【20】

氏名・(本籍)	行者明彦(ぎょう じゃ あき ひこ)
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 6353 号
学位授与の日付	昭和59年3月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**有限又はP進シュバレー群のヘッケ環に付随した一般ポアンカレ級数**
論文審査委員	(主査)教授 永尾 汎 (副査)教授 尾関 英樹 助教授 川中 宣明

論文内容の要旨

(W, S)をコクセター系とし，Wの元wに対し，$l(w)$をwの長さとする。$q^{1/2}$をC上の不定元とし，$H_q(W)=\oplus_{w\in W}\mathbf{C}[q^{1/2}]T_w$とする。$H_q(W)$には，次の条件をみたすassociative $\mathbf{C}[q^{1/2}]$—algebra の構造が，一意的に入る。

$$(T_s+1)(T_s-q)=0 \qquad (s\in S)$$

$$T_wT_{w'}=T_{ww'} \qquad (l(w)+l(w)=l(ww')\text{のとき})$$

このalgebra $H_q(W)$をヘッケ環とよぶ。$H_q(W)$から，$M_d(\mathbf{C}[q^{1/2}])$への準同形写像，即ち，ヘッケ環の表現Rに対し

$$L(t,\ R)=\Sigma_{w\epsilon W}R(T_w)\,t^{l(w)}$$

とおく。これを，一般ポアンカレ級数と呼ぶ。

一般ポアンカレ級数は，次の意味で，代数多様体の合同ゼータ函数と似た性質を持つ。

定理(1) L(t, R)の行列成分は，tの有理式である。

(2) Wが，ワイル群の時は，

$$L(t,R)=t^{l(w_0)}R(T_{w_0})\ L((-qt)^{-1},\hat{R})$$

Wが，アフィンワイル群の時は，

$$L(t,R)=(-1)^{|S|-1}L((-qt)^{-1},\ \hat{R})$$

但し，w_0は，ワイル群Wの最長元。^は，ゴールドマンのインボリューション。

(3) L(t, R)の行列式の零点は，ζq^{-a}なる形を持つ。但し，ζは一の巾根，aは有理数で$0\leqq a\leqq 1$となるもの。

さらに，Wが，アフィンワイル群で，Rがテンパード表現の時は，L（t,R）の行列式の極は，ζq^{-a} なる形を持つ。但し，ζ は0でない複素数，aは有理数で，$a\leqq½$となるもの。（$0\leqq a\leqq½$となることが，予想されるが，未解決。）また，Rが，テンパード表現の中でも，特に主系列表現である時には，$a=½$となる。

また，WがワイルBで，RがW―グラフを用いて与えられている時は，次の，さらに詳しい結果が得られる。

定理　L（t,R）は，次の形の分解をもつ。

$$L(t,R)=L_1(t,R)\,L_*(t,R)\,L_0(t,R)$$

ここで，

L_1，L_*，L_0の行列成分は，tの多項式

L_1，L_0 は対角行列

$\det L_1(t,R)$ の零点は　ζq^{-1} なる形

$\det L_*(t,R)$ の零点は　ζq^{-a}（$a\in\mathbf{Q}$，$0\lneqq a\lneqq 1$）なる形

$\det L_0(t,R)$ の零点は，ζq^{-0} なる形に

それぞれなる，但し，ζ は一の巾根。

また，この一般ポアンカレ級数を用いて，ある種のヘッケ環の表現が，W－グラフを用いては，与えられないことが，示せる。

論文の審査結果の要旨

コンスター系（W，S）には次のようなヘッケ環

$$H_q(W)=\Sigma_{w\in W}\mathbf{C}[q^{1/2}]e_w$$

が定義される。ここでΣは直和を表し，$q^{1/2}$は複素数体$\mathbf{C}$上の不定元，また$l(w)$で$w\in W$の長さを表すとき，乗法は

$$\begin{cases}(e_s+1)(e_s-q)=0 & (s\in S\text{のとき})\\ e_w e_{w'}=e_{ww'} & (l(w)+l(w')=l(ww')\text{のとき})\end{cases}$$

により定義される。

本論文ではヘッケ環$H_q(W)$の表現Rに対して，行列を係数とするtについての形式的べき級数

$$L(t,R)=\Sigma_{w\in W}R(e_w)\,t^{l(w)}$$

を定義し，これを一般ポアンカレ級数とよんで，この級数が代数多様体の合同ゼータ関数に似た性質をもつことを示している。すなわち，次のことが成り立つ。

(1)　L（t,R）の行列成分はtの有理関数である。

(2)　ある条件のもとでL（t,R）は関数等式をみたす。

(3) $\det L(t, R)$ の零点はζq^{-a}で表される。(ただし，ζは1のべき根，aは$0 \leqq a \leqq 1$なる有理数。)

更にWが有限コクスター群で，RがW－グラフを用いてえられる表現のときは

$$L(t, R) = L_1(t, R)\, L^0(t, R)\, L_0(t, R)$$

と分解され，L_1，L_0は対角行列，L^0の成分は$q^{1/2}$とtの多項式，$\det L_1$，$\det L^0$，$\det L_0$の零点はそれぞれζq^{-1}，ζq^{-a}，ζの形で表される。(ここでζは1のべき根，aは$0 < a < 1$なる有理数。)

またこれらのことを用いてヘッケ環のある種の表現がW－グラフを用いては表されないことが示される。

以上のように本論文はヘッケ環の表現に関する独創的な内容を含み，有限またはP進シュヴァレー群の表現論に寄与するところ大であって，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。