

Title	Artin-Schreier coverings of algebraic surface
Author(s)	武田, 好史
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/3328
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	たけ 武	だ 田	よし 好	ふみ 史
学位の種類	理	学	博	士
学位記番号	第	9050	号	
学位授与の日付	平成2年3月24日			
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当			
学位論文題目	Artin-Schreier coverings of algebraic surfaces (代数曲面のアルチン-シュライアー被覆)			
論文審査委員	(主査) 教授 宮西 正宜 (副査) 教授 山本 芳彦 教授 川中 宣明 講師 角田秀一郎			

論文内容の要旨

正標数 p の代数的閉体 k を基礎体とする。正規代数曲面 Y から非特異射影代数曲面 X への有限射 $\pi : Y \rightarrow X$ について、関数体の拡大 $k(Y)/k(X)$ がアルチン-シュライアー拡大 (すなわち、ガロア拡大でガロア群が p 次巡回群に同型) であるとき、 $\pi : Y \rightarrow X$ をアルチン-シュライアー被覆 (以下 AS 被覆と略称する) という。アルチン-シュライアー拡大 L/K の場合、 L は K の単純拡大 $L=K(t)$ で、その関係式は $t^p - t = f$ ($f \in k$) となる。AS 被覆の場合、 X のアフィン開被覆 $\{U_i\}$ と元 $s_i, t_i \in O_X(U_i)$ が存在して、 $\pi^{-1}(U_i) = \text{Spec } O_X(U_i)[z_i]/(z_i^p - s_i^{p-1}z_i - t_i)$ と表されるとき、単純型 AS 被覆という。一般には、AS 被覆は単純型であるとは限らない。単純型 AS 被覆は次のように特徴づけられる。すなわち、AS 被覆 $\pi : Y \rightarrow X$ において、 $\pi_* O_Y$ にはガロア群に関する半不変式を用いた自然なフィルトレーション $O_x = F_0 \subset F_1 \subset \dots \subset F_{p-1} = \pi_* O_Y$ が入るが、 $F_i/F_{i-1} \cong (F_1/F_0) \otimes^i$ ($1 \leq i \leq p-1$) となることが、 $\pi : Y \rightarrow X$ が単純型である必要十分条件である。このとき $\bigcup \{s_i = 0\}$ によって AS 被覆 $\pi : Y \rightarrow X$ の分岐因子が定義される。単純型 AS 被覆に対しては、 X 及び分岐因子の数値的不変量を用いて被覆 Y の数値的不変量を与える公式が得られる。標数 2 の場合、分岐因子が有限個の互いに交わらない非特異曲線の組のとき、被覆 Y の特異点の標準的解消が可能である。まず X に有限回のモノイダル変換を施し、得られた曲面の $k(Y)$ における正規化をとれば被覆 Y の非特異モデルが得られる。標準的特異点解消が可能な場合に、その様子を詳しく調べることによって被覆 Y の特異点の様子及び特異点の個数と必要なモノイダル変換の回数に関する評価式を得た。また一般の正標数において、分岐因子が豊富である単純型非特異 AS 被覆を考察して次の結果を得た。

定理. $\pi : Y \rightarrow X$ を分岐因子が既約で豊富であるような単純型非特異 AS 被覆とすると、

(1) $p \leq 5$ ならば, Y は極小な一般型代数曲面である。

(2) $p = 3$ の場合 : (i) $X = \mathbb{P}^2$, Y は次数 3 のデルペツォ曲面 ; (ii) $X = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$, Y は $K3$ 曲面 ; (iii) X は相対的極小線織曲面, Y は $\kappa = 1$ の極小な楕円曲面 ; (iv) (i) ~ (iii) 以外するとき Y は極小な一般型代数曲面である。

(3) $p = 2$ の場合 ; (i) $X = \mathbb{P}^2$, $Y = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$; (ii) $X = \mathbb{P}^2$, Y は次数 2 のデルペツォ曲面 ; (iii) X は相対的極小線織曲面, Y は線織曲面 ; (iv) X はデルペツォ曲面, Y は $K3$ 曲面 ; (v) X は線織曲面, Y は $\kappa = 1$ の極小楕円曲面 ; (vi) (i) ~ (v) 以外するとき Y は極小な一般型代数曲面である。

論文の審査結果の要旨

k を正標数 p の代数的閉体として, k 上定義された射影的非特異代数曲面 X をひとつ固定して考える。正規代数曲面 Y が X の有限被覆で, それに付随する関数体の拡大 $k(Y)/k(X)$ がアルチン・シュリャーア拡大であるとき, Y は X のアルチン・シュリャーア被覆 (以下, AS 被覆と略す) であるという。拡大体 $k(Y)/k(X)$ はガロワ拡大として, $x^p - x = f$ という形の定義式をみたま元 x を添加して得られ, そのガロワ群 G は位数 p の巡回群である。しかし, 代数多様体の被覆 (拡大) として, Y は X 上局所的に $x^p - x = f$ という形の定義式をみたま元 x を添加して得られるとは限らない。このように表される場合, Y は X の単純型 AS 被覆であるという。

武田君は第一に, AS 被覆 Y/X が単純型になるための判定条件を, Y の構造層 \mathcal{O}_Y への群 G の表現を用いて明確に与えた。また, その際の解析を用いて, Y の双対層, オイラー・ポワンカレ標数, 小平次元などの双有理不変量を記述することに成功した。

第二に, 単純型 AS 被覆が持つ特異点は, $p \geq 3$ の場合には非常に複雑な特異点であるが, $p = 2$ の場合は標準的解消を許すことを示した。

第三に, Y が非特異代数曲面で, 被覆 Y/X の分岐因子が X 上の被約な豊富有効因子になる場合に, Y の構造をほぼ完全に記述した。すなわち, $p \geq 5$ ならば Y は一般型曲面になり, $p \leq 3$ の場合は X が有理曲面または線織曲面になり, Y の構造も明確に記述できる。

代数曲面の AS 被覆の構造を記述した論文は武田君のものが初めてであり, 正標数の代数多様体の研究に貢献するところ大である。よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。