

Title	余次元1の軌道をもつコンパクト変換群
Author(s)	岩田, 恒一
Citation	大阪大学, 1978, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/32388
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	岩 田 恒 一
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 4 3 3 8 号
学位授与の日付	昭和 53 年 6 月 13 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	余次元 1 の軌道をもつコンパクト変換群
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 教授 村上 信吾 教授 中岡 稔 教授 竹内 勝 助教授 内田 伏一

論 文 内 容 の 要 旨

(G, M) は、有理係数コホモロジー環が 4 元数 n 次元射影空間のそれと同型であるような単連結 $4n$ 次元コンパクト可微分多様体 M と、その上に余次元 1 の軌道をもつように可微分作用する連結なコンパクトリー群 G の対とする。このような対 (G, M) を本質的に同型な類に類別することを試みて、次の結果を得た。

定理 対 (G, M) は次のいずれかに本質的に同型である。ここに、 M の次元は $4n$ とする。

($G, P_n(H)$), $n \geq 1$.

$G = Sp(n), Sp(n) \times U(1)$, または $Sp(n) \times Sp(1)$.

($Sp(n_1+1) \times Sp(n_2+1), P_n(H)$), $n = n_1 + n_2 + 1, n_1, n_2 > 0$.

($U(n+1), P_n(H)$), $n \geq 1$.

($SU(n+1), P_n(H)$), $n \geq 2$.

($SU(3), G_2/SO(4)$) ($\dim M = 8$ のとき).

($SO(3), S^4$) ($\dim M = 4$ のとき).

ただし、 $SO(3)$ はその 5 次元既約実表現を通じて S^4 に作用する。また、 H は 4 元数体を示す。

M が k 次元ホモトピー球面で、 k が 4 と異なる偶数であるかまたは 33 以上の奇数であるとき、対 (G, M) の分類は H. C. Wang によって行われた。また、 M が単連結 $2k$ 次元可微分多様体でその有理係数コホモロジー環が複素 k 次元射影空間のそれと同型であるとき、対 (G, M) の分類は内田伏一によって完成されている。

定理の証明、 M 上の余次元 1 の軌道は主軌道であり、また丁度 2 個の特異軌道が存在する。これら

の特異軌道は M の部分多様体であって、そのポアンカレ多項式を求めることができる。次に、定理にあげられた対はそのようなポアンカレ多項式をもつ特異軌道の現われる M 上の G 作用の例となっていることが示され、最後に、 (G, M) は定理にあげられた対のどれかに本質的に同型になることが証明される。

定理で $n=1$ の場合、すなわち M が4次元多様体のときは、基本群についての煩雑な計算を要するが、得られた結果はWangの仕事に欠けている $k=4$ の場合を補なうものである。

論文の審査結果の要旨

多様体 M に対し、リー群 G が変換群として作用しているという状況は、数学において非常によく見られ、これを研究することは幾何学における重要な課題の一つである。 M の任意2点 p, q に対し、 p を q へ移す G の変換があるとき、 G の軌道は M 全体で、斉次空間といわれ、幾何学での典型的空間の多くがそうになっている。現在、より一般的な変換群についての研究が盛んに行われつつある。

とくに、変換群がコンパクトかつ余次元1の軌道をもつ場合について、多様体がホモトピー球面のとき、又有理数体上のコホモロジー環が複素射影空間のそれと同一のとき、それぞれ、Wang, 内田により、研究、分類された。

岩田君は、変換群がコンパクトかつ余次元1の軌道をもつという条件のもとに、多様体が4元数体上の射影空間と同一のコホモロジー環をもつ場合に、これを研究、完全な分類を与えた。

その内容は、始めに、コンパクト変換群の一般理論とコホモロジー理論を用い、上記の場合の特異軌道のコホモロジー環のみたすべき特性を求め、これらの特性をもつ斉次空間の候補を数え上げた。ついで、それらが実際に特異軌道となる変換群および作用を構成した。最後に、条件をみたす変換群が上記構成のものと本質的に同等であり、分類が完全であることを示した。特異軌道の特徴づけ、又例外型リー群の斉次空間の位相等に関し、複素射影空間の場合より、更に一層深い精密な考察が必要とされている。このように得られた結果ならびにその方法は、変換群の研究において非常に興味深いものである。

以上のように、本論文は、得られた結果とその方法ともにリー変換群の理論の発展に寄与するところ大きく、学位論文として十分価値あるものと認められる。