【3】

氏名・(本籍)	小野田　信　春（おのだ　のぶ　はる）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　5964　号
学位授与の日付	昭和58年3月25日
学位授与の要件	理学研究科　数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**擬幾何学的環上有限生成環の部分環**
論文審査委員	(主査) 教授　中井　喜和 (副査) 教授　永尾　汎　助教授　宮西　正宜

論文内容の要旨

$D \subseteq R \subseteq A$を可換，被約な環であって，Dはネーター環かつAはD上有限生成であるようなものとする。このときRが再びD上有限生成となるための条件について考察する。この目的のために，まずRの部分集合$A_D(R)$を次のように定義する。

$$A_D(R)=\{a\in R \mid R_a\text{はD上有限生成}\}\cup\{0\}$$

このとき以下の2つの事実が成立する。

補題1　$A_D(R)$はRの根基イデアルであって，Rの正則元を含む。

補題2　(1)　Rの素イデアルPに対し，R_PがD上の局所域であるための必要十分条件は$A_D(R)$がPに含まれないことである。

(2)　Dの素イデアル$\boldsymbol{p}$に対し，$R_{\boldsymbol{p}}$が$D_{\boldsymbol{p}}$上有限生成であるための必要十分条件は$A_D(R)\cap D$が$\boldsymbol{p}$に含まれないことである。

この2つの補題より次の定理を得る。

定理3　次の条件は互いに同値である。

(1)　RはD上有限生成である。

(2)　任意のRの素イデアルPに対し，R_PはD上の局所域である。

(3)　任意のDの素イデアル$\boldsymbol{p}$に対し，$R_{\boldsymbol{p}}$は$D_{\boldsymbol{p}}$上有限生成である。

以下においては，Dは擬幾何学的環でありかつD上の正規局所域はすべて解析的既約とする。また，D, R, Aは整域とし，各々の商体での整閉包をD′, R′, A′で表わすものとする。このとき次が成立する。

補題4　R'の素イデアルP'に対し，$R_{P'\cap R}$がネーター環かつP'がD'に関して次元公式を満たすならば$R'_{P'}$はD上の局所域である。

以上の考察より次の定理を得る。

定理5　次の条件は互いに同値である。

(1)　RはD上有限生成である。

(2)　Rは局所ネーター環かつD'とR'の間に次元公式が成り立つ。

(3)　任意のR'の極大イデアルM'に対し，$R_{M'\cap R}$はネーター環かつM'はD'に関して次元公式を満たす。更に以下の諸定理を導くこともできる。

定理6　Rは局所ネーター環かつR'の任意の極大イデアルM'に対し，R'上の局所域Sで$R'_{M'}$を支配しかつその極大イデアルがD'に関して次元公式を満たすようなものが存在するならばRはD上有限生成である。

系7　Rは局所ネーター環かつ$\mathrm{Spec}A' \to \mathrm{Spec}R'$が全射ならばRはD上有限生成である。

定理8　任意のDの非零元aに対し，D_aのクルル次元はDのクルル次元に等しいとする。Rが局所ネーター環かつR'が等次元ならばRはD上有限生成である。

論文の審査結果の要旨

kを体とし，Aをk上有限生成な環，Rをkを含むAの部分環とする。そのとき，どのような条件のときRはまたk上有限生成になるかと問うのは，ごく自然な設問であり，多くの著名な数学者が，この種の研究に従事してきた，小野田君もまた先に吉田君との共著論文においてこの問題をとりあげ，1つの興味深い結果を得たが，同君はその成果に満足することなく，更に進んでkが体でなく，擬幾何的整域である場合にまで考察の範囲を広めて得たのが本論文である。以下その内容について，やや詳しく述べる。

Rをべき零元を含まない環，Dをその部分環とするR_aがD上有限生成になるような元aの集合に0を添加した集合を$A_D(R)$と表わす，$A_D(R)$はRの根基イデアルになることが示されるが，RがD上有限生成な環の部分環であるかどうかの判定は，$A_D(R)$が正則元を含むかどうかによってなされる。この論文の1つの見所は，このイデアル$A_D(R)$がいかに巧に使われているかにある。たとえばRがD上有限生成であるという性質は，その局所化がまたD上有限生成的であることで判定されるという結果は，その1つの例である。さてDとしてD上有限生成的正規局所整域が，つねに解析的に既約であるような，擬幾何学的環とし，$A_D(R)$が正則元を含むとする，そのときRがD上有限生成であるためには，Rが局所ネーター環であり，かつどの極小素イデアルP（$\subset$R）についても，$(D/P\cap D)'$と$(R/P)'$の間に次元公式が成りたつことが必要且十分であることが示される（$'$は商体における整閉包を表わす)。また$\dim D_a = \dim D$がDのどの元a（$\neq 0$）についても成りたつとすれば，上の後半の条件はもっと簡単にR'のどの極大イデアルも同じ次元をもつことでおきかえられる。これらはDが体で

ある場合の自然な拡張であるのみならず，先人の得た結果のうちいくつかをも含むものである。

以上のような考察より，本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。