

Title	通常および一般リッジ回帰の評価
Author(s)	後藤, 昌司
Citation	大阪大学, 1979, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/32471
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	後藤昌司
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 4714 号
学位授与の日付	昭和 54 年 9 月 20 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	通常および一般リッジ回帰の評価
論文審査委員	(主査) 教授 丘本 正 (副査) 教授 竹之内 脩 教授 高木 修二 教授 坂口 実 教授 高松 俊朗

論 文 内 容 の 要 旨

観測研究の場において回帰分析で起こる重大な問題の1つに、回帰式に含まれる説明変数間の多重共線性の問題がある。この場合、回帰係数の最小二乗 (LS) 推定量は膨張して不安定となり、実地の解釈が不自然となる。また LS 推定量の残差平方最小化基準は当面のデータに過度のあてはめを与え、データの状態の崩れに過敏な推定量を与える。実際場面では現データへの適合が不十分でも、将来のデータにもその程度の適合の良さが保証できる“安定な”回帰の得られることが望ましい。リッジ回帰はこのような場で要請される1つの調整法として提案されたものである。

本論文ではリッジ回帰の方法論的特徴、最適リッジ因数の選定に関する検証的な検討を通して、その有用性を評価した。その際リッジ推定量の2つの主要な性質に注目した。1つはリッジ推定量があらゆる平均平方誤差の測度上で LS 推定量をしのぐという性質、即ち、許容性であり、もう1つはリッジ推定量がある特定の平均平方誤差測度上で最小値を達成するといういわゆる最適性である。リッジ推定量はリッジ因数をそれら全成分に共通に与えるか、あるいは成分毎に変えて与えることにより通常リッジ (OR) 推定量と一般リッジ (GR) 推定量に区別されるが、これをそれぞれ第1部、第2部で論じた。

OR 推定量の場合、その総平均平方誤差の上でその許容範囲を設計することを試みた。その際、OR と LS の両推定量の総平均平方誤差の差が、リッジ因数以外に回帰係数や誤差分散に依存してその数学的性質を厳密に評価することが困難なため、少なくとも有限な許容範囲が得られる条件を考察し、多重共線性が起こる状況では、許容範囲が広がることを示唆した (1部, 2節)。

OR 推定量の最適性の問題は、リッジ因数の最適選定の如何に還元され、選定法としてこれまで約

20を超える方式が提案されていた。けれども、厳正な検証的研究を通して評価された方式はほとんどなく、その実践的な有用性には多くの賛否両論があった。これらの方式を回帰の利用意図に沿って評価するため、提案主旨と評価基準の観点からほとんどの主要な方式を整理考察し、リッジ回帰の展開に1つの洞察を与えた(1部, 3節と参考論文(1))。

OR推定量の性能の検証的な証価に先立ち、シミュレーションとそのデザインの重要性に注目し、新薬の臨床評価概念との類推から1つの系統的なリッジ回帰のシミュレーションによる評価方式を提案し、構成した。それらは第1相から第4相に分かれ、各相での評価目的を有機的につなぐことから、効率的にリッジ回帰の性能(有効性と安全性)が評価できる。特に第3相の大規模なシミュレーション検討では回帰変数行列のサンプリングに際して相関構造を安定化するため、Kennard & Stoneの提案によるCADEXサンプリングを採用した。

OR推定量の一連の検証研究の結果、最適リッジ因数の選定方式としては、その簡明さ、GR推定量との関連、総平均平方誤差(回帰の制御指向)と予測平均平方誤差(回帰の予測指向)上での性能の相対的な良さ、などから、一般リッジ因数の調和平均方式を推奨した(1部, 4節)。また、リッジ回帰の視察による解釈にも検討を加え、Obenchainの提案になる多重共線性の許容尺度上でのリッジトレースを採用し、2, 3の事例をこのトレース上で解釈した。さらに経験則の良さにも注目し、諸経験則の基準統計量とここでの最適化基準との関係も考察し、その適用について若干の示唆を与えた(1部, 4節)。

リッジ回帰の適応的な性格に注目すると、OR推定量をGR推定量に拡張して適用するのが自然であり、後者の性能も同様に評価した。この場合、正準形式でとらえることから、成分毎に平均平方誤差を証価することが可能になり、GR推定量の許容範囲を成分毎に求めることができた(2部, 1節)。

GR推定量の最適リッジ因数の選定に際しては回帰変数に無条件と条件付きの2通りの観点から検討した。従来提案されていた前者の立場では、総平均平方誤差の最小化を意図する反復収束解に対し、その過大な縮小を是正するため調整定数を導入し、他の評価基準で得られるリッジ因数との関係を明確にした(2部, 2.1節)。後者の立場では新たな調整条件をもつ最適リッジ因数の選定方式を提案し、多重共線性の原因が回帰変数上のサンプリングに起因するとき、この方式の有用なことを示唆した(2部, 2.2節)。また主成分回帰推定量との新たな混合推定量を提案し、その際、成分個数の選定にObenchainの予備仮説を一般化して、赤池の情報量基準AICを採用した(2部, 2.3節)。

GR推定量に関するこれらの提案方式と従来までに提案されていた最適リッジ因数の選定方式、および先述のOR推定量の調和平均方式の性能を比較するため、先述と同様のシミュレーションを実施した(2部, 3節)。その結果、本論文で提案した2方式が係数の安定性(平均平方誤差)と予測安定性(指示標本と検証標本に対する予測平均平方誤差)の点から相対的に優れた性能を持つことがわかった。

論文の審査結果の要旨

重回帰分析における最小2乗解は回帰変数が多重共線性を持つ場合には不安定である。通常および

一般リッジ回帰はこの困難を避けるために創始され、そこに含まれるパラメータ（リッジ因数）の選定法が数多く提出されて来た。

本論文第1部は通常リッジ回帰を論じ、リッジ因数の評価尺度として総平均平方誤差を用いて、因数の許容範囲を求める方法を与えた。次に、因数の選定法の中で有力なもの8種類に最小2乗法を加えた9つの方法の性能について組織的な数値的評価を行った。即ち、手法、回帰係数、誤差分散、回帰変数行列の4つの要因を持つ要因実験をシミュレーションによって行い、Hoerlによる調和平均方式が相対的にもっとも良い成績であることを示した。

第2部は一般リッジ回帰を論じ、著者はリッジ因数の新しい2種類の選定方式を提案した。1つは多重共線性が回帰変数の標本変動に基づくという発想から導かれ、他は情報量AICで回帰変数の有効次数を推定するときの混合推定量である。この2つと他の6つの方式を典型的な各種数値モデルに適用し、またシミュレーション実験を行って、新しい方式は相対的に優れた性能を持つことを示した。

これらは回帰分析の方法論への重要な貢献であり、学位に値するものと認める。