【20】

氏名・(本籍)	渡邉　アツミ
学位の種類	理学博士
学位記番号	第　5799　号
学位授与の日付	昭和57年9月30日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**有限群のブロックとその部分群のブロックの関係**
論文審査委員	(主査) 教授 永尾　汎
	(副査) 教授 中井　喜和　助教授 川中　宣明

論文内容の要旨

Gを有限群としHをその部分群とする。G及びHの群環oG, oHをo(G×G)－加群及びo(H×H)－加群とみて両者のブロックイデアルの関係を考察することがこの論文の目的である。ここでoはp－モジュラー系(K, R, F)（KはGの分解体）におけるR又はFを表わす。Gのブロックイデアルをo(H×H)－加群とみたときHのブロックイデアルがそれの直和成分と同型となる条件（定理1）及びGのブロックイデアルをo(G×G)－加群とみたときそれがHのブロックイデアから誘導されるo(G×G)－加群の直和成分と同型となる条件（定理2）を求め，さらにそれらを応用して両者のブロックに属する加群について関係を求めた。

oGは次のようにしてo(G×G)－加群となる，$\gamma\in oG$, $(x, y)\in G\times G$ に対して$\gamma(x, y)=x^{-1}\gamma y$. ηを$\eta(\Sigma\alpha_x\ x)=\Sigma\alpha_x(\alpha_x\in o)$で定義されるoGからoHへのo(H×H)－準同型とする。Z(o, G:H)をoHの任意の元と交換可能なoGの元の全体とし，$T_{G:H}$をZ(o, G：H)からoGの中心Z(oG)へのo－線型写像で，$T_{G:H}(z)=\Sigma x^{-1}zx$とする（xはGのHを法とする左剰余類Hxの代表元を動く)。

定理1　E, eをoG, oHの中心原子巾等元とする。このとき次の（i），（ii），（iii）は同値である。（i）$\eta(z)=e$となる$z\in Z(o, G:H)E$が存在する。（ii）$\eta(z)e$がZ(oH)の根基に属さない$z\in Z(o, G:H)E$が存在する。（iii）o(H×H)－加群(oH)eはo(H×H)－加群(oG)Eの直和成分と同型である。

定理2　定理1と同じ記号のもとに次の（i），（ii），（iii）は同値である。（i）$T_{G:H}(z)=E$となる$z\in Z(o, G:H)e$が存在する。（ii）$T_{G:H}(z)E$がZ(oG)の根基に属さない$z\in Z(o, G:H)e$が存在する。（iii）o(G×G)－加群(oG)Eはo(H×H)－加群(oH)eから誘導されるo(G×G)

ー加群 $((oH)e)^{G\times G}$の直和成分と同型である。

定理1及び定理2の応用として

定理3　定理1の記号のもとに次のことが成り立つ。（ⅰ）$(oH)e$が$o(H\times H)$ー加群$(oG)E$の直和成分と同型であれば$Ve=V$であるoHー加群Vに対してVは$V^G E$の直和成分と同型である。（ⅱ）$(oG)E$が$((oH)e)^{G\times G}$ の直和成分と同型であれば$WE=W$であるoGー加群Wに対してWは$(W_H e)^G$の直和成分と同型である（W_HはoHー加群Wを表わす）。

さらに上の3つの定理の応用として系1～9及び命題1が導かれるがここでは系5のみをあげる。

系5　B, bをG, Hのブロック，E_B，e_bをB，bに対応するoG, oHの中心原始巾等元とする。b^Gが定義されて$b^G=B$かつBとbの不足指数が等しいときには$(oG)E_B$は$((oH)e_b)^{G\times G}$ の直和成分と同型である。

論文の審査結果の要旨

Gは有限群，Oはpー進整数環か標数pの有限体とし，1の原始$|G|$乗根を含むものとする。このとき群環OGは自然に$O(G\times G)$ー右加群と考えられ，その直既約分解$OG=B_1\oplus\cdots\oplus B_t$は$OG$の両側イデアルの直既約分解でもある。各$B_i$を$G$のブロックとよぶが，この概念は群のモジュラー表現と関連して最初Brauerによって導入され，その持ち上げに関する研究から第1，2，3主定理とよばれる基本的な結果がえられ，現在でも関連する研究が続けられている。

本論文ではGのブロックBとGの部分群Hのブロックbについて，これらをそれぞれ$O(G\times G)$ー加群，$O(H\times H)$ー加群とみて

（ⅰ）bがBの$H\times H$への制限$B_{H\times H}$のある直和因子と同型になるための条件（定理1），

（ⅱ）Bが誘導加群$b^{G\times G}$の直和因子と同型になるための条件（定理2）を与えている。

これらの条件は問題の本質を非常によくとらえており，関連する最近の多くの結果がこの簡単な系として導かれることが示されている。また重要な新らしい結果もいくつかえられており，その中の一つをあげると，Brauerの意味で$b^G=B$であり，bとBのdefect groupが一致するとき，Bに属する直既約なOGー加群Vに対して，V_Hの直既約成分Wでbに属し，かつVと同じvertexをもつものが存在することが示されている。

以上のように本論文は有限群の表現に関する重要な結果を含み，この方面の研究に寄与する所大であって，理学博士の学位論文として十分の価値あるものと認める。