



Title	ネーター環でない環上の入射加群の分解
Author(s)	治井, 秀喜
Citation	大阪大学, 1979, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/32254
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名・(本籍)	治 井 秀 喜
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 4 5 1 7 号
学位授与の日付	昭 和 54 年 3 月 19 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学 位 論 文 題 目	ネーター環でない環上の入射加群の分解
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 中 井 喜 和
	教 授 永 尾 汎 教 授 尾 関 英 樹

論 文 内 容 の 要 旨

R を可換環とし、 R の素イデアル P で、 P による R の商環がネーター環になるものの全体を $F(R)$ とする。今、 X を $F(R)$ の空でない部分集合で、 X の要素に含まれる $F(R)$ の要素はすべて X に属するとき、 X を開集合型とよぶ。 $F(R)$ の開集合型の部分集合 X に対して、 R 上の加群で X の任意の要素で局所化すると 0 になるものの全体を $N'[X]$ とする。また、 R 上の加群で、 $N'[X]$ に含まれる任意の加群からの準同型がすべて 0 になるものの全体を $N[X]$ で示す。

R の任意のイデアル A で、

$$A = \bigcap_{P \in X} (AR_P \cap R)$$

となるものに対して、 $\text{Ass}(R/A)$ と X の共通部分が空でないとき、 R は条件 $H[X]$ を満すという。

§ 1 では、 R が条件 $H[X]$ を満しているとき、 $N[X]$ に含まれる入射加群の性質を明らかにした。例えば、 $N[X]$ に含まれる任意の入射加群は R/P ($P \in X$) の Injective Hull 型の入射加群の直和の Injective Hull として表わすことが出来る。

$N[X]$ に於いて、次の 2 つの条件を考える。

条件 (I)。 $N[X]$ に含まれる任意の入射加群は R/P ($P \in X$) の Injective Hull 型の既約な入射加群の直和として表わせる。

条件 (II)。 $N[X]$ に含まれる任意の入射加群の族の直和は、また入射加群になる。

§ 2 では、 $N[X]$ が条件 (I)、(II) を満すための R および X に対する条件を調べた。特に、 X が極大条件を満しているときは、(1) 条件 (I)、(II) は $\sum_{P \in S} \oplus E_R(R/P)$ が入射加群であるという

ことで特徴づけられることを示した。ただし、 S は X の極大要素の全体、 $E_R(R/P)$ は R/P の *Injective Hull* とする。(2) R の任意の 0 でないイディアルが S の有限個の要素にしか含まれていないならば、 $N[X]$ に於いて、条件 (I), (II) は満されている。更に、(3) R が条件 $H[X]$ を満し、 R のすべての 0 でないイディアル A に対して、集合 $\{P \in S \mid AR_P \neq 0\}$ が有限集合ならば、条件 (I), (II) は $N[X]$ に於いて満されている、などを示した。また、条件 $H[X]$ を満さない可換環 R と $F(R)$ の部分集合 X が実際に存在することを示した。

論文の審査結果の要旨

可換なネーター環の上の入射加群が分割不可能な入射加群の直和加群として表現できることはよく知られたことであるが、本論文ではこの問題の一般化である、ネーター環でない環の上の入射加群の直和分解が取扱われている。一般に可換環 R の上の分割不可能な移入加群は、 R の素イデアル P による剰余環 R/P の *injective hull* $E_R(R/P)$ と同型なものに限るから、そのような入射加群を部分加群として含み得ないような加群は、これを除外しなければならない。そのために商環 R_P がネーター環になるような R の素イデアル P よりなる $\text{Spec}(R)$ の部分集合 X で、*generalization* に関して閉じたものを取り、それに付随して $N[X]$ なる R -加群の圏を考察の対象に選んだ。そして圏 $N[X]$ に属する入射加群が上に述べたような $E_R(R/P)$ と同型な入射加群を含むために R のみたすべき必要十分条件を求め、それを $H[X]$ と名づけた。 R が条件 $H[X]$ をみたすとして、 $N[X]$ に属する入射加群が分割不可能な入射加群の直和として表現できるために X もしくは R のみたすべき条件を考察し、種々の興味深い結果を得た。これは Krull 環の上の入射加群の直和分割についての I. Beck の結果を包含するものである。更に著者は条件 $H[X]$ をみたさない加群、すなわち直和分解が不可能であるような入射加群の存在を、構成例示し、この問題の端倪すべからざる一面を示唆している。

以上のように本論文は、ネーター環でない環の上の入射加群の直和分解の理論について、新しい知見を加えたものであり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。