

Title	配置理論の観点からの直交配列表の研究
Author(s)	厚見, 寅司
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	http://hdl.handle.net/11094/33713
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・（本籍）	厚 見 寅 司
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 6 1 2 4 号
学位授与の日付	昭 和 58 年 6 月 15 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	配置理論の観点からの直交配列表の研究
論文審査委員	(主査) 教授 永尾 汎 (副査) 教授 尾関 英樹 助教授 山本 芳彦

論 文 内 容 の 要 旨

本論文では、デザインの理論におけるいくつかの定理に対して、直交配列表の理論においてそれぞれに対応する定理が成り立つことを示す。

F を q 個の元よりなる集合とし $X = F^n$ とすると X にハミング距離 d_H が定義できる。 $Y (\subseteq F^n)$ が大きさ N , 制約数 n , 水準 q , 強さ t の直交配列表をつくる時、パラメーターを使用して簡単に Y が $OA(N, n, q, t)$ をつくるという。ただし $N = |Y|$ である。

index 1 の直交配列表について次の 2 つの定理が成立する。

定理 1. $Y \subseteq F^n$, Y が $OA(q^t, n, q, t)$ をつくるとする。もし、ちがった codewords 間の (d_H に関する) 最大距離が $n-1$ 以下のとき、

次の(1)か(2)が成立する。

$$(1) (N, n, q, t) = (q^2, q+1, q, 2)$$

$$(2) (N, n, q, t) = (2^t, t+1, 2, t); t \text{ は偶数である。}$$

定理 2. (Bush). $Y \subseteq F^n$, Y が $OA(q^t, n, q, t)$ をつくるとする。もし、 $q \leq t$ ならば $n \leq t+1$ 。

定理 1 はスタイナーシステムについての野田— Gross の定理に対応するものである。定理 2 はスタイナーシステムについて Cameron の不等式に対応しているが、本論文の証明は Bush の証明とくらべて非常に簡潔である。

定理 3. $Y \subseteq F^n$, Y は $OA(\lambda q^t, n, q, t)$ をつくるとする。もし $d_H(A, B) = n$ で、任意の $C \in Y$ に対して、 $d_H(A, C) = d_H(B, C)$ になる codewords A, B が存在するならば $t \leq 3$ 。特に $t =$

3のときは $(N, n, q, t) = (8\lambda, 4\lambda, 2, 3)$ となる。

定理3はアダマールデザインについての野田の定理に対応している。

Y が距離 d_H に関して association scheme をつくるとき次の定理が成立する。

定理4. $Y \subseteq F^n$, Y が $OA(\lambda q^t, n, q, t)$ をつくるとする。もし、 Y が schematic ならば関数 $f(n, \lambda)$ が存在して $q \leq f(n, \lambda)$ である。

定理4は厚見一芳沢の定理に対応している。

特に $F = \{0, 1\}$ の場合には次の定理5, 6が成立する。 $A \in Y$ に対して $A' (\in F^n)$ を $d_H(A, A') = n$ となるものとし、 $Y' = \{A' \mid A \in Y\}$ とする。 Y のすべての codewords に第 $n+1$ 座標成分0をつけ加えて F 上の長さ $n+1$ の code をつくる。これを Y^- と書く。

定理5. $Y \subseteq F^n$, Y が $OA(N, n, 2, t)$ ($t=$ 偶数)をつくり、かつ $Y = Y'$ のとき Y はすでに $OA(N, n, 2, t+1)$ をつくっている。

定理6. $Y \subseteq F^n$, Y が $OA(N, n, 2, t)$ ($t=$ 偶数)をつくるならば $Y^- \cup (Y^-)'$ は $OA(2N, n+1, 2, t+1)$ をつくる。

定理5, 6は t -デザインの拡張に関する Alltop の定理に対応している。定理6は強さ t が偶数で q が2のときはその直交配列表が拡張できることを示している。

論文の審査結果の要旨

古くから統計で用いられている組合せ論の概念に block design と orthogonal array とよばれるものがある。それらにはパラメーターとよばれる自然数の組が対応しているが、どのようなパラメーターに対して上のような組合せ論の対象が存在するかという、いわゆる存在・非存在の問題が組合せ論では一つの中心課題である。

1973に Delsarte は有名な論文で、上記の二つの概念が統一的に定義できることを指摘したが、両者に関する定理を統一的に導き出すには至っていない。

本論文で厚見君は、block design について知られているいくつかの重要な定理に対し、orthogonal array についても実際に対応する定理が成り立つことを示している。

例えば Steiner system に関する野田-Gross の定理に対応する定理として、パラメーター (q^t, n, q, t) をもつ orthogonal array で、code word 間の最大距離が $n-1$ 以下のものが存在すれば、上のパラメーターは $(q^2, q+1, q, 2)$ か $(2^t, t+1, 2, t)$ (ただし t は偶数)のいずれかであることを示している。この外 block design についての野田, 厚見-芳沢, Alltop 等の定理に対応する定理をえている。これらの結果を証明するため orthogonal array の会合数に関する等式をまず示し、それが証明の主要な鍵になっているが、この等式は Bose-Bush の結果の拡張を与えるもので、それ自身重要である。

以上のように、本論文は Delsarte の思想の最初の具体化といってよく、組合せ論における重要な結

果を含むもので、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。