様式3

論 文 内 容 の 要 旨

氏　名　（　佐久川 憲児　）

論文題名	A control theorem for the torsion Selmer pointed set (捻じれ係数セルマー点付き集合に対するコントロール定理)

論文内容の要旨

捻じれ係数p進表現Aのセルマー群は、Aを係数に持つガロワ・コホモロジーの部分群であり、p進ガロワ表現の重要な不変量である。例として、Aとして曲線Xのヤコビ多様体のp捻じれ点全体を取った場合、セルマー群は部分群としてヤコビ多様体のモーデル・ヴェイユ群を含み、その商はテイト・シャファレビッチ群のp-Sylow部分群となる。Minhyong KimはXのヤコビ多様体のp捻じれ点全体のなす郡を、Xの冪単基本群に置き換えることによりQ_p-セルマー群を一般化し、それをセルマー多様体と定義した。曲線Xが楕円曲線である場合、セルマー多様体のQ_p有理点のなす集合は、通常のセルマー群のp-進テイト加群にQ_pをテンソルしたQ_p-ベクトル空間と自然に同型となる。従ってセルマー多様体はテイト・シャファレビッチ群のような、捻じれ係数p進ガロワ表現を係数に持つガロワ・コホモロジーからくるような不変量の情報を持たないことがわかる。

本論文の最初の目標は、テイト・シャファレビッチ群のような情報を残しつつ、セルマー点付き集合と呼ばれる、Minhyong Kim流のセルマー群の非可換化を行うことである。

本論文の二つ目の目標は、捻じれ係数セルマー点付き集合に対して、コントロール定理を定式化し証明することである。古典的なセルマー群に対するコントロール定理とは、セルマー群がガロワ表現の基礎体を変えた時、特に基礎体上の円分Z_p拡大に対して良く振る舞うことを主張している。

コントロール定理を定式化する際、ガロワ・コホモロジーの係数を非可換化している部分が障害となる。即ち、セルマー点付き集合は単なる点付き集合である為、通常のセルマー群の場合とは違い、セルマー点付き集合間の射に対して余核を定義することはできない。本論文ではZ_p^mon の作用を利用してこの部分の困難さを回避した。ここで、Z_p^monはZ_pの加法構造を忘れることによって得られる乗法的モノイドである。即ち、点付き集合間の射に対して余核を定義することはできないが、Z_p^mon の作用を用いることで、余核のp冪指数という概念を定義することが出来る。このことにより、Z_p^monの作用付きの点付き集合の射の族が「コントロールされている」という概念を新しく定義することができ、アーベル群の場合よりは若干弱いかたちであるが、捻じれ係数セルマー点付き集合に対してコントロール定理を定式化することが出来る。

本論文は四つの章からなる。第一章はブロック・加藤のセルマー群の復習とその例を挙げている。第二章は淡中圏や淡中基本群に関する基本事項や後々使うであろう例を挙げている。第三章ではMinhyong Kimがセルマー多様体を用いて行った仕事のレビューを行う。又この章ではセルマー多様体の具体的な例に対して、l進ロガリズムを使った具体的な表示を与えている。第四章では捻じれ係数セルマー多様体を定義し、それに対してコントロール定理を定式化し、証明を与える。

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名	（　佐久川憲児　）	
論文審査担当者	（職）	氏　名
	主 査　教授	中村博昭
	副 査　教授	渡部隆夫
	副 査　准教授	落合理
	副 査　准教授	森山知則
	副 査　准教授	安田正大

論文審査の結果の要旨

佐久川憲児君は本博士論文において，Minhyon Kim 氏が導入した Selmer variety の概念を精密化した Selmer pointed set という概念を定式化し，さらに Selmer pointed set の岩澤理論的な性質を深く追究した．

Minhyon Kim 氏の Selmer variety は代数体上で定義された代数曲線のヤコビ多様体の古典的な Selmer 群の概念を非可換的に一般化したものであり，従来の古典的な Selmer 群の定義におけるヤコビ多様体の Tate 加群係数のガロアコホモロジーをエタール・ユニポテント・基本群で置き換えることによって定義される．Selmer variety はアファイン空間で表現される函手であり，考えている代数曲線が楕円曲線である場合には Q_p 有理点の群が楕円曲線の Selmer 群から定まる Q_p ベクトル空間と一致する．

Minhyon Kim 氏の Selmer variety の概念は，古典的な Selmer 群におけるアーベル群としてのねじれ部分群などの構造を切り捨てているベクトル空間的な対象である．つまり，Tate-Shafarevich 群の位数などにあたる大事な整数論的な情報を失っている．佐久川君は，そのような「ねじれ部分」の情報を保った Selmer pointed set を定義した．考えている代数曲線の定義される代数体 F が総実である仮定やそのヤコビ多様体に対する幾何的な条件の下で，F の円分 Z_p 拡大において Selmer pointed set がどう振る舞うかを調べた「コントロール定理」が本論文の主定理である．これは，古典的に知られた「イデアル類群の岩澤代数的類数公式」，「楕円曲線やアーベル多様体の Selmer 群の Mazur のコントロール定理」の類似または一般化とみなすことができる．

Selmer pointed set の定義に用いられる非可換群係数のガロワコホモロジーはもはや「群」ではなく，単なる「点付き集合」である．よって，岩澤や Mazur をはじめとした通常の Selmer 群の場合のように「Selmer 群の制限写像の核や余核が有限」という形で結果を定式化することができない．点付き集合を適切に扱う「結果や概念のよい定式化を探す工夫」が必要である．また，群構造が使えなくなるため，Mazur 等の先行結果の証明で用いられたホモロジー代数などの様々な議論をそのまま真似できず，結果の証明するためには様々な技術的困難を忍耐強く克服しなければならない．

佐久川君の切り開いた結果は，数論幾何学における遠アーベル幾何と岩澤理論という２つの異なる理論の間をつなげる独創的な結果であり，今後様々な数学的意義が発見されることが期待される．また，上に述べたように理論の定式化と証明の議論の中身のいずれにおいても十分な深さを備えた結果である．佐久川君は，Grothendieck の数論的基本群の理論，Fontaine による p 進 Hodge 理論，モチーフの岩澤理論など最先端の数学的手法を自家薬籠中のものとしてこれらの研究を行っており，十分な数学的技量も認められる．
よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものとして認められる．