



Title	擬幾何学的環上有限生成環の部分環
Author(s)	小野田, 信春
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/33351
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ・ (本籍)	お の だ のぶ はる 小 野 田 信 春
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 5 9 6 4 号
学位授与の日付	昭 和 58 年 3 月 25 日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学 位 論 文 題 目	擬幾何学的環上有限生成環の部分環
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 中 井 喜 和 (副査) 教 授 永 尾 汎 助教授 宮 西 正 宜

論 文 内 容 の 要 旨

$D \subseteq R \subseteq A$ を可換, 被約な環であって, D はネーター環かつ A は D 上有限生成であるようなものとする。このとき R が再び D 上有限生成となるための条件について考察する。この目的のために, まず R の部分集合 $A_D(R)$ を次のように定義する。

$$A_D(R) = \{a \in R \mid R_a \text{ は } D \text{ 上有限生成} \} \cup \{0\}$$

このとき以下の 2 つの事実が成立する。

補題 1 $A_D(R)$ は R の根基イデアルであって, R の正則元を含む。

補題 2 (1) R の素イデアル P に対し, R_P が D 上の局所域であるための必要十分条件は $A_D(R)$ が P に含まれないことである。

(2) D の素イデアル $\mathfrak{p}$ に対し, $R_{\mathfrak{p}}$ が $D_{\mathfrak{p}}$ 上有限生成であるための必要十分条件は $A_D(R) \cap D$ が $\mathfrak{p}$ に含まれないことである。

この 2 つの補題より次の定理を得る。

定理 3 次の条件は互いに同値である。

- (1) R は D 上有限生成である。
- (2) 任意の R の素イデアル P に対し, R_P は D 上の局所域である。
- (3) 任意の D の素イデアル $\mathfrak{p}$ に対し, $R_{\mathfrak{p}}$ は $D_{\mathfrak{p}}$ 上有限生成である。

以下においては, D は擬幾何学的環でありかつ D 上の正規局所域はすべて解析的既約とする。また, D, R, A は整域とし, 各々の商体での整閉包を D', R', A' で表わすものとする。このとき次が成立する。

補題 4 R' の素イデアル P' に対し, $R_{P' \cap R}$ がネーター環かつ P' が D' に関して次元公式を満たすならば $R_{P'}$ は D 上の局所域である。

以上の考察より次の定理を得る。

定理 5 次の条件は互いに同値である。

- (1) R は D 上有限生成である。
- (2) R は局所ネーター環かつ D' と R' の間に次元公式が成り立つ。
- (3) 任意の R' の極大イデアル M' に対し, $R_{M' \cap R}$ はネーター環かつ M' は D' に関して次元公式を満たす。更に以下の諸定理を導くこともできる。

定理 6 R は局所ネーター環かつ R' の任意の極大イデアル M' に対し, R' 上の局所域 S で $R_{M'}$ を支配しかつその極大イデアルが D' に関して次元公式を満たすようなものが存在するならば R は D 上有限生成である。

系 7 R は局所ネーター環かつ $\text{Spec} A' \rightarrow \text{Spec} R'$ が全射ならば R は D 上有限生成である。

定理 8 任意の D の非零元 a に対し, D_a のクルル次元は D のクルル次元に等しいとする。 R が局所ネーター環かつ R' が等次元ならば R は D 上有限生成である。

論文の審査結果の要旨

k を体とし, A を k 上有限生成な環, R を k を含む A の部分環とする。そのとき, どのような条件のとき R はまた k 上有限生成になるかと問うのは, ごく自然な設問であり, 多くの著名な数学者が, この種の研究に従事してきた, 小野田君もまた先に吉田君との共著論文においてこの問題をとりあげ, 1 つの興味深い結果を得たが, 同君はその成果に満足することなく, 更に進んで k が体でなく, 擬幾何的整域である場合にまで考察の範囲を広めて得たのが本論文である。以下その内容について, やや詳しく述べる。

R をべき零元を含まない環, D をその部分環とする R_a が D 上有限生成になるような元 a の集合に 0 を添加した集合を $A_D(R)$ と表わす, $A_D(R)$ は R の根基イデアルになることが示されるが, R が D 上有限生成な環の部分環であるかどうかの判定は, $A_D(R)$ が正則元を含むかどうかによってなされる。この論文の 1 つの見所は, このイデアル $A_D(R)$ がいかに巧に使われているにある。たとえば R が D 上有限生成であるという性質は, その局所化がまた D 上有限生成的であることで判定されるという結果は, その 1 つの例である。さて D として D 上有限生成的正規局所整域が, つねに解析的に既約であるような, 擬幾何学的環とし, $A_D(R)$ が正則元を含むとする, そのとき R が D 上有限生成であるためには, R が局所ネーター環であり, かつどの極小素イデアル P ($\subset R$) についても, $(D/P \cap D)'$ と $(R/P)'$ の間に次元公式が成りたつことが必要且十分であることが示される ($'$ は商体における整閉苞を表わす)。また $\dim D_a = \dim D$ が D のどの元 a ($\neq 0$) についても成りたつとすれば, 上の後半の条件はもっと簡単に R' のどの極大イデアルも同じ次元をもつことでおきかえられる。これらは D が体で

ある場合の自然な拡張であるのみならず，先人の得た結果のうちいくつかをも含むものである。

以上のような考察より，本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。