【5】

氏名・(本籍)	名倉利信（なぐら としのぶ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 5187 号
学位授与の日付	昭和56年3月25日
学位授与の要件	理学研究科　数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**対称空間の球面への極小等長挿入に付随するJacobi微分作用素について**
論文審査委員	(主査) 教授 竹内　勝 (副査) 教授 村上　信吾　教授 松島　與三

論文内容の要旨

Fをコンパクト Riemann 多様体Mから Riemann 多様体$\bar{M}$への極小等長挿入とする。Mから$\bar{M}$への挿入全体と，その挿入全体の上で定義される体積関数（各挿入に対してそれに関するMの体積を対応させる）を考える。ある挿入が極小とは，その挿入において体積関数が臨界値をもつ事である。Jacobi微分作用素$\tilde{S}$は，Fの変分の体積関数の第2変分公式に現れ，自己随伴かつ強楕円型という性質をもつ。従って，極小挿入Fの性質を知る上で，$\tilde{S}$のスペクトルを知る事は重要である。

Gをコンパクト Lie 群，(G, K) を Riemann対称対，Mをコンパクト対称空間G/Kとする。さらに，$\bar{M}$を単位球面，極小挿入Fが full かつ equivariant とする。この論文で，我々は上の条件下で，Jacobi微分作用素のスペクトルおよびFの index, nullity について調べる。

挿入Fは equivariant だから，我々は Jacobi 微分作用素$\tilde{S}$を，コンパクト Lie 群G上のベクトル値関数のある部分空間に作用する不変な作用素とみなせる。この事実に立って，我々は，Jacobi 微分作用素は Casimir 作用素と1次の不変微分作用素S_1との和になるという結果を得た。従って，作用素S_1を調べる事が重要になる。とくに，$S_1=0$の時は，Jacobi微分作用素は簡単になる。我々は，$S_1=0$となるための必要十分な一つの条件を求める事ができた。作用素$\tilde{S}$の不変性より，$\tilde{S}$のスペクトルを求める問題は，有限次元ベクトル空間V_σの1次写像S_σの固有値問題の系に帰着される。この事により，S_1に対応するV_σの1次写像S'_σを調べる事が重要になる。

1次写像S'_σの性質を調べるために，コンパクト Lie 群 Gの部分群Kに関する部分表現についての情報が必要になる。我々は，ある条件下で（性質(P_1), (P_2)と呼ばれる）いくつかの結果を得た。

我々は，とくにMが対称R空間の場合，$S_1=0$となる事を得た。

我々は，直交群の表現についていくつかの結果を得た。これは，Mが球面の場合，1次写像S'_σを具体的に計算するのに必要となる。

我々は，上の述べた結果や表現論の結果を用いて，Mが球面の場合以下の結果を得た。Mが3次元以上の球面の時：S_σの各固有空間は1次元である。又，Fの nullity の一つの下限を得た。Mが2次元球面の時：S_σの各固有空間は2次元である。又，この場合はFの nullity を求める事ができた。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

f をコンパクトなリーマン多様体Mからリーマン多様体$\overline{M}$への等長的な極小はめ込みとするとき，Mから$\overline{M}$へのはめ込み全体のなかで f がどのような位置を占めているかを表わす量として重要なものに，f の退化次数と指数がある。これらの量は，ヤコビ作用素と呼ばれる，Mの法束上の自己共役な楕円型線形微分作用素Sの固有値がわかれば求められるが，具体的なはめ込み f に対するこれらの量はほとんど計算されていなかった。名倉君の論文はMがコンパクトな対称リーマン多様体，$\overline{M}$が球面，f が同変的で充満である場合のSの固有値を詳しく研究したものである。

この場合，Mの等長変換群GはMの法束の断面全体のなす空間Γに自然に作用し，その作用はSの作用と可換である。名倉君はΓを有限次元部分空間Γ_σでGとSの作用で不変なものの可算和に分解し，SのΓ_σへの制限S_σをGの表現を用いて具体的に書き表した。これによってSの固有値問題が有限次元空間上の自己共役作用素S_σの固有値問題に帰着される。さらに名倉君はこの方法をMが球面である場合に適用してS_σの行列表示を具体的に求め，とくにMが2次元球面である場合の f の退化次数を完全に決定した。

これらの著しい成果は理学博士の学位論文として十分価値があるものと認められる。