

| | |
|--------------|---|
| Title | Invariant β and uniruled threefolds |
| Author(s) | 満洲, 俊樹 |
| Citation | |
| Issue Date | |
| Text Version | none |
| URL | http://hdl.handle.net/11094/3356 |
| DOI | |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

| | |
|---------|---|
| 氏名・(本籍) | 瀧 勘 俊 樹 |
| 学位の種類 | 理 学 博 士 |
| 学位記番号 | 第 6 1 3 0 号 |
| 学位授与の日付 | 昭 和 58 年 6 月 15 日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第 5 条第 2 項該当 |
| 学位論文題目 | 不変量 β と 3 次元単線織多様体 |
| 論文審査委員 | (主査) 教授 竹内 勝 (副査) 教授 尾関 英樹 助教授 宮西 正宜 岡山理科大学教授 中井 喜和 |

論 文 内 容 の 要 旨

この論文では、3次元コンパクトケーラー多様体 X に対し (そういう X を分類する為) 双有理型不変量 $\beta(X)$ を導入した。即ち $\beta(X)$ を generically surjective なしかも $\kappa(Y) \geq 0$ をみたす様な有理型写像 $f: X \rightarrow Y$ の像となり得るコンパクト複素多様体 Y の最大次元と定義した。この時、 $\dim B(X) = \beta(X)$ なるコンパクト複素多様体 $B(X)$ 、及び generically surjective な有理型写像 $bx: X \rightarrow B(X)$ が一意的に存在し、しかも上記の様な f は、常に自然な仕方、meromorphic な意味で $B(X)$ を經由することを示した。ここで、 $X, B(X)$ の空でない Zariski open な部分集合 U', U が存在して、 bx の U' への制限 $bx|_{U'}: U' \rightarrow bx(U') = U$ は固有写像でしかも、 U の任意の点 u 上のファイバー X_u は $\beta(X_u) = 0$ をみたすコンパクト連結複素多様体となることを示した。更に、 $B(X)$ は X のアルバナース多様体 $\text{Alb}(X)$ と類似の性質を持っており、

$bx^*: H^0(B(X), \bigotimes^m \mathcal{O}_{B(X)}^p) \simeq H^0(X, \bigotimes^m \mathcal{O}_X^p)$, $p = 1, 2$, が任意の正整数 m に対して成立することを証明した。この事実から次の様な事を導いた。

- ① $\varphi: X' \rightarrow X$ を X の不分岐有限被覆とすると、 $\beta(X') = \beta(X)$ が成り立つ。しかも φ から自然に導かれる不分岐被覆 $\bar{\varphi}: B(X') \rightarrow B(X)$ が存在して $bx \circ \varphi = \bar{\varphi} \circ bx'$ 及び $\deg \bar{\varphi} = \deg \varphi$ を得る。
- ② $g: Z \rightarrow S$ を連結ケーラー多様体の smooth な固有射とする。更に g が全射で、かつある $s \in S$ に対し $\beta(Z_s) = 1$ or 2 ならば、すべての $s' \in S$ に対して $\beta(Z_{s'}) = \beta(Z_s)$ 。
- ③ X が単線織 (即ち X の任意の点を possibly singular な有理曲線が少くとも 1 つは通る) ならば、次の同値性がいえる。

- (a) $\beta(X) = 0 \Leftrightarrow h^1, \circ(X) = h^0(X, S^2(\mathcal{O}_X^{\otimes 2})) = 0$;
- (b) $\beta(X) = 1 \Leftrightarrow h^1, \circ(X) > h^0(X, S^{1,2}(\mathcal{O}_X^{\otimes 2})) = 0$:

(c) $\beta(X)=2 \Leftrightarrow h^0(X, S^{12}(\mathcal{O}_X^2)) \neq 0$.

④ $\kappa(X) \leq 0$ と仮定し, $l = h^0(\mathcal{O}_X)$ かつ r を \mathcal{O}_X^2 の global section で生成される部分層の階数とする.

$\text{Gr}(l, l-r)$ を $H^0(X, \mathcal{O}_X^2) (\cong \mathbb{C}^l)$ の $(l-r)$ -planes 全体から成るグラスマン多様体とし,

$\phi : X \rightarrow \text{Gr}(l, l-r)$ を

$\phi : X \rightarrow \text{Gr}(l, l-r)$

$x \rightarrow \{w \in H^0(X, \mathcal{O}_X^2) ; w(x)=0\}$

で generic に定義された有理型写像とする。このとき次のどれかが成り立つ。

(a) $\beta(X)=2$;

(b) $r=l=3$ and $\kappa(X)=0$;

(c) $r=l \leq 2$;

(d) $r=2 < l$, $\dim(\text{Im } \phi) \geq 2$, かつ X は単線織ではない。

論文の審査結果の要旨

コンパクト複素多様体の分類は、その次元が1の場合は古典的で、次元が2の場合は小平によってほぼ完成された。小平の分類は多くの不変量を考へて、それらの取る値の可能性を調べることによつてなされる。多次元の場合でもよい不変量を見出してその性質を調べる事が重要である。満洲君は3次元コンパクトケーラー多様体 X に対して新たに双有理不変量 $\beta(X)$ および有理型写像 $b_X : X \rightarrow B(X)$ を定義し、その種々の性質を研究した。

不変量 $\beta(X)$ はコンパクト複素多様体 Y でその小平次元 $\kappa(Y)$ が非負であり、 X から Y への一般的に全射的な有理型写像が存在するようなものの次元の最大値として定義される。最大値を実現する写像 $b_X : X \rightarrow B(X)$ はある意味で一意的に定まる。まず満洲君は $\beta(X)$ は $0, 1, 2, 3$ の4つの値を取り得ること、条件 $\beta(X)=3$ と $\kappa(X) \geq 0$ とは同値であることを示し、さらに b_X の十分一般的なファイバー F はコンパクト連結多様体で $\beta(F)=0$ を満たすことを証明した。つぎに1次微分形式の層 \mathcal{O}_X^1 の m 階テンソル積 $\otimes^m \mathcal{O}_X^1$ の断面のなす空間 $\Gamma(X, \otimes^m \mathcal{O}_X^1)$ と $B(X)$ のそれ $\Gamma(B(X), \otimes^m \mathcal{O}_{B(X)}^1)$ との関係を調べ、 $\beta(X) > 0$ である場合には b_X はこれらの空間の間の同型写像を引きおこすことを証明した。

不変量 $\beta(X)$ は3次元単線織多様体に対してはとくに有効で、 $\beta(X)$ がそれぞれ $0, 1, 2$ となるための必要十分条件が、曲面に対する Castelnuovo—Enriques の判定法に現われるような解析的ベッチ数を用いて完全に記述される。

以上のように満洲君の論文は3次元コンパクト複素多様体の分類論に大きく貢献するものであり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。