



Title	対称空間の球面への極小等長挿入に付随するJacobi微分作用素について
Author(s)	名倉, 利信
Citation	大阪大学, 1981, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/32727
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ・ (本 籍)	名 倉 利 信
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 5 1 8 7 号
学位授与の日付	昭 和 56 年 3 月 25 日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学 位 論 文 題 目	対称空間の球面への極小等長挿入に付随する Jacobi 微分作用素について
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 竹 内 勝 (副査) 教 授 村 上 信 吾 教 授 松 島 興 三

論 文 内 容 の 要 旨

F をコンパクト Riemann 多様体 M から Riemann 多様体 M への極小等長挿入とする。 M から M への挿入全体と、その挿入全体の上で定義される体積関数 (各挿入に対してそれに関する M の体積を対応させる) を考える。ある挿入が極小とは、その挿入において体積関数が臨界値をもつ事である。

Jacobi 微分作用素 \tilde{S} は、 F の変分の体積関数の第 2 変分公式に現れ、自己随伴かつ強楕円型という性質をもつ。従って、極小挿入 F の性質を知る上で、 \tilde{S} のスペクトルを知る事は重要である。

G をコンパクト Lie 群、 (G, K) を Riemann 対称対、 M をコンパクト対称空間 G/K とする。さらに、 M を単位球面、極小挿入 F が full かつ equivariant とする。この論文で、我々は上の条件下で、Jacobi 微分作用素のスペクトルおよび F の index, nullity について調べる。

挿入 F は equivariant だから、我々は Jacobi 微分作用素 \tilde{S} を、コンパクト Lie 群 G 上のベクトル値関数のある部分空間に作用する不変な作用素とみなせる。この事実に立って、我々は、Jacobi 微分作用素は Casimir 作用素と 1 次の不変微分作用素 S_1 との和になるという結果を得た。従って、作用素 S_1 を調べる事が重要になる。とくに、 $S_1 = 0$ の時は、Jacobi 微分作用素は簡単になる。我々は、 $S_1 = 0$ となるための必要十分な一つの条件を求める事ができた。作用素 \tilde{S} の不変性より、 \tilde{S} のスペクトルを求める問題は、有限次元ベクトル空間 V_o の 1 次写像 S_o の固有値問題の系に帰着される。この事により、 S_1 に対応する V_o の 1 次写像 S_o を調べる事が重要になる。

1 次写像 S_o の性質を調べるために、コンパクト Lie 群 G の部分群 K に関する部分表現についての情報が必要になる。我々は、ある条件下で (性質 (P_1) , (P_2) と呼ばれる) いくつかの結果を得た。

我々は、とくに M が対称 R 空間の場合、 $S_1 = 0$ となる事を得た。

我々は、直交群の表現についていくつかの結果を得た。これは、 M が球面の場合、1次写像 S_0 を具体的に計算するのに必要となる。

我々は、上の述べた結果や表現論の結果を用いて、 M が球面の場合以下の結果を得た。 M が3次元以上の球面の時： S_0 の各固有空間は1次元である。又、 F の nullity の一つの下限を得た。 M が2次元球面の時： S_0 の各固有空間は2次元である。又、この場合は F の nullity を求める事ができた。

論文の審査結果の要旨

f をコンパクトなリーマン多様体 M からリーマン多様体 \bar{M} への等長的な極小はめ込みとすると、 M から \bar{M} へのはめ込み全体のなかで f がどのような位置を占めているかを表わす量として重要なものに、 f の退化次数と指数がある。これらの量は、ヤコビ作用素と呼ばれる、 M の法束上の自己共役な楕円型線形微分作用素 S の固有値がわかれば求められるが、具体的なはめ込み f に対するこれらの量はほとんど計算されていなかった。名倉君の論文は M がコンパクトな対称リーマン多様体、 \bar{M} が球面、 f が同変的で充満である場合の S の固有値を詳しく研究したものである。

この場合、 M の等長変換群 G は M の法束の断面全体のなす空間 Γ に自然に作用し、その作用は S の作用と可換である。名倉君は Γ を有限次元部分空間 Γ_0 で G と S の作用で不変なものの可算和に分解し、 S の Γ_0 への制限 S_0 を G の表現を用いて具体的に書き表した。これによって S の固有値問題が有限次元空間上の自己共役作用素 S_0 の固有値問題に帰着される。さらに名倉君はこの方法を M が球面である場合に適用して S_0 の行列表示を具体的に求め、とくに M が2次元球面である場合の f の退化次数を完全に決定した。

これらの著しい成果は理学博士の学位論文として十分価値があるものと認められる。