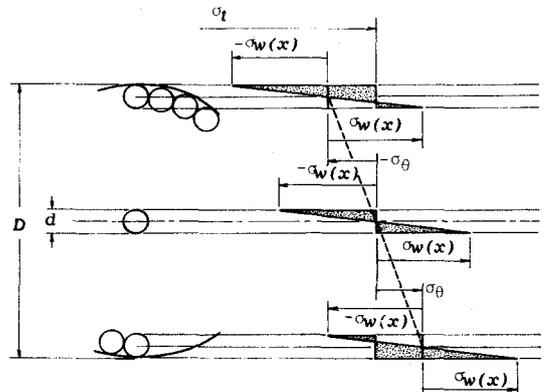
$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{M_\theta}{I_c} \cdot \frac{D-d}{2} \\ &= \frac{E_c (D-d)}{2 l_o} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) \\ &\dots\dots\dots (Ⅲ-43) \end{aligned}$$

なる式で容易に算定される。ここに、 D および d は、主ケーブル断面の直径および素線断面の直径である。一方、式(Ⅲ-3)の素線の曲げ剛性に起因する2次曲げモーメント $M_w(x)$ によって各素線の最外縁に生ずる2次応力 $\sigma_w(x)$ も、自由滑動部の a 、 b 両端で、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{wa} = \sigma_w(a) &= \frac{M_w(a)}{I_n} \cdot \frac{d}{2} \\ &= \frac{E_c d}{2 T} \cdot \frac{E_c A_c}{l_o} (l - l_o) g_n \tan \theta_a \\ &\approx \frac{E_c d}{2} g_n \tan \theta_a \\ \sigma_{wb} = \sigma_w(l_o) &= \frac{M_w(l_o)}{I_n} \cdot \frac{d}{2} \\ &= -\frac{E_c d}{2 T} \cdot \frac{E_c A_c}{l_o} (l - l_o) g_n \tan \theta_b \\ &\approx -\frac{E_c d}{2} g_n \tan \theta_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (Ⅲ-44)$$



図Ⅲ-4 慣用モデル



図Ⅲ-5 2次応力

なる式で容易に算定される。なお、式(Ⅲ-1)の張力 T による平均応力すなわち1次応力

σ_t が、

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \frac{T}{A_c} \\ &= \frac{E_c}{l_0}(l - l_0) + \frac{E_c}{2g_n l_0}(\tan^2 \theta_a + \tan^2 \theta_b) \approx \frac{E_c}{l_0}(l - l_0) \dots\dots (III-45)\end{aligned}$$

であることはいうまでもない。

第4節 計算式の妥当性の検討

誘導した平行線ケーブル部材の計算式の精度および収束性を考察し、これらを組込んだ有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の妥当性および合理性を検討するために、吊橋主ケーブルに擬した簡単なケーブル構造を用いて、種々の数値計算を行なう。

(1) 計算例と計算方法

図III-6に示す、CASE-1、CASE-2の2ケースのケーブル構造物を対象とする。ここに、CASE-1は、初期張力 T の状態で、中央のバンド中心点に集中荷重 P を載荷し、鉛直方向変位 \bar{V} および式(III-43)、式(III-44)で与えられる2次応力 σ_θ 、 σ_{wa} 、 σ_{wb} を算定するものである。また、CASE-2は、曲げモーメント M を載荷し、鉛直方向変位 \bar{V} 、回転角 $\bar{\theta}$ および同様の2次応力を算定するものである。

計算モデルは、従来の解析法との対比も考え、CASE-1およびCASE-2の各々について、図III-7に示すMODEL-1およびMODEL-2の2種のモデルを用いる。すなわち、MODEL-1は、吊橋の慣用モデルに対応するものであり、各バンドの中心点のみに節点を設けた7節点、6部材のモデルである。また、MODEL-2は、バンド締付け部と自由滑動部とを分離し、各バンドの両端にも節点を設けた17節点、16部材のモデルである。

計算諸量についても、表III-1に示すように、CASE-1およびCASE-2の各々について、EXAMPLE-1およびEXAMPLE-2の両者の場合を考える。前者は、西村らの既計算、実験報告¹¹⁹⁾との比較を行なうために諸量を等しくしたものであり、後者は、実際の長径間吊橋の主ケーブルを参考に決定したものである。なお、この表に示したように、両者の場合の初期状態での張力 T による1次応力 σ_t を $1.0 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ とするが、無次元パラメータ $g_n l_0$ の値はかなり大きいことがわかる。

さらに、計算方法としては、以下の5種の方法を適用した。

- i) ANALYSIS-1 (MODEL-1) : 2次応力の影響を無視し、全部材について、従来の軸方向力のみを受ける部材の計算式を用いる方法。

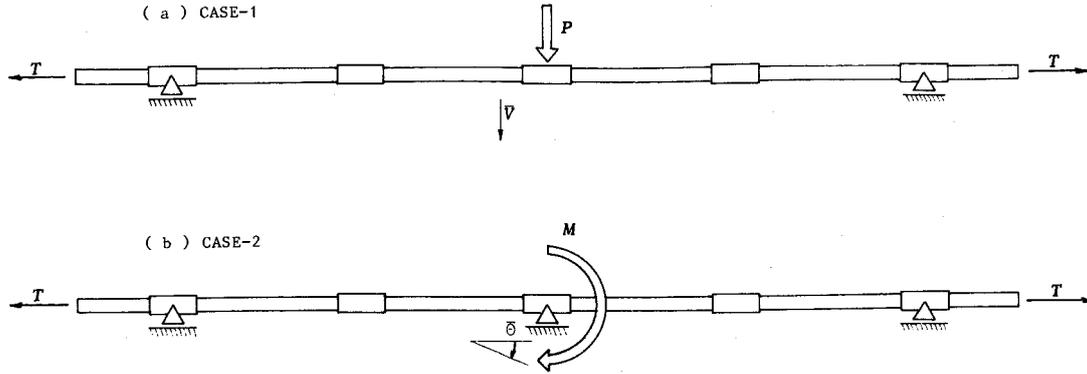


図 III - 6 ケーブル構造物

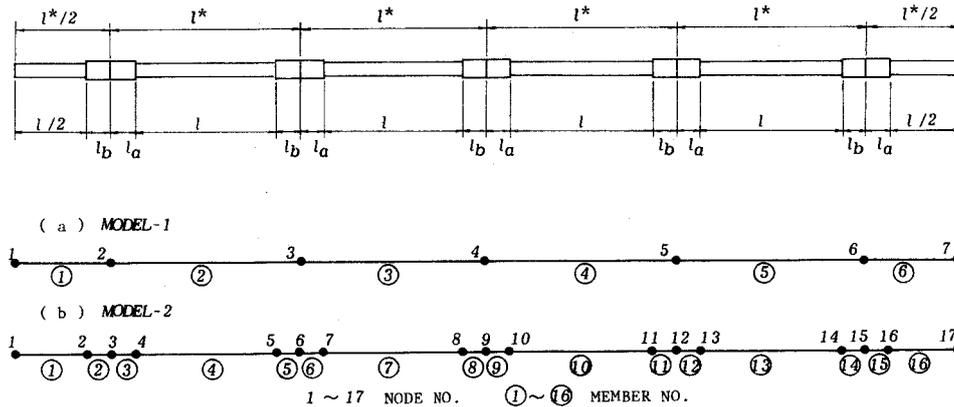


図 III - 7 計算モデル

表 III - 1 ケーブル構造物の諸元

		EXAMPLE-1	EXAMPLE-2
NO. OF WIRE	n_w	217	11557
DIAMETER	d (mm)	5.000	5.170
	D (mm)	78.612	618.000
SECTIONAL VALUES	A_c (m ²)	0.004261	0.242614
	I_c (m ⁴)	0.156×10^{-5}	0.580×10^{-2}
	I_n (m ⁴)	0.666×10^{-6}	0.405×10^{-6}
	E_c (t/m ²)	2.00×10^7	2.00×10^7
LENGTH	l^* (m)	1.411000	14.110000
	l (m)	1.267000	12.670000
	l_a (m)	0.072000	0.720000
	l_b (m)	0.072000	0.720000
NON-STRESSED LENGTH	l_o^* (m)	1.410295	14.102950
	l_o (m)	1.266367	12.663670
	l_{ao} (m)	0.071964	0.719640
	l_{bo} (m)	0.071964	0.719640
INITIAL TENSION	T (t)	42.610	2426.140
INITIAL STRESS	σ_t (t/m ²)	1.00×10^4	1.00×10^4
INITIAL PARAMETER	$g_n l_o$	513.011	219.167
LOADING	P (t)	1.000	1000.000
	M (tm)	0.930	930.000

ii) ANALYSIS-2 (MODEL-1) : バンド縮付け部の長さを零とし、各部材の全域を自由滑動部として、誘導した自由滑動部だけの計算式を用いる方法。

iii) ANALYSIS-3 (MODEL-2) : 分離したバンド縮付け部と自由滑動部との2種の部材について、前者には、従来の軸方向力と曲げを同時に受ける部材の計算式(曲げ剛性を大とし、曲げ変形に対しては剛とする)、後者には、誘導した自由滑動部だけの計算式を用いる方法。

iv) PROPOSED ANAL. (MODEL-1) :

全部材について、誘導したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式を用いる方法。

v) *PROPOSED ANAL. - NO ADDITION* : 上述の計算方法における接線剛性マトリックスに対して、バンド部の回転に対応する独自の付加項を無視した計算式を用いる方法。

(2) 計算結果とその考察

計算結果の一部として、部材③の自由滑動部 b 端点での 2 次応力の値、および、節点 3, 4 の各種変位の値を各計算方法について、それぞれ図 III - 8, および、表 III - 2 に示す。これらの図表には、比較のために既報告¹¹⁹⁾の計算、実験結果も付記している。また、表 III - 3 は、各計算方法における収束計算の反復回数を示すものである。この表には、参考のために、増分段階を 1 ステップとした場合に加えて、4 ステップとした場合の反復回数も示している。

図 III - 8 および表 III - 2 における *ANALYSIS-1*, *ANALYSIS-2*, および、*PROPOSED ANAL.* による値を対比させれば、2 次応力の影響が顕著であり、表 III - 3 を加えたこれらの計算結果を考察することによって、誘導した計算式の精度および収束性を十分に把握し得ると判断できる。

まず、*EXAMPLE-1*, *EXAMPLE-2* の結果について、*ANALYSIS-3* による値と *PROPOSED ANAL.* による値との比較から、両者の値が完全に一致していることを確認できる。そして、*EXAMPLE-1* の結果について、*PROPOSED ANAL.* による値を既報告での値と比較することによって、両者の計算結果がほぼ一致しており、実験結果をかなりよく近似していることがわかる。

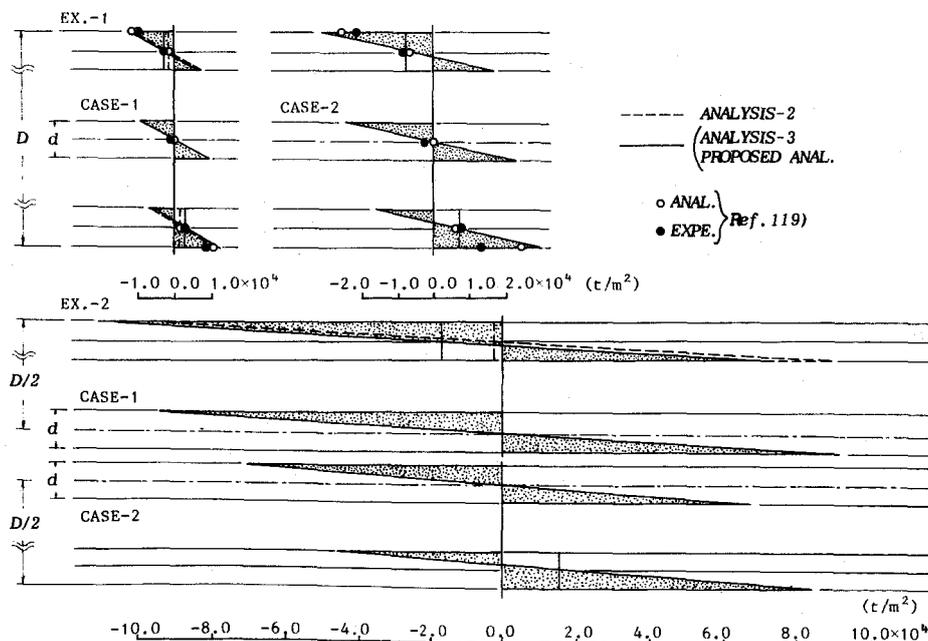


図 III - 8 2 次応力の計算結果 (部材③ - 自由滑動部 b 端)

さらに、表Ⅲ-3において、*PROPOSED ANAL.* による計算の反復回数は増分段階を1ステップとした場合でも最大10回であり、2次応力の影響を無視した *ANALYSIS-1* による計算と大差ない反復回数で良好に収束していることがわかる。そして、*PROPOSED ANAL. -NO ADDITION* による計算の反復回数が非常に多く、バンド部の回転の大きい場合には収束していないことがわかる。

したがって、水平方向変位に関しては既往の研究がなく十分な検証を行なえなかったが、これらのことから、誘導したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化した平行線ケーブル部材の計算式が、実用上十分な精度を有することがわかる。さらに、接線剛性マトリックスの計算式におけるバンド部の回転に対応した独自の付加項が非常に有効であり、収束性についても実用上十分であることがわかる。

ゆえに、節点数および剛性マトリックスの帯幅数の増大なしに、慣用モデルを対象として2次応力の影響を考慮できることから、誘導した平行線ケーブル部材の計算式を組込んだ有限要素法および有限変位理論に基づく解析法は、2次応力の影響を考慮した吊橋の静的挙動の解析を、妥当かつ効率よく行なうことが可能である。

表Ⅲ-2 各種変位の計算結果 (節点3,4)

			DISPLACEMENT			
			\bar{V} (m)		$\bar{\theta}$ (rad)	
			NODE 3	NODE 4	NODE 3	NODE 4
EX.-1	CASE-1	ANALYSIS-1	0.0149	0.0298	—	—
		ANALYSIS-2	0.0142	0.0282	—	—
		ANALYSIS-3	0.0134	0.0263	—	—
		PROPOSED ANAL.	0.0134	0.0263	—	—
	Ref. 119)	ANAL.	0.013	0.026	—	—
		EXPE.	0.013	0.027	—	—
	CASE-2	ANALYSIS-3	-0.0010	0.0	0.0104	0.0255
		PROPOSED ANAL.	-0.0010	0.0	0.0104	0.0255
Ref. 119)		ANAL.	-0.001	0.0	0.011	0.024
		EXPE.	-0.001	0.0	0.009	0.026
EX.-2	CASE-1	ANALYSIS-1	0.7546	1.5092	—	—
		ANALYSIS-2	0.7527	1.5052	—	—
		ANALYSIS-3	0.7429	1.4583	—	—
		PROPOSED ANAL.	0.7430	1.4584	—	—
	CASE-2	ANALYSIS-3	-0.0174	0.0	0.0350	0.0677
		PROPOSED ANAL.	-0.0174	0.0	0.0349	0.0676

表Ⅲ-3 反復回数

			INCREMENTAL STEP	NO. OF ITERATION
EX.-1	CASE-1	ANALYSIS-1	1	5
		PROPOSED ANALYSIS	1	8
		NO ADDITION	1	15
	CASE-2	PROPOSED ANALYSIS	1	7
NO ADDITION		1	32	
EX.-2	CASE-1	ANALYSIS-1	1	8
			4	4
		PROPOSED ANALYSIS	1	10
			4	5
	NO ADDITION	1	Not converge	
		4	Not converge	
	CASE-2	PROPOSED ANALYSIS	1	8
			4	5
		NO ADDITION	1	Not converge
			4	Not converge

第 4 章 補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析

第 1 節 基礎微分方程式の解析解

線形化撓度理論に基づいて、無限小要素に働く内力と、外力である慣性力との釣合いを表わした吊橋の鉛直たわみ固有振動問題の基礎微分方程式は、静的問題における通常の仮定のほか、次のような仮定を用いている。

- i) 補剛桁の遊動円木振動の連成の影響は考慮しない。
- ii) 主ケーブルの橋軸方向移動によって生ずる慣性力の影響は無視する。

着目する無限小要素の属する径間において、分布死荷重 w および補剛桁の曲げ剛性 $E_g I_g$ が一定であるとするならば、死荷重による主ケーブル初期張力の水平成分および重力加速度を H_w および g として、基礎微分方程式は、次式のように与えられる。

$$\frac{gE_g I_g}{w} \cdot \frac{d^4 \eta(x)}{dx^4} - \frac{gH_w}{w} \cdot \frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} + \frac{g}{H_w} h = \omega^2 \eta(x) \quad \text{..... (III-46)}$$

ここに、 $\eta(x)$ および ω は、それぞれ、固有振動モードおよび固有円振動数である。また、 h は慣性力による主ケーブル付加張力の水平成分に対応する定数であり、径間長を L として、この径間において成立するケーブル方程式

$$h \cdot \int_0^L \frac{\sec^3 \varphi(x)}{E_c A_c} dx - \frac{w}{H_w} \int_0^L \eta(x) dx = -\delta^l + \delta^r \quad \text{..... (III-47)}$$

によって、 $\eta(x)$ と結びつけられる。ここに、 $\sec^3 \varphi(x)/E_c A_c$ および δ^l, δ^r は、それぞれ、無限小要素での単位量の付加張力の水平成分による主ケーブルの伸びの橋軸方向成分および左、右端の主塔上に定着された位置における主ケーブルの橋軸方向移動量である。

ここでは、任意径間数および任意支持条件の吊橋に対して、常微分方程式である式 (III-46) の解析解を求める計算法を誘導する。なお、便宜上、対称吊橋の場合について説明するが、非対称吊橋の場合も同様に扱える。

いま、図 III-9 に示すような総径間数 n の多径間対称吊橋を対象とし、対称性から、中央径間を含む左側の m 径間を考える。ここに、 m は、次のような値である。

$$m = (n + 1) / 2 \quad \text{..... (III-48)}$$

常微分方程式である式 (III-46) の解は、第 1 径間から第 $(m - 1)$ 径間までにおいて、第 i 径間の諸量に添字 i を付すことにすれば、

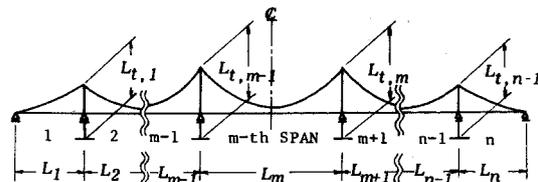


図 III-9 多径間対称吊橋

$$\eta_i(x_i) = A_i \cos \mu_i \frac{x_i}{L_i} + B_i \sin \mu_i \frac{x_i}{L_i} + C_i \cosh \nu_i \frac{x_i}{L_i} + D_i \sinh \nu_i \frac{x_i}{L_i} + \frac{g}{\omega^2 H_w} h_i \quad \dots\dots\dots (\text{III}-49)$$

$$(i=1, 2, \dots, m-1)$$

なる式で与えられ、第 m 径間、すなわち、中央径間においては、固有振動モードの逆対称性および対称性から、それぞれに対応して、次の 2 式

逆対称モード：

$$\eta_m(x_m) = E_m \sin \mu_m \left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{L_m} \right) + F_m \sinh \nu_m \left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{L_m} \right) + \frac{g}{\omega^2 H_w} h_m \quad \dots\dots\dots (\text{III}-50)$$

対称モード：

$$\eta_m(x_m) = E_m \cos \mu_m \left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{L_m} \right) + F_m \cosh \nu_m \left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{L_m} \right) + \frac{g}{\omega^2 H_w} h_m \quad \dots\dots\dots (\text{III}-51)$$

で与えられる。逆対称モードの場合、式 (III-47) で表わされたケーブル方程式からも明らかのように、中央径間では、主ケーブル付加張力の水平成分 h_m の項は必要ないが、説明の便宜上、この項を残しておく。ここに、 μ_i, ν_i は次のような量である。

$$\left. \begin{aligned} \mu_i &= \left\{ \frac{H_w L_i^2}{2 E_g I_{g,i}} \left(\sqrt{1 + \frac{4 w_i E_g I_{g,i}}{H_w^2 g} \omega^2} - 1 \right) \right\}^{1/2} \\ \nu_i &= \left\{ \frac{H_w L_i^2}{2 E_g I_{g,i}} \left(\sqrt{1 + \frac{4 w_i E_g I_{g,i}}{H_w^2 g} \omega^2} + 1 \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{III}-52)$$

$$(i=1, 2, \dots, m)$$

式 (III-49) および式 (III-50) あるいは式 (III-51) に含まれる $(4m-2)$ 個、すなわち、 $2n$ 個の未知積分定数 $A_i, B_i, C_i, D_i (i=1, 2, \dots, m-1), E_m, F_m$ は同じ個数の境界条件式によって決定される量である。その境界条件式は、左端支持点において、

$$\eta_1(0) = 0, E_g I_{g,1} \cdot \eta_1''(0) = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{III}-53)$$

であり、中間支持点においては、連続支持、および、単純支持にそれぞれ対応して、

連続支持：

$$\left. \begin{aligned} \eta_{i-1}(L_{i-1}) &= 0 \\ E_g I_{g,i-1} \cdot \eta'_{i-1}(L_{i-1}) &= E_g I_{g,i} \cdot \eta'_i(0) \\ E_g I_{g,i-1} \cdot \eta''_{i-1}(L_{i-1}) &= E_g I_{g,i} \cdot \eta''_i(0) \\ \eta_i(0) &= 0 \end{aligned} \right\} (i=2, 3, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (\text{III}-54)$$

単純支持：

$$\left. \begin{aligned} \eta_{i-1}(L_{i-1}) &= 0 \\ E_g I_{g,i-1} \cdot \eta_{i-1}''(L_{j-1}) &= 0 \\ E_g I_{g,i} \cdot \eta_i''(0) &= 0 \\ \eta_i(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-55)$$

(i = 2, 3, \dots, m)

である。そこで、式(III-53)および式(III-54)あるいは式(III-55)に、式(III-49)および式(III-50)あるいは式(III-51)を代入すると、

$$A \cdot a = H \cdot h \dots\dots\dots (III-56)$$

なるマトリックス表示の関係式が得られる。ここに、ベクトル a および h は、

$$a = \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, \dots, A_i, B_i, C_i, D_i, \dots, A_{m-1}, B_{m-1}, C_{m-1}, D_{m-1}, E_m, F_m\}^T \dots\dots\dots (III-57)$$

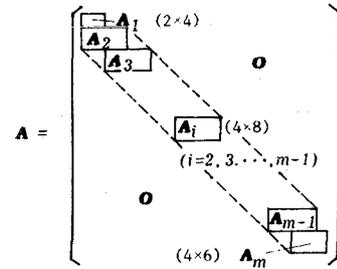
$$h = \{h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_i, \dots, h_{m-1}, h_m\}^T \dots\dots\dots (III-58)$$

であり、 A および H はそれぞれ、大きさ $2n \times 2n$ および $2n \times m$ の係数マトリックスである。参考のために、図III-10に係数マトリックス A の構成図を示しておく。

また、式(III-49)および式(III-50)あるいは式(III-51)における m 個の未知定数 h_i は式(III-47)より、

$$h_i \cdot \int_0^{L_i} \frac{\sec^3 \varphi_i(x_i)}{E_c A_c} dx_i - \frac{w_i}{H_w} \int_0^{L_i} \eta_i(x_i) dx_i = -\delta_i^l + \delta_i^r \dots\dots\dots (III-59)$$

(i = 1, 2, \dots, m)



図III-10 係数マトリックス A

なる式で、 $\eta_i(x_i)$ と結びつけられる。ここに、 δ_i^l, δ_i^r は主塔の下端を固定端とし、主塔の高さ、および、曲げ剛性をそれぞれ、 $L_{t,i}$ および、 $E_t I_{t,i}$ とすると、 $i = 1, 2, \dots, m-1$ について、

$$\delta_1^l = 0, \delta_1^r = -\frac{L_{t,1}^3}{3E_t I_{t,1}} (h_1 - h_2) \dots\dots\dots (III-60)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_i^l &= -\frac{L_{t,i-1}^3}{3E_t I_{t,i-1}} (h_{i-1} - h_i) \\ \delta_i^r &= -\frac{L_{t,i}^3}{3E_t I_{t,i}} (h_i - h_{i+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-61)$$

(i = 2, 3, \dots, m-1)

であり、 $i=m$ については、固有モードの逆対称性、および、対称性から、それぞれに対応して、

逆対称モード：

$$\left. \begin{aligned} \delta_m^I &= -\frac{L^3_{t,m-1}}{3E_t I_{t,m-1}} (h_{m-1} - h_m) \\ \delta_m^r &= -\frac{L^3_{t,m-1}}{3E_t I_{t,m-1}} \{h_m - (-h_{m-1})\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-62)$$

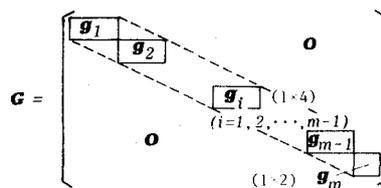
対称モード：

$$\left. \begin{aligned} \delta_m^I &= -\frac{L^3_{t,m-1}}{3E_t I_{t,m-1}} (h_{m-1} - h_m) \\ \delta_m^r &= -\frac{L^3_{t,m-1}}{3E_t I_{t,m-1}} \{h_m - (+h_{m-1})\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-63)$$

となる。ただし、主ケーブル付加張力の鉛直成分による主塔の変形に関する項は省略している。そこで、式(III-59)に、式(III-49)および式(III-50)あるいは式(III-51)、さらに、式(III-60)、式(III-61)および式(III-62)あるいは式(III-63)を代入すると、ベクトル a と h のもう一つの関係式として、

$$G \cdot a = E \cdot h \dots\dots\dots (III-64)$$

なるマトリックス表示式が得られる。ここに、 G および E はそれぞれ、大きさ $m \times 2n$ および $m \times m$ の係数マトリックスである。参考のために、図III-11に、係数マトリックス G の構成図を示しておく。



図III-11 係数マトリックス G

ゆえに、式(III-56)、および、式(III-64)から、ベクトル h を消去すれば、 a に関する同次方程式

$$(A - H \cdot E^{-1} \cdot G) \cdot a = 0 \dots\dots\dots (III-65)$$

が得られ、同次方程式が自明でない解を持つ条件から、

$$\det / A - H \cdot E^{-1} \cdot G = 0 \dots\dots\dots (III-66)$$

なる振動数方程式が、固有円振動数 ω に関する超越方程式として求められる。ここに、上式は、大きさ $2n \times 2n$ の行列式である。

したがって、式(III-66)で表わされた振動数方程式を解き、固有円振動数 ω を求めれば、式(III-65)からベクトル a の各要素の相対値が、さらに、この a を代入して式(III-64)からベクトル h の各要素の相対値が決定され、固有振動モードが求められることになる。ただし、単純支持の中間支持点がある場合、逆対称モードが一部の径間において独立となることから、ベクトル a の各要素の相対値を求める際には、基準値とする未知積分定数の選択に注意しなければならない。

第2節 補正計算法

任意形式吊橋に対して、前節で誘導した線形化撓度理論に基づく鉛直たわみ振動の基礎微分方程式の解析解は、仮定にも示したように、補剛桁の遊動円木振動の影響、および、主ケーブルの橋軸方向移動によって生じる慣性力の影響が考慮されていない。そこで、本節において、これらの影響を考慮する補正計算法を Hamilton の原理に基づいて展開する。なお、この計算法は、3径間吊橋に対する従来の Bleich らによるエネルギー法の解も補正できる。

ここでは、説明の便宜上、中間支持点が全て連続支持の対称吊橋の場合のみを対象とするが、単純支持点を含む場合、さらに、非対称吊橋の場合も扱えることは、前節と同様である。したがって、対称吊橋の場合、対称モードについては、明らかに、橋軸方向の問題を考える必要はないことから、逆対称モードについてのみ説明する。

いま、次のような仮定を設ける。

i) 遊動円木振動の連成の影響は、ハンガーの傾斜による補剛桁の位置エネルギーの増加として取扱う。

ii) 補剛桁の遊動円木振動による橋軸方向移動量 ξ_g は、補剛桁全長にわたって一定である。

iii) 補剛桁振動、および、主ケーブル振動の鉛直方向成分に及ぼす影響は無視でき、前節の鉛直たわみ振動の基礎微分方程式の解析解 $\eta_i(x_i)$ をそのまま用いることができる。

iv) 主ケーブルの橋軸方向移動量 $\xi_{c,i}(x_i)$ は、鉛直方向の振動成分 $\eta_i(x_i)$ 、および、付加張力の水平成分 h_i によって、

$$\begin{aligned} \xi_{c,i}(x_i) = & \delta_i' + h_i \cdot \int_0^{x_i} \frac{\sec^3 \varphi_i(x)}{E_c A_c} dx \\ & + \eta_i(x_i) \cdot \tan \varphi_i(x_i) - \frac{w_i}{H_w} \int_0^{x_i} \eta_i(x) dx \dots\dots\dots (III-67) \end{aligned}$$

なる式で表わされ、同様に遊動円木振動の連成が及ぼす影響は無視できる。

v) 主ケーブル付加張力の水平成分 h_i に及ぼす影響も無視でき、各径間において定数である前節の解析解をそのまま用いることができる。

これらの仮定から、総運動エネルギー、および、総位置エネルギーの最大値、 T_s 、および、 V_s は、主塔に関するエネルギーを省略して、それぞれ、

$$T_s = \omega^2 \left\{ T_\eta + 2 \sum_{i=1}^{m-1} (T_{g,i} + T_{c,i}) + T_{g,m} + T_{c,m} \right\} \dots\dots\dots (III-68)$$

$$V_s = V_\eta + 2 \sum_{i=1}^{m-1} V_{g,i} + V_{g,m} \dots\dots\dots (III-69)$$

なる式で与えられる。ここに、まず、 T_η, V_η は従来の Bleich らのエネルギー法に用いら

れた項であり,

$$T_\eta = \frac{1}{2} \left\{ 2 \sum_{i=1}^{m-1} \frac{w_i}{g} \int_0^{L_i} \eta_i^2(x_i) dx_i + \frac{w_m}{g} \int_0^{L_m} \eta_m^2(x_m) dx_m \right\} \dots\dots\dots (III-70)$$

$$V_\eta = \frac{1}{2} \left\{ 2 \sum_{i=1}^{m-1} \left\{ E_g I_{g,i} \int_0^{L_i} \eta_i''^2(x_i) dx_i - H_w \int_0^{L_i} \eta_i''(x_i) \cdot \eta_i(x_i) dx_i \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{w_i}{H_w} h_i \cdot \int_0^{L_i} \eta_i(x_i) dx_i \right\} \right. \\ \left. + E_g I_{g,m} \int_0^{L_m} \eta_m''^2(x_m) dx_m - H_w \int_0^{L_m} \eta_m''(x_m) \cdot \eta_m(x_m) dx_m \right\} \dots\dots\dots (III-71)$$

なる式で示される。そして、 $T_{g,i}$ 、 $V_{g,i}$ および $T_{c,i}$ がそれぞれ、補剛桁の遊動円木振動および主ケーブルの橋軸方向移動に関する項である。これらは $w_{g,i}$ 、 $w_{c,i}$ および $f_i(x_i)$ をそれぞれ、補剛桁部分、主ケーブル部分の分布死荷重および補剛桁と主ケーブルの中心軸間の垂距を表わす関数として、次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} T_{g,i} &= \frac{1}{2} \frac{w_{g,i}}{g} \xi_g^2 L_i \\ T_{g,i} &= \frac{1}{2} \frac{w_{c,i}}{g} \int_0^{L_i} \xi_{c,i}^2(x_i) dx_i \\ V_{g,i} &= \int_0^{L_i} w_{g,i} \left[1 - \cos \left\{ \frac{\xi_g - \xi_{c,i}(x_i)}{f_i(x_i)} \right\} \right] f_i(x_i) dx_i \\ &= \frac{1}{2} w_{g,i} \int_0^{L_i} \frac{\{\xi_g - \xi_{c,i}(x_i)\}^2}{f_i(x_i)} dx_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-72)$$

$$(i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (III-73)$$

したがって、Hamilton の原理を適用するために、式 (III-68) ~ 式 (III-73) の $\eta_i(x_i)$ 、 h_i および $\xi_{c,i}(x_i)$ をそれぞれ、それらに未知定数 α を乗じたものに置き換えれば、最小原理における条件式、

$$\frac{\partial(T_s - V_s)}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial(T_s - V_s)}{\partial \xi_g} = 0, \dots\dots\dots (III-74)$$

から、 α および ξ_g に関する、次式のような同次方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdot \omega^2 - b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & a_{22} \cdot \omega^2 - b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \xi_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (III-75)$$

ここに、

$$a_{11} = 2T_\eta + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \frac{w_{c,i}}{g} \int_0^{L_i} \xi_{c,i}^2(x_i) dx_i + \frac{w_{c,m}}{g} \int_0^{L_m} \xi_{c,m}^2(x_m) dx_m \quad \left| \right.$$

$$\begin{aligned}
b_{11} &= 2V_7 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} w_{g,i} \int_0^{L_i} \frac{\xi_{c,i}^2(x_i)}{f_i(x_i)} dx_i + w_{g,m} \int_0^{L_m} \frac{\xi_{c,m}^2(x_m)}{f_m(x_m)} dx_m \\
b_{12} &= 2 \sum_{i=1}^{m-1} w_{g,i} \int_0^{L_i} \frac{\xi_{c,i}(x_i)}{f_i(x_i)} dx_i + w_{g,m} \int_0^{L_m} \frac{\xi_{c,m}(x_m)}{f_m(x_m)} dx_m \\
b_{21} &= b_{12} \\
a_{22} &= 2 \sum_{i=1}^{m-1} \frac{w_{g,i}}{g} L_i + \frac{w_{g,m}}{g} L_m \\
b_{22} &= 2 \sum_{i=1}^{m-1} w_{g,i} \int_0^{L_i} \frac{1}{f_i(x_i)} dx_i + w_{g,m} \int_0^{L_m} \frac{1}{f_m(x_m)} dx_m
\end{aligned}
\tag{III-76}$$

である。

ゆえに、同次方程式が自明でない解を持つ条件から、 ω^2 に関する 2 次方程式が得られ、根の公式を用いて、 ω^2 の補正された解が求められる。

$$\begin{aligned}
\omega^2 &= \frac{1}{2a_{11} \cdot a_{22}} \{ (a_{11} \cdot b_{22} + a_{22} \cdot b_{11}) \\
&\quad \pm \sqrt{(a_{11} \cdot b_{22} + a_{22} \cdot b_{11})^2 - 4a_{11} \cdot a_{22} (b_{11} \cdot b_{22} - b_{12} \cdot b_{21})} \} \dots \dots \dots \tag{III-77}
\end{aligned}$$

この 2 次方程式の判別式は明らかに正であり、さらに、Schwarz の不等式から、

$$b_{11} \cdot b_{22} > b_{12} \cdot b_{21} \dots \dots \dots \tag{III-78}$$

であることによって、式 (III-77) で表わされた ω^2 の 2 根は、共に正根であることがわかる。このことは、すなわち、同じ鉛直たわみ振動モードでありながら、固有円振動数の異なる、そして、当然、遊動円木振動の振幅比 $\zeta = \xi_g / \alpha$ の異なる、2 種の固有振動が存在することを意味している。

ただし、式 (III-75) において、 $b_{12} = b_{21} = 0$ の場合は遊動円木振動が連成しないことから、式 (III-74) の最初の条件式のみが有効であり、主ケーブルの橋軸方向移動によって生じる慣性力の影響のみを考慮して補正された固有円振動数の解がただ 1 種存在することになる。

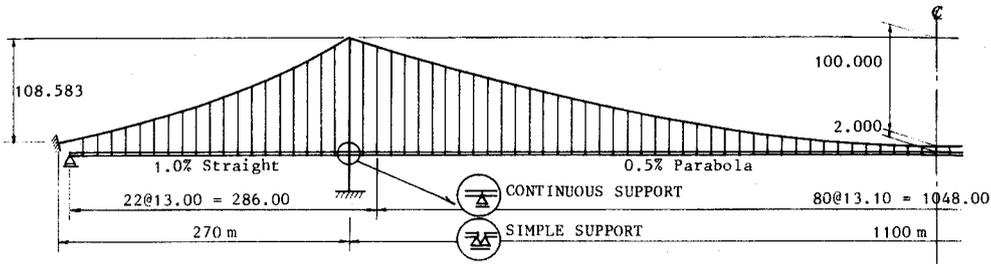
第 3 節 計算法の妥当性の検討

展開した線形化撓度理論に基づく計算法による任意形式吊橋の固有振動計算法の妥当性、試算計算法としての簡便性を検討するために、種々の数値計算を行ない、有限要素法による有限変位理論に基づくものによる結果と比較して考察する。

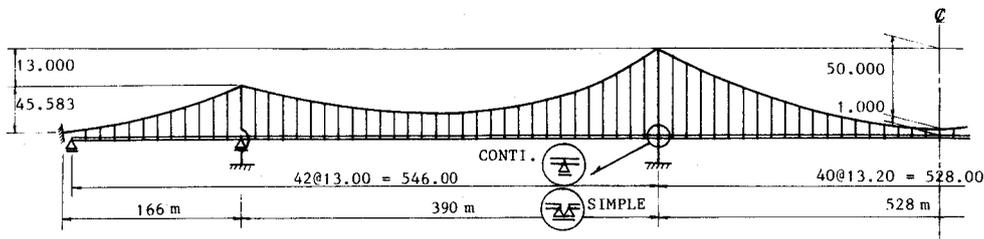
(1) 計算例と計算方法

図 III-12、および、図 III-13 にそれぞれ示す、単純支持、連続支持の両者の補剛桁の中間支持条件の場合の、3 径間対称吊橋、および、5 径間対称吊橋を対象とする。表 III-4 が 3

径間対称吊橋の諸元を示すものであり、補剛桁断面として、連続支持の場合には、変断面、および、それを各径間において平均化した断面を、単純支持の場合には、その最小断面を全径間について用いる等断面を考える。また、表Ⅲ—5が5径間対称吊橋の諸元を示すものであり、補剛桁断面としては、連続支持の場合には、平均断面を、単純支持の場合には、等断面を考えている。



図Ⅲ—12 3径間吊橋



図Ⅲ—13 5径間吊橋

表Ⅲ—4 3径間吊橋の諸元

			SIDE SPAN	CENTER SPAN
MAIN CABLE	AREA	A_c (m ²)	1.5410	
	INERTIA	I_c (m ⁴)	0.0	
	MODULUS	E_c (t/m ²)	2.0×10^7	
	DEAD LOAD	w_c (t/m)	13.94	13.24
HANGER	AREA	A_h (m ²)	0.0132	
	INERTIA	I_h (m ⁴)	0.0	
	MODULUS	E_h (t/m ²)	1.4×10^7	
STIFF. GIRDER	A.	CONTI. (VARI.)	0.4874	~ 0.9170
		(AVER.)	0.5610	0.5304
		SIMPLE (UNIF.)	0.4874	0.4874
	I.	CONTI. (VARI.)	20.5530	~ 38.4978
		(AVER.)	23.5060	22.3642
		SIMPLE (UNIF.)	20.5530	20.5530
	MODULUS	E_g (t/m ²)	2.1×10^7	
DEAD LOAD	w_g (t/m)	29.20	28.70	
TOWER	AREA	A_t (m ²)	3.6530	
	INERTIA	I_t (m ⁴)	41.8620	
	MODULUS	E_t (t/m ²)	2.1×10^7	

表Ⅲ—5 5径間吊橋の諸元

			SIDE SPAN		MAIN SPAN	
			OUT-SIDE	IN-SIDE		
MAIN CABLE	AREA	A_c (m ²)	0.5516			
	INERTIA	I_c (m ⁴)	0.0			
	MODULUS	E_c (t/m ²)	2.0×10 ⁷			
	DEAD LOAD	w_c (t/m)	7.88	7.14	7.08	
STIFF. GIRDER	AREA	A_h (m ²)	0.0132			
	INERTIA	I_h (m ⁴)	0.0			
	MODULUS	E_h (t/m ²)	1.4×10 ⁷			
	A	CONTINUOUS S.	A_g (m ²)	0.2000	0.2048	0.2060
		SIMPLE SUPP.		0.1876	0.1876	0.1876
	I	CONTINUOUS S.	I_g (m ²)	8.4324	8.6380	8.6886
		SIMPLE SUPP.		7.9092	7.9092	7.9092
	MODULUS	E_g (t/m ²)	2.1×10 ⁷			
	DEAD LOAD	w_g (t/m)	28.38	28.38	28.28	
	TOWER	AREA	A_t (m ²)	2.9158 , 3.4460		
INERTIA		I_t (m ⁴)	16.3914 , 26.9340			
MODULUS		E_t (t/m ²)	2.1×10 ⁷			

連続支持の平均断面補剛桁，単純支持の等断面補剛桁の場合には，展開した線形化撓度理論に基づくものと，有限要素法による有限変位理論に基づくものとの両者の固有振動計算法を適用する。また，3径間連続支持の変断面補剛桁の場合には，後者のみを適用する。ただし，後者の計算は，全死荷重を載荷された静的平衡状態での接線剛性マトリックスを用いて行なう。

(2) 計算結果とその考察

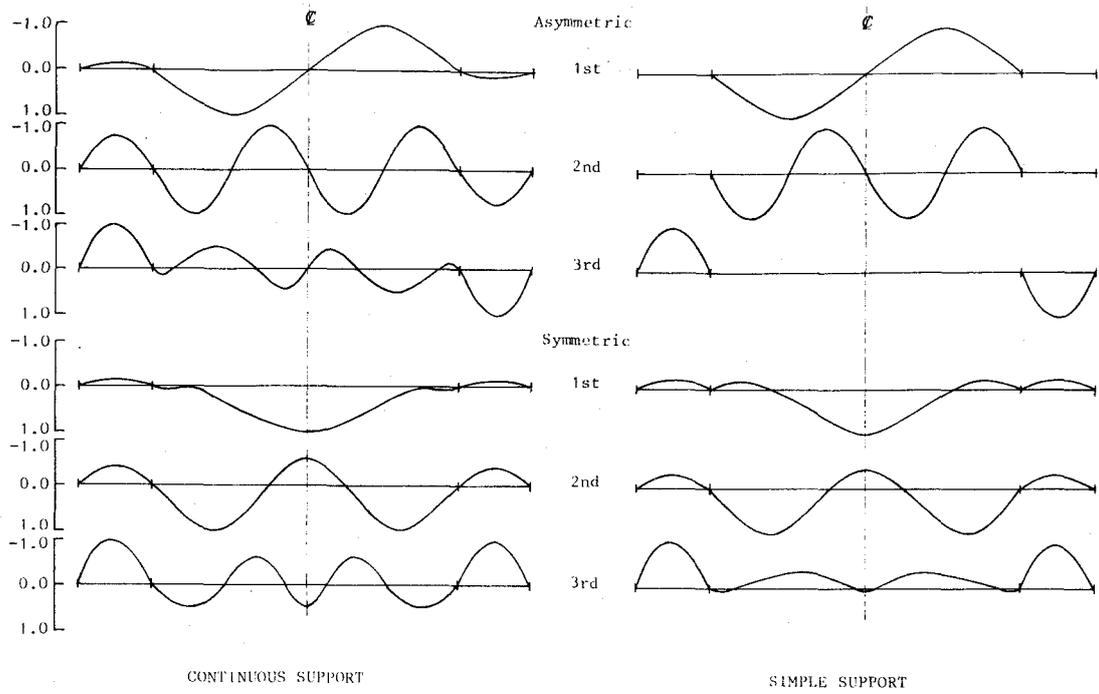
表Ⅲ—6～表Ⅲ—8，および，図Ⅲ—14～図Ⅲ—17が，計算結果の一部である。

表Ⅲ—6 3径間吊橋の固有円振動数

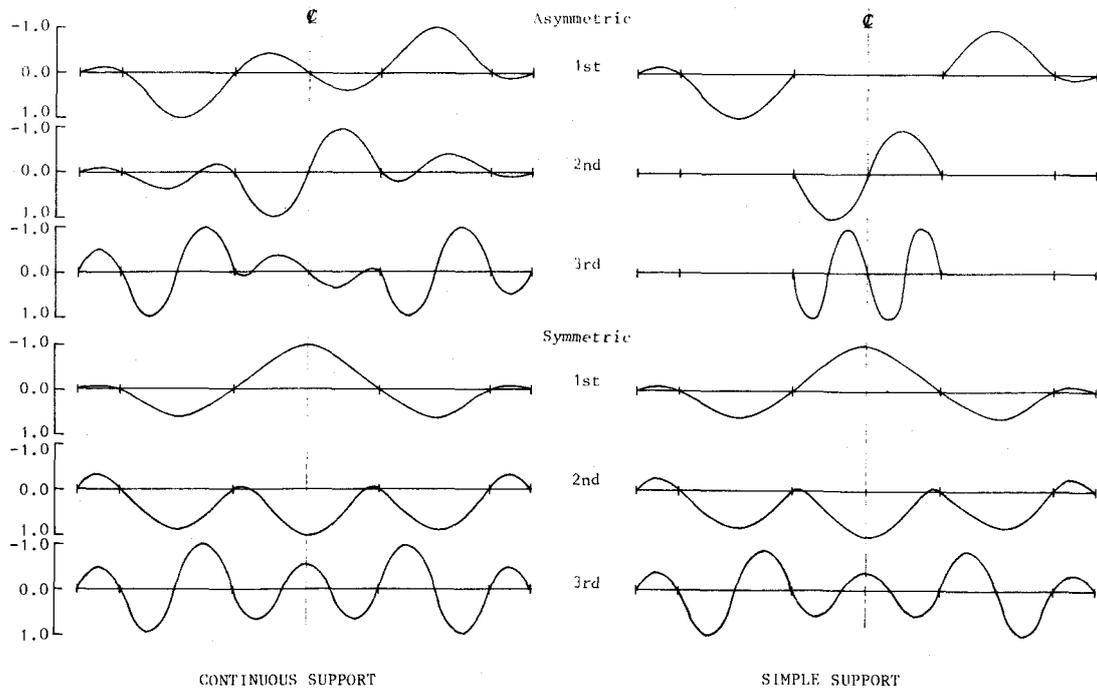
			(rad/sec)					
			Asymmetric			Symmetric		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
DEFLECT. THEORY (Energy Method)	CONTI. (AVER.)		0.851	2.002	—	1.083	1.428	2.474
	SIMPLE (UNIF.)		0.769	1.910	2.047	1.050	1.402	2.302
DEFLECT. THEORY (Analyt. Solu.)	CONTI. (AVER.)		0.851	1.970	2.596	1.112	1.431	2.483
	SIMPLE (UNIF.)		0.769	1.910	2.047	1.051	1.402	2.293
FINITE DISPL. THEORY	CONTI. (VARI.)		0.855	1.963	2.523	1.095	1.425	2.435
		(AVER.)	0.851	1.988	2.493	1.093	1.431	2.454
	SIMPLE (UNIF.)		0.782	1.898	2.014	1.044	1.390	2.236

表Ⅲ—7 5径間吊橋の固有円振動数

			(rad/sec)					
			Asymmetric			Symmetric		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
DEFLECT. THEORY (Analyt. Solu.)	CONTI. SUPPORT		1.051	1.653	2.640	0.753	1.933	2.426
	SIMPLE SUPPORT		0.961	1.375	2.336	0.745	1.916	2.336
FINITE DISPL. THEORY	CONTI. SUPPORT		1.052	1.667	2.697	0.753	1.916	2.483
	SIMPLE SUPPORT		0.973	1.360	2.336	0.745	1.887	2.344



図III-14 3径間吊橋の固有振動モード



図III-15 5径間吊橋の固有振動モード

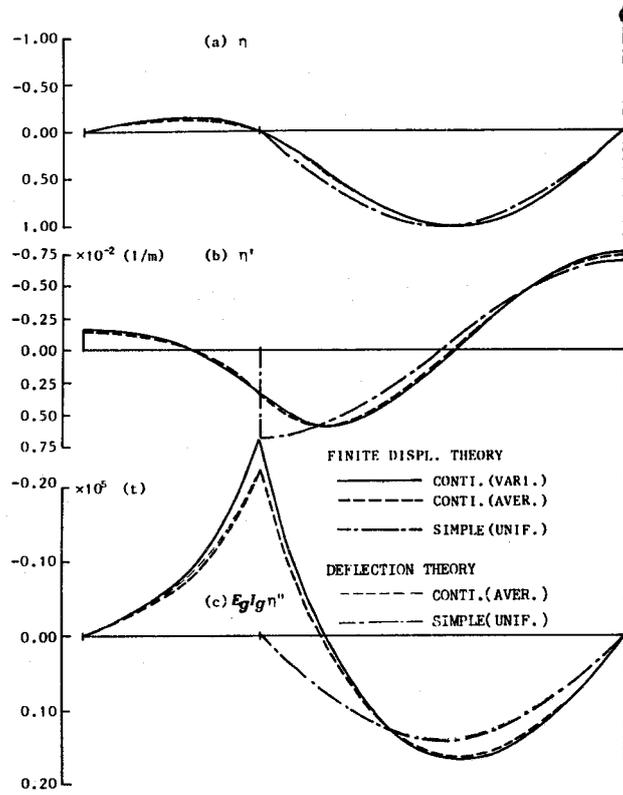


図 III-16 逆対称一次鉛直たわみ固有振動モードと、たわみ角、モーメントに対応するモード

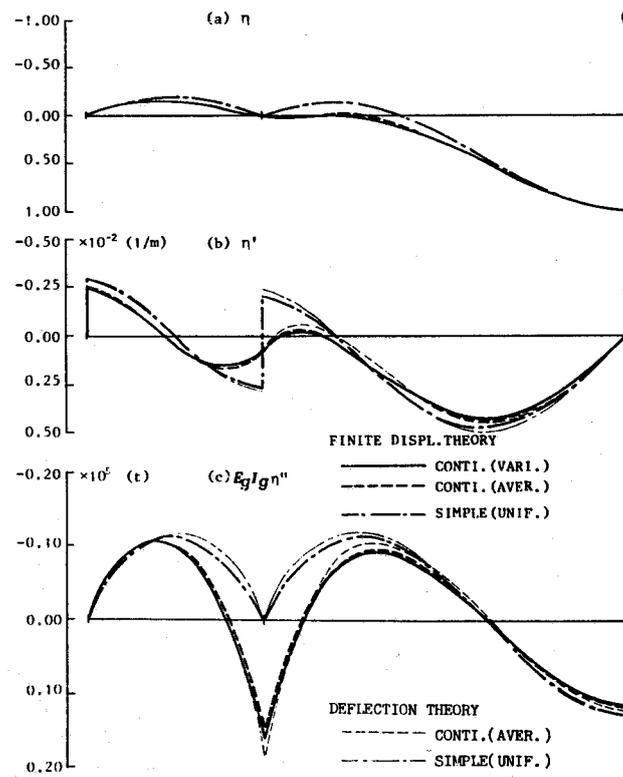


図 III-17 対称一次鉛直たわみ固有振動モードと、たわみ角、モーメントに対応するモード

表Ⅲ—8 逆対称一次の固有円振動数，周期と振幅比

			CIRCULAR FREQ. (rad/sec)	PERIOD (sec)	RATIO
DEFLECT. THEORY	CONTI.	(AVER.)	0.746	8.42	+0.70
			1.001	6.28	-0.69
	SIMPLE	(UNIF.)	0.703	8.94	+0.49
			1.052	5.97	-1.47
FINITE DISPL. THEORY	CONTI.	(VARI.)	0.747	8.41	+0.79
			0.982	6.40	-0.60
		(AVER.)	0.739	8.50	+0.77
			0.977	6.43	-0.61
	SIMPLE	(UNIF.)	0.709	8.86	+0.54
			1.040	6.04	-1.38

まず，表Ⅲ—6，および，表Ⅲ—7が，補剛桁の遊動円木振動の連成の影響，主ケーブルの橋軸方向の移動の影響を考慮しない場合における，3径間，および，5径間対称吊橋の固有円振動数を，逆対称，対称モードの各々3次までに対応して示すものである。すなわち，撓度理論に関するものは，基礎微分方程式の解析解の計算結果であり，他方，有限変位理論に関するものは，橋軸方向の慣性力を略した計算結果である。なお，表Ⅲ—6には，参考のために従来のエネルギー法による解の計算結果も付記している。これらの表からは，3径間，5径間の連続支持の平均断面補剛桁吊橋，単純支持の等断面補剛桁吊橋に対する，撓度理論および有限変位理論に基づく両計算法による結果が非常によく近似していることがわかる。そして有限変位理論に基づく計算法による結果において，3径間連続支持吊橋の補剛桁の変断面と平均断面との差異は，ほとんどないことがわかる。

次に，図Ⅲ—14，および，図Ⅲ—15は，表Ⅲ—6，および，表Ⅲ—7に示した3径間，および，5径間吊橋の固有円振動数に対応する固有振動モードを示すものであり，両計算法による差異がほとんどないことから，撓度理論に基づく計算法による結果のみを示している。これらの図から，3径間，5径間の連続支持の平均断面補剛桁吊橋，単純支持の等断面補剛桁吊橋の固有振動モードについても，撓度理論および有限変位理論に基づく両計算法による結果がよく一致することがわかる。

また，図Ⅲ—16，および，図Ⅲ—17は，両計算法による，3径間対称吊橋の逆対称一次，および，対称一次たわみ固有振動モードと，たわみ角，モーメントに対応するモードの計算結果を，それぞれ，上段と，中段，下段に示すものである。ここに，各段の図には，両計算法による連続支持の平均断面，単純支持の等断面補剛桁吊橋の計算結果，および，有限変位理論に基づくものによる連続支持の変断面補剛桁吊橋の計算結果の合計5種の値が図示されているが，細線で示された撓度理論に基づくものによる値は，太線で示された有限変位理論に基づ

くものによる値と近接してかなりの部分で重なり合っている。これらの図から、固有振動モードを用いて算定される鉛直たわみのみならず、たわみ角、モーメントについても、両計算法による結果の差異はほとんどないこと、および、補剛桁の変断面と平均断面との断面の相違による差異も大きくはないことがわかる。

さらに、表Ⅲ-8が、表Ⅲ-6とは異なって補剛桁の遊動円木振動の連成を考慮した結果生じる、3径間対称吊橋の2種の逆対称一次の固有円振動数、周期および鉛直たわみ振動に対する遊動円木振動の振幅比について、同様の5種の値を表わすものである。すなわち、撓度理論に関するものは、誘導した基礎微分方程式の解析解を展開した補正計算法によって補正した結果であり、他方、有限変位理論に関するものは、橋軸方向の慣性力を略さない計算結果である。ここに、鉛直たわみ振動に対する補剛桁の遊動円木振動の振幅比の符号は、主ケーブルの橋軸方向移動の方向と同方向を正とする。なお、第一次モード以外の逆対称振動では、遊動円木振動が連成せず、影響がみられなかったので省略した。この表からは、連続支持の平均断面補剛桁、単純支持の等断面補剛桁の場合、撓度理論および有限変位理論に基づく両計算法による結果がよく一致していること、および、変断面の補剛桁を平均断面で近似しても実用上は十分であることがわかる。

ゆえに、展開した線形化撓度理論に基づく固有振動計算法は、試算計算法として実用上十分な精度を有し、簡便性を失なうことなく、内部共振に起因する逆対称一次固有振動モードにおける補剛桁の遊動円木振動の連成の影響を、任意形式の吊橋に対して考慮することが可能であるといえる。

第 5 章 架設途中の吊橋の変形と応力解析

本章では、第 3 章に示した、吊橋特有の幾何学的非線形問題の一つである主ケーブルの 2 次応力を考慮した静的挙動の解析の応用を考え、実橋架設途中の変形と応力解析を実施し、設計、施工に関する基礎資料を提供することを試みる。

図 III-18 に示すような、中央径間長 770 m の 3 径間対称吊橋の架設例を対象とし、架設ヒンジ非設置の逐次剛結工法、架設ヒンジ設置の逐次剛結工法および全ヒンジ工法の 3 種の工法（以下、それぞれを単に逐次剛結工法、架設ヒンジ工法および全ヒンジ工法と呼ぶことにする）による補剛桁架設途中における有限変位解析を行なう。そして、塔頂近傍に加えて補剛桁の架設先端部近傍にも注目し、STEP-0~STEP-6 の各架設段階における主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、主ケーブルの 2 次応力が及ぼす影響を検討する。

表 III-9 は、この実橋架設例の諸元を表わすものである。この表から

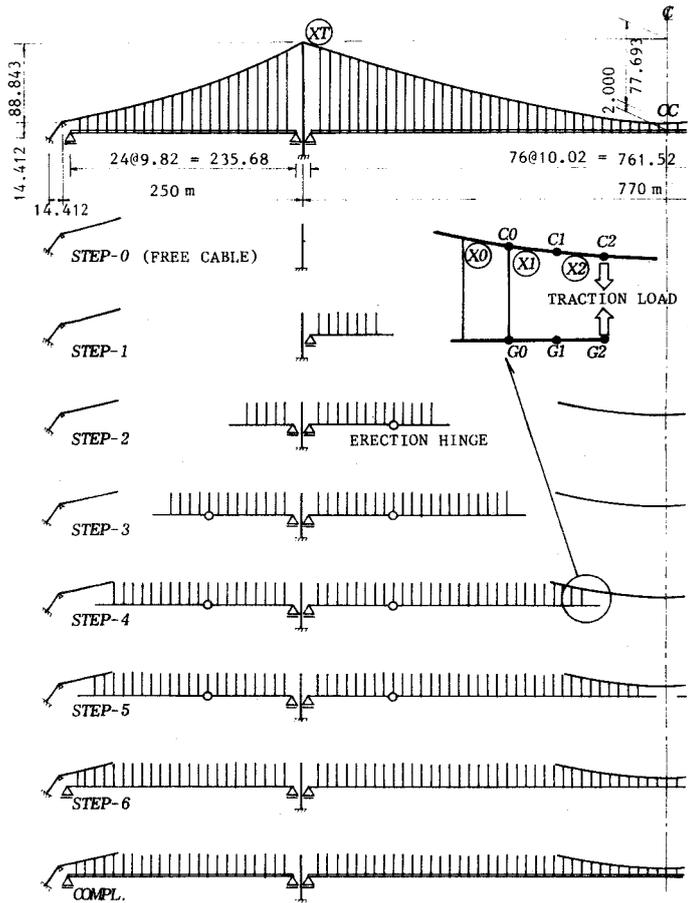


図 III-18 実橋架設例

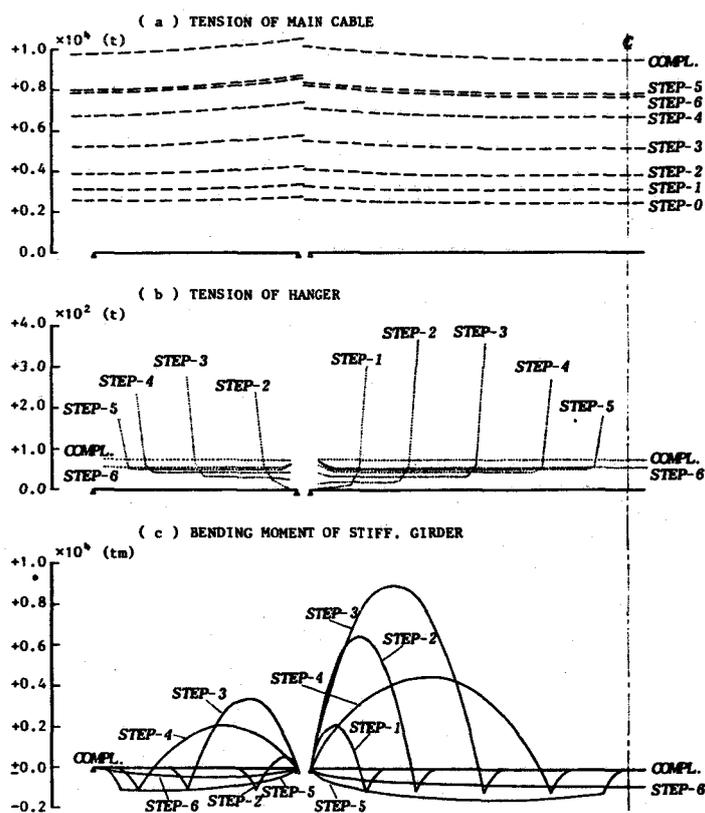
表 III-9 実橋架設例の諸元

			SIDE SPAN	CENTER SPAN
MAIN CABLE	NO. OF WIRE	n_w	11,557	
	DIAMETER	d (mm)	5.170	
		D (mm)	618.000	
	AREA	A_c (m ²)	0.2426	
		I_c (m ⁴)	0.580×10^{-2}	
	INERTIA	I_n (m ⁴)	0.405×10^{-6}	
		MODULUS	E_c (t/m ²)	2.0×10^7
	BAND LENGTH	l_a (m)	0.5750	
l_b (m)		0.5750		
DEAD LOAD	w_c (t/m)	2.6000	2.4290	
HANGER	AREA	A_h (m ²)	0.0061	
	INERTIA	I_h (m ⁴)	0.0	
	MODULUS	E_h (t/m ²)	1.4×10^7	
STIFF. GIRDER	AREA	A_g (m ²)	0.0943	0.1223
	INERTIA	I_g (m ⁴)	1.9102	2.4764
	MODULUS	E_g (t/m ²)	2.1×10^7	
	DEAD LOAD	w_g (t/m)	5.2910	5.4895
	COMPL.	w_g (t/m)	7.3360	7.5330
TOWER	AREA	A_t (m ²)	0.7526	0.8995
	INERTIA	I_t (m ⁴)	2.1027	3.7013
	MODULUS	E_t (t/m ²)	2.1×10^7	

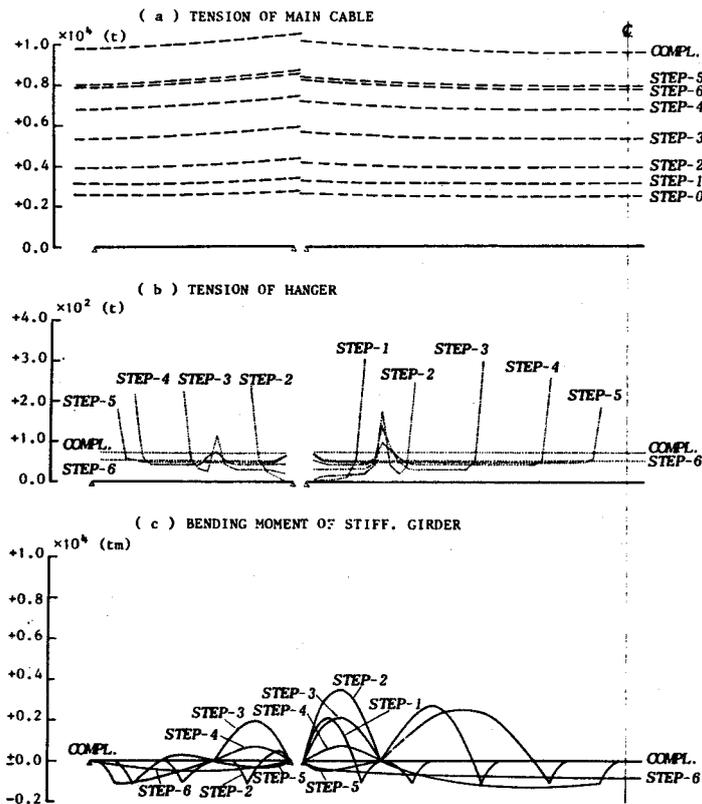
わかるように、主ケーブルは断面の直径 D が 618 mm の PWS ケーブルであり、素線数 n_w 、素線の断面の直径 d がそれぞれ 11,557 本、5.17 mm のものである。また、平行線ケーブル部材の両端のバンド締付け部の長さである l_a, l_b の合計すなわちバンド長は 1.15 m で一定の値としている。

2次応力の影響をより明確に把握するために、2次応力を考慮した場合と考慮しない場合との両者の場合の非線形解析を混合法によって行なう。ただし、本解析では、吊橋の通常の架設計算法にしたがって、完成時の平衡状態を初期状態として順次に補剛桁を取り除く計算を各架設段階について連続的に行なうこととする。すなわち、両者の場合の解析における完成時 (COMPL) での計算結果は完全に一致することになるが、このことについては後で説明を加える。

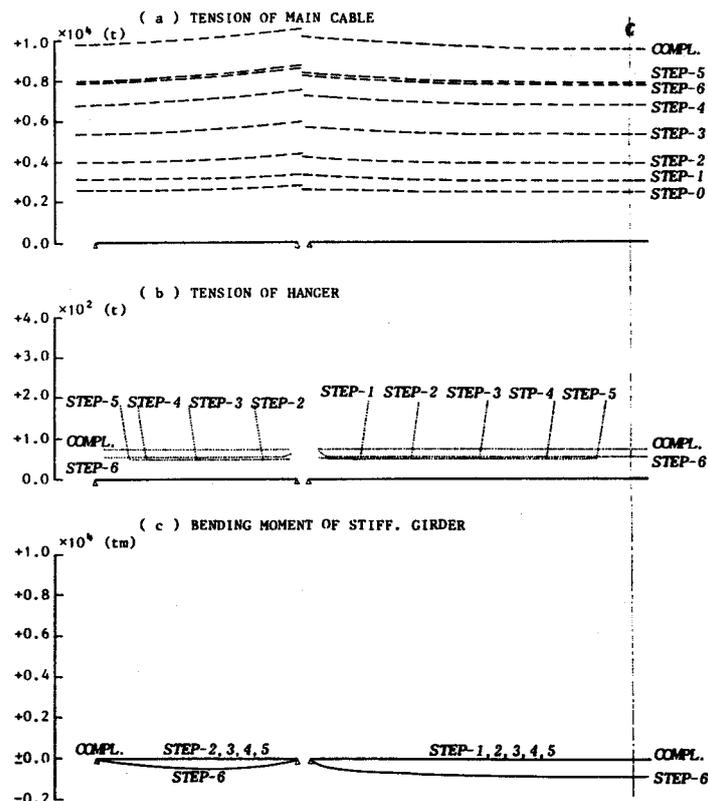
まず、図Ⅲ-19、図Ⅲ-20、および、図Ⅲ-21は、以下の考察を容易にするために、逐次剛結工法、架設ヒンジ工法、および、全ヒンジ工法の場合について、2次応力を考慮した非線形解析における、各架設段階での主ケーブル、ハンガーの張力、補剛桁の曲げモーメントの分布図を示すものである。また、図Ⅲ-22、図Ⅲ-23、および、図Ⅲ-24は、同様に、それぞれの工法の場合について、各架設段階での完成形状からの鉛直方向変位の分布図を主ケーブルに関しては破線で、補剛桁に関しては実線で示すものである。



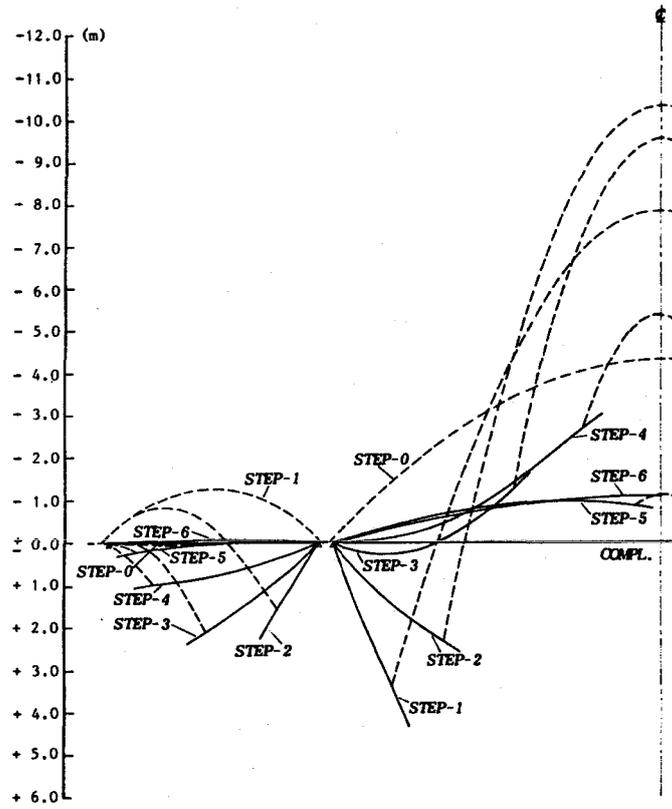
図Ⅲ-19 各架設段階における主ケーブル、ハンガーの張力と補剛桁の曲げモーメント (逐次剛結工法)



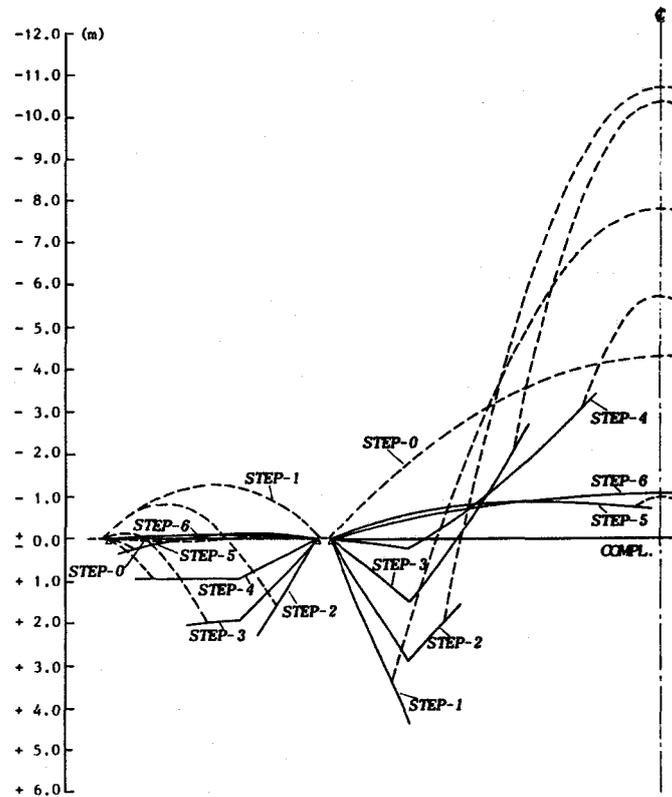
図Ⅲ—20 各架設段階における主ケーブル、ハンガーの張力と補剛桁の曲げモーメント (架設ヒンジ工法)



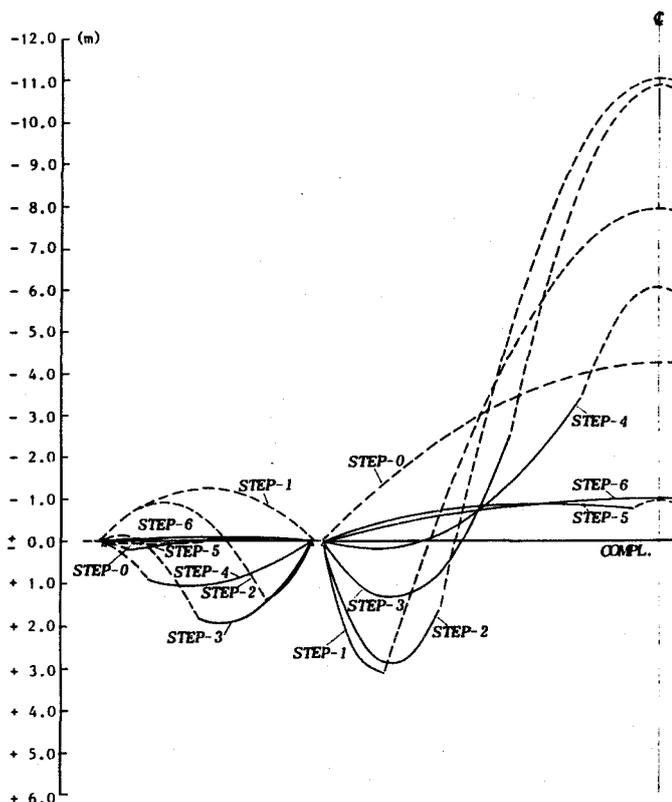
図Ⅲ—21 各架設段階における主ケーブル、ハンガーの張力と補剛桁の曲げモーメント (全ヒンジ工法)



図Ⅲ—22 各架設段階における主ケーブル，補剛桁の鉛直方向変位（逐次剛結工法）



図Ⅲ—23 各架設段階における主ケーブル，補剛桁の鉛直方向変位（架設ヒンジ工法）



図Ⅲ-24 各架設段階における主ケーブル，補剛桁の
鉛直方向変位 (全ヒンジ工法)

図Ⅲ-25，図Ⅲ-26，および，図Ⅲ-27は，逐次剛結工法，架設ヒンジ工法，および，全ヒンジ工法の場合について，2次応力を考慮した非線形解析における，バンド締付け効果に起因する2次応力 σ_θ の各架設段階での値を示すものである。ここに，着目した各平行線ケーブル部材は，図Ⅲ-18に同時に示した記号を用いて，塔頂近傍の $(X7)$ および架設先端部近傍の $(X0)$ ， $(X1)$ ， $(X2)$ の4部材である。他方，図Ⅲ-28，図Ⅲ-29，および，図Ⅲ-30は，それぞれの工法の場合について，素線の曲げ剛性に起因する自由滑動部左右端の2次応力 σ_{wa} ， σ_{wb} の各架設段階での値を示すものである。これらの図からは，各工法による補剛桁の架設途中において，塔頂近傍のみならず，架設先端部近傍においても，非常に大きい主ケーブルの2次応力が生じていることがわかる。すなわち，例えば，架設ヒンジ工法の場合，図Ⅲ-26，図Ⅲ-29から部材 $(X7)$ ， $(X1)$ の2次応力は $STEP-1$ において最大であり， σ_θ と σ_{wa} を合計して，共に約 $6.2 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ の値であることがわかる。また，図Ⅲ-25～図Ⅲ-30において，着目した部材 $(X7)$ の2次応力の値を各工法について比較すれば，塔頂近傍における2次応力は，補剛桁の端パネルの回転角が最も大きくなる全ヒンジ工法の場合に最大であることがわかる。さらに，例えば，着目した部材 $(X1)$ の2次応力の値を各工法について比較すれば，架設先端部近傍における2次応力は，主ケーブルの折れ角が最も大きく

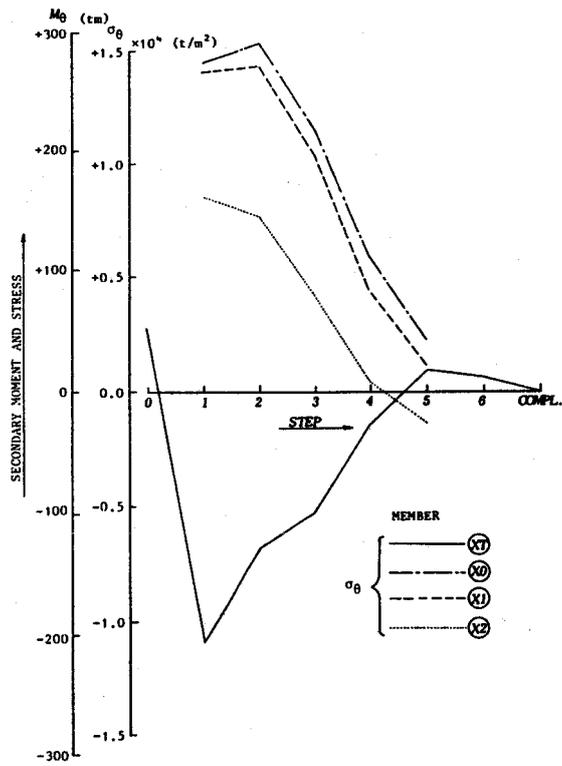


図 III-25 各架設段階における 2 次応力 σ_θ (逐次剛結工法)

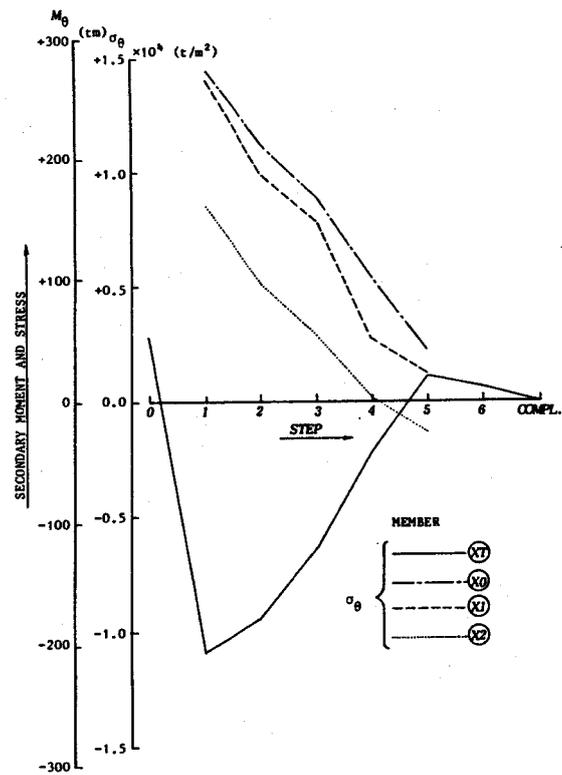


図 III-26 各架設段階における 2 次応力 σ_θ (架設ヒンジ工法)

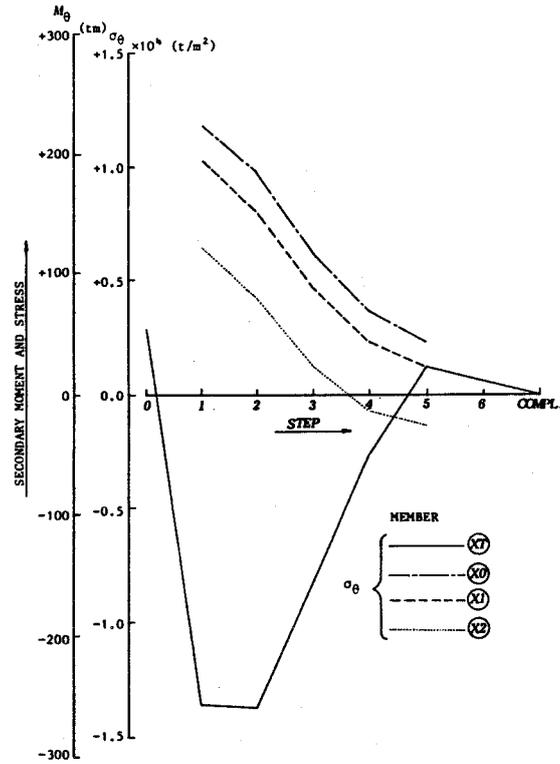


図 III-27 各架設段階における 2 次応力 σ_{θ} (全ヒンジ工法)

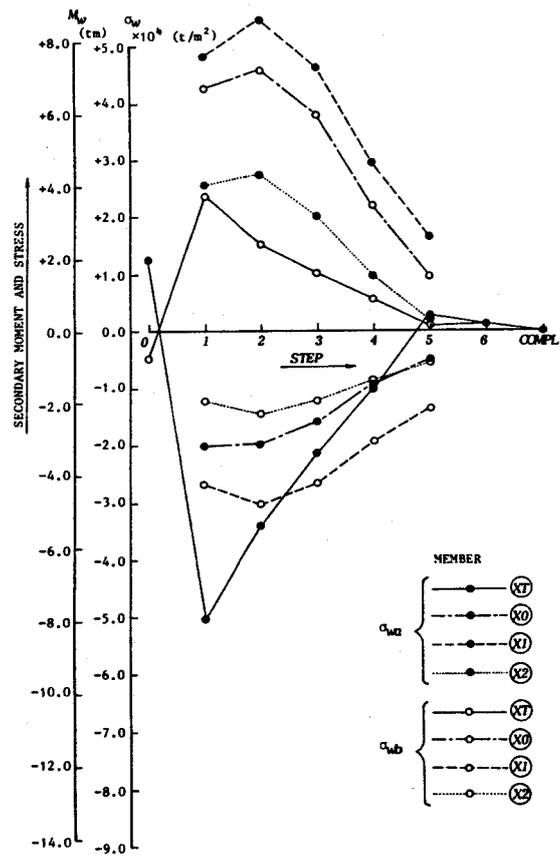
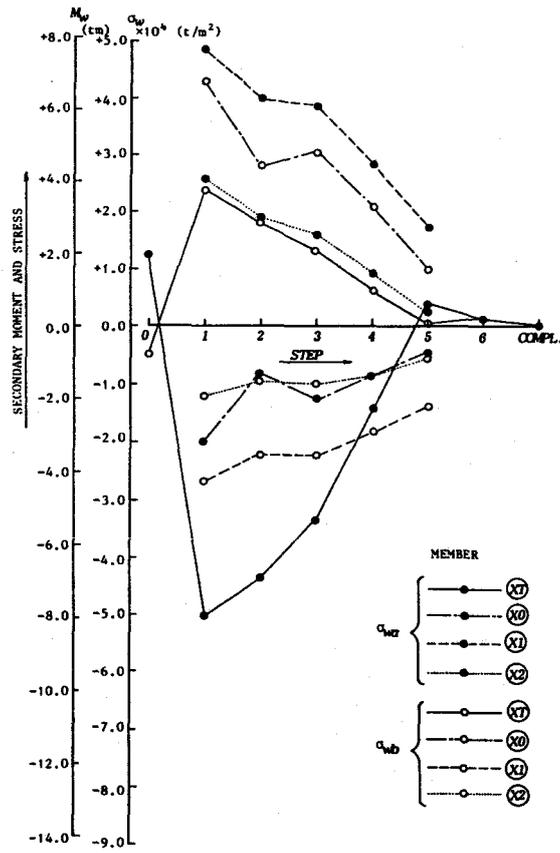
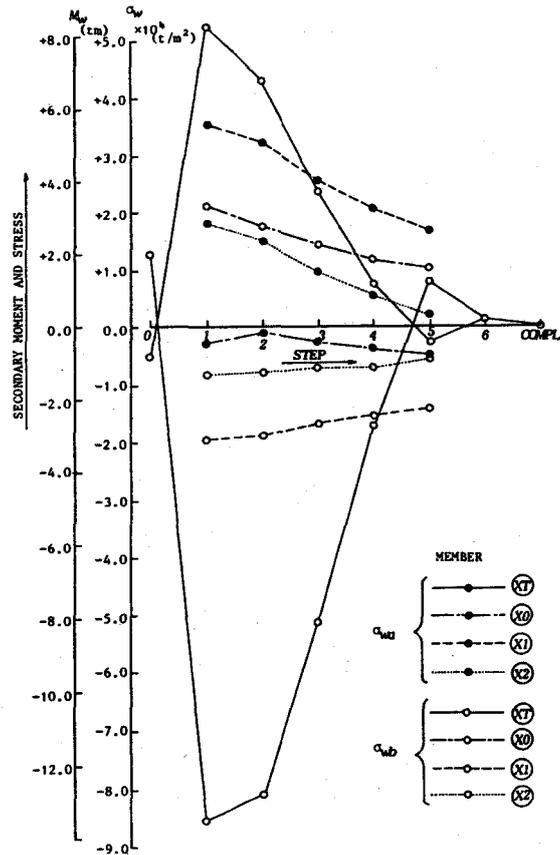


図 III-28 各段階における 2 次応力 σ_{wa}, σ_{wb} (逐次剛結工法)



図Ⅲ-29 各架設段階における2次応力 σ_{wa} , σ_{wb} (架設ヒンジ工法)



図Ⅲ-30 各架設段階における2次応力 σ_{wa} , σ_{wb} (全ヒンジ工法)

なる逐次剛結工法の場合に最大であることがわかる。

つぎに、表Ⅲ-10、表Ⅲ-11、および、表Ⅲ-12は、逐次剛結工法、架設ヒンジ工法、および、全ヒンジ工法について、2次応力を考慮した場合と、平行線ケーブル部材の計算式の代わりに従来の軸方向力部材のそれを用いて2次応力を考慮しない場合の両者の非線形解析における、各架設段階での主ケーブル、ハンガーの最大張力、補剛桁の最大、最小曲げモーメントの値を表わすものである。

表Ⅲ-10 各架設段階における主ケーブル、ハンガーの最大張力と補剛桁の最大、最小曲げモーメント（逐次剛結工法）

	NEGLECTING SECONDARY STRESS				CONSIDERING SECONDARY STRESS			
	M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER		M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER	
	MAX.TEN-SION (t)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.MOM-ENT (tm)	MIN.MOM-ENT (tm)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.MOM-ENT (tm)	MIN.MOM-ENT (tm)
STEP-0	2624.	—	—	—	2624.	—	—	—
STEP-1	3296.	304.	2126.	-1142.	3291.	307.	2174.	-1142.
STEP-2	4128.	366.	6484.	-1142.	4122.	374.	6574.	-1142.
STEP-3	5537.	359.	8911.	-1142.	5534.	368.	8981.	-1142.
STEP-4	7123.	271.	4490.	-1142.	7121.	278.	4519.	-1142.
STEP-5	8386.	182.	0.	-1519.	8385.	185.	0.	-1499.
STEP-6	8243.	71.	0.	-853.	8244.	71.	0.	-854.
COMPL.	10213.	76.	0.	0.	10213.	76.	0.	0.

表Ⅲ-11 各架設段階における主ケーブル、ハンガーの最大張力と補剛桁の最大、最小曲げモーメント（架設ヒンジ工法）

	NEGLECTING SECONDARY STRESS				CONSIDERING SECONDARY STRESS			
	M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER		M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER	
	MAX.TEN-SION (t)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.MOM-ENT (tm)	MIN.MOM-ENT (tm)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.TEN-SION (t)	MAX.MOM-ENT (tm)	MIN.MOM-ENT (tm)
STEP-0	2624.	—	—	—	2624.	—	—	—
STEP-1	3296.	304.	2126.	-1142.	3291.	307.	2174.	-1142.
STEP-2	4167.	246.	3517.	-1142.	4162.	250.	3525.	-1142.
STEP-3	5627.	295.	2688.	-1142.	5623.	303.	2839.	-1142.
STEP-4	7169.	258.	2498.	-1142.	7167.	265.	2568.	-1142.
STEP-5	8371.	184.	0.	-1324.	8371.	187.	0.	-1293.
STEP-6	8243.	71.	0.	-853.	8244.	71.	0.	-854.
COMPL.	10213.	76.	0.	0.	10213.	76.	0.	0.

表Ⅲ-12 各架設段階における主ケーブル，ハンガーの最大張力と補剛桁の最大，最小曲げモーメント（全ヒンジ工法）

	NEGLECTING SECONDARY STRESS				CONSIDERING SECONDARY STRESS			
	M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER		M. CABLE	HANGER	STIFF. GIRDER	
	MAX.TEN- SION (t)	MAX.TEN- SION (t)	MAX.MOM- ENT (tm)	MIN.MOM- ENT (tm)	MAX.TEN- SION (t)	MAX.TEN- SION (t)	MAX.MOM- ENT (tm)	MIN.MOM- ENT (tm)
STEP-0	2624.	—	—	—	2624.	—	—	—
STEP-1	3345.	191.	0.	0.	3340.	191.	0.	0.
STEP-2	4235.	191.	0.	0.	4228.	191.	0.	0.
STEP-3	5682.	192.	0.	0.	5677.	192.	0.	0.
STEP-4	7194.	192.	0.	0.	7192.	192.	0.	0.
STEP-5	8345.	191.	0.	0.	8345.	191.	0.	0.
STEP-6	8243.	71.	0.	0.	8243.	71.	0.	0.
COMPL.	10213.	76.	0.	0.	10213.	76.	0.	0.

表Ⅲ-13，表Ⅲ-14，および，表Ⅲ-15は，逐次剛結工法，架設ヒンジ工法，および，全ヒンジ工法について，同様の両者の場合の非線形解析における，各架設段階での主ケーブル，補剛桁着目点の橋軸，鉛直方向変位の値を表わすものである。ここに，着目した各節点は，図Ⅲ-18に同時に示した記号を用いて，架設先端部近傍における主ケーブル上の節点 C0, C1, C2, 補剛桁上の節点 G0, G1, G2, および，中間径間 1/2 点のケーブル上の節点 CC の 7 節点である。ただし，架設ヒンジ工法の場合には，G1, G2は存在しない。

表Ⅲ-10～表Ⅲ-12からは，架設ヒンジ工法の STEP-3 での主桁の最大曲げモーメントに若干の影響がみられる以外，主ケーブルの 2 次応力が各種部材の断面力に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。

表Ⅲ-13 各架設段階における主ケーブル，補剛桁着目点の橋軸，鉛直方向変位（逐次剛結工法）

		NEGLECTING SECONDARY STRESS							CONSIDERING SECONDARY STRESS						
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-4.313	—	—	—	—	—	—	-4.322
STEP-1	LONGITU. D.	-1.661	-1.507	-1.364	-1.605	-1.609	-1.613	0.000	-1.618	-1.478	-1.343	-1.568	-1.571	-1.575	0.000
	VERTICAL D.	3.240	2.654	2.090	3.388	3.867	4.347	-7.828	3.122	2.587	2.050	3.272	3.734	4.197	-7.755
STEP-2	LONGITU. D.	-1.444	-1.269	-1.109	-1.354	-1.353	-1.352	0.000	-1.421	-1.256	-1.100	-1.334	-1.333	-1.332	0.000
	VERTICAL D.	2.192	1.303	0.451	2.317	2.448	2.580	-10.302	2.133	1.293	0.467	2.261	2.387	2.513	-10.216
STEP-3	LONGITU. D.	-0.549	-0.446	-0.356	-0.628	-0.631	-0.634	0.000	-0.542	-0.442	-0.353	-0.622	-0.625	-0.628	0.000
	VERTICAL D.	-1.354	-2.232	-3.054	-1.295	-1.469	-1.643	-9.532	-1.377	-2.219	-3.025	-1.315	-1.493	-1.669	-9.473
STEP-4	LONGITU. D.	-0.060	-0.033	-0.013	-0.151	-0.154	-0.156	0.000	-0.059	-0.033	-0.013	-0.150	-0.152	-0.154	0.000
	VERTICAL D.	-2.708	-3.238	-3.699	-2.694	-2.863	-3.032	-5.375	-2.716	-3.225	-3.678	-2.701	-2.873	-3.043	-5.341
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.019	0.019	0.019	0.000	0.007	0.006	0.003	0.019	0.019	0.019	0.000
	VERTICAL D.	-0.852	-0.993	-1.061	-0.849	-0.825	-0.801	-1.098	-0.856	-0.985	-1.050	-0.852	-0.830	-0.807	-1.084
STEP-6	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	-1.087	—	—	—	—	—	—	-1.086
COMPL.	LONGITU. D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000
	VERTICAL D.	—	—	—	—	—	—	0.000	—	—	—	—	—	—	0.000

表Ⅲ-14 各架設段階における主ケーブル，補剛桁着目点の橋軸，鉛直方向変位（架設ヒンジ工法）

		(m)													
		NEGLECTING SECONDARY STRESS							CONSIDERING SECONDARY STRESS						
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	-4.313	---	---	---	---	---	---	-4.322	
STEP-1	LONGITU. D.	-1.661	-1.507	-1.364	-1.605	-1.609	-1.613	0.000	-1.618	-1.478	-1.343	-1.568	-1.571	-1.575	0.000
	VERTICAL D.	3.240	2.654	2.090	3.388	3.867	4.347	-7.828	3.122	2.587	2.050	3.272	3.734	4.197	-7.755
STEP-2	LONGITU. D.	-1.459	-1.282	-1.120	-1.499	-1.504	-1.509	0.000	-1.441	-1.271	-1.113	-1.482	-1.488	-1.493	0.000
	VERTICAL D.	1.901	1.002	0.140	1.974	1.754	1.535	-10.715	1.863	0.999	0.156	1.937	1.712	1.488	-10.638
STEP-3	LONGITU. D.	-0.557	-0.452	-0.361	-0.820	-0.828	-0.836	0.000	-0.551	-0.449	-0.359	-0.813	-0.821	-0.829	0.000
	VERTICAL D.	-2.108	-2.997	-3.828	-2.064	-2.390	-2.716	-10.374	-2.121	-2.980	-3.799	-2.074	-2.402	-2.729	-10.317
STEP-4	LONGITU. D.	-0.061	-0.034	-0.014	-0.188	-0.190	-0.193	0.000	-0.060	-0.033	-0.014	-0.186	-0.819	-0.191	0.000
	VERTICAL D.	-3.072	-3.603	-4.066	-3.059	-3.253	-3.445	-5.747	-3.077	-3.588	-4.044	-3.064	-3.259	-3.453	-5.712
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000
	VERTICAL D.	-0.745	-0.886	-0.953	-0.742	-0.715	-0.688	-0.990	-0.751	-0.881	-0.945	-0.748	-0.722	-0.696	-0.980
STEP-6	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	-1.087	---	---	---	---	---	---	-1.086	
COMPL.	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	

表Ⅲ-15 各架設段階における主ケーブル，補剛桁着目点の橋軸，鉛直方向変位（全ヒンジ工法）

		(m)													
		NEGLECTING SECONDARY STRESS							CONSIDERING SECONDARY STRESS						
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC
STEP-0	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	-4.313	---	---	---	---	---	---	-4.322	
STEP-1	LONGITU. D.	-1.651	-1.498	-1.357	-1.463	---	0.000	-1.614	-1.472	-1.336	-1.432	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	3.040	2.459	1.897	3.115	---	-7.972	2.942	2.399	1.858	3.016	---	---	-7.899	
STEP-2	LONGITU. D.	-1.462	-1.285	-1.123	-1.534	---	0.000	-1.446	-1.275	-1.116	-1.517	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	1.629	0.727	-0.137	1.678	---	-11.019	1.598	0.728	-0.120	1.648	---	---	-10.938	
STEP-3	LONGITU. D.	-0.559	-0.454	-0.362	-0.925	---	0.000	-0.555	-0.452	-0.361	-0.920	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	-2.531	-3.423	-4.258	-2.510	---	-10.826	-2.535	-3.406	-4.232	-2.514	---	---	-10.777	
STEP-4	LONGITU. D.	-0.062	-0.343	-0.014	-0.231	---	0.000	-0.061	-0.034	-0.014	-0.230	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	-3.431	-3.963	-4.427	-3.424	---	-6.111	-3.436	-3.953	-4.412	-3.429	---	---	-6.084	
STEP-5	LONGITU. D.	0.007	0.006	0.003	0.024	---	0.000	0.007	0.006	0.003	0.024	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	-0.742	-0.883	-0.950	-0.739	---	-0.987	-0.752	-0.881	-0.945	-0.748	---	---	-0.979	
STEP-6	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	-1.087	---	---	---	---	---	---	-1.086	
COMPL.	LONGITU. D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	
	VERTICAL D.	---	---	---	---	---	0.000	---	---	---	---	---	---	0.000	

しかしながら，表Ⅲ-13～表Ⅲ-15からは，2次応力が，主ケーブルの変形に対するよりも，補剛桁の変位に対してより顕著な影響を与えていることがわかる。すなわち，逐次剛結工法および架設ヒンジ工法のSTEP-1（架設ヒンジ設置直前であるので，両者の工法による架設状態は同一である）での架設先端の節点G2において，橋軸方向変位で最大38mm，鉛直方向変位で最大150mmの差異がみられる。また，全ヒンジ工法の場合は，同様に，STEP-1での架設先端の節点G0において，橋軸方向変位で最大31mm，鉛直方向変位で最大99mmの差異がみられる。

さらに、表Ⅲ-16は、架設ヒンジ工法のSTEP-1におけるハンガー取付け時の引込力による鉛直方向増分変位と引込長とについて、同様に、2次応力を考慮した場合と考慮しない場合の両者の場合の計算結果を表わすものである。ここに、STEP-1において、ハンガー定着点間C1-G1、C2-G2の距離をハンガー製作長から若干の余裕長を減じた長さまで短縮するための所要引込力は計算上で約250tであった。したがって、この表から、ハンガー定着点間C2-G2の距離の短縮量で最大150mmの差異がみられ、主ケーブルの2次応力の影響が引込長に対しても顕著であることがわかる。

表Ⅲ-16 ハンガー引込力による鉛直方向増分変位と引込長（架設ヒンジ工法—STEP-1）

TRACTION LOAD (ton)	NEGLECTING SECONDARY STRESS						CONSIDERING SECONDARY STRESS					
	INCREMENTAL DISPLACEMENT				REDUCED DISTANCE		INCREMENTAL DISPLACEMENT				REDUCED DISTANCE	
	C1	C2	G1	G2	C1 - G1	C2 - G2	C1	C2	G1	G2	C1 - G1	C2 - G2
50.000	-0.109	0.052	-0.355	-0.405	0.246	0.457	-0.107	0.041	-0.338	-0.386	0.231	0.427
100.000	-0.116	0.043	-0.361	-0.412	0.245	0.455	-0.113	0.033	-0.343	-0.391	0.230	0.424
150.000	-0.123	0.034	-0.366	-0.418	0.243	0.452	-0.119	0.025	-0.348	-0.397	0.229	0.422
200.000	-0.129	0.026	-0.370	-0.422	0.241	0.448	-0.125	0.017	-0.352	-0.401	0.227	0.418
250.000	-0.135	0.017	-0.375	-0.428	0.240	0.445	-0.130	0.010	-0.356	-0.406	0.226	0.416
TOTAL	-0.612	0.172	-1.827	-2.085	1.215	2.257	-0.594	0.126	-1.737	-1.981	1.143	2.107

ゆえに、これらの解析結果からは、架設途中において主ケーブルがワイヤーラッピングされていない長径間吊橋の場合には、誘導した平行線ケーブル部材の計算式を適用することによって効率よく考慮できる2次応力の影響が、施工管理上からも無視できないものになることが十分に予測される。

ただし、本解析は前述したように吊橋の通常の架設計算法にしたがって完成状態を初期状態とした計算を行っており、主ケーブルの2次応力がSTEP-0のフリーケーブル状態で零となるように原点移動して補正しなければならないが、STEP-0で残留した2次応力が大きくなかったことから、図Ⅲ-25～図Ⅲ-30には補正前の値のみを示した。

また、表Ⅲ-13～表Ⅲ-15に示した橋軸、鉛直方向変位については、STEP-0のフリーケーブル状態で残留した2次応力が主ケーブルの変位に及ぼす影響が小さかったことから、各架設段階における主ケーブルおよび補剛桁の変位に及ぼすSTEP-0で2次応力が残留することによる影響も小さいと推測され、補正を行わなかった。

なお、より厳密な影響値を求めるためには、完成状態に全死荷重を逆載荷して得られるフリーケーブル状態を初期状態として、架設計算を実行すればよい。

第 6 章 走行荷重による吊橋の動的応答解析

本章では、第 4 章に示した、吊橋特有の動力学的特性の 1 つである補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析の応用を考え、走行荷重による鉄道（道路併用）吊橋の動的応答解析を実施し、設計に関する基礎資料を提供することを試みる。

図 III-31 に示すような中央径間長 1,100 m の 3 径間対称連続支持吊橋の実橋設計例を対象とし、設計鉄道荷重が補剛桁上を走行する場合における動的有限変位解析を行なう。この図において、 p および V はそれぞれ、載荷長 320 m の等分布荷重である設計鉄道荷重の荷重強度および走行速度である。

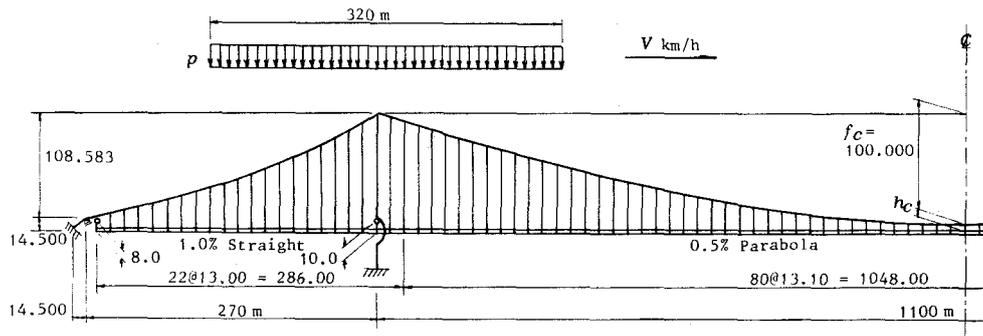
さらに、表 III-17 が、この実橋設計例の諸元を示すものである。この表からわかるように、ここでは、補剛桁の遊動円木振動に関するパラメータとして、無次元パラメータ

$$\left. \begin{aligned} \beta &= w_g / (w_c + w_g), \\ \gamma &= h_c / f_c \end{aligned} \right\} \text{(III-79)}$$

を考え、それぞれ、2 種および 5 種の両者の値を組合わせて解析を行なう。ここに、 w_g 、 w_c 、 h_c および f_c はそれぞれ、補剛桁部、主ケーブル部の分布死荷重、中央ハンガ－の部材長および主ケーブルのサグである。すなわち、このことは、両者のパラメータの値を組合わせて補剛桁の遊動円木振動性状を変

表 III-17 実橋設計例の諸元

		SIDE SPAN		CENTER SPAN
MAIN CABLE	AREA	A_c (m ²)	1.5410	
	INERTIA	I_c (m ⁴)	0.0	
	MODULUS	E_c (t/m ²)	2.0×10 ⁷	
	DEAD LOAD	w_c (t/m)	(1-β)×43.14	(1-β)×41.94
HANGER	AREA	A_h (m ²)	0.0132	
	INERTIA	I_h (m ⁴)	0.0	
	MODULUS	E_h (t/m ²)	1.4×10 ⁷	
STIFF. GIRDER	AREA	A_g (m ²)	0.4874	~ 0.9170
	INERTIA	I_g (m ⁴)	20.5530	~ 38.4978
	MODULUS	E_g (t/m ²)	2.1×10 ⁷	
	DEAD LOAD	w_g (t/m)	β×43.14	β×41.94
TOWER	AREA	A_t (m ²)	3.4460	, 3.8600
	INERTIA	I_t (m ⁴)	26.9340	, 45.8720
	MODULUS	E_t (t/m ²)	2.1×10 ⁷	
PARAMETER	(= $w_g / (w_c + w_g)$)	β	0.70, 0.90	
	(= h_c / f_c)	γ	0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.10	
MOVING LOAD	INTENSITY	p (t/m)	3.800	
	SPEED	V (km/h)	80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160	



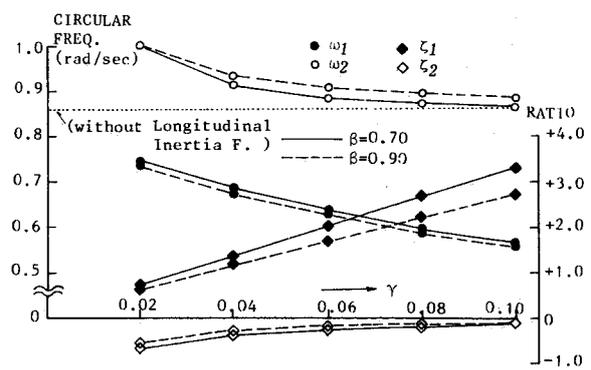
化させ、鉄道吊橋の構造全体の動的応答性状に及ぼす影響を、より明確に把握することを意味している。さらに、平滑走行による速度効果をより明確にするために、荷重強度 p を 3.8 t/m とした設計鉄道荷重の走行速度 V の値は、最大 160 km/h として、9種の値を用いる。

a) 予備解析

予備解析として、補剛桁の遊動円木振動および主ケーブルの橋軸方向移動によって生じる慣性力の影響を考慮した固有振動解析から得られる、内部共振による2種の逆対称一次固有振動に関する固有円振動数および固有振動モードを用いて、種々の数値計算を行なう。なお、ここでは、その簡便性から、試算計算法として提案した、撓度理論に基づく固有振動計算法による結果を適用する。

図III-32は、無次元パラメータ β , γ の各種の組合わせにおける1次、2次の固有円振動数 ω_1 , ω_2 , および、対応する2種の逆対称一次固有振動モードの鉛直方向成分 $\eta(x)$ の最大値を1.0として、それに対する補剛桁の遊動円木振動すなわち橋軸方向成分の2種の振幅比 ζ_1 , ζ_2 (主ケーブルの橋軸方向移動量 $\xi_c(x)$ と同方向である ζ_1 の符号を正、逆方向である ζ_2 の符号を負とする) の値を示すものである。すなわち、逆対称一次の鉛直たわみ振動成分が相似形であり、補剛桁の遊動円木振動成分が異なる比率で、しかも、逆位相で連成する固有振動は、1次および2次に現われている。なお、比較のために、この図には、従来の解析に対応して補剛桁の遊動円木振動などによる橋軸方向慣性力の影響に関する補正を施さなかった場合の最低次の固有円振動数も点線で付記してある。

つぎに、図III-33は、上記の1次、2次の固有振動に関する強制振動項およびそれらを合成したものの動的増幅率に対応する $(DAF)_{1,p}$, $(DAF)_{2,p}$ および $(DAF)_{v,p}$, $(DAF)_{u,p}$ の値を示すものである。これらの諸数値は、単純支持梁上を単一集中荷重が速度 $V = 160 \text{ km/h}$ で走行する場合の解式から、



図III-32 逆対称一次の固有円振動数と振幅比

$$(DAF)_{1,p} = \frac{1}{1 - \alpha_{v,1}^2} \quad (DAF)_{2,p} = \frac{1}{1 - \alpha_{v,2}^2} \quad \dots \quad (III - 80)$$

$$\left. \begin{aligned} (DAF)_{v,p} &= \{ (DAF)_{1,p} \cdot X_{v,1} + (DAF)_{2,p} \cdot X_{v,2} \} / (X_{v,1} + X_{v,2}) \\ (DAF)_{u,p} &= \{ (DAF)_{1,p} \cdot X_{u,1} + (DAF)_{2,p} \cdot X_{u,2} \} / (X_{u,1} + X_{u,2}) \end{aligned} \right\} (III - 81)$$

なる式で与えられ、式(III-81)の $(DAF)_{v,p}$ 、 $(DAF)_{u,p}$ は補剛桁の鉛直方向、橋軸方向変位の強制振動項の動的増幅率に対応している。ここに、中央径間長(第2径間長)を L_2 として、

$$\alpha_{v,k} = \frac{2\pi V}{\omega_k L_2} \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (III-82)$$

はいわゆる速度パラメータである。また、 $X_{v,1}$ 、 $X_{v,2}$ および $X_{u,1}$ 、 $X_{u,2}$ は1次、2次の固有振動に関する補剛桁の鉛直方向および橋軸方向変位の静的な場合の最大応答振幅であり、第 i 径間の諸量に添字 i を付し、重力加速度を g とすれば、次式で表わされる。

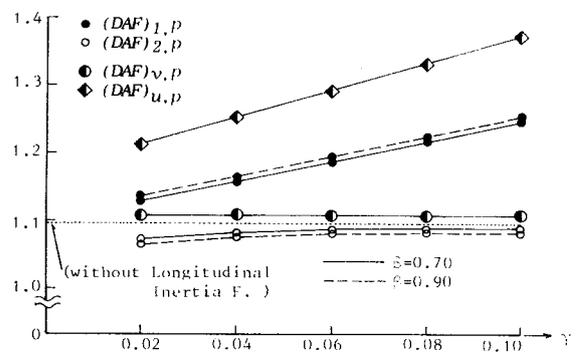
$$\left. \begin{aligned} X_{v,k} &= 1 / \left[\omega_k^2 \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{w_{g,i}}{g} L_i \zeta_k^2 + \frac{w_{c,i}}{g} \int_0^{L_i} \xi_{c,i}^2(x_i) dx_i \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{w_{c,i} + w_{g,i}}{g} \int_0^{L_i} \eta_i^2(x_i) dx_i \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (III-83) \\ X_{u,k} &= \zeta_k \cdot X_{v,k} \quad (k=1, 2) \end{aligned} \right\}$$

なお、この図には、橋軸方向慣性力の影響に関する補正を施さなかった場合の値も点線で付記してある。

さらに、図III-34の上段の図は、上記の1次、2次の固有振動に関する自由振動項およびそれらを合成したものの動的増幅率に対応する $(DAF)_{1,f}$ 、 $(DAF)_{2,f}$ および $\max(DAF)_{v,f}$ 、 $\min(DAF)_{v,f}$ 、 $\max(DAF)_{u,f}$ 、 $\min(DAF)_{u,f}$ の値を示すものである。ここに、これらの諸数値は単純支持梁上を単一集中荷重が速度 $V = 160 \text{ km/h}$ で走行する場合の解式から、

$$(DAF)_{1,f} = \frac{\alpha_{v,1}}{1 - \alpha_{v,1}^2} \quad (DAF)_{2,f} = \frac{\alpha_{v,2}}{1 - \alpha_{v,2}^2} \quad \dots\dots\dots (III-84)$$

$$\left. \begin{aligned} \max(DAF)_{v,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{v,1} + (DAF)_{2,f} \cdot X_{v,2} \} / (X_{v,1} + X_{v,2}) \\ \min(DAF)_{v,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{v,1} - (DAF)_{2,f} \cdot X_{v,2} \} / (X_{v,1} + X_{v,2}) \\ \max(DAF)_{u,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{u,1} - (DAF)_{2,f} \cdot X_{u,2} \} / (X_{u,1} + X_{u,2}) \\ \min(DAF)_{u,f} &= \{ (DAF)_{1,f} \cdot X_{u,1} + (DAF)_{2,f} \cdot X_{u,2} \} / (X_{u,1} + X_{u,2}) \end{aligned} \right\} \quad (III-85)$$

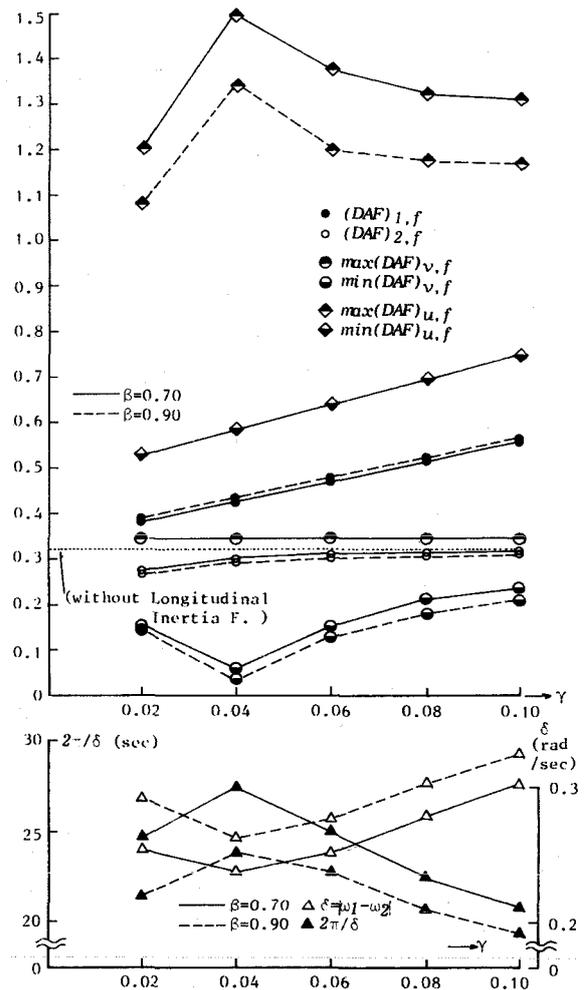


図III-33 強制振動項に関する動的増幅率
($V = 160 \text{ km/h}$)

なる式で与えられ、式(III-85)の $\max(DAF)_{v,f}$, $\min(DAF)_{v,f}$ および $\max(DAF)_{u,f}$, $\min(DAF)_{u,f}$ は beating 現象における補剛桁の鉛直方向変位および橋軸方向変位の自由振動項の最大、最小動的増幅率に対応している。同様に、この図には、橋軸方向慣性力の影響に関する補正を施さなかった場合の値も点線で付記してある。他方、図III-34の下段の図は、beating 現象の周期 $2\pi/\delta$ の値を示すものである。

まず、図III-32、図III-34から、無次元パラメータ $\beta = 0.70$ および $\beta = 0.90$ の場合とも、 $r = 0.04$ の場合に、内部共振に起因する2種の逆対称一次の固有円振動数 ω_1 , ω_2 が最も近接して、自由振動項の beating 現象を最も顕著に生じるが、 $r = 0.02$, 0.06 の場合にも、 $r = 0.08$, 0.10 の場合に比較すればかなり顕著に生じていることがわかる。すなわち、これらの場合には、図III-34において、補剛桁の鉛直方向変位の自由振動項の最大動的増幅率に対応する $\max(DAF)_{v,f}$ は他の β , r の値の組合せの場合と差異はないが、最小動的増幅率に対応する $\min(DAF)_{v,f}$ は急激に低減されることがわかる。また、補剛桁の橋軸方向変位の自由振動項に関しては、逆に、最大動的増幅率に対応する $\max(DAF)_{u,f}$ が beating 現象によって増大すること、および、最小動的増幅率に対応する $\min(DAF)_{u,f}$ が無次元パラメータ β には依存しないが、 r の値の増加に伴って増大することがわかる。なお、補剛桁の鉛直方向変位の自由振動項の最大動的増幅率に対応する $\max(DAF)_{v,f}$ が橋軸方向の慣性力を考慮しない場合に比較して少し大きいこと、および、自由振動項の beating 現象の周期 $2\pi/\delta$ の最大値が約 28sec であることもわかる。

さらに、図III-33からは、補剛桁の鉛直方向変位の強制振動項の動的増幅率に対応する、 $(DAF)_{v,p}$ が、無次元パラメータ β , r の値に関係なくほぼ一定であり、橋軸方向の慣性力を考慮しない場合に比較して少し大きいことがわかる。また、補剛桁の橋軸方向変位の強



図III-34 beating 現象における自由振動項に関する最大、最小動的増幅率と周期 ($V = 160\text{km/h}$)

制振動項の動的増幅率に対応する $(DAF)_{u,p}$ が無次元パラメータ β には依存しないが、 r の値の増加に伴って増大することがわかる。

b) 鉄道荷重による動的応答解析

予備解析結果を参照して、表Ⅲ-18に示す6種の解析モデルを対象とし、鉄道荷重による動的有限変位解析を行ない、振動性状を比較、検討する。すなわち、MODEL-1~4は、無次元パラメータ β の2種の値および r の3種の値を組合わせたものであり、内部共振をかなり顕著に起こす条件を満足する補剛桁の遊動円木振動性状を有するモデルである。さらに、MODEL-4S、および、MODEL-4Vは、センターダイアゴナルスティ（有効断面積 0.011 m^2 ）を設ける場合、および、橋軸方向慣性力を考慮しない場合のものである。

なお、ここでは、センタースティの他、エンドリンクおよびタワーリンク（断面積 1.0 m^2 、部材長 8.0 m および 10.0 m ）などの部材の変形も考慮することから、有限変位理論に基づく固有振動解析法および動的応答解析法を適用する。

表Ⅲ-18 解析モデル

	PARAMETER : β	PARAMETER : r	INFORMATION
MODEL-1	0.90	0.06	—————
MODEL-2			—————
MODEL-3		0.04	—————
MODEL-4		0.02	—————
MODEL-4S	0.70	0.02	CENTER-STAY (AREA: 0.011 m^2)
MODEL-4V			NO LONGITUDINAL INERTIA F.

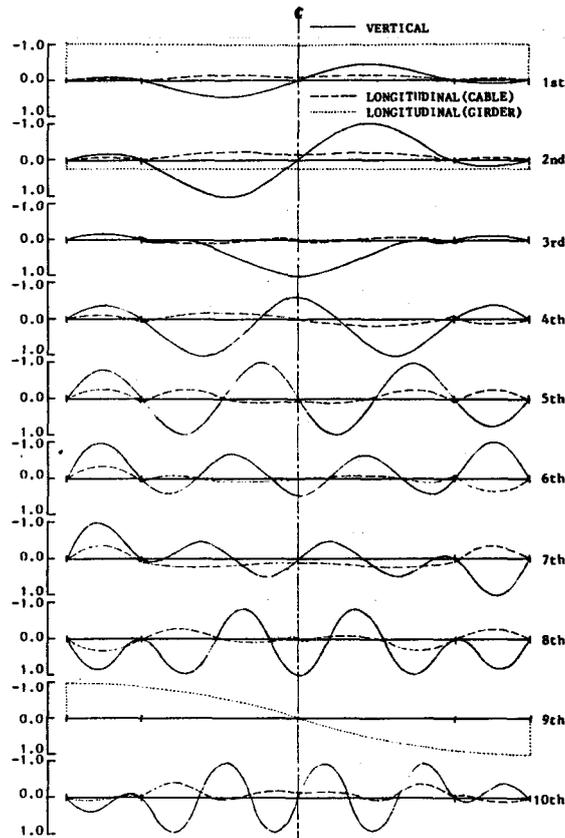
固有振動解析は、完成死荷重時の静的な平衡状態での有限要素法および有限変位理論に基づく接線剛性マトリックスによって線形化される運動方程式に対して行なう。さらに、動的応答解析は、固有振動解析から得られる対称四次および逆対称四次までの固有振動モードを用いるモード重畳法による線形化解析を行なう一方、完成死荷重時の接線剛性マトリックスを常に用いる線形化解析、および、各時間ステップにおいて第I編の推定割線剛性マトリックスを用いる非線形解析の両者の解析を、直接積分法によって行なう。

まず、表Ⅲ-19が、各解析モデルの対称四次および逆対称四次までの固有周期を表わすものである。この表において、9次の振動モードは橋軸方向振動成分が卓越したものであり、橋軸方向慣性力を無視した MODEL-4V の場合には存在していない。そして、図Ⅲ-35、図Ⅲ-36および図Ⅲ-37が、MODEL-2、MODEL-4 および MODEL-4S の10次までの固有振動モードを示すものである。表Ⅲ-19および図Ⅲ-35、図Ⅲ-36から、センタースティのない MODEL-1~4 の場合に、内部共振によって、固有周期が近接し、補剛桁の遊動円木振動成分が逆位相で連成する2種の逆対称一次の振動モードが、1次、2次の固有振動モードに現われていることがわかる。また、表Ⅲ-19および図Ⅲ-37から、センタースティのある MODEL-4S については、逆対称二次の固有振動モードが4次、5次の2種存在しているのがみられるが、遊動円木振動と異なり、鉛直方向の振動成分に多大の影響を及ぼす橋軸方向の振動成分の連成（補剛桁の橋軸方向の移動が拘束されているからであり、ステイケーブル

の断面を大きくすれば，さらに高次の逆対称固有振動において生じる) によるものであることは，容易に計算で確かめられる。なお，表Ⅲ-19において，MODEL-4V については，橋軸方向の慣性力を無視したことから，当然に，橋軸方向の振動成分が連成する固有振動は存在していない。

表Ⅲ-19 各解析モデルの固有周期

MODES	ORDER	(sec)							
		MODEL-1	MODEL-2	MODEL-3	MODEL-4	MODEL-4S	MODEL-4V		
Asymmetric (1st)	1st	9.90	9.78	9.07	8.31	1st	7.67	1st	7.22
	2nd	6.90	7.03	6.86	6.36				
Symmetric (1st)	3rd	5.81	5.82	5.82	5.82	2nd	5.82	2nd	5.80
Symmetric (2nd)	4th	4.37	4.38	4.38	4.38	3rd	4.37	3rd	4.35
Asymmetric (2nd)	5th	3.16	3.17	3.17	3.17	4th	3.41	4th	3.14
						5th	3.13		
Symmetric (3rd)	6th	2.54	2.55	2.55	2.55	6th	2.55	5th	2.51
Asymmetric (3rd)	7th	2.42	2.46	2.46	2.46	7th	2.41	6th	2.40
Symmetric (4th)	8th	1.98	1.99	1.99	1.99	8th	1.99	7th	1.97
———— (—)	9th	1.93	1.68	1.68	1.68	9th	1.68	—	—
Asymmetric (4th)	10th	1.58	1.59	1.59	1.59	10th	1.58	8th	1.57



図Ⅲ-35 固有振動モード (MODEL-2)

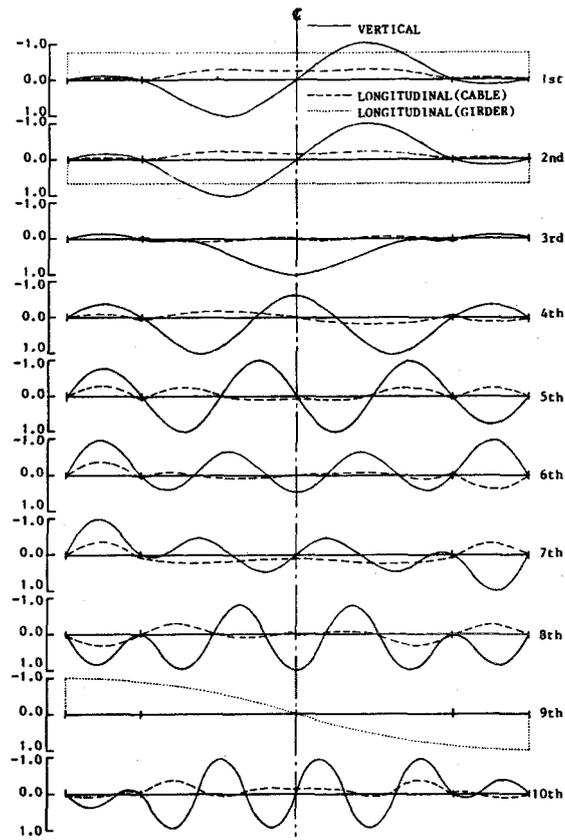


図 III-36 固有振動モード (MODEL-4)

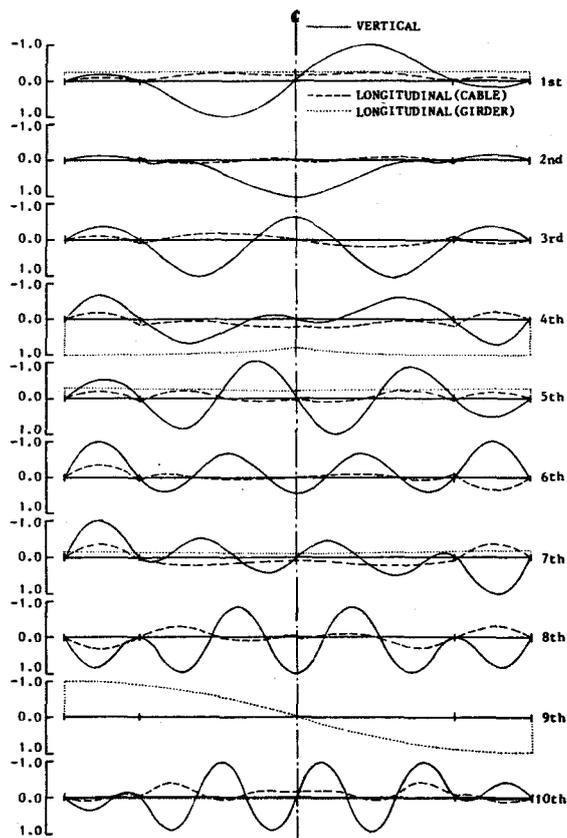
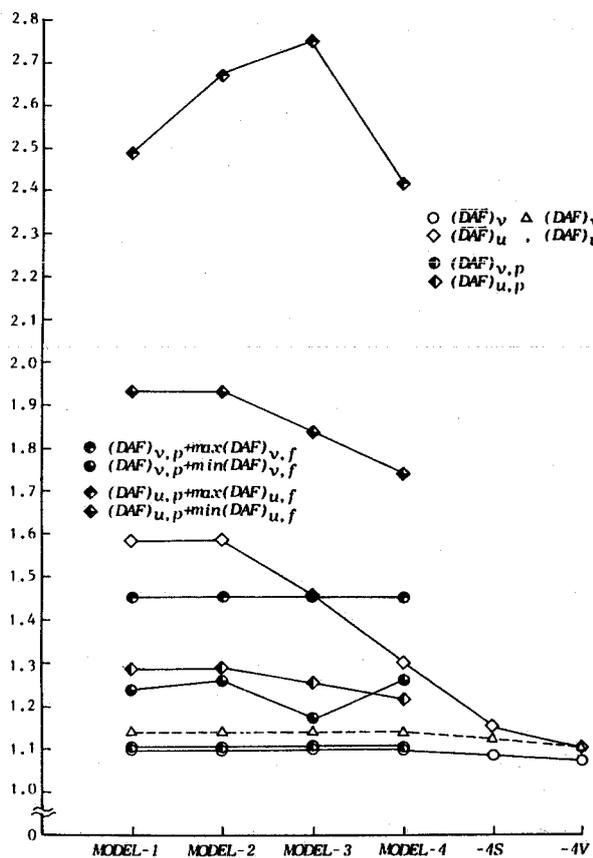
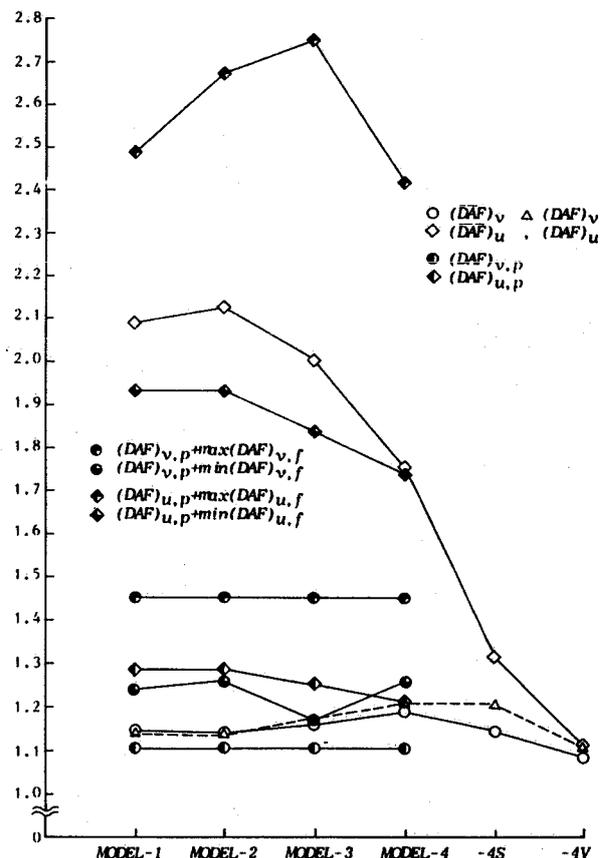


図 III-37 固有振動モード (MODEL-4S)

図Ⅲ-38, および, 図Ⅲ-39は, 載荷長 320 m の分布荷重である鉄道荷重, および, その総荷重強度を集中させた単一集中荷重が速度 $V = 160 \text{ km/h}$ で平滑走行する場合での, モード重畳法による線形化解析における補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の動的増幅率の値 $(\overline{DAF})_v$, $(\overline{DAF})_u$, 逆対称一次振動モードのみに関する同様の値 $(DAF)_v$, $(DAF)_u$ を, 各解析モデルについて示すものである。なお, この図には, 参考のために, 内部共振による逆対称一次の2種の固有振動に関して, 式(Ⅲ-81)で与えられた強制振動項の動的増幅率 $(DAF)_{v,p}$, $(DAF)_{u,p}$, および, それらと式(Ⅲ-85)で与えられた beating 現象における自由振動項の最大, 最小動的増幅率 $\max(DAF)_{v,f}$, $\min(DAF)_{v,f}$, $\max(DAF)_{u,f}$, $\min(DAF)_{u,f}$ との和の値も付記している。



図Ⅲ-38 補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の動的増幅率 (分布荷重, $V=160\text{km/h}$)

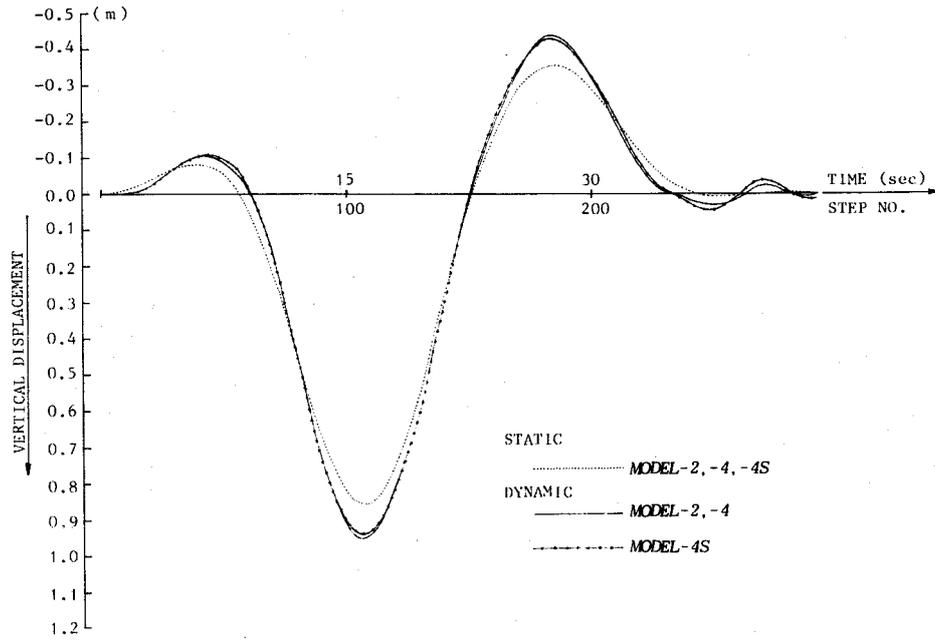


図Ⅲ-39 補剛桁の鉛直, 橋軸方向変位の動的増幅率 (集中荷重, $V=160\text{km/h}$)

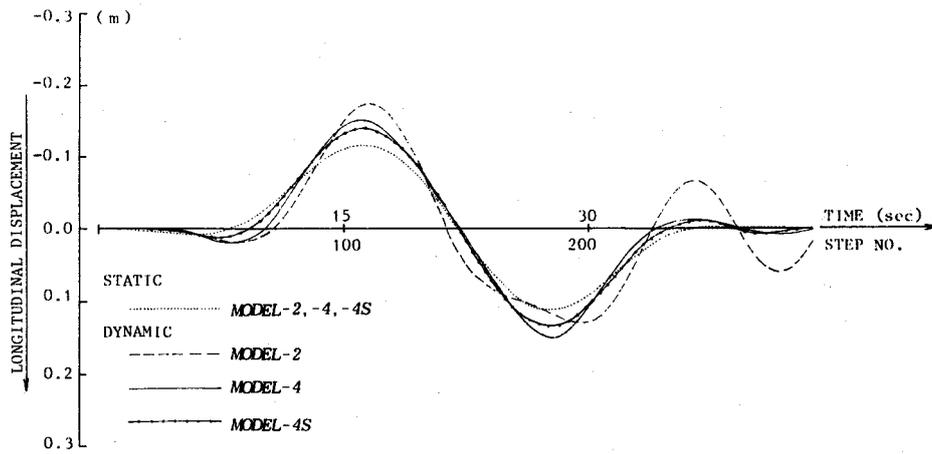
図Ⅲ-38からは, 分布荷重である鉄道荷重の場合, MODEL-1~4 の鉛直方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_v$ は, それぞれ 1.101, 1.098, 1.101, 1.098 でほとんど差異がなく $(DAF)_{v,p}$ と $\max(DAF)_{v,f}$ との和と同様の傾向であり, MODEL-4S, MODEL-4V に比較して少し

大きいことがわかる。また、MODEL-1~4の橋軸方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_u$ は、 $(DAF)_{u,p}$ と $\min(DAF)_{u,f}$ との和と同様の傾向で値が変化し、MODEL-4S、MODEL-4V（この場合は鉛直および橋軸方向変位の両者の動的増幅率がほぼ等しい）に比較してかなり大きく、鉛直方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_v$ より非常に大きいことがわかる。そして、無次元パラメータ r の値が等しく β の値が異なる MODEL-1 と MODEL-2 の場合に差異がないこと、および、 β の値が等しく r の値が異なる MODEL-2~4 の場合にそれぞれ 1.582、1.458、1.298 の値で顕著な差異がみられることから、橋軸方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_u$ は、 β の値には依存しないが、 r の値が減少するのに伴って減少することがわかる。さらに、 $(\overline{DAF})_v$ が $(DAF)_{v,p}$ と $\min(DAF)_{v,f}$ との和の値の変化に無関係であること、および、同様に $(\overline{DAF})_u$ が $(DAF)_{u,p}$ と $\max(DAF)_{u,f}$ との和の値の変化に無関係であることから、逆対称一次の固有振動モードに関する $(DAF)_v$ 、 $(DAF)_u$ が支配的であるにもかかわらず、MODEL-1~4において beating 現象によるものと推測される影響はほとんどみられないことがわかる。他方、図Ⅲ-39からは、集中荷重の場合には分布荷重の場合に比較して、自由振動項が寄与する度合いが大きいことから、鉛直方向、橋軸方向変位の動的増幅率 $(\overline{DAF})_v$ 、 $(\overline{DAF})_u$ の両者の値が大きくなっていることがわかる。しかしながら、 $(\overline{DAF})_v$ および $(\overline{DAF})_u$ がそれぞれ $(DAF)_{v,p}$ と $\min(DAF)_{v,f}$ との和および $(DAF)_{u,p}$ と $\max(DAF)_{u,f}$ との和の値の変化に敏感ではないことから、自由振動項が寄与する度合いが大きい集中荷重の場合にも、beating 現象によるものと推測される影響は顕著ではないことがわかる。

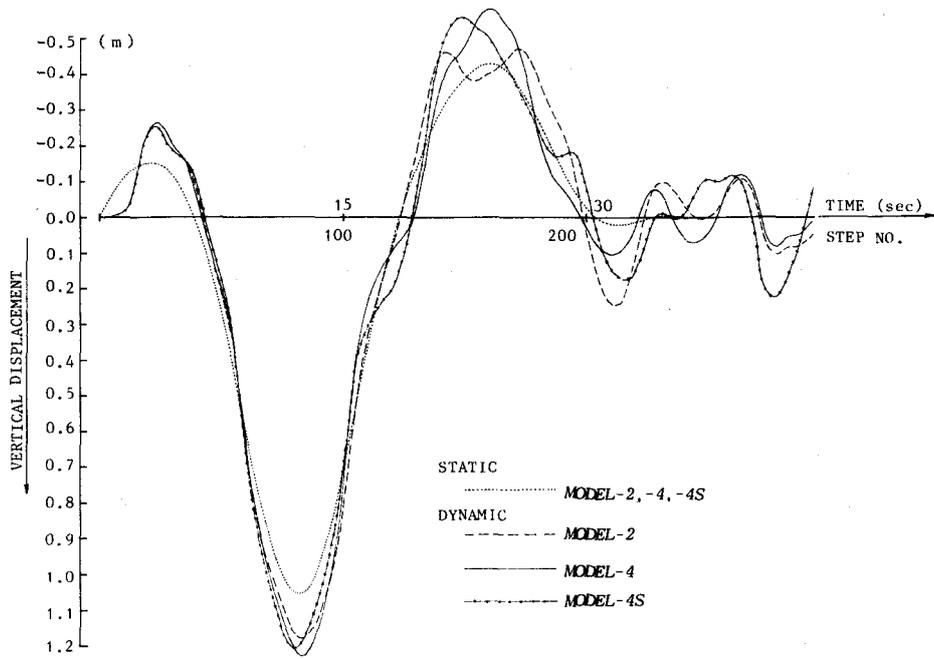
図Ⅲ-40、図Ⅲ-41、および、図Ⅲ-42、図Ⅲ-43は、載荷長 320 m の分布荷重である鉄道荷重、および、それと等価な荷重強度である集中荷重が速度 160 km/h で平滑走行する場合での、モード重畳法による線形化解析における補剛桁の中央径間 1/4 点の鉛直方向変位、左端（可動端）の橋軸方向変位の応答一時間曲線を、MODEL-2、MODEL-4、MODEL-4S について示すものである。これらの図には、参考のために、動的応答値のみならず、静的な場合の応答値も付記している。また、図Ⅲ-44、図Ⅲ-45、および、図Ⅲ-46、図Ⅲ-47は、同様の両者の場合における、逆対称一次固有振動モードに関する一般化座標の時間曲線を、MODEL-2、MODEL-4、MODEL-4S について示すものである。これらの図からは、つぎのようなことがわかる。すなわち、MODEL-2、MODEL-4 において、図Ⅲ-40、図Ⅲ-41、図Ⅲ-44 および 図Ⅲ-45 では、分布荷重の場合には、1次、2次の逆対称一次固有振動に関するものが支配的な動的応答であるが、自由振動項の寄与の度合いがかなり小さいことから、第Ⅱ編の L-20 相当設計荷重列による斜張橋の動的応答におけるようなシステムダンピング効果はほとんどみられないことがわかる。また、図Ⅲ-42、図Ⅲ-43、図Ⅲ-46 および 図Ⅲ-47 では、集中荷重の場合にも、自由振動項の寄与の度合いは小さくないが、1次、2次の



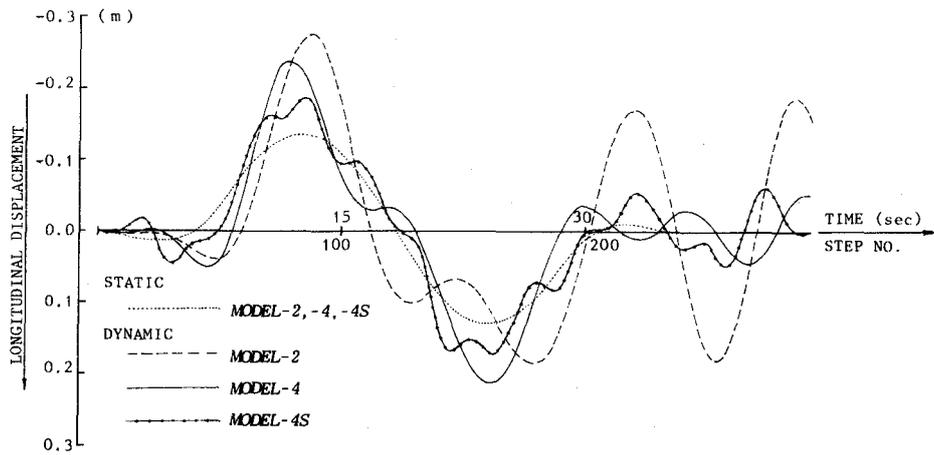
図Ⅲ-40 補剛桁の中央径間1/4点の鉛直方向変位の応答一時間曲線
(MODEL-2,-4,-4S, 分布荷重, $V=160\text{km/h}$)



図Ⅲ-41 補剛桁の左端(可動端)の橋軸方向変位の応答一時間曲線
(MODEL-2,-4,-4S, 分布荷重, $V=160\text{km/h}$)



図Ⅲ—42 補剛桁の中央径間 1/4 点の鉛直方向変位の応答—時間曲線
 (MODEL-2,-4,-4S, 集中荷重, $V=160\text{km/h}$)



図Ⅲ—43 補剛桁の左端 (可動端) の橋軸方向変位の応答—時間曲線
 (MODEL-2,-4,-4S, 集中荷重, $V=160\text{km/h}$)

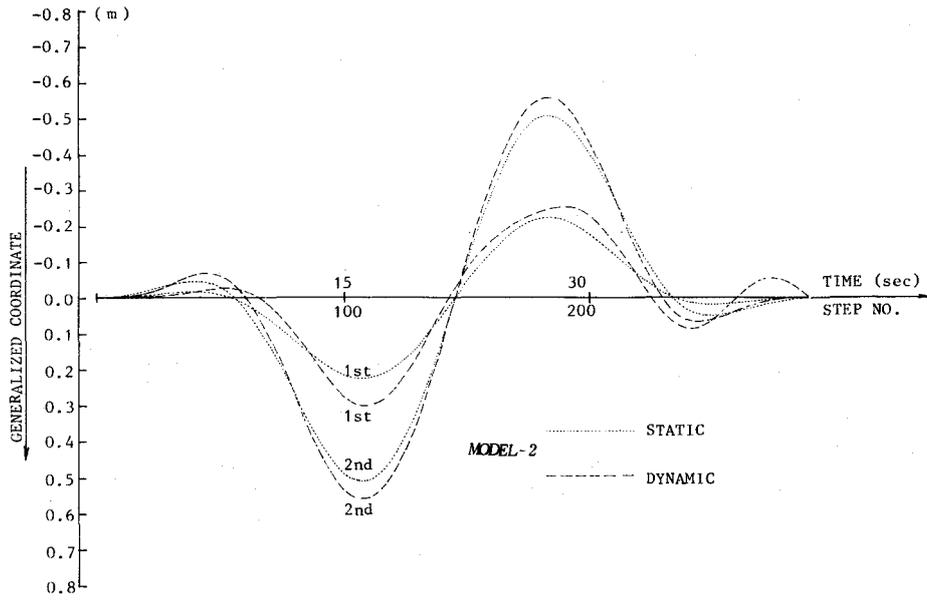


図 III—44 逆対称一次固有振動モードに関する一般化座標の時間曲線
 (MODEL-2, 分布荷重, $V=160\text{km/h}$)

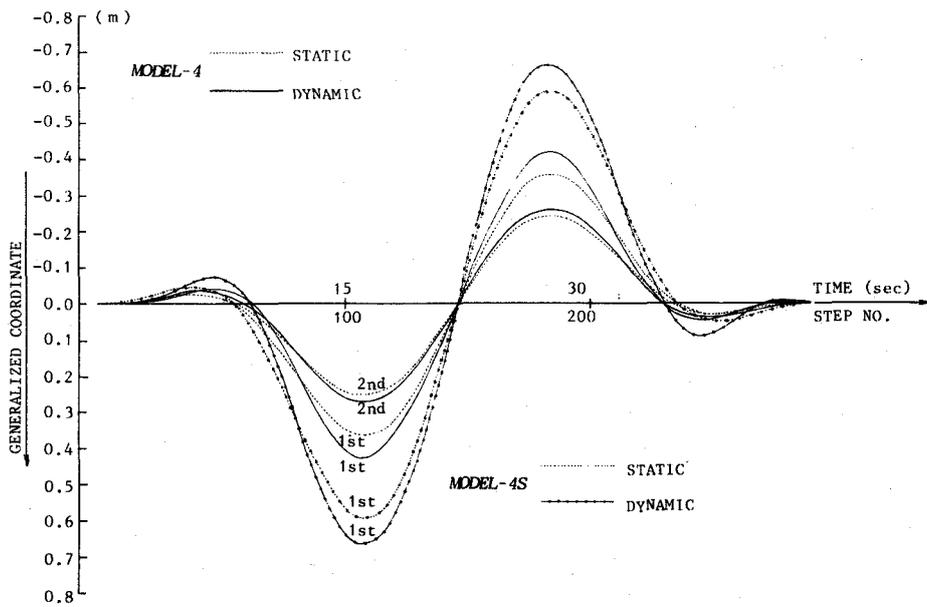


図 III—45 逆対称一次固有振動モードに関する一般化座標の時間曲線
 (MODEL-4, -4S, 分布荷重, $V=160\text{km/h}$)

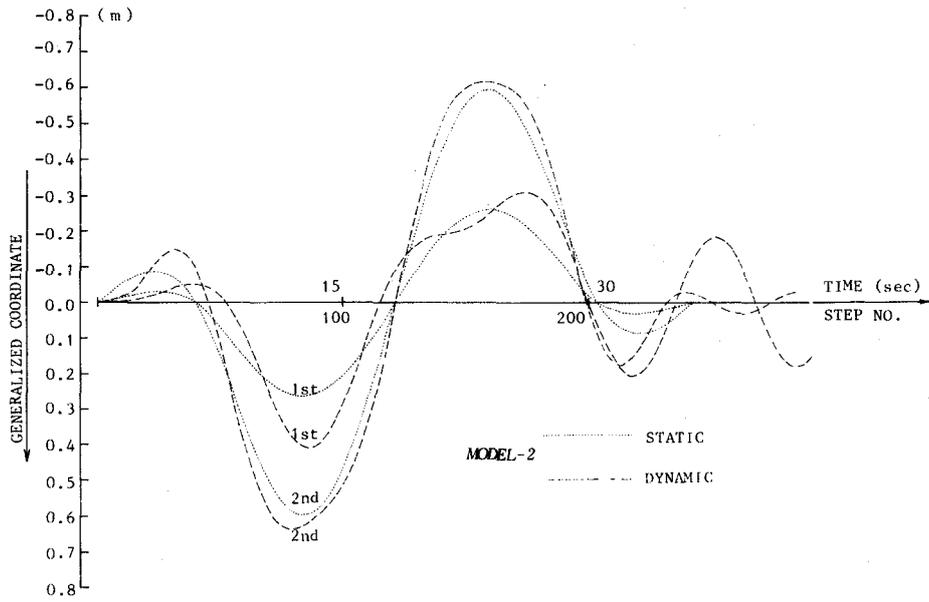


図 III—46 逆対称一次固有モードに関する一般化座標の時間曲線
(MODEL—2, 集中荷重, $V = 160\text{km/h}$)

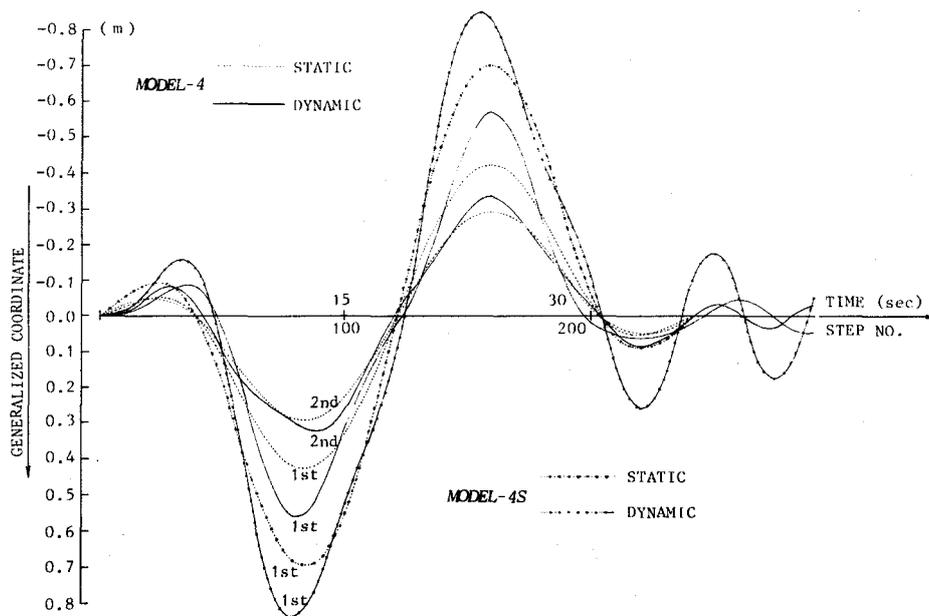


図 III—47 逆対称一次固有振動モードに関する一般化座標の時間曲線
(MODEL—4, -4S, 集中荷重, $V = 160\text{km/h}$)

逆対称一次の固有振動の周期に対する、これらの固有振動に関する beating現象の周期の比率が大きくないことから、同様にシステムダンピング効果はほとんどみられないことがわかる。

さらに、表Ⅲ-20、および、表Ⅲ-21は、鉄道荷重が速度 $V = 160 \text{ km/h}$ で平滑走行する場合での、モード重畳法による線形化解析、直接積分法による線形化、非線形解析の3者の解析における、補剛桁の鉛直、橋軸方向変位、曲げモーメント、主ケーブルの張力、および、ハンガー、リンク、センターステイの張力の動的増幅率、静的な場合の最大応答値を表わすものである。これらの表では、MODEL-4Sの直接積分法による非線形解析において、鉄道荷重を複線載荷して得られる値に $1/2$ を乗じたものも付記している。なお、表Ⅲ-20に示した補剛桁の鉛直、橋軸方向変位の動的増幅率 $(DAF)_v$ 、 $(DAF)_u$ は図Ⅲ-38における同一の記号のものを表示したものである。これらの表からは、まず、MODEL-1~4の補剛桁の鉛直方向変位と曲げモーメントの両者の動的増幅率には差異がなく、同様に、MODEL-4S、MODEL-4Vに比較して少し大きいことがわかる。すなわち、例えば、モード重畳法による線形化解析において、MODEL-1~4の補剛桁の曲げモーメントの動的増幅率はそれぞれ 1.103、1.105、1.108、1.109 であり、遊動円木振動の影響はほとんどなく、橋軸方向変位の動的増幅率がこれらに比較してかなり大きいことがわかる。また、主ケーブル、ハンガー、リンクの張力の動的増幅率については、小さな値であることもあって、各モデルにおける差異はほとんどなく、遊動円木振動の影響がほとんどみられないことがわかる。そして、MODEL-4Sの場合のセンターステイの張力の動的増幅率が、例えば、モード重畳法による線形化解析において 1.372 の値であり、かなり大きい値であることもわかる。一方、モード重畳法および直接積分法の両者による線形化解析において、補剛桁の鉛直、橋軸方向変位、曲げモーメント、主ケーブルの張力の動的増幅率、静的な場合の最大応答値の値は、非常によく一致していることがわかる。また、両者によるハンガー、リンクの張力の動的増幅率の値はタワーリンクの張力のそれを除いてほぼ一致しており、静的な場合の最大応答値の差異は小さくないが、動的増幅率の値が小さいことから、これらの部材における動的効果の度合を検討するにはモード重畳法によっても十分であることがわかる。さらに、MODEL-2の直接積分法による非線形解析によって得られた値は、線形化解析によって得られた値と比較して、動的増幅率の値にはほとんど差異がなく、静的な場合の最大応答値に若干の差異がみられるのみであることがわかる。ただし、MODEL-4Sの場合、センターステイの張力の動的増幅率は、モード重畳法による線形化解析、直接積分法による非線形解析によって得られた単線載荷の場合の値、および、非線形解析によって得られた複線載荷の場合の値がそれぞれ 1.372、2.168、および、2.305 であり、非常に大きい差異のあることがわかる。

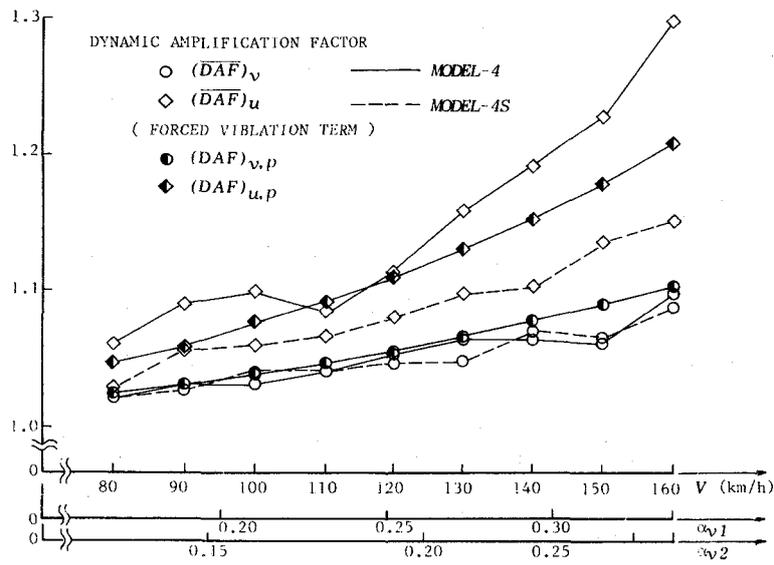
表Ⅲ—20 鉄道荷重走行による補剛桁の鉛直，橋軸方向変位，曲げモーメントと主ケーブルの張力の動的増幅率($V = 160\text{km/h}$)

				STIFFENING GIRDER				STIFF. G.		MAIN CABLE	
				DISPLACEMENT (m)				MOMENT		TENSION	
				VERTICAL		LONGITUDINAL		$(\times 10^5 \text{tm})$		$(\times 10^4 \text{t})$	
				STATIC	$(DAF)_v$	STATIC	$(DAF)_u$	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.
MODE SUPERPOSITION M.	LINEARIZED ANALYSIS	SINGLE TRACK	MODEL-1	0.8746	1.101	0.1105	1.580	0.158	1.103	0.264	1.047
			MODEL-2	0.8763	1.098	0.1115	1.582	0.157	1.105	0.265	1.048
			MODEL-3	0.8748	1.101	0.1133	1.458	0.157	1.108	0.265	1.043
			MODEL-4	0.8727	1.098	0.1164	1.298	0.157	1.109	0.265	1.048
			MODEL-4S	0.8728	1.087	0.1212	1.152	0.157	1.099	0.265	1.052
			MODEL-4V	0.8730	1.073	0.1166	1.103	0.157	1.083	0.264	1.045
DIRECT INTEGRATION METH.	NON-LINEAR ANALYSIS	D.T./2	MODEL-2	0.8737	1.098	0.1114	1.584	0.147	1.122	0.265	1.050
			MODEL-2	0.8551	1.095	0.1093	1.573	0.145	1.113	0.264	1.047
			MODEL-4	0.8525	1.093	0.1141	1.290	0.146	1.116	0.263	1.044
			MODEL-4S	0.8525	1.084	0.1179	1.147	0.146	1.107	0.263	1.048
			MODEL-4S	0.8347	1.080	0.1144	1.142	0.144	1.103	0.262	1.046

表Ⅲ—21 鉄道荷重走行によるハンガー，リンクとセンタースティの張力の動的増幅率($V = 160\text{km/h}$)

				HANGER				LINK				CENTER -STAY	
				EXTREME END		CENTER		END-LINK		TOWER-LINK		T. ($\times 10^2 \text{t}$)	
				TENSION ($\times 10^2 \text{t}$)				TENSION ($\times 10^3 \text{t}$)					
				STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.	STATIC	D.A.F.
MODE SUPERPOSITION M.	LINEARIZED ANALYSIS	SINGLE TRACK	MODEL-1	0.494	1.057	0.385	1.032	0.245	1.044	0.480	1.034	—	—
			MODEL-2	0.496	1.052	0.257	1.028	0.246	1.046	0.480	1.043	—	—
			MODEL-3	0.524	1.052	0.257	1.027	0.247	1.043	0.480	1.040	—	—
			MODEL-4	0.558	1.059	0.257	1.027	0.248	1.047	0.480	1.055	—	—
			MODEL-4S	0.561	1.050	0.268	1.028	0.248	1.039	0.479	1.056	0.210	1.372
			MODEL-4V	0.562	1.046	0.259	1.027	0.250	1.042	0.478	1.041	—	—
DIRECT INTEGRATION METH.	NON-LINEAR ANALYSIS	D.T./2	MODEL-2	0.527	1.069	0.427	1.032	0.326	1.045	0.963	1.003	—	—
			MODEL-2	0.535	1.072	0.430	1.031	0.326	1.045	0.963	1.002	—	—
			MODEL-4	0.589	1.098	0.429	1.026	0.329	1.046	0.965	1.000	—	—
			MODEL-4S	0.591	1.077	0.437	1.028	0.329	1.041	0.965	1.001	0.103	2.168
			MODEL-4S	0.615	1.074	0.439	1.027	0.329	1.042	0.964	1.001	0.102	2.305

また、図Ⅲ—48は、鉄道荷重が $V = 80 \sim 160 \text{ km/h}$ の9種の速度で平滑走行する場合での、モード重畳法による線形化解析における補剛桁の鉛直，橋軸方向変位の動的増幅率 $(DAF)_v$ ， $(DAF)_u$ を，MODEL-4，MODEL-4Sについて示すものである。なお，この図には，参考のために，内部共振による逆対称一次の2種の固有振動に関して，式(Ⅲ—81)，および，式(Ⅲ—82)で与えられた強制振動項の動的増幅率 $(DAF)_{v,p}$ ， $(DAF)_{u,p}$ および，速度パラメータ $\alpha_{v,1}$ ， $\alpha_{v,2}$ の値も付記している。この図からは，鉛直，橋軸方向変位の動的増幅率の値が，走行速度 $V = 160 \text{ km/h}$ の場合に最大であることなどがわかる。



図Ⅲ—48 補剛桁の鉛直、橋軸方向変位の動的増幅率と速度パラメータ (MODEL-4, -4S)

ゆえに、これらの解析結果からは、吊橋の実施設計時に、特に補剛桁の橋軸方向変位の動的増幅率に及ぼす遊動円木振動の影響を無視できない場合があること、および、その場合に展開した撓度理論に基づく計算法による試算がその簡易性から効果的なものになることが、十分に予測される。

第 7 章 結 論

本編は、吊橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べ、特有の幾何学的非線形問題の一つである主ケーブルの 2 次応力、および、特有の動力学的特性の一つである補剛桁の遊動円木振動を考慮した静的、および、動的挙動の解析をそれぞれ行なって解析理論の妥当性を検討し、さらには、その設計、施工への応用に関する基礎資料を提供することを試みたものである。

主ケーブルの 2 次応力を考慮した静的挙動の解析における種々の数値計算例、および、架設途中の吊橋の変形と応力解析の結果からは、つぎのようなことがいえる。

(1) 誘導したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式は、ワイヤーラッピングされていない場合の 2 次応力を実用上十分な精度で考慮できる。

(2) 接線剛性マトリックスにおけるバンド部の回転に対応した独自の付加項は非常に有効であり、誘導した計算式の収束性についても実用上十分である。

(3) 誘導した計算式は、吊橋の設計上の仮定を満足する有限変位解析プログラムに容易に組込まれ、バンド締付け部と自由滑動部とを 2 種の部材に分離した場合のように節点数および剛性マトリックスの帯幅数を増大させることなしに、主ケーブルの 2 次応力を考慮した静的挙動の解析を慣用モデルを用いて効率的に行なうことが可能である。

(4) 塔頂近傍のみならず、架設先端部近傍においても、補剛桁架設途中の主ケーブルの 2 次応力は顕著であり、架設ヒンジを設置することによってある程度の低減は可能であるが、主ケーブルの安全性の検討上無視することはできない。

(5) 主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の変位、ハンガー取り付け時の引込力に対して及ぼす 2 次応力の影響についても、施工管理上から無視できない場合が長径間吊橋においては十分に予測され、そのような場合に、誘導した計算式を組込んだ有限変位解析プログラムは重要な役割を果たすことができる。

他方、補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的挙動の解析における種々の数値計算例、および、走行荷重による吊橋の動的応答解析の結果からは、つぎのようなことがいえる。

(6) 展開した線形化撓度理論に基づく計算法は、簡易試算計算法としての十分な簡便性を有して実用上十分な精度を満足し、任意径間数、任意支持条件の吊橋の補剛桁の遊動円木振動の連成を考慮できる。

(7) 長径間吊橋のように固有周期が比較的長い場合、および、鉄道荷重のように載荷長が径間長に比して長く集中度が比較的低い走行荷重の場合には、遊動円木振動を考慮したことによって生じる、内部共振に起因した 2 種の逆対称一次固有振動に関する自由振動項の beating 現象は顕著に現われない。

(8) 補剛桁の橋軸方向変位の動的増幅率は、遊動円木振動の連成の影響によって鉛直方向変位のそれより大きく、無次元パラメータ β には依存しないが、 r の値の増加に伴って増大し、センターステイのある場合および橋軸方向の慣性力を無視した場合に比較してかなり大きな値となることもあり得る。

(9) 補剛桁の鉛直方向変位および曲げモーメントの動的増幅率に及ぼす遊動円木振動の影響は小さくなく、無次元パラメータ β 、 r に関係なく一定であり、センターステイのある場合および橋軸方向の慣性力を無視した場合に比較して少し大きな値となる程度であることから、これらに関しては従来の線形化撓度理論に基づく解析法で十分に試算できる。

(10) 直接積分法による非線形解析の結果と比較して、静的な場合の最大応答値には若干の差異があるが、動的増幅率の算定に限れば、モード重畳法を用いる線形化解析によっても実用上は十分である。

(11) 設計時に、特に補剛桁の橋軸方向変位の動的増幅率に及ぼす遊動円木振動の影響を無視できず、何らかの配慮を必要とする場合も十分に予測され、その場合には、展開した撓度理論に基づく計算法による試算が、その簡便性から重要な役割を果たすことができる。

ゆえに、以上のことから、本編において、特有の幾何学的非線形性および力学的特性を効率的に考慮できる吊橋の面内有限変位解析法を展開できたとしてもよいと思われる。そして、解析理論の応用として得られた基礎資料から、実橋の施工管理データを算定する際に主ケーブルの2次応力の影響の照査が不可欠であることが指摘できる。さらに、実施設計において、センターステイがある場合でも、補剛桁の遊動円木振動の影響に対する安全側の配慮も必要であることが指摘できる。

總 括・参考文献・謝 辞・付 録

総 括

本論文は、ケーブル系橋梁の面内有限変位解析法を確立して、特有の幾何学的非線形問題および力学的特性を妥当かつ効率よく解析することを可能にし、その設計、施工への応用に関する基礎資料を提供することを目的としたものである。第Ⅰ編、第Ⅱ編、および、第Ⅲ編の各編において得られた結果を総括すれば、以下のようなものである。

第Ⅰ編においては、誘導した推定割線剛性行列を用いる直接積分法が高い精度を有し、計算時間の相当量の減少を可能とする効率の高い解析法であることを検証できた。さらに、付加擬荷重の推定増分を用いるモード重畳法は、非線形性の程度によっては、実用上十分な精度を満足し、記憶領域の容量、および、計算時間を大幅に低減できることがわかった。したがって、有限要素法による有限変位理論に基づく一般的なプログラムを拡張して容易に得られる両者の手法を組み込んだ解析プログラムを適用すれば、平面骨組構造物の有限変位解析を、静的な場合のみならず、動的な場合にも十分に行なうことが可能になるといえる。

第Ⅱ編においては、まず、斜張橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べ、誘導した放物線ケーブル部材の計算式が妥当であり、節点数および剛性マトリックスの帯幅数の増大なしに、特有の幾何学的非線形問題の一つであるケーブルのサグを考慮した静的挙動の解析を行なうことが可能であることを示した。さらに、その応用として行なった架設途中の変形と応力解析によって得られた基礎資料からは、実橋の施工管理データを算定する際にケーブルのサグの影響の照査が不可欠であることを指摘できる。

他方、ケーブルをリンク構造と考え、有限変位解析法を適用して、ケーブルの横振動を考慮した動的挙動の解析を行なうことによって、定義した斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因が妥当であり、そのような現象が実橋において実際に生じることを確認できた。さらに、その応用として行なった走行荷重による動的応答解析によって得られた基礎資料からは、定義した要因を設計時に人為的に満足させることは必ずしも困難でなく、設計衝撃係数の低減、および、走行後の高い減衰効果を与えることが可能であり、経済性および動的安定性の面で考慮に値するものであることを指摘できる。また、これらの効果は張力の変動によるケーブルの横振動性状の変化に伴う斜張橋の動的な場合に独特の幾何学的非線形問題の一つではあるが、非線形性は大きくなく、工学的には問題とはならないことから、線形化解析で十分であるといえる。

第Ⅲ編においては、同様に、まず、吊橋の設計上の仮定を満足する有限要素法による有限変位理論に基づく解析法の適用について述べ、誘導した平行線ケーブル部材の計算式が妥当

であり、節点数および剛性マトリックスの帯幅数の増大なしに、特有の幾何学的非線形問題の一つである主ケーブルの2次応力を考慮した静的挙動の解析を行なうことが可能であることを示した。さらに、その応用として行なった架設途中の変形と応力解析によって得られた基礎資料からは、実橋の施工管理データを算定する際に主ケーブルの2次応力の影響の照査が不可欠であることを指摘できる。

他方、動的挙動の解析のために展開した撓度理論に基づく簡易計算法が妥当であり、吊橋の特有の力学的特性の一つである補剛桁の遊動円木振動を考慮した動的有限変位解析の試算計算法として非常に有効であることを示した。さらに、その応用として行なった走行荷重による動的応答解析によって得られた基礎資料からは、実橋における補剛桁の橋軸方向変位の動的増幅率は鉛直方向変位のそれより大きく、センターステイのある場合に比較してかなり大きな値となることが十分に予測され、実施設計において、遊動円木振動の影響に対する安全側の配慮も必要であることを指摘できる。また、この場合、動的増幅率の算定ということに限定すれば、線形化解析によっても実用上は十分であるといえる。

ゆえに、以上のように、特有の幾何学的非線形問題および力学的特性を考慮できるケーブル系橋梁の面内有限変位解析法を誘導あるいは展開できたこと、および、解析理論の応用として得られた基礎資料から多くの重要な事項を指摘できたことなど、本論文が今後のケーブル系橋梁の設計、施工に寄与するところは大きいといえよう。

なお、本論文における放物線ケーブル部材の計算式は、既に、合掌大橋（2径間非連続桁斜張橋、片側支間長144 m、完全張出し架設工法、施主・建設省北陸地方建設局）の架設途中における施工管理データの算定に際し、サグの影響の照査に実際に適用されている。また、櫃石島大橋（3径間連続トラス桁斜張橋、中央支間長420 m、中央径間張出し架設工法、施主・本州四国連絡橋公団第2建設局）の実施設計用架設計算にも実際に適用されている。さらに、平行線ケーブル部材の計算式も、既に、因島大橋（3径間単純支持吊橋、中央支間長770 m、架設ヒンジ工法、施主・本州四国連絡橋公団第3建設局）の補剛桁架設途中における施工管理データの算定に際し、2次応力の影響の照査に実際に適用されている。しかしながら、斜張橋のケーブルの横振動、および、吊橋の補剛桁の遊動円木振動の影響に関しては、解析理論が実際問題に適用されたことは未だなく、残されている問題点も少なくないと思われる。したがって、これらの問題点の解決と実際問題への適用を、著者の今後の研究課題としたい。

[参 考 文 献]

- 1) Hawranek, A. und O. Steinhardt : Theorie und Berechnung der Stahlbrücken, Springer-Verlag, 1958, pp. 312 ~ 381, (橋 善雄・小松定夫共訳 : 鋼橋の理論と計算, 山海堂, 1964, pp. 363 ~ 442.)
- 2) 吉町太郎一 : 鋼橋の理論と計算, 石崎書店, 1966, pp. 564 ~ 671.
- 3) 平井 敦 : 鋼橋Ⅲ, 技報堂, 1967, pp. 270 ~ 783.
- 4) 川田忠樹 : 吊橋の設計と施工, 理工図書, 1965.
- 5) 川田忠樹 : 長径間吊橋の理論と計算, 橋梁編纂会, 1969.
- 6) 日本鋼構造協会編 : 吊構造, コロナ社, 1975, pp. 3 ~ 92.
- 7) 小西一郎編 : 鋼橋・設計編Ⅱ, 丸善株式会社, 1975, pp. 1027 ~ 1332.
- 8) 土木学会編 : 関門橋工事報告書, 日本道路公団, 1977.
- 9) 土木学会編 : 吊橋のケーブルに関する検討, 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告(別冊2), 本州四国連絡橋公団, 1978, pp. 1 ~ 119.
- 10) 土木学会編 : 道路・鉄道併用橋に関する調査資料, 本州四国連絡橋技術調査報告書(付属資料7), 1967, pp. 33 ~ 48.
- 11) 本州・四国連絡橋鉄道吊橋技術調査委員会編 : 軌道専門部会報告・橋梁専門部会報告(中間報告書), 本州四国連絡橋公団・日本鉄道建設公団, 1970, pp. 3 ~ 18, pp. 20 ~ 25, pp. 179 ~ 216.
- 12) 日本鉄道施設協会編 : 本州四国連絡橋の列車走行に関する研究(中間報告書), 本州四国連絡橋公団, 1973, pp. 1 ~ 18.
- 13) 海洋架橋調査会編 : 本州四国連絡橋技術基準集(上部構造設計基準・同解説), 本州四国連絡橋公団, 1980, pp. 32 ~ 35.

- 14) Leonhardt, F. and W. Zellner : Cable-Stayed Bridges, Report on Latest Development, Canadian Structural Engineering Conference, 1970.
- 15) Leonhardt, F. und W. Zellner : Vergleiche zwischen Hängebrücken und Schrägkabelbrücken für Spannweiten über 600m, IVBH Abhandlungen 32 -I, 1972, s. 127 ~ 165.
- 16) Thul, H. : Entwicklung im Deutschen Schrägseilbrückenbau, Stahlbau 41, Heft 6, 7, 1972, s. 161 ~ 171, s. 204 ~ 215.
- 17) Tang, M. C. : Design of Cable-Stayed Girder Bridges, Proc. of ASCE, ST8, 1972, pp. 1789 ~ 1802.
- 18) Podolny, W. Jr. and J. F. Fleming : Historical Development of Cable-Stayed Bridges, Proc. of ASCE, ST9, 1972, pp. 2079 ~ 2095.
- 19) 文献 6) の pp. 93 ~ 133.
- 20) 文献 7) の pp. 893 ~ 1023.
- 21) Podolny, W. Jr. and J. B. Scalzi : Construction and Design of Cable-Stayed Bridges, John Wiley & Sons, 1976.
- 22) 土木学会編 : 斜張橋資料集成, 土木学会, 1976.
- 23) 土木学会鋼構造委員会鋼構造進歩調査小委員会編 : 斜張橋の進歩, 土木学会誌, Vol. 62, No 8, 1977, pp. 44 ~ 55.
- 24) The Task Committee on Cable-Suspended Structures of the Committee of Special Structures of the Committee on Metals of the Structural Division : Tentative Recommendations for Cable-Stayed Bridge Structures, Proc. of ASCE, ST5, 1977, pp. 929 ~ 939.
- 25) The Task Committee on Cable-Suspended Structures of the Committee of Special Structures of the Committee on Metals of the Structural Division : Commentary on the Tentative Recommendations for Cable-Stayed Bridge Structures, Proc. of ASCE, ST5, 1977, pp. 941~959.

- 26) The Subcommittee on Cable-Stayed Bridges of the Committee on Long-Span Steel Bridges of the Committee on Metals of the Structural Division : Bibliography and Data on Cable-Stayed Bridges, ST10, 1977, pp. 1971 ~ 2004.
- 27) Ito, M. and Y. Maeda : Discussion about the Commentary on the Tentative Recommendations for Cable-Stayed Bridge Structures, Proc. of ASCE, ST2, 1978, pp. 372 ~ 374.
- 28) 土木学会編 : 櫃石島, 岩黒島斜張橋に関する検討, 本州四国連絡橋公団, 1978, pp. 27, pp. 31 ~ 34.
- 29) Baglietto, E. et al. : Mathematical and Structural Models of Zárate-Brazo Largo Bridges, ISMES-Bericht No. 85, Bergamo, Italy, 1976, pp. I-189 ~ I-266.
- 30) Leonhardt, F. and W. Zellner : Cable-Stayed Bridges, IABSE, PERIODICA 2, S-13, 1980, pp. 21 ~ 48.
- 31) 大阪湾岸線技術委員会編 : 大阪湾岸線 (Ⅲ期) 調査報告書, 阪神高速道路公団, 1976, pp. 44 ~ 46.
- 32) Livesley, R. K. : Matrix Methods of Structural Analysis, Pergamon Press Ltd., 1964, (山田嘉昭・川井忠彦共訳 : マトリックス構造解析入門, 培風館, 1968, pp. 176 ~ 198).
- 33) Przemieniecki, J. S. : Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, Inc., 1968, (山田嘉昭・川井忠彦共訳 : マトリックス構造解析の基礎理論, 培風館, 1971, pp. 349 ~ 371).
- 34) 大地羊三 : 電子計算機による構造解析, 橋梁編纂会, 1968, pp. 266 ~ 279.
- 35) 大地羊三 : 構造解析とコンピュータ, 産業図書, 1971, pp. 239 ~ 269.
- 36) 日本鋼構造協会編 : 骨組構造解析, コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-1-B, 1971, 培風館, pp. 63 ~ 74.
- 37) 山田嘉昭編 : マトリックス法の応用, 東京大学出版会, 1972, pp. 181 ~ 206.

- 38) Desai, C. S. and J. F. Abel : Introduction to the Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Company, 1972, (山本善之訳 : マトリックス有限要素法, 科学技術出版社, 1974, pp. 243 ~ 276).
- 39) Martin, H. C. and G. F. Carey : Introduction to Finite Element Analysis, McGraw-Hill, Inc., 1973, (鷺津久一郎・山本善之共訳 : 有限要素法の基礎と応用, 培風館, 1979, pp. 153 ~ 184).
- 40) 土木学会編 : 土木工学における数値解析・変形応力解析編, サイエンス社, 1974, pp. 71 ~ 87.
- 41) 日本鋼構造協会・成岡昌夫・中村恒善共編 : 骨組構造解析法要覧, 培風館, 1976, pp. 51 ~ 90.
- 42) Bathe, K. J. and E. L. Wilson : Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Inc., 1976, (菊地文雄訳 : 有限要素法の数値計算, 科学技術出版社, 1980, pp. 345 ~ 587).
- 43) Clough, R. W. and J. Penzien : Dynamics of Structures, McGraw-Hill, Inc., 1975, (大崎順彦・渡辺 丹・片山恒雄共訳 : 構造物の動的解析, 科学技術出版社, 1978, pp. 267 ~ 276).
- 44) Kao, R. : A Comparison of Newton-Raphson Methods and Incremental Procedures for Geometrically Nonlinear Analysis, Computers & Structures, Pergamon Press, Vol. 4, 1974, pp. 1091 ~ 1097.
- 45) 前田幸雄・林 正・中村 守 : 増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法, 土木学会論文報告集, No.223, 1974, pp. 1 ~ 9.
- 46) Tada, Y. and G. C. Lee : Finite Element Solution to an Elastica Problem of Beams, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 2, 1970, pp. 229 ~ 241.
- 47) Clough, R. W. : Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response, Japan-U.S. Seminar on Matrix Method of Structural Analysis and Design, Tokyo, 1969.

- 48) Clough, R. W. and K. J. Bathe : Finite Element Analysis of Dynamic Response, U.S.-Japan Seminar on Matrix Method of Structural Analysis and Design, Berkeley, 1972.
- 49) Wilson, E. L., Farhoomand, I. and K. J. Bathe : Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 1973, pp. 241 ~ 252.
- 50) Bathe, K. J., Ramm, E. and E. L. Wilson : Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 9, 1975, pp. 353 ~ 386.
- 51)) Mondkar, D. P. and G. H. Powell : Finite Element Analysis of Non-Linear Static and Dynamic Response, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 11, 1977, pp. 499 ~ 520.
- 52) Bathe, K. J. and A. P. Cimento : Some Practical Procedures for the Solution of Nonlinear Finite Element Equations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 22, 1980, pp. 59 ~ 85.
- 53) Argyris, J. H., Dunne, P. C. and T. Angelopoulos : Non-Linear Oscillations using the Finite Element Technique, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 2, 1973, pp. 203 ~ 250.
- 54) Stricklin, J. E. et al. : Nonlinear Dynamic Analysis of Shells of Revolution by Matrix Displacement Method, J. of the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Vol. 9, No. 4, 1971, pp. 629 ~ 636.
- 55) Nickel, R. E. : Non-Linear Dynamics by Mode Superposition, U.S.-Japan Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, Berkeley, 1972.
- 56) 伊藤哲治 : モーダルアナリシスの弾塑性応答解析への応用, 日本鋼構造協会第7回研究集会・マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1973, pp. 557 ~ 564.
- 57) 中尾好昭・高野重昌 : 骨組構造物の弾塑性地震応答解析, 日本鋼構造協会第7回研究集会・マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1973, pp. 573 ~ 580.

- 58) Nakao, Y. and S. Takano : Elasto-Plastic Seismic Analysis of Framed Structures by Mode Superposition, Proc. of the Tokyo Seminar on Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis, Tokyo Univ. Press, 1973, pp. 423 ~ 440.
- 59) 水田洋司・平井一男 : 付加外力を用いて効率化した一非線形応答解析法, 土木学会論文報告集, No 287, 1979, pp. 1 ~ 9.
- 60) Gupta, K. K. : Solution of Eigenvalue Problems by Sturm Sequence Method, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 4, 1972, pp. 379 ~ 404.
- 61) Gupta, K. K. : Eigenproblem Solution by a Combined Sturm Sequence and Inverse Iteration Technique, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 7, 1973, pp. 17 ~ 42.
- 62) Newmark, N. M. : A Method of Computation for Structural Dynamics, Proc. of ASCE, EM3, 1959, pp. 67 ~ 94.
- 63) Goudreau, G. L. and R. L. Taylor : Evaluation of Numerical Integration Methods in Elastodynamics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 2, 1972, pp. 69 ~ 97.
- 64) Bathe, K. J. and E. L. Wilson : Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Methods, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 1973, pp. 283 ~ 291.
- 65) Adeli, H., Gere, J. M. and W. Weaver Jr. : Algorithms for Nonlinear Structural Dynamics, Proc. of ASCE, ST2, 1978, pp. 263 ~ 280.
- 66) 前田幸雄・林 正 : 任意な形状の斜張橋の解析, 土木学会論文集, No 160, 1968, pp. 39 ~ 48.
- 67) 長谷川紀夫・成岡昌夫 : 還元法による斜張橋の解析, 土木学会誌, Vol. 53, No. 5, 1968, pp. 59 ~ 65.
- 68) 長谷川紀夫・成岡昌夫 : 変形を考慮した斜張橋の解析, 土木学会論文報告集, No 169, 1969, pp. 57 ~ 61.

- 69) Tang, M. C. : Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges, Proc. of ASCE, ST5, 1971, pp. 1481 ~ 1496.
- 70) Lazar, B. E. : Stiffness Analysis of Cable-Stayed Bridges, Proc. of ASCE, ST7, 1972, pp. 1605 ~ 1612.
- 71) Baron, F. and M. S. Venkatesan : Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures, Proc. of ASCE, ST2, 1971, pp. 679 ~ 710.
- 72) Baron, F. and S.-Y. Lien : Analytical Studies of a Cable-Stayed Girder Bridge, Computers & Structures, Pergamon Press, Vol. 3, 1973, pp. 443 ~ 465.
- 73) Morris, N. F. : Dynamic Analysis of Cable-Stiffened Structures, Proc. of ASCE, ST5, 1974, pp. 971 ~ 980.
- 74) Fleming, J. F. and E. A. Egeseli : Dynamic Behaviour of a Cable-Stayed Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, 1980, pp. 1 ~ 16.
- 75) Ernst, H.-J. : Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges, Bauingenieur 40, 1965, s. 52 ~ 55.
- 76) Tschemmerneegg, F. und A. Obholzer : Einfach abgespannte Seile bei Schrägseilbrücken, Bauingenieur 56, 1981, s. 325 ~ 330.
- 77) Livesley, R. K. : Automatic Design of Guyed Masts Subject to Deflection Constraints, Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 2, 1970, pp. 33 ~ 43.
- 78) Chu, K.-H. and D. C.-C. Ma : Nonlinear Cable and Frame Interaction, Proc. of ASCE, ST3, 1976, pp. 569 ~ 589.
- 79) 後藤茂夫 : 柔ケーブル部材の接線剛性方程式について, 土木学会論文報告集, No 270, 1978, pp. 41 ~ 49.

- 80) Havemann, H. K. : Spannungs und Schwingungsmessungen an der Brücke über die Norderelbe im Zuge der Bundesautobahn Südliche Umgehung Hamburg, Stahlbau 33, Heft 10, 1964, s. 289 ~ 297.
- 81) Leonhardt, F., Zellner, W. und R. Saul : Modellversuche für die Schrägkabelbrücken Zárate-Brazo Largo über den Rio Paraná (Argentinien), Bauingenieur 54, 1979, s. 321 ~ 327.
- 82) Leonhardt, F., Zellner, W. und H. Svensson : Die Spannbeton-Schrägkabelbrücke über den Columbia River zwischen Pasco und Kennewick im Staat Washington, USA, Beton-u. Stahlbetonbau, Heft 2, 3 und 4, 1980, s. 29 ~ 36, s. 64 ~ 70, s. 90 ~ 94.
- 83) 伊藤 学・島田静雄・能沢周明 : 勝瀬橋を対象とした斜張桁橋の模型実験並びに載荷試験について, 土木学会誌, Vol. 45, No. 11, 1960, pp. 9 ~ 14.
- 84) 大久保忠良・榎波義幸 : 尾道大橋振動実験報告書, 土木研究所資料, No. 376, 1968.
- 85) 小松定夫・小林紘士 : 豊里大橋の振動特性について, 土木学会第25回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1970.
- 86) 小松定夫・川谷充郎 : 斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 275, 1978, pp. 13 ~ 28.
- 87) 新家 徹・広中邦汎・頭井 洋・西村春久 : 振動法によるケーブル張力の実用算定式について, 土木学会論文報告集, No. 294, 1980, pp. 25 ~ 32.
- 88) Steinman, D. B. : A Generalized Deflection Theory for Suspension Bridge, Trans. of ASCE, No. 1918, 1934, pp. 1133 ~ 1171.
- 89) Peery, D. J. : An Influence Line Analysis for Suspension Bridges, Proc. of ASCE, 1954, pp. 558-1 ~ 558-19.
- 90) 倉西 茂 : 行列による吊橋の解析, 土木学会論文集, No. 81, 1962, pp. 1 ~ 7.
- 91) 倉西 茂 : 連続吊橋についての研究, 土木学会論文集, No. 84, 1962, pp. 1 ~ 9.

- 92) 佐藤浩一 : 塔の変形を考慮した多径間吊橋の撓度理論と各種影響線の計算, 土木学会論文報告集, No 190, 1971, pp. 11 ~ 22.
- 93) 中井 博・野口二郎 : 伝達マトリックス法による吊橋の構造解析, 土木学会論文報告集, No 255, 1976, pp. 31 ~ 45.
- 94) 岩城康雄 : 吊橋架設系の近似解法, 土木学会論文報告集, No 333, 1983, pp. 11~19.
- 95) Bleich, F. et al. : The Mathematical Theory of Vibrations in Suspension Bridges, U.S. Gov. Printing Office, 1950.
- 96) Fukuda, T. : Analysis of Multispan Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST3, 1967, pp. 63 ~ 86.
- 97) Fukuda, T. : Analysis of Longitudinally Loaded Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST4, 1968, pp. 855 ~ 874.
- 98) Poskitt, T. J. : Structural Analysis of Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST1, 1966, pp. 49 ~ 73.
- 99) Jennings, A. and J. E. Mairs : Static Analysis of Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST11, 1972, pp. 2433 ~ 2454.
- 100) 後藤茂夫 : 有限変形法による吊橋の解法, 土木学会論文集, No 156, 1968, pp.1 ~ 10.
- 101) Saafan, S. A. : Theoretical Analysis of Suspension Bridges, Proc. of ASCE, ST4, 1966, pp. 1 ~ 11.
- 102) Tezcan, S. S. : Stiffness Analysis of Suspension Bridges by Iteration, Proc. of Symposium on Suspension Bridges, National Laboratory of Civil Eng., Lisbon, 1966.
- 103) 林有一郎・上久保久弥 : 有限変形還元法によるケーブル解析, 日本鋼構造協会第5回大会研究集会・マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1971, pp. 449 ~ 454.
- 104) 林有一郎 : 剛性マトリックス法による吊橋解析, 日本鋼構造協会第7回大会研究集会・マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1973, pp. 397 ~ 402.

- 105) Hayashi, Y. : Linearized Finite Deformation Theory in Suspension Bridges, Proc. of JSCE, No. 257, 1977, pp. 95 ~ 106.
- 106) 佐伯彰一・村上巳里 : 吊橋の架設計算について, 土木学会第23回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1968.
- 107) 鳥井信一 : 吊橋架設途中の変形, 土木学会第23回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1968.
- 108) 沢井広之・田中淳之・小神野竹男 : 吊橋架設時の変形および応力解析, 土木学会第23回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1968.
- 109) 長谷川鏞一・菅 七郎・鳥井邦夫・原田康夫 : 吊橋架設のための計算について, 土木学会第23回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1968.
- 110) 長谷川鏞一・菅 七郎・原田康夫 : 吊橋の補剛桁架設に関する静的模型実験, 土木学会第24回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1969.
- 111) 後藤茂夫・和田忠治・前田武夫 : 吊橋架設時における不安定架構の大変形解析, 土木学会第26回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1971.
- 112) 大橋昭光・小塚義夫・後藤茂夫・和田忠治 : 関門橋補剛桁架設時における吊橋の静力学的挙動, 第20回橋梁・構造工学研究発表会論文集, 1973, pp. 127 ~ 134.
- 113) Chaudhury, N. K. and D. M. Brotton : Analysis of Vertical Flexural Oscillations of Suspension Bridges by Digital Computer, Proc. of Symposium on Suspension Bridges, National Laboratory of Civil Eng., Lisbon, 1966.
- 114) 林有一郎・保田雅彦 : 吊橋の振動解析, 土木学会第28回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1973.
- 115) Wyatt, T. A. : Secondary Stresses in Parallel Wire Suspension Cables, Proc. of ASCE, ST7, 1960, pp. 37 ~ 59.
- 116) 北川 信・田島二郎・沢井広之 : ケーブル2次応力に関する実橋試験について, 土木学会第31回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1976.

- 117) 北川 信 : 東大維橋におけるケーブル応力の測定調査, 本四技報, No. 1, 本州四国連絡橋公団, 1977, pp. 10 ~ 18.
- 118) 北川 信 : 吊橋ケーブルの二次応力測定(平戸大橋), 本四技報, No. 3, 本州四国連絡橋公団, 1978, pp. 8 ~ 13.
- 119) 西村 昭・新家 徹・中村憲市・土居憲司 : 吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析, 土木学会論文報告集, No. 260, 1977, pp. 1 ~ 15.
- 120) 林有一郎・保田雅彦・新家 徹 : 平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について, 第20回橋梁・構造工学研究発表会論文集, 1973, pp. 201 ~ 208.
- 121) Selberg, A.: Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, ACTA Polytechnica, Scandinavia, Ci 13, 1961.
- 122) 倉西 茂 : ダンパーによる吊橋のたわみ振動の制動について, 土木学会論文集, No. 142, 1967, pp. 1 ~ 9.
- 123) 上原七司 : 吊橋の振動解析に関する計算法的考察, 土木学会論文報告集, No. 235, 1975, pp. 1 ~ 11.
- 124) Buckland, P. G. et al. : Suspension Bridge Vibrations - Computed and Measured, Proc. of ASCE, ST5, 1979, pp. 859 ~ 874.
- 125) Klöppel, K. und K. H. Lie : Lotrechte Schwingungen von Hängebrücken, Ingenieur-Archiv, XIII, 1942, pp. 211 ~ 266.
- 126) 伊藤 学 : 走行荷重に対する吊橋の動的応答と衝撃, 土木学会論文集, No. 149, 1968, pp. 1 ~ 17.
- 127) Yasoshima, Y., Ito, M. and T. Nishioka : Some Problems of Suspension Bridges under Running of Railway Vehicles, Proc. of JSCE, No. 167, 1969, pp. 47 ~ 53.
- 128) 小西一郎・白石成人・北川貴一・角田尚志 : 走行荷重による長大吊橋の動的応答, 土木学会第25回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1970.

- 129) 倉西 茂・高橋龍夫・越後 滋 : 走行荷重によるダンパーを有する連続吊橋の振動特性について, 土木学会第28回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1973.
- 130) 橋場克司・渡辺 昇・林川俊郎 : 吊橋の衝撃係数算定式に関する一提案, 土木学会第36回全国大会年次学術講演会講演概要集, 1981.
- 131) Yasoshima, Y., Matsumoto, Y. and T. Nishioka : Studies on the Running Stability of Railway Vehicles on Suspension Bridges, J. of the Faculty of Eng., Univ. of Tokyo, Vol. XXXVI, No. 1, 1981, pp. 99 ~ 232.

謝

辞

本研究の遂行と本論文の取りまとめに際し、終始熱心な御指導をいただきました、大阪大学工学部・前田幸雄教授に衷心より感謝の意を表します。

大阪大学工学部・伊藤富雄教授、小松定夫教授、五十嵐定義教授には、本論文をまとめるにあたり、極めて有益な御討論ならびに御助言を賜りました。ここに、深く感謝の意を表します。

さらに、本研究の緒端を与えられた、林 正助教授（現・長岡技術科学大学工学部）をはじめとし、本研究に対して終始適切な御助言と鋭い御批判あるいは多大の御協力をいただいた、大阪大学工学部土木工学教室の教官各位に心より感謝の意を表します。

また、本研究に深い御理解を示された、川田忠樹社長、大地羊三顧問（法政大学工学部教授）をはじめ、本研究に対して多大の御協力をいただきました、川田工業株式会社の諸氏にも心より感謝の意を表します。

(付 録) 著者の発表論文

第 I 編に関する論文

- (1) 前田幸雄・林 正・前田研一 : 幾何学的非線形性を考慮した平面骨組構造物の動的応答計算法, 土木学会論文報告集, No 249, 1976, pp. 71 ~ 80.
- (2) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Non-Linear Vibration Analysis of Plane Framed Structures by Finite Element Method, Proc. of the 24th Japan National Congress for Theoretical and Applied Mechanics, NCTAM-24, 1974, pp. 37 ~ 48.

第 II 編に関する論文

- (3) 前田幸雄・林 正・前田研一 : サグを考慮したケーブル部材の計算式, 土木学会論文報告集, No 257, 1977, pp. 123 ~ 126.
- (4) 前田幸雄・林 正・前田研一 : 斜張橋の設計における非線形問題, 第24回構造工学シンポジウム論文集, 1978, pp. 63 ~ 68.
- (5) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Non-Linear Analysis of Cable-Stiffened Structures, Proc. of the 26th Japan National Congress for Theoretical and Applied Mechanics, NCTAM-26, 1976, pp. 201 ~ 212.
- (6) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Large Deformation Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges, Technol. Repts. of the Osaka Univ., Vol. 24, No. 1183, 1974, pp. 303 ~ 316.
- (7) 前田幸雄・前田研一・越後 滋 : 斜張橋のシステムダンピングに関する 2, 3 の考察, 土木学会論文報告集, No 333, 1983, pp. 57 ~ 67.
- (8) Y. Maeda, K. Maeda, S. Echigo and K. Fujiwara : System Damping Effects of Cable-Stayed Beams, Proc. of the 32th Japan National Congress for Theoretical and Applied Mechanics, NCTAM-32, 1982, pp. 169 ~ 182.
- (9) Y. Maeda, K. Maeda and K. Fujiwara : System Damping Effect and Its Application to Design of Cable-Stayed Girder Bridge, Technol. Repts. of the Osaka Univ., Vol. 33, No. 1699, 1983, pp. 125 ~ 135.

第Ⅲ編に関する論文

- (10) 前田幸雄・林 正・前田研一 : 主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析, 土木学会論文報告集, No 315, 1981, pp. 37 ~ 47.
- (11) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Finite Displacement Analysis of Framed Structures with Non-Wrapped Parallel Wire Cable Members, Proc. of the 31th Japan National Congress for Theoretical and Applied Mechanics, NCTAM-31, 1981, pp. 189 ~ 201.
- (12) 前田幸雄・林 正・前田研一 : 吊橋の固有振動計算法, 土木学会論文報告集, No 262, 1977, pp. 13 ~ 24.
- (13) 前田幸雄・林 正・前田研一 : 鉄道吊橋の動的応答性状に及ぼす補剛桁の遊動円木振動の影響, 土木学会論文報告集, No 325, 1982, pp. 185 ~ 188.
- (14) Y. Maeda, M. Hayashi and K. Maeda : Characteristic Vibration Analysis of Suspension Bridges, Technol. Repts. of the Osaka Univ., Vol. 25, No. 1247, 1975, pp. 199 ~ 215.