【19】

氏名・(本籍)	新開謙三
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 5085 号
学位授与の日付	昭和55年9月30日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**退化双曲型方程式系の基本解について**
論文審査委員	(主査) 教授 熊ノ郷 準 (副査) 教授 田辺 広城 教授 池田 信行 助教授 井川 満

論文内容の要旨

t＝0で退化する双曲型方程式系

(1) $L=D_t-t^{\ell}\begin{bmatrix}\mu_1(t,x,D_x) & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_m(t,x,D_x)\end{bmatrix}+B(t)$

を考える。ここに，$\mu_j(t, x, D_x)$は一階の擬微分作用素で，その表象$\mu_j(t, x, \xi)$は互に異なる実数値で，$B(t)$は$(t+\langle D_x\rangle^{-\omega})B(t)$が有界となる擬微分作用素の行列である。$(\omega=1/(\ell+1), D_t=-\sqrt{-1}\partial/\partial t)$。

Lに対するCauchy問題

(2) $LU=0$ on $[0, T]$, $U|_{t=0}=\Psi(x)$

の基本解を構成することを目的とする。ここに基本解$E(t, s)$とは，$U=E(t, 0)\Psi(x)$によって(2)の解が与えられるようなフーリェ積分作用素で，$LE=0, E(s, s)=I$をみたすものである。

Kumano-goの完全対角化の方法を精密化して(1)のLを

$$L_1=D_t-t^{\ell}\begin{bmatrix}\mu_1(t,x,D_x) & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_m(t,x,D_x)\end{bmatrix}+F(t)+R(t)$$

に帰着する。ここに$F(t)$は対角行列で，成分である擬微分作用素$f_j(t, x, D_x)$は$B(t)$と同様の性質をもち，$R(t)$は通常の場合の$S^{-\infty}$に相当する作用素である。$L_2=L_1-R(t)$とおくとL_2は対角形であるから単独と同様にあつかえて基本解$E_2(t, s)$が構成できる。

$E_2(t, s)$はフーリェ積分作用素で，

(3) $M = \max_{1 \leqq j \leqq m} \lim_{K \to \infty} \sup_{\substack{x,t\langle\xi\rangle^{\omega} \geqq K \\ 0 \leqq t \leqq 1/K}} \{ t \operatorname{Im} f_j(t,x,\xi) \}$

としたとき，$E_2(t,0)$を作用させたときのregularity lossが高々ωMとなることが得られる。完全対角化子$N(t)$によって

(4) $E(t, s) \equiv N(t)E_2(t, s)(I+Q(t,s))N(s)^{-1}$

として(1)のLの基本解が与えられる。N, N^{-1}, Qが有界であることから，$E(t,s)$によるregularity lossもωMであることが得られる。

単独高階の退化する双曲型作用素

$$D_t^m + \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=0}^{k} t^{(k-j)(l+1)-k} a_{k,j}(t,x,D_x)D_t^{m-k}$$

($a_{k,j}(t,x,\xi)$はξについてk-j次）は(1)の形の系に帰着できて，この場合に(3)のMは$a_{1,0}$, $\cdots$, $a_{m,0}$, $a_{1,1}$, $\cdots$, $a_{m,1}$によって決定できる。

基本解が(4)の形で与えられることから，wave front setsの伝播がm個の陪特性帯にのみ沿うことも得られる。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

1958年に，Chi Min-Youは，ある2階退化双曲型作用素についてCauchy問題を考えるとき，解の$t>0$での微分可能性が初期値のそれと較べて著しく悪くなるという現象が現われることを示した。この現象は，退化しない通常の双曲型作用素に対しては現われない興味ある現象である。つぎに，1970年に，Oleinikは，一般の2階退化双曲型作用素について，この現象の現われる理由をエネルギー不等式を用いて説明した。

新開謙三君は，$t=0$で退化する1階連立双曲型作用素：

$$L = D_t - t^l \begin{bmatrix} \mu_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_m(t) \end{bmatrix} + B(t)$$

に対するCanchy問題について，基本解を構成し，その構造を調べることによって，上記の現象の現われる理由を明らかにした。ここで，lは正整数で，$\mu_j(t)$は互いに相異なる実表象を持つ1階擬微分作用素，$B(t)$は低次項に相当する擬微分作用素である。

新開君は，この作用素Lを完全対角化の方法によって，$B(t)$が対角形となる作用素に変換し，そこでFourier積分作用素を用いて基本解を構成した。この基本解の構造を解析することによって，Chin Min-You, Oleinikによって指摘された現象を一般的な立場から解明出来る。さらに興味深いことは，そのことにより解の特異台の伝播現象も記述されることである。

以上のように新開君の結果は，基本解をFourier積分作用素を用いて具体的に求めた点に特徴があ

り，この基本解の解析により解の特異台の分岐現象と常微分方程式におけるStokes現象との関係も明らかになった。このように新開君の論文は，興味ある現象を解明するとともに，新しい問題提起も行っており理学博士の学位論文として十分価値あるものと認められる。