OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	多種の劣化要因を持つQCPSK方式の誤り率特性
Author(s)	山本, 平一; 森田, 浩三; 小牧, 省三
Citation	電子情報通信学会論文誌. B. 1975, 58-B(11), p. 584-591
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/3325
rights	copyright©1975 IEICE
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

論　文

UDC 621.391.833：621.394.5：621.376.55

多種の劣化要因を持つQCPSK方式の誤り率特性

正員　山本　平一†　　正員　森田　浩三†
正員　小牧　省三†

Error Rate Performance of QCPSK System with Various Degradation Factors

Heiichi YAMAMOTO†, Kozo MORITA† *and*
Shozo KOMAKI†, *Regular Members*

あらまし　本論文は，各種劣化要因が同時に多数個存在する場合のQCPSK方式の符号誤り率劣化量を定量的に検討した結果に関して述べたものである．QCPSK伝送系で発生する誤り率特性の劣化に関するこれまでの解析は，劣化要因が単独で存在する場合に関するものがほとんどであった．このため複数要因が同時に存在する実際の中継器の劣化量の正確な推定には適用できず，中継器の正確な設計および評価ができなかった．実際の中継器および伝送路では劣化要因が非常に多いので中継器を正しく設計するためには，これまで得られている結果だけでは十分でなく，劣化要因間の相互作用を考慮に入れた解析を行う必要がある．本論文では劣化要因間の相互作用を考慮に入れた解析を行い，複数個の要因が同時に存在する中継器における符号誤り率特性劣化量を定量的に明らかにした．更に相互作用成分の数値計算を行い，その量を定量的に明らかにした．又，相互作用に対する近似式の導出を行い実用的かつ高い精度で簡単に劣化量を算出できる方法を明らかにした．最後に実験により，この理論値と実測値の比較を行い，本理論の妥当性を確認した．

1．まえがき

今日ディジタル無線中継方式には，耐干渉性，大きな情報速度，安定性などの点で優れている4相位相変調同期検波方式（QCPSK；Quadri phase coherent phase shift keying）が広く使用されており，劣化要因に関しても多くの検討がなされてきた．特にこれらの要因が誤り率に与える影響は，回線設計に関係する重要な量であるため種々の解析が行われている[(1)〜(3)]．しかし，これらの多くは単独の要因に対する解析であるため，多くの劣化要因を持つQCPSK中継方式の等価C／N劣化量〔中継器の符号誤り率劣化量を定量化するもので，理想中継系と等しい符号誤り率を得るための入力C／N（dB）の増加量〕の推定には直接利用できない．すなわち劣化要因が複数個存在する場合の等価C／N劣化量は，各劣化要因が単独で存在する場合の等価C／N劣化量（単独劣化量）のdBの和とはならないため，このような中継系の等価C／N劣化量の推定法および各種劣化要因がどのように誤り率特性に影響を与えるかに関しては，上に示した解析とはこれまで別個に考察されてきたが[(4)〜(6)]，その例が少なくしかも一般性，実用性と推定精度を十分に満足させる方法は現在までに確立されていなかった．

このため本論文では実用性，汎用性ならびに推定精度が高く，且つ考えられるすべての劣化要因を同時に含んだ場合に対する等価C／N劣化量のより正確な算出法とその結果に関して述べる．

最初に現在考えられているすべての劣化要因を妥当性を失うことなく分類し，等価C／N劣化量の数値計算を行いその量を明らかとした．更にその結果と単独

†電電公社横須賀電気通信研究所基幹伝送研究部，横須賀市
Yokosuka Electrical Communication Laboratory, N.T.T., Yokosuka-shi, 238-03 Japan
論文番号：昭50-452[B-106]

劣化量のdB和との差（相乗効果成分）を算出し，その量を定量的に明らかにした．更にこの相乗効果成分を利用すれば，“単独劣化量のdB和に相乗効果成分を加える方法”で，簡単に中継系の等価C／N劣化量の算出を行うことができることを提案した．

最後に理論値の妥当性を確認することを目的として実際の中継系を使用した実験を行い実測値と理論値の比較を行っている．又，本論文で得られた結果はすべて符号誤り率10^{-6}点における等価C／N劣化量である．

2．劣化要因の分類および単独劣化

表1にQCPSK 中継系で考えられる劣化要因を示したが，これらの劣化要因は多数であり各要因をそれぞれ変化させて数値計算を行うことは，結果をむやみに複雑にし計算時間をも増大させる．このため誤り率劣化に与える影響の類似したものを表1に示すように分類し，各分類ごとに1つのパラメータに統合することを検討した．

1つのパラメータに統合する過程では，ある程度の近似を行わねばならないが，その場合，等価C／N劣化量の算出精度を低下させない方向で統合を試みた．以下順に表1に示される各分類ごとに1つのパラメータへの統合の方法ならびにそれらが単独に存在した場合の等価C／N劣化量に関して述べる．

それに先だって理想的なQCPSK中継系の符号誤り率に関して簡単に述べる．理想的な中継系の符号誤り率は次式で表現できる[7]．

$$P_e = \mathrm{erfc}\,(K_0) \qquad (1)$$

但し，$2K_0^2$は入力C／Nであり，$\mathrm{erfc}(\cdot)$は誤差補関数である．このように符号誤り率は入力C／Nによって決定される．しかし中継器に劣化要因が存在する場合は等価的にC／Nが変化すると考えられる．以下に劣化要因がそれぞれどのような影響を与えるかに関して述べてゆく．

2.1 波形ひずみ要因

波形ひずみ要因を大別すると符号間干渉と直交干渉の2つになり，符号間干渉を発生させる要因としては帯域制限，2次振幅ひずみ，変調パルス幅変動などがあげられ，直交干渉を発生させる要因としては1次振幅ひずみ，1次，2次遅延ひずみなどの伝送路ひずみと，変調器過渡特性などが挙げられる．又，符号間干渉補償も波形ひずみを軽減させる要因と考えられるため，ここでは負の波形ひずみ要因とみなすことにする．

波形ひずみ要因が存在する場合，厳密な符号誤り率を算出するためには前後に無限に続くパルス列を考え，各符号列に対する誤り率を計算し，発生確率の重みをかけて平均を行う必要があるが，平均操作に時間を要するためここでは前後1ビットからの符号間干渉とみ

表1　符号誤り率特性の劣化要因とその分類

発生場所	劣化要因	分類	劣化の種類	記号
送信局部発振器	局部発振器雑音		波形ひずみ	EYE（%）
変調器	変調器位相誤差			
	変調器過渡特性			
	パルス幅変動			
	エコー干渉		角度変動	θ_e（deg）
伝送路	伝送路ひずみ			
	帯域制限			
	エコー干渉		識別レベル変動	δ（%）
受信器	帯域制限，直線ひずみ			
	エコー干渉			
復調器	基準搬送波位相誤差		不要雑音	D/U（dB）
	基準搬送波ジッタ			
	復調器レベル変動			
	エコー干渉			
低域フィルタ	帯域制限			
符号間干渉補償回路	符号間干渉補償			
識別器	識別器レベル変動			
	識別不確定幅			
	クロック位相誤差		クロック位相誤差	θ_T（deg）

なしアイパターンを図1のように近似して平均操作を行うことを試みた．この近似は対称パルス応答を示す系に対して適用できるものであり，前または後のビットで零交差するパルス応答を示す系に比べ誤り率を若干小さく見積ることになるが，ここではその誤差が小さいため無視する．この近似を行えば波形ひずみ要因を示すパラメータとしてはアイアパーチャのみとなるため，波形ひずみを代表するパラメータとしてアイアパーチャ（EYE）を選んだ．ここでEYEは図1の(a),(b)を用いると次のように定義される．

$$\mathrm{EYE}=(a/b)\times 100\% \tag{2}$$

総合のアイアパーチャを知るためには波形ひずみ要因が同時に存在した場合のアイアパーチャを知る必要があるが，現在その結果は計算されておらず，前もって一般的に数値計算しておくこともあまり得策でないため，ここでは以下のような近似を行う．

$$\mathrm{EYE}=100\left[1-n+\sum_{i=1}^{n}(0.01\mathrm{EYE}_i)\right](\%) \tag{3}$$

但し，EYE_1，…EYE_nはこれまでに得られている結果で符号間干渉，直交干渉がそれぞれ単独に存在している場合のアイアパーチャを示している．

符号間干渉を示す方法として図1の検波後の表示以外にこれと等価な検波前の表示法が考えられる．図1に検波前の表示と検波後の表示の関係を示しており，検波前の表示は標本点における符号間干渉に着目してベクトル表示したものである．図の$\pi/2$相に示すように，符号間干渉は前後の符号（変調位相）に従ってその位相のベクトルが干渉となって加え合わされていることで表現できる．このため符号間干渉によって発生したベクトル$\boldsymbol{\rho}$は図のSと・印を結ぶベクトルで表現され，0相に示した$\vec{SP}$はその1例である．干渉ベクトル$\boldsymbol{\rho}$を信号ベクトル$\vec{OS}$に対し同相成分と直交成分とに分解しそれぞれを$\sqrt{2}\,\eta_x$，$\sqrt{2}\,\eta_y$で示すと，0相の図から明らかなように干渉ベクトル$\boldsymbol{\rho}$の分布は次式で表示でき，各ベクトルの発生確率は$\pi/2$相に示される矢印の縮退関係で決まり次式に示される[8]．

$$\boldsymbol{\rho}=\sqrt{2}\,[\eta_x,\eta_y]$$

$$=\sqrt{2}\eta[-1,0]+\sqrt{2}\eta\begin{bmatrix}1,0\\1/2,1/2\\1/2,-1/2\\0,1\\0,0\\0,-1\\-1/2,1/2\\-1/2,-1/2\\-1,0\end{bmatrix}\begin{matrix};p=1/16\\;p=1/8\\;p=1/8\\;p=1/16\\;p=1/4\\;p=1/16\\;p=1/8\\;p=1/8\\;p=1/16\end{matrix} \tag{4}$$

但し，ηは符号間干渉量を示す値でアイアパーチャEYEと次の関係で結ばれている．

$$\eta=(1-0.01\,\mathrm{EYE})/2 \tag{5}$$

干渉ベクトル$\boldsymbol{\rho}$の分布を使用すると波形ひずみ要因の存在する場合の符号誤り率は次式のように書くことができる．

$$P_e=\sum_{\rho}p(\eta_x,\eta_y)\,\mathrm{erfc}\left[K_0(1+\eta_x-\eta_y)\right] \tag{6}$$

ここで$p(\eta_x,\eta_y)$は干渉ベクトル$\boldsymbol{\rho}$の成分η_x，η_yの結合確率を示し，式(4)で示した発生確率pのことである．この式から等価C／N劣化量が算出でき，その結果を図2に示している．

2.2 識別レベル変動

復調器および識別器では温度変動，電源電圧変動，経年変化などによって信号レベル，識別レベルの変動が発生する．このレベル変動は等価的に信号振幅を減少させ符号誤り率の劣化を引き起す．復調器レベル変動，識別器レベル変動をそれぞれV_{D1},V_{D2}とする．但し，いずれも復調器出力の最大値V_{0-p}で規格化している．又，識別器が高速で動作する場合には識別不確定幅を無視できず，標本値がその領域に入ったときは誤

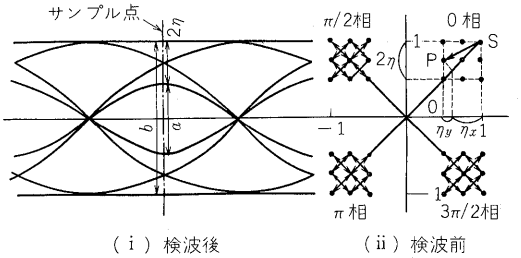

図1 QCPSK方式のアイパターン
Fig.1 – Eye diagram of a QCPSK system.

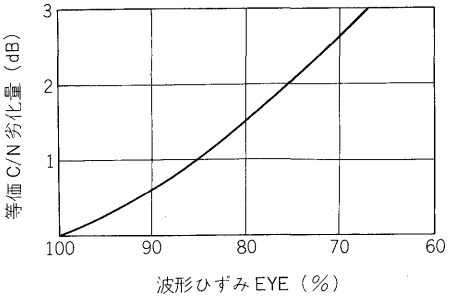

図2 波形ひずみのみによる等価C／N劣化
Fig.2 – Equivalent C/N degradation due to the wave form distortion.

り率が 1／2 になったものと等価な動作を行う．この識別不確定幅を $2T_h$ とする．但し，T_h は V_{0-p} で正規化されている．

復調器レベル変動と識別器レベル変動は同等であり，レベル変動の和 $V_{D1}+V_{D2}$ によって誤り率を表現できる．更に識別不確定幅 T_h の存在による誤り率特性の劣化はレベル変動と等価であるとみなせ[1]，信号出力の正負に対応して等価的に信号振幅が減少または増加したものとみなすことが可能である．このため3要因が同時に存在した場合の信号振幅は，$1\pm(V_{D1}+V_{D2})$ と $1\pm T_h$ の組合せとなり，誤り率は次式で示すことができる．

$$\begin{aligned}P_e=&(1/4)\mathrm{erfc}\,[K_0(1+V_{D1}+V_{D2}+T_h)]\\&+(1/4)\mathrm{erfc}\,[K_0(1+V_{D1}+V_{D2}-T_h)]\\&+(1/4)\mathrm{erfc}\,[K_0(1-V_{D1}-V_{D2}+T_h)]\\&+(1/4)\mathrm{erfc}\,[K_0(1-V_{D1}-V_{D2}-T_h)]\end{aligned}\quad(7)$$

しかし，この式から等価C／N劣化量を算出しようとすると V_{D1}，V_{D2}，T_h の3つのパラメータを決める必要があるため，本稿においては識別レベル変動 δ を次のように定義してパラメータの統合を行った．

$$\delta=|V_{D1}+V_{D2}|+T_h\quad(8)$$

このパラメータ δ を使用すると誤り率は次式で近似することができる．

$$\begin{aligned}P_e\leqq&(1/2)\mathrm{erfc}[K_0(1+\delta)]+(1/2)\mathrm{erfc}[K_0(1-\delta)]\\\equiv&\sum_{V_T}p(V_T)\,\mathrm{erfc}[K_0(1+V_T)]\end{aligned}\quad(9)$$

但し，V_T は識別レベル変動を示す確率変数で，$p(V_T)$ はその発生確率で次式のように表すことができる．

$$V_T=\begin{cases}+\delta\ ;\ p=1/2\\-\delta\ ;\ p=1/2\end{cases}\quad(10)$$

上の近似は実際の誤り率に比べ若干大きくなる傾向の近似であるが，δ の小さな範囲でその差は無視できる．式(9)を用いて算出した等価C／N劣化量と識別レベル変動 δ〔%〕との関係を図3に示している．

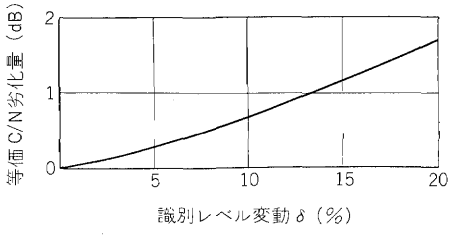

図3　識別レベル変動のみによる等価C／N劣化量
Fig.3 – Equivalent C/N degradation due to the decision level drift.

2.3　角度変動

変調器の位相および検波器の基準搬送波位相は初期設定誤差，温度変動および経年変化などによって正規の値からずれることがある．これらの角度変動が符号誤り率に与える影響は類似しているため次のような手順で1つのパラメータに統合することができる．

一般に変調器の位相誤差は任意の1相（0相）を基準にして測定される．その結果 $\pi/2$，π，$3\pi/2$ 相の変調位相誤差が $\alpha_{\pi/2}$，α_π，$\alpha_{3\pi/2}$ であったとする．一方，理想的な基準搬送波再生器は変調位相誤差の平均値に基準位相を設定するため結果的にはこの基準位相からのずれが変調位相誤差となる．従って各位相の変調位相誤差 α_0'，$\alpha'_{\pi/2}$，α_π'，$\alpha'_{3\pi/2}$ は次式のようになる．

$$\left.\begin{aligned}\alpha_0'&=-\bar{\alpha}\ ,\quad \alpha'_{\pi/2}=\alpha_{\pi/2}-\bar{\alpha}\\\alpha_\pi'&=\alpha_\pi-\bar{\alpha}\ ,\quad \alpha'_{3\pi/2}=\alpha_{3\pi/2}-\bar{\alpha}\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

但し，$\bar{\alpha}$ は基準搬送波に引込まれる位相であり，次式で表現される．

$$\bar{\alpha}=(\alpha_{\pi/2}+\alpha_\pi+\alpha_{3\pi/2})/4\quad(12)$$

更に基準搬送波位相が正規の位相から β だけずれ2つの検波出力（第1チャネル，第2チャネル）を得るための基準搬送波間の直交性が γ だけずれていた場合，2つの基準搬送波は普通 $\beta\pm\gamma/2$ だけずれた位相に設定される．図4に基準搬送波および変調位相のベクトル図を示している．この図より各検波器における各相の位相誤差 α_0''，$\alpha''_{\pi/2}$，α_π''，$\alpha''_{3\pi/2}$ は，次式のようになる．

$$\left.\begin{aligned}\alpha_0''&=\pm\alpha_0'\mp\beta-\gamma/2\ ;\ p=(1/8)\times2\\\alpha''_{\pi/2}&=\mp\alpha'_{\pi/2}\pm\beta+\gamma/2\ ;\ p=(1/8)\times2\\\alpha_\pi''&=\pm\alpha_\pi'\mp\beta-\gamma/2\ ;\ p=(1/8)\times2\\\alpha''_{3\pi/2}&=\mp\alpha'_{3\pi/2}\pm\beta-\gamma/2\ ;\ p=(1/8)\times2\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

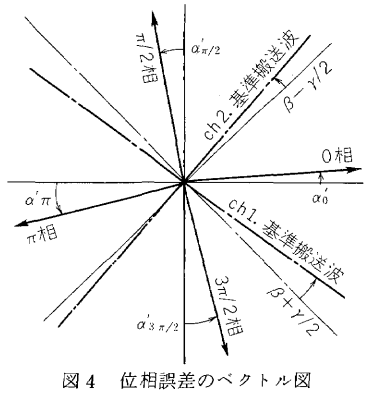

図4　位相誤差のベクトル図
（細線は理想中継系）
Fig.4 – Vector diagram of phase error.

ここで復号は同順で上は第1，下は第2チャネルの検波器における位相誤差を示している．従って誤り率は次式のようになる．

$$\begin{aligned}P_e=&(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°+\alpha_0'-\beta-\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°-\alpha_0'+\beta-\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°-\alpha_{\pi/2}'+\beta+\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°+\alpha_{\pi/2}'-\beta+\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°+\alpha_{\pi}'-\beta-\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°-\alpha_{\pi}'+\beta-\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°-\alpha_{3\pi/2}'+\beta+\gamma/2)\}\\&+(1/8)\,\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°+\alpha_{3\pi/2}'+\beta+\gamma/2)\}\end{aligned}\tag{14}$$

しかしこの式を使用して誤り率を算出するためには $\alpha_{\pi/2}$, α_{π}, $\alpha_{3\pi/2}$, β, γ の値を与えねばならないが，中継器の設計を行う場合には複雑で不便であると思われるので，ここではそれらの最大値を選び，次式のような最大位相誤差 θ_e を定義する．

$$\theta_e=\max\{|\alpha_0''|,|\alpha_{\pi/2}''|,|\alpha_{\pi}''|,|\alpha_{3\pi/2}''|\}\tag{15}$$

最大位相誤差 θ_e[deg] を用いると誤り率は次式のように近似できる．

$$\begin{aligned}P_e=&(1/2)\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°-\theta_e)\}\\&+(1/2)\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}\cos(45°+\theta_e)\}\\=&(1/2)\mathrm{erfc}\{K_0(\cos\theta_e-\sin\theta_e)\}\\&+(1/2)\mathrm{erfc}\{K_0\sqrt{2}(\cos\theta_e+\sin\theta_e)\}\\=&\sum_{\alpha}p(\alpha)\,\mathrm{erfc}\{K_0(\cos\alpha-\sin\alpha)\}\end{aligned}\tag{16}$$

但し，α は角度変動を示す確率変数でその発生確率は次式で表現できる．

$$\alpha=\begin{cases}+\theta_e & ;\ p=1/2\\ -\theta_e & ;\ p=1/2\end{cases}\tag{17}$$

θ_e の小さい範囲では式(16)の近似は実用上問題がないものと思われる．図5に式(16)から算出した等価C／N劣化と最大位相誤差の関係を示している．

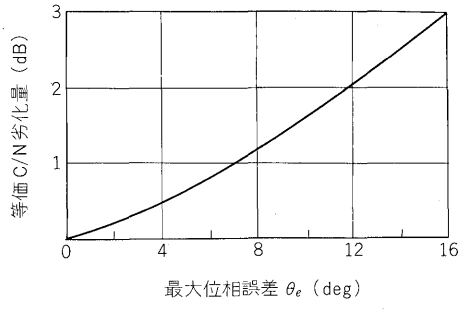

図5　角度変動のみによる等価C／N劣化量
Fig.5－Equivalent C/N degradation due to the carrier phase error.

2.4　雑音性要因

送信局部発振器における雑音は等価的に入力C／Nを減少させ符号誤り率を増加させる．これと同様に中継装置内で発生するエコー干渉はその反射量が小さく種々の部分で発生しそのエコー時間もランダムであるため，ほぼガウス雑音と等価であるとみなし得る．更に基準搬送波を再生する際に発生する基準搬送波の位相ジッタもガウス雑音と等価であるとみなすことができる．すなわち，エコー，ジッタあるいは雑音などのように個々の発生量が小さく数多くある場合には中央極限定理によりこれらの和は電力和になる．従ってここではそれらの電力和 N_I を1つのパラメータとして選び，符号誤り率の増加を計算する．

$$N_I=N_0+N_e+N_c\tag{18}$$

但し，N_0, N_e, N_c は局部発振器雑音，エコー干渉，基準搬送波ジッタの電力を示している．

符号誤り率は不要雑音電力 N_I を用いれば近似することなく次式で与えることができる．

$$\begin{aligned}P_e&=\mathrm{erfc}\{\sqrt{C/2(N_T+N_I)}\}\\&=\mathrm{erfc}\{K_0/\sqrt{1+(N_I/N_T)}\}\end{aligned}\tag{19}$$

但し，C は入力搬送波電力，N_T は熱雑音電力（入力C／Nが K_0^2 のとき）である．以下では不要雑音電力 N_I の代りに搬送波電力で正規化した不要雑音D／Uを使用し次式のように定義する．

$$\mathrm{D/U}=10\log_{10}(\mathrm{C/N_I})\ \ (\mathrm{dB})\tag{20}$$

雑音性の要因のみが在存した場合の等価C／N劣化量を図6に示す．

2.5　クロック位相誤差

クロック位相が正規のサンプル点からずれた場合，サンプルされた検波出力が低下し符号誤り率が増加する．検波出力の変動係数を k とすると，k はクロック位相のずれおよび符号列の関数となっている．k の発生確率を $p(k)$ とすれば，符号誤り率は次式のように与えることができる．

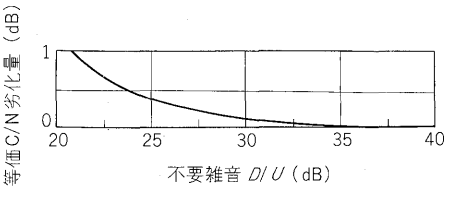

図6　不要雑音のみによる等価C／N劣化量
Fig.6－Equivalent C/N degradation due to the noise.

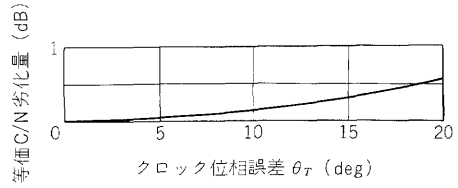

図7　クロック位相誤差のみによる等価C/N劣化量
Fig.7 - Equivalent C/N degradation due to the timing phase error.

$$P_e=\sum_k p(k)\,\mathrm{erfc}\{K_0 k\} \tag{21}$$

アイアパーチャを三角形であると近似すればkの分布は次のように与えることができる[8].

$$k=\begin{cases}1+(\theta_T/180°) & ;\ p=1/4\\ 1 & ;\ p=1/2\\ 1-(\theta_T/180°) & ;\ p=1/4\end{cases} \tag{22}$$

但し，θ_T はクロック位相誤差である．クロック位相誤差と等価C／N劣化量の関係を図7に示す．

3．複数個の要因が同時に存在する場合の等価C／N劣化量

本章では**2.**の分類法を用いて複数個の要因が同時に存在する場合の符号誤り率の算出式を与え，等化C/N劣化量の数値計算を実行し，その結果に関して述べる．複数個の劣化要因が同時に存在する場合の符号誤り率は**2.**で定義した変数を使用すれば次式のように与えることができる．

$$P_e=\sum_{\rho}\sum_{V_T}\sum_{\alpha}\sum_{k} p(\rho, V_T, \alpha, k)\times \mathrm{erfc}\left\{K_0\frac{\{(1+\eta_x-\eta_y)\cos\alpha-(1+\eta_x+\eta_y)\sin\alpha\}k+V_T}{\sqrt{1+(N_I/N_T)}}\right\} \tag{23}$$

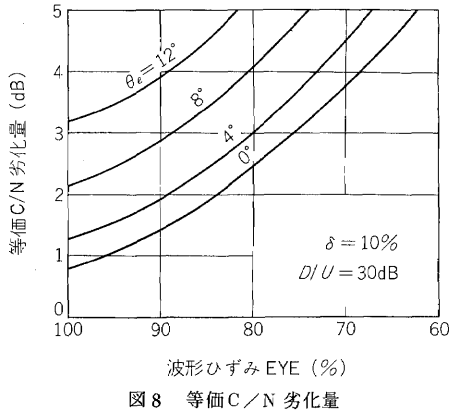

図8　等価C／N劣化量
Fig.8- Equivalent C/N degradations.

但し，$p(\cdots)$ は各変数の結合確率を示している．この式の数値計算を行い，符号誤り率 $P_e=10^{-6}$ 点における等価C／N劣化量を明らかにした．その結果の1例を図8に示す．例えば波形ひずみEYE＝80％，識別レベル変動 δ＝10％，最大位相誤差 θ_e=8°，不要雑音D／U＝30 dB の劣化要因が同時に存在する中継器の場合，総合のC／N劣化量は4.1dB となることがこの図より容易に得られる．

4．等化C／N劣化量の算出法とその近似式

3.の結果を見れば，“複数個の劣化要因が同時に存在する場合の劣化量は単独劣化量のdBの和となっていない”ことが明らかである．一方，中継器の設計に際しては単独劣化のdB加算を行うことができれば実用的な価値があり等価C／N劣化量に対する各要因の影響度も明確になる．又，単独劣化のdB加算を行えない場合でもdB和に相乗効果成分の補正を行えば妥当な等価C／N劣化量を得ることができる．更に相乗効果成分は全体の等価C／N劣化量と比較して小さいため，比較的容易に近似を行うことができる．これらの理由から“単独劣化量のdB和に相乗効果成分を加算する方法”で等価C／N劣化量の算出を行うことを提案した．このため本章では相乗効果成分を定量的に明らかにし，更に相乗効果成分に対する近似式の導出を行い，簡単な等価C／N劣化量の算出式を示した．

4.1　相乗効果成分

まず相乗効果成分を次のように定式化する．劣化要因 a，b，c が同時に存在する場合，総合の等価C／N劣化量 ΔC／N（dB）は次式のように表現できる．

$$\Delta C/N=A+B+C+(A\times B)+(B\times C)+(C\times A)+(A\times B\times C)\ (\mathrm{dB}) \tag{24}$$

但し，A, B, C は要因 a，b，c がそれぞれ単独で存在した場合の等価C／N劣化量である．$A\times B$, $B\times C$, $C\times A$, $A\times B\times C$ はそれぞれ要因 a，b，c の相乗効果成分を示している．従って相乗効果成分 $\Delta C/N_{cross}$ は次式のように定義できる．

$$\Delta C/N_{cross}=\Delta C/N-A-B-C\ (\mathrm{dB}) \tag{25}$$

相乗効果成分を種々のパラメータに対して数値計算した結果を図9の実線で示している．1例として波形ひずみEYE＝80％，最大位相誤差 θ_e=8°，レベル変動 δ＝10％，不要雑音D／U＝30dB の劣化要因が存在する場合，相乗効果成分は図9より0.7dB となっている．

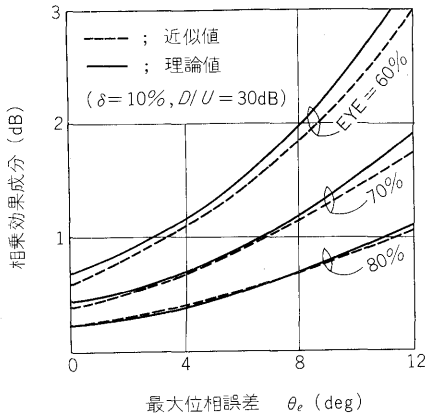

図9 相乗効果成分

Fig.9 - Cross product components of equivalent C／N degradation.

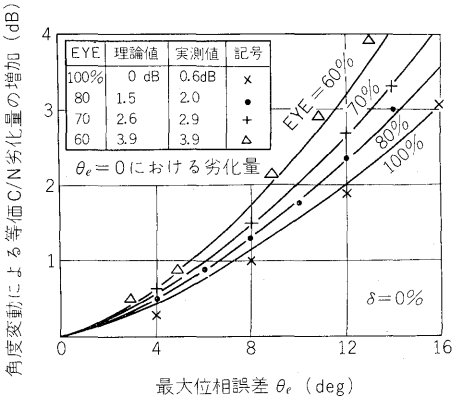

図10 理論値と実測値の比較

Fig.10 - Comparison of the measured equivalent C／N degradation with the calculated one.

4.2 等価C／N劣化量の近似的な算出法

式（23）で示した符号誤り率は実際の状態に近いものであるが，平均操作を行うため計算がめんどうである．一方，式（23）の各項中の最悪値で符号誤り率を近似する方法もあり[4]，この方法は等価C／N劣化量を数式で示すことができ平均操作も必要としないため簡単な推定法としては有利な方法である．しかし最悪符号列の発生確率を正確に推定できないこと及び，最悪符号列の発生確率だけでは不十分であるなどの理由により精度を必要とする場合には使用できない．

ところが相乗効果成分に関しては平均操作を行った場合の相乗効果成分（図9の実線）と最悪符号列から算出した相乗効果成分の0.6倍（図9の破線）とはほとんど一致しているため，等価C／N劣化量の算出時には図2～図7に示した単独劣化量に次式の示す相乗効果成分の近似値を加算したもので近似することができる．

$$\Delta C/N_{\text{cross·approx}} = 0.6 \times (\Delta C/N)'_{\text{cross}} \qquad (26)$$

ここで$(\Delta C/N)'_{\text{cross}}$は最悪符号列に対する相乗効果成分で式（A・7）に示されている．又，係数の0.6は最悪符号列の発生確率に関係する係数で経験的に定めたものである．

5. 実験結果との比較

これまでに得られた等価C／N劣化量の解析結果の妥当性を確認するためフィルタを含む20GHz帯中継伝送系を使用してクロック周波数20MHzのシミュレーション実験を行った．本測定系では9段M系列信号2系列を使用し，誤り率は遠端測定を使用している．

又，入力C／Nは熱雑音を加えることによって変化させている．

符号誤り率10^{-6}点における等価C／N劣化量の実測結果の1例を図10に示している．図の縦軸は相乗効果成分を見やすくする目的で，位相誤差$\theta_e=0$の場合の等価C／N劣化量を引き去った値で目盛っている．又，引き去った値を図中の表に示している．図より明らかなように，実測値は理論値とほぼ一致しており理論値が妥当であるものと考えられる．

6. むすび

複数個の劣化要因が同時に存在するQCPSK中継系に対する等価C／N劣化量の大きさを定量的に明らかとした．更に等価C／N劣化量と単独劣化量のdB和との差である相乗効果成分に注目し数値計算を行うことによりその量を明らかとした．

更に，最悪符号列に対する等価C／N劣化量の相乗効果成分を示す数式の導出を行い数値計算した結果，その値の0.6倍を近似値として使用できることを明らかとした．

この結果，複数要因が同時に含まれる実際の中継系における等価C／N劣化量を，単独劣化量のdB和に相乗効果成分を加える方法で実用的かつ高い精度で算出することができ，中継器および伝送系の正確な設計および評価が可能となった．

更に，シミュレーション実験を行い等価C／N劣化量の実測を行った結果ほぼ理論値と一致し，理論値が妥当であることが明らかとなった．

今後は，各劣化要因を最適に配分する方法に関して

検討を加えてゆきたい．

謝辞　御指導頂いた当研究所二宮基幹伝送研究部統括調査役，中村無線伝送研究室長，討論に加わって頂いた室員の方々に深謝する．

文　献

(1) 山本，小松山，堀川：“実験用20GHz帯ディジタル無線中継器の誤り率特性”，信学論(B)，57-B，4，p.236（昭49-04）．
(2) 吉川：“パルス伝送における振幅および遅延ひずみの影響”，信学会通方研資，CS69-74（1969-12）．
(3) 山本，塩田：“四相変調パルス伝送における伝送路ひずみと変調器不完全性の影響”，信学会通方研資，CS73-129（1974-01）．
(4) 関：“ミリ波伝送方式における各種特性劣化要因の符号誤り率に及ぼす影響”，昭46 信学全大，647．
(5) 坂田，持田：“PCM-PSK方式のシミュレーション”，昭48信学全大，1879．
(6) W. M. Hubbard：“The effect of intersymbol interference on error rate in binary differentielly-coherent phase-shift-keyed system”，Bell Syst. tech. J.，45，p.1449（1967）．
(7) Sohwartz, et al.：“Communication systems and technique”，Mc GRAW-HILL（1966）．
(8) 小牧，森田，山本：“4PSK中継装置の符号誤り率劣化要因の検討”，信学会通方研資，CS74-39（1974-05）．

付　録

式（23）の各項中の最悪値に対する符号誤り率は，

$$P_{e\max}=\mathrm{erfc}\left[K_0 u/\sqrt{1+N_I/N_T}\right] \qquad (A\cdot1)$$

で与えられる．但し，uは次式で与えられる．

$$u=\{(1-2\eta)\cos\theta_e-\sin\theta_e\}(1-\theta_T/180^\circ)-\delta \qquad (A\cdot2)$$

理想中継系において符号誤り率が$10^{-\alpha}$となるに必要な入力C／NをC／N*とし，劣化要因の存在する中継系において最悪符号誤り率が$10^{-\alpha}$となるに必要な入力C／NをC／N_Tとすると式(1)及び式(A・1)から次式が成立する．

$$10^{-\alpha}=\mathrm{erfc}\left[\sqrt{\frac{C}{2N^*}}\right]=\mathrm{erfc}\left[\sqrt{\frac{Cu^2}{2(N_T+N_I)}}\right] \qquad (A\cdot3)$$

式（A・3）より

$$N_T=u^2N^*-N_I \qquad (A\cdot4)$$

従って劣化した中継系で必要とされる入力C／Nは，

$$\frac{C}{N_T}=\frac{C}{u^2N^*-N_I}=\frac{C}{N^*}\left[u^2-\frac{N_I}{N^*}\right]^{-1}$$
$$=\frac{C}{N^*}\left[u^2-\frac{10^{-0.1D/U}}{10^{-0.1C/N^*}}\right]^{-1} \qquad (A\cdot5)$$

これより等価C／N劣化量は次式のようになる．

$$(\Delta C/N)'=10\log C/N_T-10\log C/N^*$$
$$=10\log\left[u^2-10^{0.1(C/N^*-D/U)}\right] \qquad (A\cdot6)$$

従って，その相乗効果成分は次式のようになる．

$$(\Delta C/N)'_{\mathrm{cross}}=10\log\left[u^2-10^{0.1(C/N^*-D/U)}\right]$$
$$-\sum_{i=1}^{4}10\log u_i^2-10\log\left[1-10^{0.1(C/N^*-D/U)}\right] \qquad (A\cdot7)$$

但し，u_iは各劣化要因が単独で存在する場合のuであり次式で示される．

$$\left.\begin{aligned}u_1&=1-2\eta\\u_2&=\cos\theta_e-\sin\theta_e\\u_3&=1-\delta\\u_4&=1-\theta_T/180^\circ\end{aligned}\right\} \qquad (A\cdot8)$$

（昭和50年1月20日受付）