



Title	固定端でユニラテラルな境界条件がみたされるステファン問題
Author(s)	四ツ谷, 晶二
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/33436">https://hdl.handle.net/11094/33436</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	よ　　つ　　たに　　しほ　　じ 四　　ツ　　谷　　晶　　二
学位の種類	理　　学　　博　　士
学位記番号	第　　5　　9　　5　　1　　号
学位授与の日付	昭　和　58　年　3　月　17　日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	<b>固定端でユニラテラルな境界条件がみたされるステファン問題</b>
論文審査委員	(主査) 教　授　田　辺　　広　城 (副査) 教　授　池　田　　信　行　　教　授　渡　辺　　毅　　助　教　授　井　川　　満 講　師　小　松　　　玄

### 論　文　内　容　の　要　旨

ステファン問題は、物理学者J. Stefanの研究(1889年)に源をもつ。後に、数学的对象として、ソ連の数学者L. I. Rubinsteinの一連の研究(1947年～)により、1次元の1相、2相Stefan問題として、さらに一般的に定式化され、古典解の存在、一意性が詳しく調べられた。さらに、S. L. Kamenomostskajaは、空間一般次元のStefan問題を解くために弱解の概念を導入し、その解の存在一意性を得た(1961年)。彼らの結果の拡張は、A. Friedman, J. R. Cannon等によってなされた。また、野木は数値解析との関連から、Stefan問題を研究している。また最近、半沢、谷川、俣野等により、高次元の1相問題の弱解の、解のなめらかさが研究されている。以上の研究は、固定端における境界条件としては、線型のをあつかっている。しかも、解の挙動については、特に、Dirichlet, Neumann条件のときのみ、よく調べられている。

一方、フランスのJ. L. Lionsを中心とするグループは、1960年代より、偏微分方程式で支配される最適制御理論を、盛んに研究している。特に、ユニラテラル境界条件の満たされる様な、境界上での制御の問題は重要である。

以上2つのことが、同時に起る問題として表題の問題が生じる。この解答の1つとして、P. Bénilanの結果(1978年)がある。彼は特別な、ユニラテラル境界条件のときには、非線型半群論の結果を用いて、ある種の弱解の存在と一意性を得た。しかし、解のなめらかさ、解の挙動については、何も分っていない。

私の本研究の目的は、空間を1次元という制約を設けたとき、一般のユニラテラル境界のもとでの、古典解の存在、一意性、さらに解の挙動の詳細、を調べることにある。

論文の内容は、I, II, III, IVの4部からなる。I, IIIは、1相問題に関するものであり、Iでは解の一意存在、IIIではIの補充と、解の漸近挙動を調べている。また、II, IVは、2相問題に関するものであり、IIでは解の一意存在、IVでは、解の挙動を詳しく調べている。

### 論文の審査結果の要旨

ステファン問題とは水と氷が共存している場合に熱の伝導により融解と凍結が行われる現象を理論的に解明する問題である。これには高温熱源から熱が供給されて氷が一方向的に融ける場合の一相問題と、高温熱源からの熱の供給と低温熱源への熱の吸収とが同時に行われ、融解と凍結の両方が起きる場合の二相問題とがある。何れの場合も自由境界と言われる水と氷の境界の変動が最も重要な研究対象である。

四ツ谷君はステファン問題の方程式において空間変数が一個で境界条件がユニラテラルな場合、一相問題と二相問題の両方に関して解の存在、一意性、解特に自由境界の時間  $t \rightarrow \infty$  の時の漸近行動について満足すべき結果を得た。ユニラテラルな境界条件とは境界で一種の温度制御が行われる場合を含む一般に非線型な条件である。四ツ谷君は山口昌哉・野木達夫両氏による差分近似を用い、種々の状況のもとでの一意可解性、解の連続性・微分可能性、漸近行動等に関してこれ迄線型境界条件の場合に知られていた諸事実が非線型なユニラテラル境界条件の場合にも成立することを示した。又二相問題の解の漸近行動について水が全部凍ったり融けたりしないための条件を物理的に自然な形に与え、又その時の解の時間  $t \rightarrow \infty$  の時の極限を具体的に明示した。

四ツ谷君は以上の事実を証明する際、境界条件が非線型であるために生じる困難を巧みに克服している。又同君が以前に非線型発展方程式を研究した際に用いた方法がこの度のステファン問題の研究に大いに役に立っている。四ツ谷君の論文は境界条件がユニラテラルな場合の一次元ステファン問題についてはじめて系統的な研究をして満足すべき成果を挙げたものであり、理学博士の学位論文として十分価値があるものと認める。