The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	遺伝的アルゴリズムと極小値探索アルゴリズムとのハイブリッド化による板取り問題の一解法
Author(s)	藤田, 喜久雄; 赤木, 新介; 廣川, 敬康
Citation	日本機械学会論文集 C編. 1993, 59(564), p. 2576-2583
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/3428
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

日本機械学会論文集 (C 編)
59 巻 564 号 (1993-8)

論文 No. 92-1875

遺伝的アルゴリズムと極小値探索アルゴリズムとのハイブリッド化による板取り問題の一解法 *

藤田 喜久雄 *1, 赤木 新介 *1, 廣川 敬康 *2

Approach for Optimal Nesting Using Genetic Algorithm and Local Minimization Algorithm*

Kikuo FUJITA, Shinsuke AKAGI and Noriyasu HIROKAWA

In layout design problems including blank nesting, the positions and directions of layout elements must be determined so as to minimize the total space. It is difficult and computationally time-consuming to find the optimal solution for such layout problems, because they include numerous underlying combinational conditions. In this paper, we develop an approach for optimal nesting by combining a genetic algorithm and a local minimization algorithm. In the approach, the genetic algorithm is used for handling combinations which are represented in the string, and the local minimization algorithm is used for determining the embodiment layout under fixed combinations so as to minimize the scrap space corresponding to the fitness value in the genetic algorithm. We also present an example for showing the effective nesting result produced by this approach.

Key Words : Genetic Algorithm, Optimization, Nesting, Layout, Design Engineering

1 緒 言

レイアウト問題には，本報で取り上げる板取り問題をはじめとして，プラントの配置や VLSI の配置など，多種多様なものがある．これらの問題は，総じて，数多くの組合せを内在していることから，望ましい解を厳密な方法で求めることは容易ではない．このため，ヒューリスティク探索による手法が用いられたり，最近では，模擬焼きなまし法 (Simulated Annealing, SA)(1)，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA)(2)(3)などの確率的な最適化手法などが適用されることも多い．例えば，板取り問題では，Cheok らによるヒューリスティクスを導入した例(4)や，Jain らによる SA の適用例(5)がみられ，Kröger らによる対象形状を矩形に限定した場合に対する GA の適用例(6)などもみられる．これらの中でも，GA は広く組合せ最適化や大域的最適化に対する強力な解法として注目を集めつつある．

GA は，自然界における進化メカニズムを模擬しようとする研究から派生した手法であり，基本的には，最適化すべき対象を遺伝子に相当するストリングとして表現し，それらの集団に対して確率的な操作を繰り返し加えていくことにより，優れた解を求めようとするものである．その特徴は，(1): 集団を用いた確率的な方法である，(2): 具体的なストリングとして文字列やビット列を用いる, (3): ストリングの部分列が最適解に対して有効に作用することが重要である，などとしてまとめられる．

レイアウト問題への GA の適用には，上記の Kröger らによるもの(6)のほか，Shahookar による VLSI の配置への適用(7)などもある．しかし，それらは，連続量を用いず離散値のみで対象を操作できる比較的単純なレイアウト問題を対象としたものであり，任意形状の部材を配置するような，部材の位置座標や向きを連続量として表す必要のある板取り問題に対して直ちに適用することはできない．

そこで，本研究では，板取りにおける多峰性の著しい大域的最適化の問題に対して，配置の表現を組合せに関係する部分と連続量に関係する部分とに階層的に分けて考えることを基本として，前者に対しては組合

* 平成 4 年 12 月 25 日 第二回設計工学・システム部門講演会にて講演，原稿受付 平成 4 年 12 月 15 日
*1 正員，大阪大学工学部 (〒 **565** 吹田市山田丘 2-1).
*2 准員，大阪大学工学部.

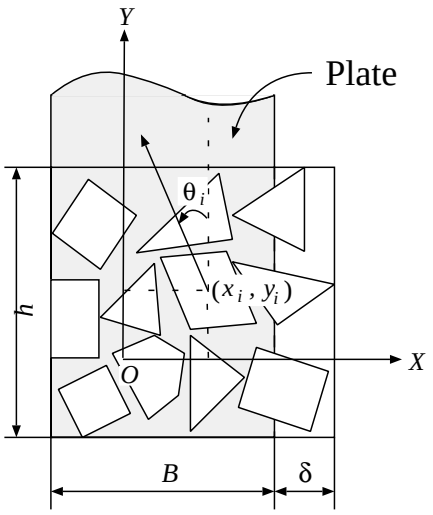

図 1　板取り問題

せ最適化のための GA を，後者に対しては連続空間における極小値探索のアルゴリズムを，それぞれ適用することによってハイブリッド化手法を構成する．

2　板取り問題の定式化

まず，対象となる板取り問題とその数学的な定式化についてまとめる．

本報では，図 1に示すように，一定の幅 B を有する板材に対して複数個の部材 $_i$ $(i = 1,\cdots,n)$ を配置し，その際に生じるスクラップの量を最小化する問題を考える．このような問題は，以下のように定式化することができる．

なお，後出の数値計算例では，計算上の都合により，配置すべき部材の形状を凸多角形とした．

2.1　設計変数　各部材の代表点の座標値 (x_i, y_i) と代表軸の向き θ_i が，設計変数となる．なお，それらの部材が板材に対してどのような位置関係にあるかについては，図 1にも示すように，定められた部材の各位置に対して，板材左側の外形線が最も左側にある部材に，板材下側の外形線が最も下側にある部材にそれぞれ接するように定めるものとする．また，板材の必要高さ h と，板材右側でのオーバーハング量 δ は，これをもとにして計算することができる．

2.2　制約条件　制約条件としては，以下の二つを考える必要がある．

- 部材間の重なりを生じないための制約：部材 $_i$ と部材 $_j$ の重なりを $overlap_{i,j}$ とすると，全体での重なりは，

$$Overlap = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} overlap_{i,j} \tag{1}$$

となり，本制約条件は，以下のように定義することができる．

$$Overlap = 0 \tag{2}$$

- 配置が板材の幅を越えないための制約：上記のオーバーハング量 δ より，以下のように直ちに定義することができる．

$$\delta = 0 \tag{3}$$

2.3　目的関数　目的関数には上記のようにスクラップ量 $Scrap$ の最小化を考える．これは，図 1に示す諸量を用いることにより，次式として定義することができる．

$$min.\ Scrap = (B+\delta) \times h - \sum_{i=1}^{n} a_i \tag{4}$$

ここで，a_i は，部材 $_i$ の面積を表す．なお，上式の $(B+\delta)$ の部分を単に B としない理由は，後出の極小値探索の過程において，常に式 (3) の制約条件が満足されているとは必ずしも限らないためである．

3　板取り問題に対するハイブリッド化概念

3.1　GA におけるビルディングブロック仮説　緒言でも述べたように，GA は，ストリングを用いて表現された個体の集団を用いた探索手法であり，ストリングの部分構造が最適性にどのように影響するか，また，それらが遺伝を模擬した操作によってどのように保持され，成長していくかが，その有効性を論じる上で重要となる．このような点は，以下に示すような「ビルディングブロック仮説 (building block hypothesis)」を用いて説明される場合が多い[(2)]．

GA では，個々のストリングそのものが独自に意味を持つわけではなく，部分構造を互いに共有しているストリングの集合が重要となる．そのような集合において共有されている構造を表すために「スキーマ (schema)」という概念が導入される．ここでは，説明のために，探索問題が ‘`hecgabfd`’ のような文字列により表現されているものとする．なお，このようなコーディング方法は巡回セールスマン問題などを解く場合に用いられる．さらに，任意の文字にマッチする記号として，*don't care* と称する ‘`*`’ なる記号を導入する．それにより，例えば，‘`**cga***`’ と

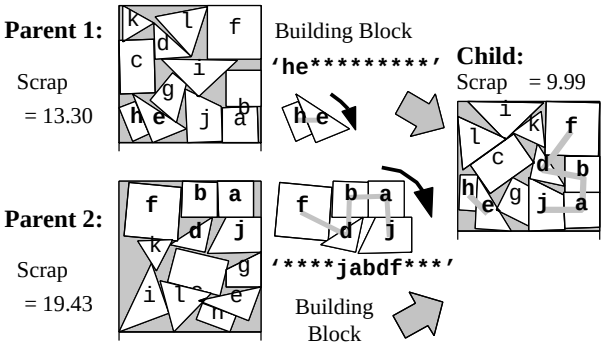

図 2　板取り問題におけるビルディングブロックの例

表現されるスキーマは，‘hecgabfd’，‘ehcgafbd’，‘decgabfh’ などを含むストリングの集合を代表して表すことができるようになる．なお，このスキーマの構成長 (defining length) は ‘cga’ の部分の長さとして定義され，3 となる．このようにして表される部分構造が遺伝的なオペレータによって次の世代に引き継がれるかどうかは，以下のような点に依存する．

- ある世代においてスキーマにマッチするストリングの数 — 数が多いほど，再生のための選択において，スキーマが保存される可能性が高くなる．
- ストリングの適合度 — 適合度が多いほど，再生のための選択において，スキーマが保存される可能性が高くなる．
- スキーマの構成長 — 構成長が長いほど，交叉や突然変異オペレータによりスキーマが破壊される可能性は高くなる．
- コーディングの方法 — 文字列の中で近い位置にある文字と文字が，適合度を優れた値にする上で互いに意味を持ち合うことが重要であり，上記の構成長との関連も深い．
- 遺伝的オペレータの種類や内容 — その操作が優れたスキーマを保存しようとするものであるかどうかという点で重要であり，問題に応じて適切なオペレータを用いる必要がある．

このような文脈において，ストリングに含まれている優れた部分構造は「ビルディングブロック」と呼ばれる．したがって，GA の適用においては，解くべき問題において潜在的に存在するビルディングブロックをコーディングの中にどのように反映させるか，また，そのようなビルディングブロックを都合良く操作できる遺伝的オペレータをどのように構成するか，が重要であると考えられる．

3.2　ハイブリッド化の考え方　前項で述べたビルディングブロック仮説を板取り問題に重ね合わせることにより，以下のことを考えることができる．すなわち，板取り問題においては，スクラップ量の低減に対して意味を持つ配置の部分構造が様々に存在し，それらが都合良く適合し合って全体としての配置を構成することができれば，優れた配置を得ることができるものと考えることができる．図 2は，5節で示す板取り問題におけるビルディングブロックの例を示したものである．図中では ‘親 1’，‘親 2’ と呼ばれる配置を交配することにより，‘子’ と呼ばれる配置が生成されており，子の配置は，例えば，親 1 からは “h と e” からなる部分構造を，また，親 2 からは “j，a，b，d と f” からなる部分構造を，継承しているものとしてとらえることができる．このような部分構造は，上述の GA におけるビルディングブロックに対応させることができるものであり，さらに，複数の部材から構成される部分構造を，部材対の集合としてとらえることにより，それらの列を GA のコーディングにおけるストリングに対応付けることができる．例えば，“j, a, b, d と f” からなる部分構造は，“j と a”，“a と b”，“b と d”，“d と f” の対として表される部材間の隣接関係として分解することができ，さらに，“jabdf” という文字列として表現することができる．なお，以上のような配置構造の表現方法は，単に部材の順序列を表したものではなく，個々の部材対に対して，それらが互いにどのような位置関係にあり，どのような向きで隣接しあっているかなどの位置寸法に関わる情報を含んでいるものとして，考える必要がある．このような点は，従来から GA が適用されている巡回セールスマン問題におけるストリングの表現とは異なる点であり，本研究の特徴でもある．

以上のようにして，複雑な組合せ条件を含み，かつ，2 次元空間における位置情報をも扱う必要のある板取り問題に対して，ストリングを定義し，GA を用いた最適化手法を構築できるようになる．すなわち，部材間の隣接関係のうち意味のあるものを連結し，全体としては 1 次元の列として表現することによりストリングを定義して GA を適用する一方，それによって表現されている隣接関係を拘束条件とした上で，各部材の具体的な位置を数理計画法における極小値探索アルゴリズムにより定めるようにして，ハイブリッド化解法を構成するようにする．

3.3　ハイブリッド化のための問題表現　上述のハイブリッド化手法を実現するためには，前節で示した板取り問題の定式化を再構成する必要がある．以下にその内容を示す．

まず，配置における隣接関係については，

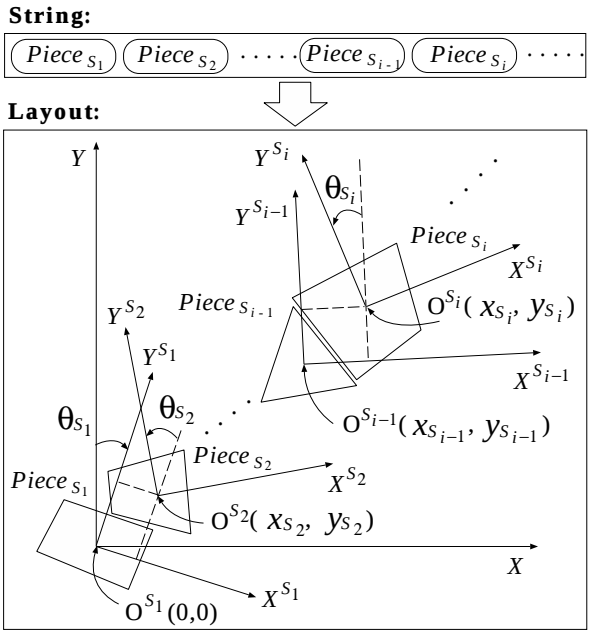

図 3　ハイブリッド化のための配置表現

部材 $_i$ $(i = 1,\cdots,n)$ が，部材 $_{s_1}$，部材 $_{s_2}$，部材 $_{s_3}$，$\cdots$，部材 $_{s_n}$ の順の列として拘束されているものとし，この列を GA におけるストリングとして用いる．ただし，このようなストリングは，上述のように，単に列の順序のみを表現したものとはせず，後述の部材間の相対的な位置関係を含めたものとして取り扱うものとする．

このようなストリングの表現に対応して，ストリングに表現されている部材間の隣接関係を保持するために，極小値探索においては，2節で示した制約条件や目的関数に加えて，以下の目的関数を考慮するようにする．

$$min.\,Dist2 = \sum_{i=1}^{n-1} distance_{s_i,s_{i+1}}{}^2 \tag{5}$$

ここで，$distance_{i,j}$ は，部材 $_i$ と部材 $_j$ との距離である．また，これに対する 2 乗は，式 (4) と次元を合わせるためのものである．

一方，具体的な各部材の位置座標については，図3に示すような方法で，ストリングにおける部材の順序にしたがった相対的な位置関係により，以下のように定義する．まず，個々の部材に対して代表点と代表軸を定め，それぞれの部材に対して代表点を原点，代表軸を y 軸とする局所座標系 O^{s_i}-$X^{s_i}Y^{s_i}$ を定義する．その上で，部材 $_{s_{i-1}}$ の座標系における部材 $_{s_i}$ の代表点の位置を (x_{s_i},y_{s_i})，y 軸の向きの差を θ_{s_i} と定める．なお，ストリングの第 1 番目にある部材については，代表点

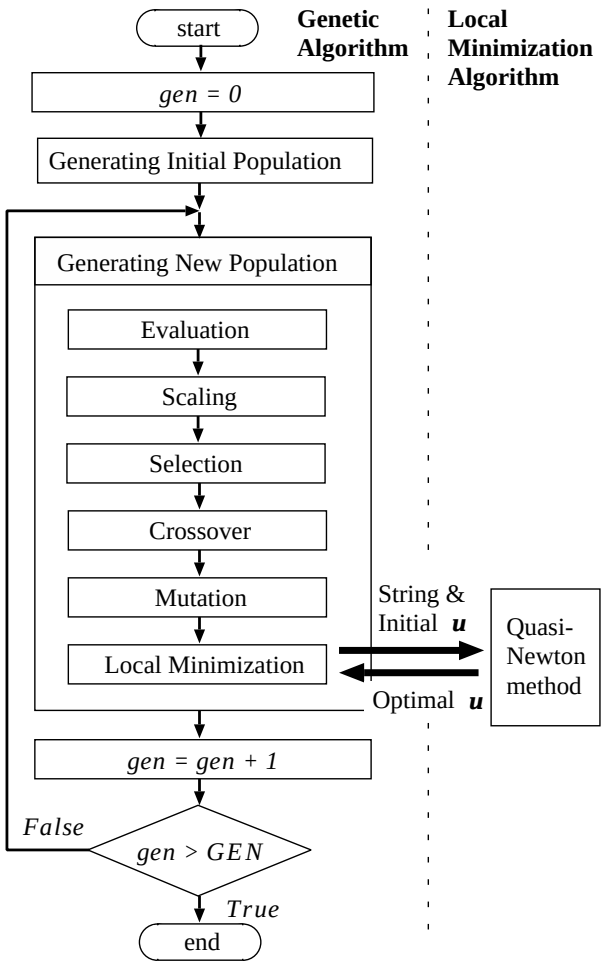

図 4　ハイブリッド化解法の構成

(x_{s_1},y_{s_1}) は絶対座標系 O–XY の原点に一致させ，代表軸の向き θ_{s_1} には絶対座標系の y 軸からの傾きをとるものとする．したがって，極小値探索アルゴリズムにおける設計変数ベクトル u は，

$$u = (\theta_{s_1}, x_{s_2}, y_{s_2}, \theta_{s_2}, \cdots, x_{s_n}, y_{s_n}, \theta_{s_n}) \tag{6}$$

となる．

なお，各部材の代表点は，部材に外接する円群のうち半径が最小となるものの中心をとるものとする．

4　板取り問題に対するハイブリッド化解法

前節の問題表現に基づいたハイブリッド化解法を以下に示す．

4.1　ハイブリッド化解法の構成　本解法の概略を図 4に示す．アルゴリズムは，GA におけるストリングの評価過程に数理計画法による極小値探索のアルゴリズムを組み込んだ形式となっている．すなわち，GA の世代交替の繰り返し過程において，評価・

スケーリング・選択・交叉・突然変異などの操作により求まったストリングと設計変数の初期値に対して，極小値探索のアルゴリズムを適用し，具体的な配置を求めるようにする．

以下に，本解法の各部分について述べる．

4.2 世代交替 GA は，図 4にも示すように，まず，N 個の個体からなる初期世代を形成した上で，ある親世代をもとにして各種の操作を行なっていき，子世代を形成して，そのような一連の操作をある十分な回数に達するまで繰り返していく．

4.3 評価 各個体の配置におけるスクラップ量をもとにして，個体に対する適合度 $f_i\ (i=1,\cdots,N)$ を次式により求める[8]．

$$f_i = \left(\frac{Scrap_{max} - Scrap_i}{Scrap_{max} - Scrap_{min}}\right)^2 \tag{7}$$

ここで，$Scrap_{max}$ と $Scrap_{min}$ はそれぞれ，その世代に含まれる各個体のスクラップ量の最大値と最小値である．なお，上式により各個体に対する評価値を相対的なものに変換することができる．

4.4 スケーリング 次に，次項で述べる選択を効果的に行なうために，式 (7) により得られた適合度に対して，以下の操作を行なう．

- **σ– 切捨て**[2]— f_i の平均値 f_{avg} と標準偏差 σ をもとに $f_i < f_{avg} - c\,\sigma$ なる個体を次項の選択における母集団から除外する．なお，次節の数値計算例では $c = 1.0$ とした．
- **線形スケーリング**[2]— さらに，残った個体の適合度を次式により変換する．

$$f_i' = a\,f_i + b \tag{8}$$

なお，係数 a, b の値は，$f'_{max} = C_{mult}\ f'_{avg}$, $f'_{avg} = f_{avg}$, となるように設定する．また，次節の数値計算例では $C_{mult} = 2.0$ とした．

これらの調整を行なうことにより，個体群の多様性を維持しつつ，望ましい方向へと探索を進めていくことが期待できるようになる．

4.5 選択 続いて，式 (7) と (8) により適合度 f_i' を計算した個体群を母集団として子世代を形成する上で親となる個体対を，必要な数に達するまで，選択する．この場合の戦略には，期待値戦略[2]を用いるものとし，適合度の高さに応じた数の個体が確実に再生されるようにする．加えて，エリート保存戦略[2]を用いることにより，最も適合度の高い個体 (スクラップ量の少ない配置) をコピーし，後述の交叉，突然変異オペレータを作用させることなく，子世代に引き継ぐものとする．

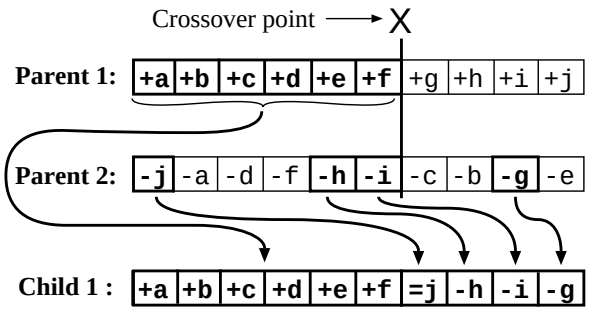

図 5 交叉 — Order Crossover

4.6 交叉 前節の選択により得られた個体対に対して，交叉確率 P_c のもとで，以下に述べる Order Crossover[7]という交叉オペレータを作用させ，新しい個体を作る．

図 5は，ある個体対に対して Order Crossover を行なっている様子を示したものである．以下に，その操作手順を示す．

(1) 選択された対に含まれる個体をそれぞれ，親 1，親 2 とする．
(2) Crossover point をランダムに設定する．
(3) Crossover point から前の部分については，親 1 のストリングにおける部材列をそのまま継承し，後半の部分については，親 1 の前半部に含まれていない部材を親 2 において現れている順序に並べることにより，新しい個体，子 1 を形成する．
(4) 3 の操作を親 1 と親 2 の立場を入れ換えて行なうことにより，子 2 を形成する．

また，部材間の相対的な座標関係については，以下のような方法で親から受け継ぐものとする．

- 基本的には，各部材が保持している直前の部材との相対的な座標関係をそのまま継承する．
- 親のストリングにおいて先頭にあった部材が，子のストリングにおいて他の部材に接続する場合は，その座標関係をランダムに設定する．

なお，図 5において，‘+’, ‘-’, ‘=’ はストリング中の直前の部材との局所的な配置関係をどちらの親から継承したかを示す記号であり，‘+’ は親 1 から継承したことを，‘-’ は親 2 から継承したことを，‘=’ はランダムに設定したことを表している．

以上のような交叉を用いる理由は，特にストリング前半の部分構造が保存されやすいという特徴により，有効な部分列を徐々に成長させることによって，より大きな部分列を形成させることが期待できる点にあ

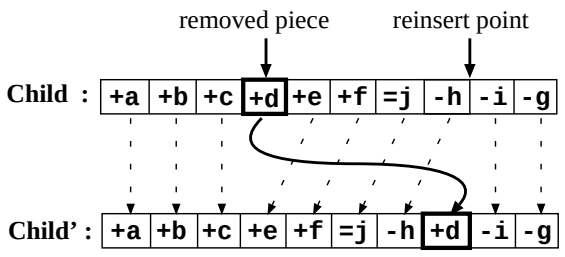

図 6　突然変異 — Remove and Reinsert

る．

なお，後出の数値計算例において示す図 9は，このような交叉オペレータが有効に作用した例である．

4.7　突然変異　さらに各個体に対して，突然変異確率 P_m のもとで， Remove and Reinsert [9]という突然変異オペレータを作用させる．

図 6は，その具体例であり，ストリングの中からランダムに 1 つの部材を選び出し，それを局所的な座標関係ともども別の箇所に挿入するというものである．このような操作の目的は，収束によって多様性が急速に失われることを抑制し，より望ましい解を得られるようにすることにある．

4.8　配置の実現 — 極小値探索の適用 —　以上のようにして求まった各個体のストリングに対して，以下のようにして具体的な配置を定める．つまり，ストリングにおける列として表されている配置の 1 次元構造を式 (5) により拘束条件とし，さらに親世代の個体から引き継いでいる部材間の相対的な位置関係を初期設計変数とした極小値探索を行なう．この場合のアルゴリズムには，準ニュートン法[10]を用いることにする．そこで，問題を無制約極小化問題とするために，以下のように，制約条件などをペナルティ項として目的関数に含め，新たに以下の目的関数を定める．

$$min.\,Obj = Scrap + k_1 \times Dist2 + k_2 \times \delta^2 + k_3 \times Overlap^2 \qquad (9)$$

ここで， k_1, k_2, k_3 は重み付けの係数である．なお，次節で示す数値計算例では， $k_1 = 500, k_2 = k_3 = 1000$ とした．

以上が本解法における各操作の内容であり，それらを数十世代に渡って繰り返すことにより，優れた配置を求めることが本解法の狙いである．

5　数値計算例

以下に， 12 個の凸多角形部材を配置する板取り問題を想定して行なった数値計算の例を示す．なお， GA

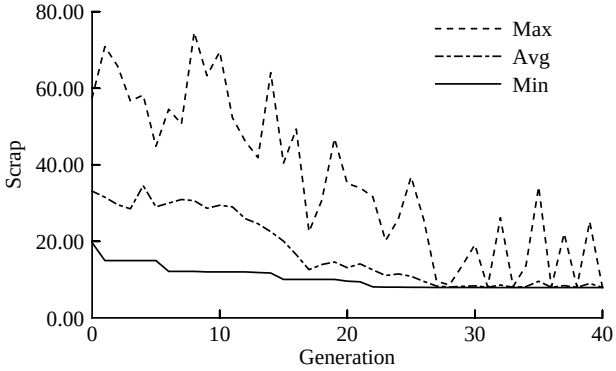

図 7　アルゴリズムの収束過程

に関するパラメータについては，交叉確率 $P_c = 0.6$, 突然変異確率 $P_m = 0.03$，世代に含まれる個体数 $N = 31$ と設定した．しかし，これらの設定や前節で示した各係数の値は，下記のように計算に要する時間が長過ぎるため，十分にチューニングされたものではないことを記しておく．

図 7は，本解法の収束の様子を示したものである．図の縦軸はスクラップ量，横軸は世代であり，図中には各世代に含まれる各個体のスクラップ量の最小値，平均値，最大値の履歴が示されている．図からは，全体が収束していく様子を確認することができる．また，第 28 世代以降では，世代に含まれる個体群の多様性が失われ，収束が進んだことも確認することができる．

図 8は，図 7の過程で得られた各世代における最も望ましい配置の履歴を示したものである．なお，図中のアルファベット記号は各部材に対するインデックスを表している．前述のように，本解法ではエリート保存戦略を用いているため，最も望ましい配置は必ずしもすべての世代で入れ替わるわけではない．この履歴からもわかるように， Order Crossover を用いている主旨に対応して，配置の部分構造を徐々に成長させながら望ましい配置が求まっていく様子を確認することができる．

さらに，図 9は，第 14 世代と第 15 世代との間で行なわれた交叉の一例であり，この操作により第 15 世代での最も優れた配置が生成されている．図にも示すように，第 14 世代における両親のストリングは非常に似たものであるが，実際の配置はそれぞれ異なったものとなっている．両者を交配することにより直ちに得られる配置は，図中左下に示すように，部材間の重なりやオーバーハング量を伴うものであるが，それに対し

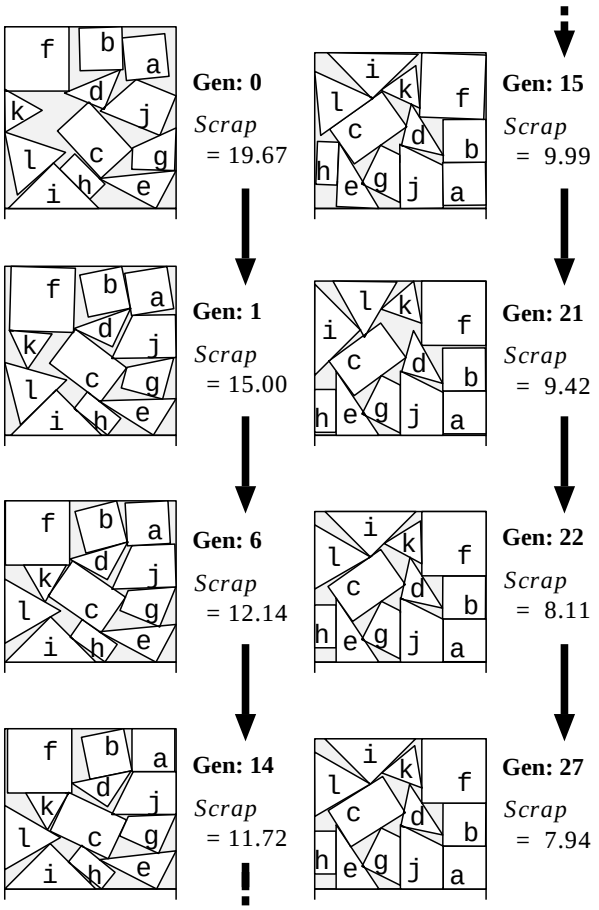

図 8　最良配置の履歴

て極小値探索アルゴリズムを適用することにより，右下に示すような優れた配置が得られている．

なお，図 7に示した 40 世代にわたる計算には， Sun SPARC station 2 (28.5 MIPS, 4.2 Mflops) を用いて約 90 時間を要した．しかし，そのほとんどは式 (1) の部材間の重なりを計算する部分におけるものであると見積もられ，重なりの計算を高速化することができれば，計算時間は大きく改善することができる．

6　結　言

本報では，板取り問題に対して遺伝的アルゴリズム (GA) と極小値探索アルゴリズムのハイブリッド化による解法を提案した．本解法の特徴は，配置における組合せ的な要素を１次元の列として表現しようとする点にあり，それによって本解法のようなハイブリッド化を行なうことが可能となっている．また，数値計算例を通じて，本解法により比較的望ましい配置解が得られることが確認できた．しかし， GA 一般に言えることではあるが，解の善し悪しや収束性が，個体数をはじめとする各種パラメータや交叉や突然変異などのオペレータの種類に依存する[(2)(11)]ため，今後，様々な場合の性能について比較・検討を加えることが必要であると考えられる．

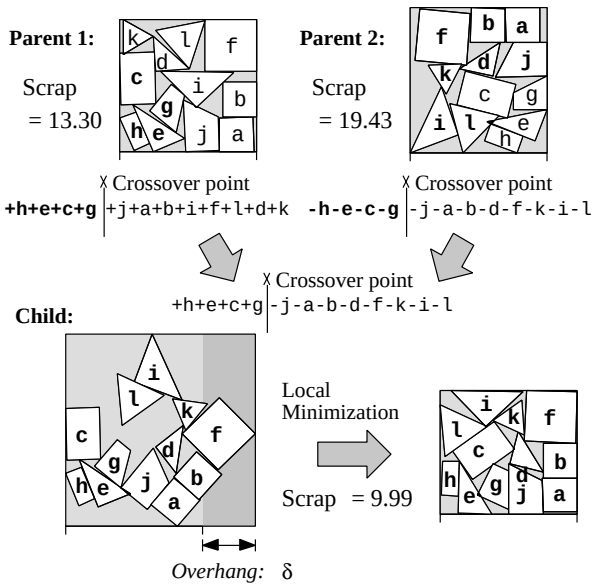

図 9　効果的な交叉の例

文　献

(1) van Laarhoven, P. J. M. and Aarts, E. H. L., *Simulated Annealing: Theory and Applications*, (1987), D. Reidel Publishing.

(2) Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, (1989), Addison-Wesley.

(3) Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, (1992), Springer-Verlag.

(4) Cheok, B. T. and Nee, Y. C., “Algorithms for nesting of ship/offshore structural plates”, *Advances in Design Automation –1991–*, DE-Vol. 32-2, (1991), ASME, 221.

(5) Jain, P., Fenyes, P. and Richter, R., “Optimal blank nesting using simulated annealing”, *Advances in Design Automation –1990–*, DE-Vol. 23-2, (1990), ASME, 109.

(6) Kröger, B., Schwenderling, P. and Vomberger, O., “Parallel Genetic Packing of Rectangles”, *Proc. of Parallel Problem Solving from Nature 1st Workshop*, (1991), Springer-Verlag, 160.

(7) Shahookar, K. and Mazumer, P., “A Genetic Approach to Standard Cell Placement Using Meta-Genetic Parameter Optimization”, *IEEE Trans. on Computer-Aided Design*, **9**-5, (1990), 500.

(8) Rao, S. S., Pan, T. S. and Venkayya, V. B., “Optimal Placement of Actuators in Actively Controlled Structures Using Genetic Algorithms”, *AIAA Journal*, **29**-6, (1991), 942.

(9) Manderick, B., de Weger, M. and Spiessens, P., “The Genetic Algorithm and the Structure of the Fitness Landscape”, *Proc. of 4th International Conference on Genetic Algorithms*, (1992), Morgan Kaufmann, 143.

(10) 茨木・福島, FORTRAN77 最適化プログラミング, (1991), 岩波書店.

(11) Starkweather, T., McDaniel, S., Mathias, K., Whitley, D. and Whitley, C., “A Comparison of Genetic Sequencing Operators”, *Proc. of 4th International Conference on Genetic Algorithms*, (1992), Morgan Kaufmann, 69.