【9】

氏名・(本籍)	楳(うめ) 田(だ) 登(と)美(み)男(お)
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 7374 号
学位授与の日付	昭和61年6月21日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**順序バナッハ空間における滑らかな摂動と輸送作用素の相似性**
論文審査委員	(主査) 教 授 田邊 廣城 (副査) 教 授 池田 信行 教 授 渡辺 毅 助教授 小松 玄

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は輸送方程式を散乱理論の立場から取り扱ったものである。輸送方程式は非常に多数個の粒子の状態を記述する方程式であって，その解は相空間における粒子の密度分布を表す。したがって，解を相空間全域にわたって積分して得られる値は粒子の総数になる。この故に輸送方程式を可積分函数の空間における発展方程式と見なすことは自然である。この視点に立って，J. Hejtmanek は1975年，輸送方程式の散乱理論の研究を創始した。その後，B. Simon（1975年），V. Protopopescu（1976年），J. Voigt（1977年）等がHejtmanekに続いた。しかしながら，彼らの研究は散乱理論としては言わば初歩的水準に留まっていた。すなわち，散乱理論における主要な研究対象である波動作用素の存在を調べただけであった。筆者は輸送方程式の散乱理論を稔り豊かなものとするためには波動作用素の値域を調べること，及び波動作用素のスペクトル理論への応用を調べることを為すべきであると考える。そのための第一歩として本論文では輸送作用素の相似性を論じた。ところで，線形作用素の相似性を一般的に扱った理論として加藤敏夫の滑らかな摂動論がある。これはヒルベルト空間における作用素を扱うものであるが，Lin, Evans等の仕事によりバナッハ空間における作用素も扱えるようになった。そこで，可積分函数の空間で考えた輸送作用素を彼らの滑らかな摂動論で取り扱えないか，という考えが浮かぶ。この考えは実際に過去，何人かの数学者たちによって試みられたが実を結ばなかった。

本論文において行った研究は従来のものとは異なる滑らかな摂動論の構築，及びそれを応用しての輸送作用素の相似性の証明，の二点である。この新しい形の滑らかな摂動論は正値性を保存する強連続群の性質を活用するものである。そのために順序バナッハ空間を持ち出す必要がある。輸送方程式の解は正値性を保存するので，筆者の滑らかな摂動論は輸送作用素に適用できて，その結果，次のことが示さ

れる：衝突頻度及び散乱核が正則であって，かつ十分小さいとき輸送作用素に対して相似性が成り立つ。

論文の審査結果の要旨

本論文は作用素の相似性に関する一般な定理とその輸送方程式への応用から成る。楪田君は先ず順序づけられたバナッハ空間Eで定義された作用素B_1とその有界な摂動$B_2=B_1+A$に対し次の3条件：

(i) $-B_1$，$-B_2$は一様に有界な群$\exp(-tB_1)$，$\exp(-tB_2)$を生成する。

(ii) $\exp(-tB_1)$，$-A$は非負作用素

(iii) Eのすべての非負な元uに対し$\int_{-\infty}^{\infty}\| A\exp(-tB_1)u\|\,dt<\infty$

が満たされるならばE全体で定義された有界な波動作用素$W_+(B_2, B_1)$，$W_+(B_1, B_2)$が存在して，これらは互いに逆，かつ

$$B_2=W_+(B_2, B_1)B_1W_+(B_2, B_1)^{-1} \quad (B_1\text{と}B_2\text{の相似性})$$

が成立することを示した。これが本論文の主定理で次にこれを輸送方程式

$$\partial u(t,x,\xi)/\partial t+\xi\cdot\nabla_x u(t,x,\xi)+\sigma(x,\xi)u(t,x,\xi)$$
$$-\int_{R^{2d}} k(x,\xi',\xi)u(t,x,\xi')d\xi'=f(t,x,\xi) \tag{1}$$

に応用した。(1)と粒子の自由運動の方程式

$$\partial u(t,x,\xi)/\partial t+\xi\cdot\nabla_x u(t,x,\xi)=f(t,x,\xi)$$

を$L^1(R^{2d})$の中の方程式としてそれぞれ

$$du(t)/dt+Bu(t)=f(t),\quad du(t)/dt+B_0u(t)=f(t)$$

と表す。$\sigma(x,\xi)$と$k(x,\xi',\xi)$に関するある条件のもとでB_0とBに主定理が適用され，波動作用素$W_+(B, B_0)$，$W_+(B_0, B)$の存在とB_0とBの相似性が示される。特に衝突と散乱が有界な領域に限定されているときはその領域の直径と平均自由行程に関する適当な過程のもとで上述の条件が満たされることを示している。B_0は簡単な作用素であり，この結果を用いて作用素Bの性質を詳しく知ることが出来る。

輸送方程式をL^1空間で考えることは未知関数のL^1ノルムが粒子の総数を表す点で自然であると考えられる。楪田君はこの点に着目し，更に現れる作用素の正値性とL^1空間の順序空間としての特性を用いて相似性に関する興味ある新事実を明らかにしたことは高く評価さるべきであり，本論文は理学博士の学位論文として十分価値があると認める。