Title	Artin-Schreier coverings of algebraic surface
Author(s)	武田, 好史
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/3328
rights	
Note	

【13】

氏名・（本籍）	武 田 好 史（たけ だ よし ふみ）
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 9050 号
学位授与の日付	平成 2 年 3 月 24 日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	Artin–Schreier coverings of algebraic surfaces （代数曲面のアルチン－シュライアー被覆）
論文審査委員	（主査） 教 授 宮西 正宜 （副査） 教 授 山本 芳彦　教 授 川中 宣明　講 師 角田秀一郎

論文内容の要旨

正標数pの代数的閉体kを基礎体とする。正規代数曲面Yから非特異射影代数曲面Xへの有限射π：Y→Xについて，関数体の拡大k(Y)／k(X)がアルチン－シュライアー拡大（すなわち，ガロア拡大でガロア群がp次巡回群に同型）であるとき，π：Y→Xをアルチン－シュライアー被覆（以下ＡＳ被覆と略称する）という。アルチン－シュライアー拡大Ｌ／Ｋの場合，ＬはＫの単純拡大Ｌ＝Ｋ(t)で，その関係式は$t^p-t=f$ $(f\in k)$となる。ＡＳ被覆の場合，Ｘのアフィン開被覆$\{U_i\}$と元$s_i, t_i \in \mathcal{O}_X(U_i)$が存在して，$\pi^{-1}(U_i)=\mathrm{Spec}\ \mathcal{O}_X(U_i)[z_i]/(z_i^p-s_i^{p-1}z_i-t_i)$と表されるとき，単純型ＡＳ被覆という。一般には，ＡＳ被覆は単純型であるとは限らない。単純型ＡＳ被覆は次のように特徴づけられる。すなわち，ＡＳ被覆π：Y → Xにおいて，$\pi_*\mathcal{O}_Y$にはガロア群に関する半不変式を用いた自然なフィルトレーション$\mathcal{O}_X=F_0\subset F_1\subset\cdots\subset F_{p-1}=\pi_*\mathcal{O}_Y$が入るが，$F_i/F_{i-1}\cong(F_1/F_0)^{\otimes i}$ $(1\leqq i\leqq p-1)$となることが，π：Y→Xが単純型である必要十分条件である。このとき$\bigcup_i\{s_i=0\}$によってＡＳ被覆π：Y→Xの分岐因子が定義される。単純型ＡＳ被覆に対しては，Ｘ及び分岐因子の数値的不変量を用いて被覆Ｙの数値的不変量を与える公式が得られる。標数２の場合，分岐因子が有限個の互いに交わらない非特異曲線の組のとき，被覆Ｙの特異点の標準的解消が可能である。まずＸに有限回のモノイダル変換を施し，得られた曲面のk(Y)における正規化をとれば被覆Ｙの非特異モデルが得られる。標準的特異点解消が可能な場合に，その様子を詳しく調べることによって被覆Ｙの特異点の様子及び特異点の個数と必要なモノイダル変換の回数に関する評価式を得た。また一般の正標数において，分岐因子が豊富である単純型非特異ＡＳ被覆を考察して次の結果を得た。

定理．π：Y→Xを分岐因子が既約で豊富であるような単純型非特異ＡＳ被覆とするとき，

(1) $p \leqq 5$ ならば，Yは極小な一般型代数曲面である。

(2) $p=3$ の場合：(i) $X=\mathbb{P}^2$，Yは次数3のデルペッツォ曲面；(ii) $X=\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1$，YはK3曲面；(iii)Xは相対的極小線織曲面，Yは $\kappa=1$ の極小な楕円曲面；(iv)(i)～(iii)以外のときYは極小な一般型代数曲面である。

(3) $p=2$ の場合；(i) $X=\mathbb{P}^2$，$Y=\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1$；(ii) $X=\mathbb{P}^2$，Yは次数2のデルペッツォ曲面；(iii)Xは相対的極小線織曲面，Yは線織曲面；(iv)Xはデルペッツォ曲面，YはK3曲面；(v)Xは線織曲面，Yは $\kappa=1$ の極小楕円曲面；(vi)(i)～(v)以外のときYは極小な一般型代数曲面である。

論文の審査結果の要旨

kを正標数pの代数的閉体として，k上定義された射影的非特異代数曲面Xをひとつ固定して考える。正規代数曲面YがXの有限被覆で，それに付随する関数体の拡大k(Y)／k(X)がアルチン・シュライアー拡大であるとき，YはXのアルチン・シュライアー被覆（以下，AS被覆と略す）であるという。拡大体k(Y)/k(X)はガロワ拡大として，$x^p-x=f$ という形の定義式をみたす元xを添加して得られ，そのガロワ群Gは位数pの巡回群である。しかし，代数多様体の被覆（拡大）として，YはX上局所的に $x^p-x=f$ という形の定義式をみたす元xを添加して得られるとは限らない。このように表される場合，YはXの単純型AS被覆であるという。

武田君は第一に，AS被覆 Y/X が単純型になるための判定条件を，Yの構造層 $\mathcal{O}_Y$ への群Gの 表現を用いて明確に与えた。また，その際の解析を用いて，Yの双対層，オイラー・ポワンカレ標数，小平次元などの双有理不変量を記述することに成功した。

第二に，単純型AS被覆が持つ特異点は，$p\geqq 3$ の場合には非常に複雑な特異点であるが，$p=2$ の場合は標準的解消を許すことを示した。

第三に，Yが非特異代数曲面で，被覆 Y/X の分岐因子がX上の被約な豊富有効因子になる場合に，Yの構造をほぼ完全に記述した。すなわち，$p\geqq 5$ ならばYは一般型曲面になり，$p\leqq 3$ の場合はXが有理曲面または線織曲面になり，Yの構造も明確に記述できる。

代数曲面のAS被覆の構造を記述した論文は武田君のものが初めてであり，正標数の代数多様体の研究に貢献するところ大である。よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。