



Title	Cn a realization of the discrete series for semisimple Lie groups
Author(s)	Hotta, Ryoshi
Citation	大阪大学, 1970, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/3207">https://hdl.handle.net/11094/3207</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	ほっ 堀	た 田	りよう 良	し 之
学位の種類	理	学	博	士
学位記番号	第	2167	号	
学位授与の日付	昭和45年12月16日			
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	半単純Lie群に対する離散系列の実現について			
論文審査委員	(主査) 教授	村上 信吾		
	(副査) 教授	尾関 英樹	教授	中岡 稔 助教授 岡本 清郷

### 論 文 内 容 の 要 旨

Lie群の既約表現を等質多様体上の函数空間で表現する問題は、いまのところ特殊な群、あるいは特殊な表現の系列に対してしか解決されていない、特に半単純 Lie 群の既約ユニタリ表現をすべて実現することに対しては、近年さまざまな予想がたてられさし迫った問題になっている。

主論文においては、半単純Lie群の既約ユニタリ表現のうち、特に離散系列に属するものをほゞすべて実現する一つの方法を得た、即ち、その群が働く対称空間上のベクトル・バンドルに対して、Casimir作用素から自然に決まるある二階楕円型線型微分方程式を考えて、その解空間により大部分の離散系列に属する既約ユニタリ表現が実現できるというものである。

これは、V. Bargmann、Harish-Chandra、M. I. Graev、R. 高橋等による特別な場合の解決、及び K. 岡本、M. S. Narasimhanによる有界対称領域の運動群に対する解決の延長上にあるといってもよいと思われる。

尚、この方法は、参考論文でとり扱った楕円型微分作用素とも関連が深い。

### 論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

堀田君の論文は実半単純Lie群のユニタリー表現であって離散系列と呼ばれるものを実現する方法を与える、この問題はBergmannをはじめGelfand、Graev、Harish-Chandra、Pukamszky、高橋、岡本-Narasimhanなどにより群が特別の場合に論じられて来たが一般の実半単純Lie群についての研究はSchmidtによる最近の研究と堀田君の本論文がはじめてである。

堀田君は岡本-Narasimhanの方法の一般化をはかることによって求める実現を得た。すなわち

後者は群が $C^n$ の有界対称領域の運動群の場合にBorel-Weil-Bott理論の類似を迫うて、この領域上の適当な正則ベクトルバンドルにおけるCasimir作用素の固有空間上で群の離散系列表現を実現した。そこで堀田君は一般の非コンパクト半単純リー群 $G$ に対して $G$ の作用する対称リーマン空間 $G/K$ を考え、これを基底空間として持ち $G$ の極大コンパクト部分群 $K$ の既約表現に随伴するところのベクトルバンドルをとりその自乗可積分な切断のなすヒルベルト空間を扱った。すると $G$ のCasimir作用素はこの空間に楕円型微分作用素として働らき、よってその固有空間は $G$ の作用について不変な閉じた部分空間となるが、ここにひきおこされる $G$ の表現が、 $K$ の既約表現に関するある種の正則性のもとで、 $G$ の離散系列を与えること、しかもこのようにして大部分の $G$ の離散系列が実現されることが証明されたのである。なお対称空間 $G/K$ が有界対称領域の場合になされた岡本-Narasimhanの複素解析的議論は、微分作用素についての議論に巧妙に置換しられるなど、証明法に独創的な点が多々認められる。さらに、堀田君はSchmidtによるかなり複雑な実現法が実はこゝに得た簡明な方法と本質的に同値であることも示し、本研究がSchmidtによるものを含むことを明らかにしている。

以上、堀田君の研究は実半単純Lie群の離散系列ユニタリー表現は大部分極大コンパクト部分群の既約表現からの誘導表現と得られることを示したものであり、現在知られているこの方面の諸結果をはじめて統一的に論じたものとしてユニタリー表現論に寄与するところ大きく、よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認められる。