【17】

氏名・(本籍)	斎藤紘子（さいとうひろこ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 4674 号
学位授与の日付	昭和54年6月21日
学位授与の要件	理学研究科　数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**ある多項式に帰着する整函数**
論文審査委員	(主査) 教授 柴田敬一 (副査) 教授 村上信吾　教授 中岡稔

論文内容の要旨

複素2変数の空間C^2には，1変数の場合とは異なり，非常に多くの解析的自己同型が存在する。従って2変数の整函数の研究において，与えられた整函数をC^2の解析的自己同型によって出来る限り簡単な函数に帰着させる問題が生じる。fを2変数の整函数とするとき，fの定数面$f-c=0$の既約成分を単にfの面と云い，fの面のある族を$\mathcal{F}$とするとき，$\mathcal{F}$に含まれる面でのfの値の集合の対数容量を$\mathcal{F}$の対数容量と云う。そしてfが，C^2の解析的自己同型$(\xi(x,y),\eta(x,y))$と2変数の多項式$P(x,y)$及び1変数の整函数$F(z)$によって$f(x,y)=F(P(\xi(x,y),\eta(x,y)))$と表わされるとき“$f$は多項式$P$に帰着する”と云うことにする。もし$f$が多項式に帰着するならば，$f$の面はすべてコンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものに解析的に同値である。そこでこの命題の逆が成立するかどうかが問題になる。1969年西野氏は，先づfの面でC^1と同値なものの全体が対数容量正であれば，すべての面がC^1と同値になり，fは多項式$\#x$に帰着することを示した。この結果を踏まえて本論文Ⅰでは，整函数fの面で，C^1から1点を除いたものに同値なものの全体が対数容量正であるようなものを研究し，そのような整函数は多項式$x^n y^m$または$x^n(x^l y+P_{l-1}(x))^m$に帰着することを示した。ここで$\#m,n,l$は正の整数であり$P_{l-1}(x)$は$\#x$の高々$l-1$次の多項式で$P_{l-1}(0)\neq 0$である。この結果より解るように，上記のような整函数は本質的には，0以外の定数面はすべて既約で同一の形をもち，0面は特異で2つの既約成分よりなり，それらが交点を持てば第一の式に，交点を持たなければ第二の式に帰着する。本論文Ⅱでは，さらにC^1から2点を除いたものに同値な面を持つ整函数を研究している。1975年西野氏は，山口，鈴木両氏の結果を得て，コンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものと同値な面の全体が対数容量正であるような整函数はすべて多項式に帰着することを示した。

しかしここではその帰着する多項式が具体的に求められたわけではなく，また特異な定数面のあり方についても未知な部分が多い。そこで著者は上記の整函数について，その帰着する多項式を具体的に求めた。この場合特異な定数面は１つまたは２つである。特異面のあり方は鈴木氏の一般論を応用するだけだと25個の型が考えられる。しかし著者は実際にはその内の13個の型しか存在しないことを見出した。そしてその各々の型に対して多項式の型を具体的に決定した。以上が本論文の概要である。

論文の審査結果の要旨

fを２複素変数x,yの整函数とし，$f(x,y)=a$＃(=const.)で定義されるC^2の部分多様体の既約成分をfの素面という。a＃の値を動かせば素面も変化する。もし(x,y)の空間C^2の適当な解析的自己同型によってfを多項式に帰着せしめ得るならば，fの素面はコンパクトなリーマン面から有限個の点を除いたものに同値になる。一般には，リーマン面の種数がg，除かれる点がn個であるという理由によって，そのような面を(g,n)-型と呼ぶ。

本論文における主な結果は，正の対数容量ほどのaの値に対するfの素面が(g,n)-型であれば，変数変換によってfは多項式に帰着することを，$g=0, n=2,3$の場合について証明し，且つ帰着する多項式の形を完全に決定したことである。

証明の方法は$n=2$の場合と$n=3$の場合とでは全く異なる。$n=2$の場合では，被覆面の理論を用いて(0,2)-型を(0,1)-型に転化し，与えられた因子による函数の構成，擬凸領域の性質，２変数の留数計算におけるPoincaréの公式等が重要な手段である。$n=3$の場合では，fの同伴函数ψ＃によってC^2をコンパクト化し，鈴木の公式から位相的な必要条件として得られる25個の型の多項式のうち12個のものはRamanujam-Morrowの定理に矛盾するが故に存在し得ないことを示し，残りの13個については，ψ＃から有限回の操作によって具体的に函数を構成して存在を示すという方法によっている。

２変数の整函数においては，位数を変えるような変数変換の存在が知られており，１変数の場合とは全く趣を異にする。1968年，西野利雄氏は整函数が多項式に帰着する条件を(0,1)－型について求めるため，fのa-Stelleを素面として捉えることを提唱した。斎藤君の研究は西野氏のこの着想に示唆されて始められたものであるが，同君の得た結果の一部が逆に西野・山口・鈴木氏等の研究を促し，更にそれらの成果をふまえて本論文の後半が完成された。

２変数整函数論は未解決の問題を数多く内蔵しているところの，複素解析学の新分野である。本論文は，この方面の理論にあらたな知見を加えることにより，その進歩に基本的な貢献をなしたというべきであり，理学博士の学位論文として十分に価値があると認められる。