Title	周期系の周期解の個数と絡み
Author(s)	松岡, 隆
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/33621
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【17】

氏名・（本籍）	松岡　隆（まつおか　たかし）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第　6129　号
学位授与の日付	昭和58年6月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**周期系の周期解の個数と絡み**
論文審査委員	（主査） 教授 中岡 稔 （副査） 教授 村上 信吾　教授 田邊 廣城　教授 竹内 勝

論文内容の要旨

本論文は2次元周期系の周期解の個数に関する研究で，特にそれと周期解相互の絡みという概念との関連を明らかにすることを目的としている。

2次元周期系，すなわち時間に関し周期的な平面上の1階常微分方程式で，閉円板と同相な不変集合をもつものを考える。この方程式の3個の周期解が与えられた時，それらの絡み方に関するある条件が，方程式に無限個の周期解が存在することを保証するというのが主定理の内容である。

以下，定理を詳しく述べる。次の方程式を考える。

$$dx/dt = f(t, x)$$

ここに，t は時間を表わす実数，x は平面内の点，f は連続微分可能で t について周期的であり周期1をもつ。自然数 p に対し，周期となりうる自然数のうち最小のものが p である周期解を p 周期解と呼ぶ。方程式の解の時刻0での位置を時刻1での位置に対応させる事により定まる平面の変換をTとかくとき，閉円板と同相な平面の部分集合Kで，Tによるその像がK自身に含まれる様なものが存在すると仮定する。$c_1(t)$, $c_2(t)$, $c_3(t)$ を方程式の相異なる1周期解とし，それぞれの近傍の点は時間の経過と共にそれら周期解に近づくかまたは遠ざかるものとする。これら周期解の絡み方は以下に示す様に有限自然数列で表わすことができる。まず，時間に関して周期的な適当な座標変換を平面に施して，$c_1(t)$, $c_3(t)$ を固定させておく。このとき，$c_2(t)$ は平面から2固定点を除いた空間内の閉曲線 $u(t)$ を与える。この空間の基本群は2元で生成される自由群だから生成元を a, b とおけば，$u(t)$ が代表する基本群の元は $a^{i_1} b^{j_1} \cdots a^{i_d} b^{j_d}$ とかくことができる。列 $(i_1, \cdots i_d, j_1, \cdots, j_d)$ が周期解の絡みを表現する。

定理。$i_1, \cdots, i_d, j_1, \cdots, j_d$ がすべて0でなく，また，

$$(i_1, \cdots, i_d, j_1, \cdots, j_d) \neq \pm(1, \cdots, 1)$$

とする。このとき，任意の自然数pに対し，時刻0でK内の点を通るp周期解の個数はp^2個以上である。

論文ではまた，与えられた周期解の個数が一般の場合に，周期解全体の個数の下からの評価を与えている。この評価は，周期解の絡み方から代数的に定義される多項式の係数を用いて表わされ，上述の定理はこの多項式を計算することにより証明される。

論文の審査結果の要旨

□ 本論文は2次元周期系常微分方程式の周期解の個数と周期解相互の絡みとの関連を研究したものである。時間に関して周期的な平面上の1階常微分方程式で閉円板と同位相な不変集合をもつものを考える。このとき，この方程式が絡み方に関してある条件をみたす3個の周期解をもつならば，実は方程式には無限個の周期解が存在するという定理が主要な結果である。このように，ある種の周期解の存在を改定するとき無限個の周期解が存在するということを主張する形の定理は最近離散力学系の研究においてとくに注目されているが，連続力学系の研究でこの形の定理を得たのはこの論文がはじめてである。なお，証明は当該の問題を組み糸の問題に帰し，次にこれを多項式の係数を用いて表すという方法でなされているが，この方法自身も独創的である。

以上の理由により，本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。