【32】

氏名・(本籍)	松(まつ) 縄(なわ) 規(ただし)
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 4049 号
学位授与の日付	昭和52年9月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**二項，多項確率変数とカイ二乗型統計量の確率の近似**
論文審査委員	(主査) 教授 丘本 正
	(副査) 教授 竹之内 脩　教授 高木 修二　教授 坂口 実
	教授 高松 俊朗

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は，二項確率，多項確率およびカイ二乗型統計量の分布の近似に関する研究結果であり，特に標本の大きさnがそれほど大きくない場合にも適用できる近似を一連の二重不等式を用いて可能にした。諸結果は，従来その重要性が指摘されながらもほとんど究明されなかった，小標本の場合の分布の近似誤差の評価にかなり有用であり，筆者の知る限りでは，これまでの他の著者達の関連諸結果を改良したものにもなった。

前記の近似問題に関しては通常'nの値が十分大きい'というあいまいな仮定のもとで問題の分布をその極限分布あるいは漸近分布で近似することがなされてきた。しかし現実に我々が手にする標本の大きさは有限であり，しかも十分大であると仮定し難い場合もしばしば起ってくる。そのような状況で極限あるいは漸近分布による統計的推論を行なってもその結論の信用度ははなはだ心もとない。このような観点から，任意に与えられたnという一般的な場合へ適用できる近似を行うことが是非とも必要であり，このことが本論文の一貫した課題となった。

近似のための道具立の一つとして逆階乗級数に基づくいくつかの基本的な不等式を準備した。（補助定理2・1は参考論文（7）の改良）この級数はその収束性について良い性質を持っているが，実はその和を上下から評価でき，その結果得られた不等式が本論文で重要な役割を演じた。なお，それらの不等式は他の近似問題（例えば参考論文（1）～（6）の順序統計量，極値統計量の漸近あるいは近似分布の誤差評価）へ応用することによってこれまでの結果の精密化が可能であり，かなり広い応用範囲が期待できる。特に，従来のスターリングの公式の誤差項が持つ欠点を除去した，nの値が小さい場合にでもln n! の十分よい近似を与える新しい形の近似評価を与えた。（第2節）

二項分布に関する近似は古典的話題でありながら，不等式を用いた厳密な近似評価の試みは意外に少なかった。本論文では二項確率変数を連続補正した上で対応する個々の確率を前記の級数に基づく不等式で評価し（定理３・１），更に統計学上重要である二項分布の裾の確率の限界をBahadur等の結果を援用して与えた（定理３・２）。応用として標本分位点の裾の確率なども考察した。（第３節）

多項確率に関する近似も二項確率の評価と同様にして行なった（定理４・１）。そこでの評価の段階で多項分布とK－L情報量の関連も若干見出せた。（第４節）

多項分布からのカイ二乗型統計量の分布を理論カイ二乗分布で近似することは適合度検定の理論的根拠になっている。しかしそれは小標本の場合にも通用するか否かは疑問である。本論文ではVoraの近似方法を踏襲しつつ，対応する個々の不等式をより精密にして，カイ二乗型統計量およびこれと関連するK－L情報量の標本分布について従来の結果も含む第２近似までを考慮した上，下界を与えた（定理５・１，５・２，５・３）。理論の数値的精度を確めるためにいくつかの場合についてカイ二乗型統計量の分布関数の限界値などを計算しかなり良好な結果を得た（表５・１，５・２）。特に小標本の場合には第２近似の項が重大に効くことが分った。（第５節）

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

本論文の目的は統計学において基本的なカイ２乗統計量およびVoraによるその修正統計量の分布について裾の確率を上下からの不等式によって近似することである。そのため著者は対数関数とガンマ関数の逆階乗級数による展開から出発する。これらの関数は普通はべき級数に展開され，特にガンマ関数の場合はスターリングの公式となるが，これは漸近展開であって級数の収束は保証されない。これに対し著者は逆階乗級数は収束するだけでなく，誤差項の簡単な評価ができることを示した。そしてこの展開を利用して２項分布の各項および裾の確率を上下からの不等式で近似し，それを利用して多項分布の確率を評価し，さらにその結果に基づいて最終的にカイ２乗統計量の確率の評価に成功した。これらの結果は統計学の基礎的な分野に重要な知見を加えたものであり，博士論文として価値あるものと認める。