【21】

氏名・(本籍)	久志本　茂
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 3657 号
学位授与の日付	昭和51年5月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**複素空間における数理計画問題**
論文審査委員	(主査) 教授 坂口　実 (副査) 教授 竹之内　脩　教授 丘本　正　教授 高木　修二 教授 高松　俊朗

論文内容の要旨

複素空間における数理計画問題の解の存在性，双対性などの基本概念の理論的研究は，1966年Levinsonによってはじまり，その後Abrams, Ben-Israel, Hanson, Mond等多くの人達によってなされてきた。

この論文では，まずMond, Hansonによって複素空間へ拡張された二次計画問題の対称双対問題をさらに目的関数と制約条件の係数行列が全く関係しないより一般的な問題

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & \mathrm{Re}[\tfrac{1}{2}y^H Dy+\tfrac{1}{2}x^H Cx+p^H x] \\ \text{subject to} & Ax+By-b\in T,\ x\in S \end{array}$$

に拡張してその双対定理を証明した。これは現在までに得られている複素二次計画問題では最も広い定式化で，他の人達による双対性の結果は全て上述の双対定理の特別な場合として導くことができる（第3節Ｉ）。更に上の計画問題の特別な場合で自己双対になるものを見出しその自己双対定理を証明した（第3節Ⅱ）。

次に，複素非線形計画問題ではこれまで目的関数と制約式の関数に凸性（又は凹性）を仮定して最適解の存在するための条件や双対性が論じられてきたが最近筆者が参考論文1でこれより弱い擬凸性を定義し若干の性質と特殊な制約のもとでの逆双対定理を得ている。第4節では適当な条件のもとでAbramsによって導かれた非線形凸計画問題

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & \mathrm{Re}[f(z,\bar{z})] \\ \text{subject to} & g(z,\bar{z})\in S \end{array}$$

とその双対問題に対する最適解をもつための十分条件と双対定理を目的関数$f(z,\bar{z})$が擬凸で制約式の

関数$g(z,\bar{z})$ が多面錐体Sに関して凹である場合に拡張した。この面の研究ではよりゆるい条件のもとで論ぜられることが期待される。最後に特殊な非線形計画問題

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & \mathrm{Re}[z^H w(z)] \\ \text{subject to} & z \in S,\ w(z) \in S^* \end{array}$$

を考え$w: C^n \to C^n$が微分可能で正定値のヤコビアン$D_z w(z)$をもつとき$\mathrm{Re}[z_0^H w(z_0)]=0$が許容解$(z_0,\bar{z}_0)$の最適性の必要条件にもなることを簡明な証明で与えた。更に$w(z)=Az+q$とおいた計画問題と複素線形相補問題との関連について論じた（第4節II）。線形相補問題については，解をもつための係数行列のクラスはどのようなものかなどまだ大きい問題が残されており，この分野全体としてもまだ発展が大いに期待される。

論文の審査結果の要旨

実数空間において現在までに知られている種々の双対定理が，複素空間においてどういう形で拡張的に成立するか，の研究は，数理計画の将来の展望にとって重要な意味をもつ。久志本君は，今までに知られたどれよりも広い一般的な複素2次計画問題に対して双対定理を証明し（定理 3.4, 3.5）自己双対問題とその非線形への拡張をも指摘している。また解析関数の擬とつ性を定義し，これを用いて，目的関数が擬とつで，制約式の関数が多面錐体に関しconcaveである複素非線形計画における双対定理を証明した（定理4.2,4.3）これは古典的なKuhn-Tuckerの双対定理（1951）の複素空間へのanalogueであるといえる。これらの業績は数理計画の分野に寄与するところが大きく博士論文として価値あるものと認める。