



Title	不規則入力を受ける非線形力学系の解過程に関する数理工学への貢献
Author(s)	森田, 洋二
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/32569">https://hdl.handle.net/11094/32569</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">&lt;/a&gt;</a> をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名・(本籍)	森	田	洋	二				
学 位 の 種 類	工	学	博	士				
学 位 記 番 号	第	4	9	3	7	号		
学位授与の日付	昭 和 55 年 3 月 25 日							
学位授与の要件	工学研究科 応用物理学専攻 学位規則第 5 条第 2 項該当							
学 位 論 文 題 目	不規則入力を受ける非線形力学系の解過程に関する数理工学 への貢献							
論 文 審 査 委 員	(主査)							
	教 授	杉山	博					
	(副査)							
	教 授	久保	忠雄	教 授	西村正太郎	教 授	滑川	敏彦
	教 授	中川	憲治	教 授	西田	俊夫		

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は非線形確率微分方程式で記述される力学系の解の挙動に関する研究成果をまとめたもので、6章から構成されている。

第1章は緒言で、本研究の目的と意義を明らかにするとともに、本論文の概要を述べ、併せて非線形確率微分方程式に関する研究の流れの中における本研究の位置づけを行っている。

第2章では、本研究で用いる数学的記法について述べ、これを明確にしている。

第3章では、正規性白色雑音を不規則係数として含む2階非線形確率微分方程式の解過程に関する平衡解への漸近的安定性について考察を行っている。ここでは系に含まれる非線形関数項ならびに不規則雑音の係数としてそれぞれ微小パラメータを仮定した弱非線形確率微分方程式で記述される系について考察している。方法としては、極座標変換による半径方向成分の挙動に着目し、汎用なりアブノフ関数を求めることに成功し、その結果として平衡解の漸近的安定性に関する確率的評価を与えている。

第4章では、異なる2種類の不規則雑音を係数に含む2階非線形確率微分方程式について考察を行っているが、それら雑音の1つは正規性白色雑音であり、他の1つはセミ・マルコフ連鎖過程である。ただし、ここでも前章同様、すべて微小パラメータを仮定している。その結果、マルコフ連鎖過程に関する極限定理を用いることにより、解の漸近的安定性を示している。

第5章では、さきの第3、第4章と同じ数学モデルのもとで白色雑音のかわりに広帯域幅を有する実在の物理雑音を係数とする微分方程式を考察し、前章までの白色雑音係数を含む項のほかに、もう1つの補正項が加わった新たな非線形確率微分方程式の解の漸近的安定性の考察を行い、そのための

確率的評価を与えている。

第6章では、平衡解を持たない非線形確率微分方程式において、その非線形関数項と正規性白色雑音に掛かるパラメータ  $\varepsilon$  と  $\sqrt{\varepsilon}$  が充分大きい場合について、解過程のモーメントの挙動を考察している。そのため、さきの充分大きい  $\varepsilon$  に対して  $\mu=1/\varepsilon^2$  は逆に充分小さいパラメータであることに着目して  $\mu$  に関する摂動法を導入することにより、解過程のモーメントが満たすべきコルモゴロフの後向き方程式の解を求める問題を、一連の双曲型偏微分方程式を解くことに帰着させてモーメント解の考察を行っている。その結果、雑音項を除去した強非線形の Van der Pol 型微分方程式ではその解が非常に急激な挙動を示すのに対して、ここで述べた雑音項を付加した Van der Pol 型確率微分方程式のモーメント解の時間的進化は、極めて滑らかな曲線になることを解明している。さらに、このような数学的事実は、現実の力学系、制御系、生態系などに関する考察において、また設計、計画等において大きな応用上の意義をもつものであろうことを述べている。

## 論文の審査結果の要旨

本論文は力学系の解の挙動に関する研究をまとめたもので、その内容は2つに大別される。

その1つは、系を記述する確率微分方程式が平衡解をもつ場合に解の漸近的安定性についてその確率的評価を与える問題であり、他の1つはその確率微分方程式が平衡解を持たない場合における解過程の挙動を考察する問題である。

以上に関して、本論文の中で得られた研究成果を要約するとつぎの通りである。

- (1) 力学系を記述する非線形確率微分方程式における非線形関数項と不規則係数に微小パラメータが掛っている弱非線形系における解の漸近的挙動について、まず極座標変換によって半径方向成分と位相角成分に分解した上で、微小パラメータの存在をもとに半径方向成分の挙動に着目し、初期値に依存する汎用な確率リアプノフ関数を与えることに成功し、これを用いて得られる下限によって平衡解への漸近的安定性の確率的評価を与えている。
- (2) 力学モデルとして異なる2種類の不規則雑音を係数に含む2階非線形確率微分方程式で記述される系について、解の漸近的安定性を考察している。ここに、2種類の異なる不規則雑音のうちの1つは正規性白色雑音であり、他の1つはセミ・マルコフ連鎖過程である。

ただし、ここでもさきの(1)の場合と同様に、非線形関数項および2種類の不規則雑音過程にはそれぞれ微小パラメータが掛かっているものとしている。このとき、解の推移確率密度関数の挙動は適当な関数空間上でマルコフ連鎖過程を係数に持つ発展方程式の解過程の期待値として定式化されることを示し、微小パラメータの存在によりマルコフ連鎖過程に関する極限定理を適用することによって、もとの系における解が漸近的安定であることを示している

- (3) さきの(1), (2)における白色雑音のかわりに広帯域幅を有する実在の物理雑音係数を含む微分方程式を考察し、(1), (2)における白色雑音係数を含む項のほかに、もう1つの補正項が加わった新たな

形の非線形確率微分方程式について解の漸近的安定性を考察し、その確率的評価を与えている。

以上(1), (2), (3)の研究においてえられた解の漸近安定性に関する確率的評価と判定条件は構造物, 回路, 等のシステムにおける設計段階において応用上の価値が大きいものと考えられる。

- (4) ここでは系を記述する微分方程式が平衡解を持たない場合における解の挙動についてつぎのような研究結果を得ている。

ここに、対象とする力学系は2階の非線形確率微分方程式で記述されるものとし、その非線形関数項には十分大きいパラメータ  $\varepsilon$  が、また右辺に印加した正規性白色雑音には  $\sqrt{\varepsilon}$  が掛かっているものとして、この場合の解過程のモーメントの挙動をつぎのような方法で考察している。まず解過程のモーメントが満たすべきKolmogorovの後向き方程式を、十分小さいパラメータ  $\mu=1/\varepsilon^2$  に関する摂動法の導入によって一連の双曲型偏微分方程式を解く問題に帰着させることに成功し、これからモーメント解の挙動の近似を求める方法を開拓している。その応用として、雑音項を消去したときに強非線形のVan der Pol型微分方程式になる非線形確率微分方程式の解のモーメントの挙動を具体的に考察し、強非線形のVan der Pol型方程式における確定解が非常に急激な挙動を示すのに対して、本研究で述べた雑音項を十分初期の段階で付加した確率微分方程式のモーメント解の時間的進化は、極めて滑らかな曲線になることを解明している。

このような数学的事実は、現実の力学系、生態系、等に関する設計、制御、予測、計画、等において大きな応用上の意義をもつものと考えられる。

以上、本論文の中で述べられている(1), (2), (3), (4)の研究成果は不規則入力を受ける非線形力学系の解過程の解明に関して数理工学の進歩発展に寄与するところが大きく、またその応用上の価値も大きいものと云える。よって、本論文は博士論文として価値あるものと認める。