



Title	有限群のブロックとその部分群のブロックの関係
Author(s)	渡邊, アツミ
Citation	大阪大学, 1982, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/33431
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ・ (本籍)	渡 邊 ア ツ ミ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 5 7 9 9 号
学位授与の日付	昭 和 57 年 9 月 30 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学 位 論 文 題 目	有限群のブロックとその部分群のブロックの関係
論文審査委員	(主査) 教 授 永 尾 汎
	(副査) 教 授 中 井 喜 和 助教授 川 中 宣 明

論 文 内 容 の 要 旨

G を有限群とし H をその部分群とする。 G 及び H の群環 oG, oH を $o(G \times G)$ —加群及び $o(H \times H)$ —加群とみて両者のブロックイデアルの関係を考察することがこの論文の目的である。ここで o は p —モジュラー系 (K, R, F) (K は G の分解体) における R 又は F を表わす。 G のブロックイデアルを $o(H \times H)$ —加群とみたとき H のブロックイデアルがその直和成分と同型となる条件 (定理 1) 及び G のブロックイデアルを $o(G \times G)$ —加群とみたときそれが H のブロックイデアルから誘導される $o(G \times G)$ —加群の直和成分と同型となる条件 (定理 2) を求め、さらにそれらを応用して両者のブロックに属する加群について関係を求めた。

oG は次のようにして $o(G \times G)$ —加群となる, $\gamma \in oG, (x, y) \in G \times G$ に対して $\gamma(x, y) = x^{-1}\gamma y$. η を $\eta(\sum \alpha_x x) = \sum \alpha_x (\alpha_x \in o)$ で定義される oG から oH への $o(H \times H)$ —準同型とする。 $Z(o, G: H)$ を oH の任意の元と交換可能な oG の元の全体とし, $T_{G: H}$ を $Z(o, G: H)$ から oG の中心 $Z(oG)$ への o —線型写像で, $T_{G: H}(z) = \sum x^{-1}zx$ とする (x は G の H を法とする左剰余類 Hx の代表元を動く)。

定理 1 E, e を oG, oH の中心原子巾等元とする。このとき次の (i), (ii), (iii) は同値である。(i) $\eta(z) = e$ となる $z \in Z(o, G: H)$ E が存在する。(ii) $\eta(z)e$ が $Z(oH)$ の根基に属さない $z \in Z(o, G: H)$ E が存在する。(iii) $o(H \times H)$ —加群 $(oH)e$ は $o(H \times H)$ —加群 $(oG)E$ の直和成分と同型である。

定理 2 定理 1 と同じ記号のもとに次の (i), (ii), (iii) は同値である。(i) $T_{G: H}(z) = E$ となる $z \in Z(o, G: H)$ e が存在する。(ii) $T_{G: H}(z)E$ が $Z(oG)$ の根基に属さない $z \in Z(o, G: H)$ e が存在する。(iii) $o(G \times G)$ —加群 $(oG)E$ は $o(H \times H)$ —加群 $(oH)e$ から誘導される $o(G \times G)$

—加群 $((\circ H)e)^{G \times G}$ の直和成分と同型である。

定理 1 及び定理 2 の応用として

定理 3 定理 1 の記号のもとに次のことが成り立つ。(i) $(\circ H)e$ が $\circ(H \times H)$ —加群 $(\circ G)E$ の直和成分と同型であれば $Ve = V$ である $\circ H$ —加群 V に対して V は V^G E の直和成分と同型である。(ii) $(\circ G)E$ が $((\circ H)e)^{G \times G}$ の直和成分と同型であれば $WE = W$ である $\circ G$ —加群 W に対して W は $(W_H e)^G$ の直和成分と同型である (W_H は $\circ H$ —加群 W を表わす)。

さらに上の 3 つの定理の応用として系 1 ~ 9 及び命題 1 が導かれるがここでは系 5 のみをあげる。

系 5 B, b を G, H のブロック, E_b, e_b を B, b に対応する $\circ G, \circ H$ の中心原始巾等元とする。 b^G が定義されて $b^G = B$ かつ B と b の不足指数が等しいときには $(\circ G)E_b$ は $((\circ H)e_b)^{G \times G}$ の直和成分と同型である。

論文の審査結果の要旨

G は有限群, O は p —進整数環か標数 p の有限体とし, 1 の原始 $|G|$ 乗根を含むものとする。このとき群環 OG は自然に $O(G \times G)$ —右加群と考えられ, その直既約分解 $OG = B_1 \oplus \cdots \oplus B_t$ は OG の両側イデアルの直既約分解でもある。各 B_i を G のブロックとよぶが, この概念は群のモジュラー表現と関連して最初 Brauer によって導入され, その持ち上げに関する研究から第 1, 2, 3 主定理とよばれる基本的な結果がえられ, 現在でも関連する研究が続けられている。

本論文では G のブロック B と G の部分群 H のブロック b について, これらをそれぞれ $O(G \times G)$ —加群, $O(H \times H)$ —加群とみて

- (i) b が B の $H \times H$ への制限 $B_{H \times H}$ のある直和因子と同型になるための条件 (定理 1),
- (ii) B が誘導加群 b^G の直和因子と同型になるための条件 (定理 2) を与えている。

これらの条件は問題の本質を非常によくとらえており, 関連する最近の多くの結果がこの簡単な系として導かれることが示されている。また重要な新らしい結果もいくつかえられており, その中の一つをあげると, Brauer の意味で $b^G = B$ であり, b と B の defect group が一致するとき, B に属する直既約な OG —加群 V に対して, V_H の直既約成分 W で b に属し, かつ V と同じ vertex をもつものが存在することが示されている。

以上のように本論文は有限群の表現に関する重要な結果を含み, この方面の研究に寄与する所大であって, 理学博士の学位論文として十分の価値あるものと認める。