



Title	ある多項式に帰着する整函数
Author(s)	斎藤, 紘子
Citation	大阪大学, 1979, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/32633
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名・(本籍)	齋藤 紘子
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 4 6 7 4 号
学位授与の日付	昭和 54 年 6 月 21 日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学 位 論 文 題 目	ある多項式に帰着する整函数
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 柴田 敬一 (副査) 教 授 村上 信吾 教 授 中岡 稔

論 文 内 容 の 要 旨

複素 2 変数の空間 C^2 には, 1 変数の場合とは異なり, 非常に多くの解析的自己同型が存在する。従って 2 変数の整函数の研究において, 与えられた整函数を C^2 の解析的自己同型によって出来る限り簡単な函数に帰着させる問題が生じる。 f を 2 変数の整函数とすると, f の定数面 $f=c=0$ の既約成分を単に f の面と云い, f の面のある族を $\mathcal{F}$ とするとき, $\mathcal{F}$ に含まれる面での f の値の集合の対数容量を $\mathcal{F}$ の対数容量と云う。そして f が, C^2 の解析的自己同型 $(\xi(x, y), \eta(x, y))$ と 2 変数の多項式 $P(x, y)$ 及び 1 変数の整函数 $F(z)$ によって $f(x, y) = F(P(\xi(x, y), \eta(x, y)))$ と表わされるとき “ f は多項式 P に帰着する” と云うことにする。もし f が多項式に帰着するならば, f の面はすべてコンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものに解析的に同値である。そこでこの命題の逆が成立するかどうか問題になる。1969 年西野氏は, 先づ f の面で C^1 と同値なものの全体が対数容量正であれば, すべての面が C^1 と同値になり, f は多項式 $\#x$ に帰着することを示した。この結果を踏まえて本論文 I では, 整函数 f の面で, C^1 から 1 点を除いたものに同値なものの全体が対数容量正であるようなものを研究し, そのような整函数は多項式 $x^m y^n$ または $x^n (x^l y + P_{l-1}(x))^m$ に帰着することを示した。ここで $\#m, n, l$ は正の整数であり $P_{l-1}(x)$ は $\#x$ の高々 $l-1$ 次の多項式で $P_{l-1}(0) \neq 0$ である。この結果より解るように, 上記のような整函数は本質的には, 0 以外の定数面はすべて既約で同一の形をもち, 0 面は特異で 2 つの既約成分よりなり, それらが交点を持てば第一の式に, 交点を持たなければ第二の式に帰着する。本論文 II では, さらに C^1 から 2 点を除いたものに同値な面を持つ整函数を研究している。1975 年西野氏は, 山口, 鈴木両氏の結果を得て, コンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものと同値な面の全体が対数容量正であるような整函数はすべて多項式に帰着することを示した。

しかしここではその帰着する多項式が具体的に求められたわけではなく、また特異な定数面のあり方についても未知な部分が多い。そこで著者は上記の整函数について、その帰着する多項式を具体的に求めた。この場合特異な定数面は1つまたは2つである。特異面のあり方は鈴木氏の一般論を応用するだけだと25個の型が考えられる。しかし著者は実際にはその内の13個の型しか存在しないことを見出した。そしてその各々の型に対して多項式の型を具体的に決定した。以上が本論文の概要である。

論文の審査結果の要旨

f を2複素変数 x, y の整函数とし、 $f(x, y) = a \# (= \text{const.})$ で定義される $\mathbb{C}^2$ の部分多様体の既約成分を f の素面という。 $a \#$ の値を動かせば素面も変化する。もし (x, y) の空間 $\mathbb{C}^2$ の適当な解析的自己同型によって f を多項式に帰着せしめ得るならば、 f の素面はコンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものに同値になる。一般には、リーマン面の種数が g 、除かれる点が n 個であるという理由によって、そのような面を (g, n) -型と呼ぶ。

本論文における主な結果は、正の対数容量ほどの a の値に対する f の素面が (g, n) -型であれば、変数変換によって f は多項式に帰着することを、 $g=0, n=2, 3$ の場合について証明し、且つ帰着する多項式の形を完全に決定したことである。

証明の方法は $n=2$ の場合と $n=3$ の場合とでは全く異なる。 $n=2$ の場合では、被覆面の理論を用いて $(0, 2)$ -型を $(0, 1)$ -型に転化し、与えられた因子による函数の構成、擬凸領域の性質、2変数の留数計算における Poincaré の公式等が重要な手段である。 $n=3$ の場合では、 f の同伴函数 $\psi \#$ によって $\mathbb{C}^2$ をコンパクト化し、鈴木氏の公式から位相的な必要条件として得られる25個の型の多項式のうち12個のものは Ramanujam-Morrow の定理に矛盾するが故に存在し得ないことを示し、残りの13個については、 $\psi \#$ から有限回の操作によって具体的に函数を構成して存在を示すという方法によっている。

2変数の整函数においては、位数を変えるような変数変換の存在が知られており、1変数の場合とは全く趣を異にする。1968年、西野利雄氏は整函数が多項式に帰着する条件を $(0, 1)$ -型について求めるため、 f の a -Stelle を素面として捉えることを提唱した。斎藤君の研究は西野氏のこの着想に示唆されて始められたものであるが、同君の得た結果の一部が逆に西野・山口・鈴木氏等の研究を促し、更にそれらの成果をふまえて本論文の後半が完成された。

2変数整函数論は未解決の問題を数多く内蔵しているところの、複素解析学の新たな分野である。本論文は、この方面の理論にあらたな知見を加えることにより、その進歩に基本的な貢献をなしたといふべきであり、理学博士の学位論文として十分に価値があると認められる。