Title	波の中の二次元浮体に働く非線型流体力に関する研究
Author(s)	経塚, 雄策
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/344
rights	
Note	

波の中の二次元浮体に働く非線型流体力に関する研究

昭和58年9月

経　塚　雄　策

波の中の二次元浮体に働く非線型流体力に関する研究

経塚雄策

昭和58年9月

波の中の二次元浮体に働く非線型流体力に関する研究

目次

ページ

緒　論

波浪中を航行する船舶は水から様々な作用を受けており，その流体力を知ることは船舶および乗員の安全を考える上で最も重要なことであろう。船舶の耐航性の分野では古くから幾多の研究者が、波浪中の船体動揺，波浪荷重等の推定について多くの貢献をしてきたが、近年の大型電算機の出現と相まって，精度の高い推定法が線型理論の仮定のもとで確立されるに至った。細長体理論に基づくストリップ法は最も広範囲に使われている標準的な解法であり、実験結果との比較によってその有用性が確かめられている。

一方、大波高・大振幅動揺時の非線型な現象に対するアプローチもいくらかの研究者によってなされてきたが、一般に，問題が複雑となる反面，それによって得られる流体力は線型理論による結果からそれほどかけ離れていないことなどからあまり重要視されていなかった。しかしながら，波浪中の漂流力や係留浮体の長周期左右揺・不安定左右揺，あるいはパラメトリック横揺などの現象解明には不可欠と言わざるを得ない。

Kochinが与えた2次元・3次元の動揺物体に働く定常

力の公式は、彼のH関数を使った大変整った表式となっている。(Wehausen-Laitone[1]*)

また、丸尾[2]が与えた漂流力の公式はそれが線型理論で求まる反射波係数を使って簡単に表現できるという点で、非線型性を意識しないで有用されている。

さらに、Ogilvie[3] は2次元没水円柱に働く垂直方向の定常力を摂動法によって解いており、興味ある結果を示した。

しかしながら、これらの定常力は摂動法でいう2次の流体力の一部であり、実際には同じオーダの変動力成分も存在しているが、それらも含めて扱った過去の理論研究を列挙すると

Lee[4] と Parisis[5] は独立に、水面で上下揺する2次元柱体に働く流体力を摂動法によって定式化し、2次までの流体力を厳密に求めた。 Potash[6] はLee等の方法を任意形状の2次元柱体と左右揺，横揺およびそれらの連成運動の場合に拡張した。 Söding[7] は散乱問題を含むすべての問題についての定式化と解法上の便利な関係式を与えた。 増本[8] はUrsell-田才法によって波浪中で動揺する浮体に働く2次の流体力の計算結果

---

* [ ]の数字は巻末に記載する参考文献の番号を示す。

を示し、Papanikolaou と Nowacki [9] は同じ問題をグリーン関数法によって解いた。

上記の研究者達が用いた理論を要約すると以下のようになる。

(1) 自由表面条件，物体表面条件が境界の変位を考慮して与えられる。

(2) 圧力はベルヌーイの式の速度２乗項まで考慮される。

(3) 物体に働く流体力は、移動位置の圧力とその時の没水状態を考慮して積分される。

(4) すべての量を適当な微小パラメータのべきで展開し、自由表面や物体表面で与えられる境界条件はそれらの平均位置での値で表現される。

これらの理論における２次の境界値問題の実際的な解法上の難点は、従来の解法では自由表面上で与えられる境界条件の取扱いが面倒である点にある。 すなわち、物体表面上で与えられる線型解を使って自由表面上のポテンシャルおよびその２回までの微係数を求め，次にそれらが物体に与える影響を自由表面上の積分で求めなければならない。

以上の研究の他に、Kim[10] や山下[11]は静水中で上下揺する二次元柱体に働く高次流体力を近似的に計算する方法を提案している。山下は、自由表面条件は線型化するが、物体表面条件と浸水面の変化については厳密に満足させるという方法で3次までの流体力を求め、実験結果と良い一致をみた。

その他、Faltinsen[12], Nicholas と Hirt[13], Vinje と Brevig[14] 等は同じ問題を初期値問題として扱い，自由表面や浮体の変位を時々刻々計算するという、まさに非線型な問題を解く方法を提案している。これらの方法は数値シミュレーションと呼ぶべきもので、過渡現象を含めて計算できるので大変魅力的であるが、そのためには莫大な計算時間を要し、かつ得られた時系列をどのように評価するのかなど今後の問題も多いように思われる。

一方、実験的に非線型流体力を扱った報告は、漂流力に関するものを除くとそれほど多くない。田才と小寺山[15, 16]は水面で上下揺する種々の二次元柱体に働く流体力を計測し、Lee[4], Parisis[5], Potash[6]等の計算と比較して良い一致をみた。山下[11]は同様に

上下揺する楔状柱体の実験結果を示している。

それらの実験結果は概略理論計算が妥当なものであることを裏付けているように思われるが、他の問題、特に波の中の浮体が受ける流体力については、わからない。

以上の背景の下に本論文では、正則摂動法に基づいて二次元浮体に働く二次までの流体力について、数値計算法の簡単化を計るとともに、放射問題および散乱問題の実験を行い理論の検証あるいは問題点について調べる目的で行われた研究をまとめたものである。

第1章では、数学モデルの基本的な仮定について述べ、正則摂動法による定式化を行う。 1次と2次の速度ポテンシャルに対する境界値問題を導くとともに、それらの解を使って圧力および流体力の表式を求める。 最後に、波浪中の浮体の2次までの運動方程式を導く。

第2章では、第1章で導かれた境界値問題の解法について述べ、その問題点について考察する。 また、具体的な数値計算結果を示し、その精度について論ずる。

第3章では、実験方法とその結果を示し、理論計算結果と比較・考察を行う。

まとめとして、以上の研究で得られた結論とともに今後の研究に対する問題点などについて述べる。

また、付録1には本論では述べなかった二次元物体の流体力計算法に関するいくつかの知見を述べ，線型流体力に関する重要な公式を示す。 付録2には、積分定理を使って非線型流体力を計算する場合の定式化と実際的な数値計算における見通しについて述べる。 付録3，4は、本論中の具体的な計算の補遺と数値計算で使用した公式などについて述べる。

第1章　波の中の2次元浮体に働く流体力

第1.1節　座標系と定式化

Fig. 1に示される座標系において波の中で動揺する浮体を考える。　ここで、右手系空間固定座標を $O\text{-}xy$ とし、y 軸は垂直下向き、x 軸は静止水面上にとる。　また、浮体に固定された座標を $\bar{O}\text{-}\bar{x}\bar{y}$ とし，浮体静止位置では $O\text{-}xy$ に一致するものとする。　入射波は x 軸正方向からくるものとし、浮体は O 点のまわりで左右揺 $X_1(t)$，上下揺 $X_2(t)$，横揺 $X_3(t)$ するものとする。この時、実際には漂流力が働いて浮体は時間とともに波の進行方向へ流されることになるが、今は漂流力を打消す外力が常に作用しているものと仮定すれば、2つの座標系の幾何学的関係は

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= \bar{x}\cos X_3(t) - \bar{y}\sin X_3(t) + X_1(t) \\ y(t) &= \bar{y}\cos X_3(t) + \bar{x}\sin X_3(t) + X_2(t) \end{aligned}\right\} \qquad (1.1)$$

で与えられる。

次に、流体は理想流体（非粘性，非圧縮）とし、非回

転であるものと仮定する。従って、この場合にはラプラスの微分方程式を満足する速度ポテンシャルが存在し、以下の条件式を満たさねばならない。

$$[L] \quad \nabla^2 \Phi(x,y,t) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi(x,y,t) = 0 \qquad (1.2)$$

圧力はベルヌーイの式から

$$P(x,y,t) = -\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi - \frac{1}{2}\rho(\nabla\Phi)^2 + \rho g y + P_0 , \qquad (1.3)$$

ただし　ρ : 流体の密度

g : 重力加速度

P_0 : 積分定数

で与えられるが、自由表面の方程式を

$$y = \eta(x,t) \qquad (1.4)$$

とすれば、その上では常に等圧面でなければならないから

$$\frac{D}{Dt}P(x,\eta,t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Phi_x\frac{\partial}{\partial x} + \Phi_y\frac{\partial}{\partial y}\right)P(x,\eta,t) = 0 , \qquad (1.5)$$

ただし、下添字 t, x, y はそれぞれでの偏微分の意

従って、自由表面上での条件は

$$[F] \quad \Phi_{tt} - g\Phi_y + 2\nabla\Phi\nabla\Phi_t + \frac{1}{2}\nabla\Phi(\nabla\Phi\nabla\Phi) = 0$$
$$\text{on} \quad y = \eta(x,t), \quad (1.6)$$

次に、物体表面を表す方程式を

$$C(x,y,t) = C_0(\bar{x},\bar{y}) = 0 \qquad (1.7)$$

とすると、その上では流体は物体内部に流れ込まないという条件から

$$[H] \quad \Phi_n(x,y,t) = V_n$$
$$= \frac{\partial x}{\partial n}\cdot\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial n}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}, \quad \text{on } C \qquad (1.8)$$

ただし、nは物体表面上の単位法線で流体内部に向うものを正とする。

また、水底では、その方程式を $y = h(x)$ とすると

$$[B] \quad \Phi_n(x,h,t) = 0, \qquad (1.9)$$

無限水深では

$$[B'] \quad \lim_{y\to\infty} \Phi_y(x,y,t) = 0 \qquad (1.9')$$

最後に、無限遠方では入射波を除いたポテンシャルは発散波になるという放射条件から

$$
[\mathrm{R}]\quad \left.\begin{aligned}
&\left\{\frac{\partial}{\partial t}+c\frac{\partial}{\partial x}\right\}\left\{\Phi-\Phi_0\right\}=0\ ,\quad \text{as}\quad x\to+\infty\\
&\left\{\frac{\partial}{\partial t}-c\frac{\partial}{\partial x}\right\}\left\{\Phi-\Phi_0\right\}=0\ ,\quad \text{as}\quad x\to-\infty
\end{aligned}\right\}\quad (1.10)
$$

ただし　C ：波速

Φ_0 ：入射波ポテンシャル

が課せられる。

第1.2節　正則摂動法による展開と境界値問題

前節で定式化された問題は境界が時間とともに移動し、かつ非線型項を含んでいるので、そのままの形で解くことは一般に難しい。　そこで、本節では入射波高およびそれによる浮体の動揺は微小であると仮定して、速度ポテンシャルを次式のように摂動パラメータ, ε のべきに展開することにする。

$$
\Phi(x,y,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon^n\Phi^{(n)}(x,y,t)\qquad(1.11)
$$

ただし　$\varepsilon=a_w/b$,

a_w ：入射波振幅 ， b ：浮体半幅

同様にして自由表面の変位についても

$$\eta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \eta^{(n)}(x,t) \tag{1.12}$$

のように展開し、かつ自由表面上の速度ポテンシャルを静止水面上のまわりにテイラー展開すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \Phi(x,\eta,t) = \varepsilon \Phi^{(1)}(x,0,t) + \varepsilon^2 \left\{ \eta^{(1)} \Phi_y^{(1)}(x,0,t) + \Phi^{(2)}(x,0,t) \right\} \\ + O(\varepsilon^3) \quad , \end{aligned} \tag{1.13}$$

(1.13)式を(1.6)式に代入し、εのべきごとに整理すれば、ε^2までの項は

$$\left.\begin{aligned} [F] \quad \varepsilon: \quad & \Phi_{tt}^{(1)} - g\Phi_y^{(1)} = 0 \\ \varepsilon^2: \quad & \Phi_{tt}^{(2)} - g\Phi_y^{(2)} = -2\left(\Phi_x^{(1)}\Phi_{xt}^{(1)} + \Phi_y^{(1)}\Phi_{yt}^{(1)}\right) \\ & \qquad + \Phi_t^{(1)}\left(\Phi_{yy}^{(1)} - \frac{1}{g}\Phi_{tty}^{(1)}\right) \end{aligned}\right\} \tag{1.14}$$

となる。

次に、浮体の動揺についても同様にεで展開できると仮定すれば

$$X_j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n X_j^{(n)}(t) \quad , \quad (j = 1,2,3) \tag{1.15}$$

従って、(1.15)式を(1.1)式に代入すれば

$$
\left.\begin{aligned}
x-\bar{x} &= \varepsilon(X_1^{(1)}-\bar{y}X_3^{(1)})+\varepsilon^2(X_1^{(2)}-\bar{y}X_3^{(2)}-\tfrac{1}{2}\bar{x}X_3^{(1)2})+O(\varepsilon^3)\\
y-\bar{y} &= \varepsilon(X_2^{(1)}+\bar{x}X_3^{(1)})+\varepsilon^2(X_2^{(2)}+\bar{x}X_3^{(2)}-\tfrac{1}{2}\bar{y}X_3^{(1)2})+O(\varepsilon^3)
\end{aligned}\right\} \quad (1.16)
$$

となる。　これを使って、(1.8) 式を浮体の平均位置(静止位置)のまわりにテイラー展開すれば

$$
\left.\begin{aligned}
\Phi(x,y,t) &= \varepsilon\Phi^{(1)}(\bar{x},\bar{y},t)+\varepsilon(x-\bar{x})\Phi_x^{(1)}+\varepsilon(y-\bar{y})\Phi_y^{(1)}\\
&\quad+\varepsilon^2\Phi^{(2)}(\bar{x},\bar{y},t)+O(\varepsilon^3)\\
\Phi_n(x,y,t) &= \varepsilon\Phi_n^{(1)}(\bar{x},\bar{y},t)+\varepsilon\frac{\partial}{\partial n}\left\{(x-\bar{x})\Phi_x^{(1)}+(y-\bar{y})\Phi_y^{(1)}\right\}\\
&\quad+\varepsilon^2\Phi_n^{(2)}(\bar{x},\bar{y},t)+O(\varepsilon^3)
\end{aligned}\right\} \quad (1.17)
$$

また，(1.8) 式の右辺は

$$
\begin{aligned}
V_n &= \frac{\partial x}{\partial n}\cdot\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial y}{\partial n}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}\\
&= \left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial n}-\varepsilon X_3^{(1)}\frac{\partial\bar{y}}{\partial n}\right)\left\{\varepsilon(\dot{X}_1^{(1)}-\bar{y}\dot{X}_3^{(1)})+\varepsilon^2(\dot{X}_1^{(2)}-\bar{y}\dot{X}_3^{(2)}-\tfrac{1}{2}\bar{x}\dot{X}_3^{(1)2})\right\}\\
&\quad+\left(\frac{\partial\bar{y}}{\partial n}+\varepsilon X_3^{(1)}\frac{\partial\bar{x}}{\partial n}\right)\left\{\varepsilon(\dot{X}_2^{(1)}+\bar{x}\dot{X}_3^{(1)})+\varepsilon^2(\dot{X}_2^{(2)}+\bar{x}\dot{X}_3^{(2)}-\tfrac{1}{2}\bar{y}\dot{X}_3^{(1)2})\right\}\\
&\quad+O(\varepsilon^3)\,, \qquad (1.18)
\end{aligned}
$$

ただし　$\dot{X}_j = \frac{\partial}{\partial t}X_j$　,　$(j=1,2,3)$

となるが

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial n}\bar{x} &= \frac{\partial}{\partial s}\bar{y} = \bar{y}'\\
\frac{\partial}{\partial n}\bar{y} &= -\frac{\partial}{\partial s}\bar{x} = -\bar{x}'
\end{aligned}\right\} \qquad (1.19)
$$

ただし、肩符(′)はSについての微分の意

なる関係を使って、(1.17),(1.18)式を物体表面上の接線と法線方向の成分で表現し、εのべきごとに整理すれば次式を得る。[7]

$$
[\mathrm{H}]\quad \left.\begin{aligned}
&\varepsilon: && \Phi_n^{(1)} = f_t^{(1)} \\
&\varepsilon^2: && \Phi_n^{(2)} = f_t^{(2)} + X_3^{(1)}(C_t^{(1)} - \Phi_s^{(1)}) - f^{(1)}\Phi_{nn}^{(1)} - d^{(1)}\Phi_{sn}^{(1)}
\end{aligned}\right\} \mathrm{on}\, C_0 \tag{1.20}
$$

ただし $a = \bar{x}\bar{x}' + \bar{y}\bar{y}'$

$b = \bar{x}\bar{y}' - \bar{x}'\bar{y}$

$$
\left.\begin{aligned}
C^{(n)} &= \bar{x}' X_1^{(n)} + \bar{y}' X_2^{(n)} \\
d^{(n)} &= C^{(n)} + b X_3^{(n)} \\
h^{(n)} &= \bar{y}' X_1^{(n)} - \bar{x}' X_2^{(n)} \\
f^{(n)} &= h^{(n)} - a X_3^{(n)}
\end{aligned}\right\} \quad (n = 1, 2)
$$

(1·20)式の演算では、次の関係式に注意する。

$$
\left.\begin{aligned}
\Phi_{nn}^{(1)} &= -\Phi_{ss}^{(1)} - \frac{1}{\rho}\Phi_n^{(1)} \\
\Phi_{sn}^{(1)} &= \Phi_{ns}^{(1)} - \frac{1}{\rho}\Phi_s^{(1)}
\end{aligned}\right\} \tag{1.21}
$$

ただし $\dfrac{1}{\rho} = \bar{x}'\bar{y}'' - \bar{y}'\bar{x}''$,　ρ：物体表面の曲率半径

従って，(1.20)，(1.21)式から，$\Phi^{(2)}$ の物体表面条件は $\Phi^{(1)}$ の分布がわかれば求めることができる。

次に、規則波中での浮体の動揺を考え、過渡的な応答が十分減衰し定常周期運動をしている場合を考える。このとき、現象はすべて定常周期であるから、諸量は入射波の周期を基本周期とするフーリエ級数に展開できる。

速度ポテンシャルの展開式は、一般に複素数ポテンシャル ${}_m\varphi^{(n)}$ を使って

$$\Phi(x,y,t)=R_e\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^n\,{}_m\varphi^{(n)}e^{im\omega t}\right\} \tag{1.22}$$

となるが、ε^2までの展開式はLee[4]によって

$$\Phi(x,y,t)=R_e\left\{\varepsilon\varphi^{(1)}(x,y)e^{i\omega t}+\varepsilon^2\left({}_0\varphi^{(2)}+{}_2\varphi^{(2)}e^{2i\omega t}\right)\right\}+O(\varepsilon^3) \tag{1.23}$$

とすればよいことがわかっている。 さらに、${}_0\varphi^{(2)}$は流体の質量移動に関係する項で、浮体に働く圧力および流体力には無関係であることも証明されているので本論文では考えないことにする。 また、記述の簡単化のために以下の議論では、諸量を複素数表示することにする。

まず、(1.23) 式の展開を使えば、入射波を除いたポテンシャルは無限遠方では

$$(\varphi^{(n)} - \varphi_0^{(n)})e^{in\omega t} \sim A^{\pm}_{(y)} e^{\mp iK_n x + in\omega t} \quad , (x \to \pm\infty) \tag{1.24}$$

と表される。　この時、位相速度は

$$C = \mp \frac{n\omega}{K_n} \quad , \quad for \quad x \gtrless 0$$

従って、(1.10)式の放射条件は

$$[R] \quad \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \pm iK_n \right\} \left\{ \varphi^{(n)}_{(x,y)} - \varphi_0^{(n)} \right\} = 0 \quad , \quad as \quad x \to \pm\infty \tag{1.25}$$

ただし、K_n は次の分散方程式を満足する波数

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{g}(n\omega)^2 &= K_n \tanh(K_n h) \quad , \quad y = h \quad ; \text{水底} \\ &= K_n \quad , \quad y \to \infty \end{aligned}\right\} \tag{1.26}$$

次に、入射波のポテンシャルについては、有限水深のとき.

$$\Phi_0(x,y,t) = R_e\left\{ \varepsilon \varphi_0^{(1)} e^{i\omega t} + \varepsilon^2 \varphi_0^{(2)} e^{2i\omega t} \right\} + O(\varepsilon^3) \quad , \tag{1.27}$$

ただし

$$\varepsilon \varphi_0^{(1)} = \frac{i g a_w}{\omega} \frac{\cosh K(y-h)}{\cosh Kh} e^{iKx}$$

$$\varepsilon^2 \varphi_0^{(2)} = \frac{i 3\omega a_w^2}{8} \cdot \frac{\cosh 2K(y-h)}{\sinh^4 Kh} \cdot e^{i2Kx}$$

a_w ： 入射波振幅

で与えられるが、$\varphi_0^{(1)}$, $\varphi_0^{(2)}$ はともに次の分散の方程式を満たさねばならない。($\varphi_0^{(2)}$ は自由波ポテンシャルではないことに注意)

$$\frac{\omega^2}{g} = K\tanh(Kh) \quad , \tag{1.28}$$

水深無限大のときは、$h\to\infty$ とおくと

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon\varphi_0^{(1)} &= \frac{iga_w}{\omega}e^{-Ky+iKx} \\ \varepsilon^2\varphi_0^{(2)} &= 0 \\ \frac{\omega^2}{g} &= K \end{aligned}\right\} \tag{1.29}$$

となり、ε^2 までの近似では線型理論と同じポテンシャルを考えれば良いことになる。 なお、このときの水面変位については

$$\left.\begin{aligned} \eta_0(x,t) &= R_e\left\{\varepsilon\eta_0^{(1)}e^{i\omega t} + \varepsilon^2\eta_0^{(2)}e^{i2\omega t}\right\} + O(\varepsilon^3) \\ \varepsilon\eta_0^{(1)} &= -a_w e^{iKx} \\ \varepsilon^2\eta_0^{(2)} &= -\frac{K}{2}a_w^2 e^{i2Kx} \end{aligned}\right\} \tag{1.30}$$

となり、2次まで考えた影響が現れている。

(1.27)式にみるように、水深有限の場合には入射波ポテンシャルに2次の項が存在し、それによる流体力は線

型理論的に働くと考えられる。 Chakrabarti[17], Raman et al.[18], Molin[19]などは有限水深中の垂直円柱に働く波強制力について2次までの計算を行っているが、それらの結果は流体力の総和量のみを示しているので、2次の流体力、とりわけ1次ポテンシャルの2乗から生ずる2次の流体力については詳しいことがわからない。

本研究では、無限水深の問題を考え入射波ポテンシャルとしては(1.29)式を使うものとする。 この場合には、1次ポテンシャルの2乗によって生ずる2次の流体力のみを評価できるので、その性質を把握する上でより直接的であると言えよう。

上記の仮定の下で定式化された規則波中の2次元浮体の問題は以下の境界値問題を解くことに帰着する。

1次の問題

$$
\left.
\begin{array}{lll}
[\mathrm{L}] & \nabla^2 \varphi^{(1)}(x,y) = 0 & \\
[\mathrm{F}] & \left\{K + \frac{\partial}{\partial y}\right\} \varphi^{(1)}(x,0) = 0 & \\
[\mathrm{H}] & \varphi_n^{(1)} = i\omega \xi^{(1)} & \text{on } C_0 \\
[\mathrm{B}] & \varphi_y^{(1)}(x,\infty) = 0 & \\
[\mathrm{R}] & \left\{\frac{\partial}{\partial x} \pm iK\right\}\left\{\varphi^{(1)}(\pm\infty, y) - \varphi_0^{(1)}\right\} = 0 &
\end{array}
\right\} \quad (1.31)
$$

ただし

$$K=\frac{\omega^2}{g}=\frac{2\pi}{\lambda}\quad,\quad \lambda:波長$$

2次の問題（簡単のため $_2\varphi^{(2)}$ を $\varphi^{(2)}$ と記す）

$$\left.\begin{array}{lll}
[L] & \nabla^2\varphi^{(2)}(x,y)=0 & \\
[F] & \left\{4K+\frac{\partial}{\partial y}\right\}\varphi^{(2)}(x,0)=Q(x) & \\
[H] & \varphi_n^{(2)}=H^{(2)} & \text{on } C_0\\
[B] & \varphi_y^{(2)}(x,\infty)=0 & \\
[R] & \left\{\frac{\partial}{\partial x}\pm i4K\right\}\left\{\varphi^{(2)}(\pm\infty,y)-\varphi_0^{(2)}\right\}=0 &
\end{array}\right\}\qquad(1.32)$$

ただし

$$Q(x)=\frac{i\omega}{2g}\left\{2(\nabla\varphi^{(1)})^2-\varphi^{(1)}(\varphi_{yy}^{(1)}+K\varphi_y^{(1)})\right\}$$

$$H^{(2)}=f_t^{(2)}+\frac{1}{2}\left(X_3^{(1)}C_t^{(1)}-X_3^{(1)}\varphi_s^{(1)}-f^{(1)}\varphi_{nn}^{(1)}-d^{(1)}\varphi_{sn}^{(1)}\right)$$

第1.3節　圧力，流体力およびモーメント

(1.31)，(1.32) 式の境界値問題を解けば $\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(2)}$ の分布が求まり、(1.3) 式によって圧力を求めることができる。

(1.23) 式に対応して、浮体動揺，圧力および流体力を

$$
\left.\begin{aligned}
X_j(t) &= Re\{\varepsilon X_j^{(1)} e^{i\omega t} + \varepsilon^2 X_j^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \\
P - P_0 &= Re\{p^{(0)} + \varepsilon p^{(1)} e^{i\omega t} + \varepsilon^2 p^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \\
F_j(t) &= Re\{F_j^{(0)} + \varepsilon F_j^{(1)} e^{i\omega t} + \varepsilon^2 F_j^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned}\right\} \quad (1.33)
$$

のように展開すれば、(1.3), (1.16), (1.17) 式によって

$$
\left.\begin{aligned}
p^{(0)} &= \rho g \bar{y} \\
p^{(1)} &= \rho g (X_2^{(1)} + \bar{x} X_3^{(1)}) - \rho \varphi_t^{(1)} \\
p^{(2)} &= \rho g (X_2^{(2)} + \bar{x} X_3^{(2)} - \frac{1}{2} \bar{y} X_3^{(1)2}) - \rho \varphi_t^{(2)} \\
&\quad - \frac{\rho}{2}(\nabla \varphi^{(1)})^2 - \rho\{(x - \bar{x})\varphi_{tx}^{(1)} + (y - \bar{y})\varphi_{ty}^{(1)}\}
\end{aligned}\right\} \quad (1.34)
$$

ただし、$p^{(0)}$ は静水圧，$p^{(1)}$ は1次の動圧，$p^{(2)}$ は2次の圧力である。

一般に、α, β を複素数とし、その複素共役値を α^*, β^* のように表せば

$$
\begin{aligned}
Re\{\alpha e^{i\omega t}\} \cdot Re\{\beta e^{i\omega t}\} &= \frac{1}{4}\{\alpha e^{i\omega t} + \alpha^* e^{-i\omega t}\}\{\beta e^{i\omega t} + \beta^* e^{-i\omega t}\} \\
&= \frac{1}{4}\{\alpha\beta^* + \alpha^*\beta + \alpha\beta e^{i2\omega t} + \alpha^*\beta^* e^{-i2\omega t}\} \\
&= \frac{1}{2} Re\{\alpha\beta^* + \alpha\beta e^{i2\omega t}\}
\end{aligned}
$$

となるので (1.33) 式における2次の量は

$$
\left.\begin{aligned}
X_j^{(2)} &= {}_0X_j^{(2)} + {}_2X_j^{(2)} e^{i2\omega t} \\
p^{(2)} &= {}_0p^{(2)} + {}_2p^{(2)} e^{i2\omega t} \\
F_j^{(2)} &= {}_0F_j^{(2)} + {}_2F_j^{(2)} e^{i2\omega t}
\end{aligned}\right\} \tag{1.35}
$$

となり

$$
\left.\begin{aligned}
{}_0P^{(2)} &= \rho g\left({}_0X_2^{(2)} + \bar{x}\,{}_0X_3^{(2)} - \frac{1}{4}\bar{y}\,X_3^{(1)}X_3^{(1)*}\right) \\
&\quad - \frac{\rho}{4}\left(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)*}\right) - \frac{\rho}{2}\left\{(x-\bar{x})\varphi_{tx}^{(1)*} + (y-\bar{y})\varphi_{ty}^{(1)*}\right\} \\
{}_2P^{(2)} &= \rho g\left({}_2X_2^{(2)} + \bar{x}\,{}_2X_3^{(2)} - \frac{1}{4}\bar{y}\,X_3^{(1)2}\right) - \rho\varphi_t^{(2)} \\
&\quad - \frac{\rho}{4}\left(\nabla\varphi^{(1)}\right)^2 - \frac{\rho}{2}\left\{(x-\bar{x})\varphi_{tx}^{(1)} + (y-\bar{y})\varphi_{ty}^{(1)}\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{1.36}
$$

で与えられる。

(1.36)式では、(1.20)式と同様に，物体表面上の接線と法線の表現をすれば

$$
\left.\begin{aligned}
\left(\nabla\varphi^{(1)}\right)^2 &= \left(\varphi_n^{(1)}\right)^2 + \left(\varphi_s^{(1)}\right)^2 \\
&= f_t^{(1)2} + \varphi_s^{(1)2} \\
(x-\bar{x})\varphi_x^{(1)} + (y-\bar{y})\varphi_y^{(1)} &= f^{(1)}\varphi_n^{(1)} + d^{(1)}\varphi_s^{(1)} \\
&= f^{(1)}f_t^{(1)} + d^{(1)}\varphi_s^{(1)}
\end{aligned}\right\} \tag{1.37}
$$

となって演算が簡単化できる。

次に、流体力については物体まわりの圧力を表面に沿って積分すれば求められるが、そのとき、物体表面上の

法線と浸水面積は時間とともに変化するので，それを考慮しなければならない。

$$F_j(t) = -\int_{C(t)} (P - P_0)\frac{\partial}{\partial n}x_j(t)\cdot ds \quad ,(j=1,2,3) \qquad (1.38)$$

ただし　$C(t) = C_0 - \Delta C(t)$　：浸水面積

のように与えられるが、$\Delta C(t)$ は $\bar{y}=0$ の点から自由表面までのガース長さであるから、(1.12) 式と (1.16) 式によって ε で展開できると考えられる。

$$\begin{aligned}\Delta C(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n r^{(n)}_{(\pm)} \\ &= \varepsilon\left\{X_2^{(1)} \pm b X_3^{(1)} - \frac{i\omega}{g}\varphi^{(1)}(\pm b, 0)\right\}e^{i\omega t} + O(\varepsilon^2)\end{aligned} \qquad (1.39)$$

また，物体表面上の法線についても (1.16) 式から

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial n}x_1 &= \frac{\partial}{\partial n}x \\ &= \frac{\partial}{\partial n}\bar{x} - \varepsilon X_3^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\bar{y} - \varepsilon^2\left(X_3^{(2)}\frac{\partial \bar{y}}{\partial n} + \frac{1}{2}X_3^{(1)2}\frac{\partial \bar{x}}{\partial n}\right) + O(\varepsilon^3) \\ &= \bar{y}' + \varepsilon X_3^{(1)}\bar{x}' + \varepsilon^2\left(X_3^{(2)}\bar{x}' - \frac{1}{2}X_3^{(1)2}\bar{y}'\right) + O(\varepsilon^3) \\ \frac{\partial}{\partial n}x_2 &= \frac{\partial}{\partial n}\bar{y} + \varepsilon X_3^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\bar{x} + \varepsilon^2\left(X_3^{(2)}\frac{\partial \bar{x}}{\partial n} - \frac{1}{2}X_3^{(1)2}\frac{\partial \bar{y}}{\partial n}\right) + O(\varepsilon^3) \\ &= -\bar{x}' + \varepsilon X_3^{(1)}\bar{y}' + \varepsilon^2\left(X_3^{(2)}\bar{y}' + \frac{1}{2}X_3^{(1)2}\bar{x}'\right) + O(\varepsilon^3) \\ \frac{\partial}{\partial n}x_3 &= x\frac{\partial y}{\partial n} - y\frac{\partial x}{\partial n} \\ &= -a - \varepsilon C^{(1)} - \varepsilon^2\left(C^{(2)} - h^{(1)}X_3^{(1)}\right) + O(\varepsilon^3)\end{aligned}\right\} \qquad (1.40)$$

ただし　$a = \bar{x}\bar{x}' + \bar{y}\bar{y}'$,

$$\left.\begin{aligned} C^{(n)} &= \bar{x}' X_1^{(n)} + \bar{y}' X_2^{(n)} \\ h^{(n)} &= \bar{y}' X_1^{(n)} + \bar{x}' X_2^{(n)} \end{aligned}\right\} \quad (n = 1, 2)$$

のように展開できる。

従って、(1.39), (1.40) 式を (1.38) 式に代入し ε のべきごとに整理すれば、ε のべきごとの流体力を求めることができる。

ここで、浸水面積の変化による項について考えると

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \int_{C(t)} (P - P_0) \begin{Bmatrix} -\bar{y}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{x}' - \varepsilon^2 (X_3^{(2)} \bar{x}' - \frac{1}{2} X_3^{(1)2} \bar{y}') \\ \bar{x}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{y}' - \varepsilon^2 (X_3^{(2)} \bar{y}' + \frac{1}{2} X_3^{(1)2} \bar{x}') \\ a + \varepsilon C^{(1)} + \varepsilon^2 (C^{(2)} - h^{(1)} X_3^{(1)}) \end{Bmatrix} ds + O(\varepsilon^3)$$

$$= \int_{C_0} (P - P_0) \begin{Bmatrix} 〃 \\ 〃 \\ 〃 \end{Bmatrix} ds - \int_{\Delta C(t)} (P - P_0) \begin{Bmatrix} -\bar{y}' \\ \bar{x}' \\ a \end{Bmatrix} ds + O(\varepsilon^3) \tag{1.41}$$

のように分離して考えることができる。(1.41) 式の右辺第2項が浸水面積変化による影響を表している。これは1次の項は0であり、初項が2次である。それを

$$\varepsilon^2 F_j^{(2)}(4) = - \int_{\Delta C(t)} (P - P_0) \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds \tag{1.42}$$

と記すことにするとSに関する積分は、物体表面上の自由表面に近い部分だけについて行えば良いことになる。その様子を Fig. 1.2 に示してあるが、浮体の舷側が鉛直と微小角 $\alpha^{\pm}$ をなしているとすれば、水面付近では

$$\frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j\Big|_{(\pm b,0)} ds = \begin{Bmatrix} \bar{y}' \\ -\bar{x}' \\ -a \end{Bmatrix}_{(\pm b,0)} ds = \begin{Bmatrix} 1 \\ -d\bar{x}/d\bar{y} \\ -\bar{x}\cdot d\bar{x}/d\bar{y} \end{Bmatrix}_{(\pm b,0)} d\bar{y} = d\bar{y}\begin{Bmatrix} 1 \\ \pm\tan\alpha^{\pm} \\ b\tan\alpha^{\pm} \end{Bmatrix} \tag{1.43}$$

と考えて良いから，(1.42)式にライプニッツの定理を使うと

$$\varepsilon^2 F_j^{(2)}(4) = \int_0^{\varepsilon r_{(+)}^{(1)}+\varepsilon^2 r_{(+)}^{(2)}} \rho g\{\bar{y} - \varepsilon(X_2^{(1)} + bX_3^{(1)} - \frac{i\omega}{g}\varphi^{(1)}(b,0)\}d\bar{y}\begin{Bmatrix} 1 \\ \tan\alpha^{+} \\ b\tan\alpha^{+} \end{Bmatrix}$$

$$-\int_0^{\varepsilon r_{(-)}^{(1)}+\varepsilon^2 r_{(-)}^{(2)}} \rho g\{\bar{y} - \varepsilon(X_2^{(1)} - bX_3^{(1)} - \frac{i\omega}{g}\varphi^{(1)}(-b,0)\}d\bar{y}\begin{Bmatrix} 1 \\ -\tan\alpha^{-} \\ b\cdot\tan\alpha^{-} \end{Bmatrix} + O(\varepsilon^3)$$

$$= -\frac{\rho g\varepsilon^2}{2}\left[r_{(+)}^{(1)2}\begin{Bmatrix} 1 \\ \tan\alpha^{+} \\ b\tan\alpha^{+} \end{Bmatrix} - r_{(-)}^{(1)2}\begin{Bmatrix} 1 \\ -\tan\alpha^{-} \\ b\tan\alpha^{-} \end{Bmatrix}\right] + O(\varepsilon^3) \tag{1.44}$$

ただし　$r_{(\pm)}^{(1)} = X_2^{(1)} \pm bX_3^{(1)} - \frac{1}{g}\varphi_t^{(1)}(\pm b, 0)$　：相対水位

もし、浮体がy軸に関して対称ならば

$$\tan\alpha^{+} = \tan\alpha^{-} = \tan\alpha$$

従って、

$$\left\{\begin{matrix} F_1^{(2)}(4) \\ F_2^{(2)}(4) \\ F_3^{(2)}(4) \end{matrix}\right\} = -\frac{\rho g}{2}\left\{\begin{matrix} r_{(+)}^{(1)\,2} - r_{(-)}^{(1)\,2} \\ \tan\alpha\cdot\left(r_{(+)}^{(1)\,2} + r_{(-)}^{(1)\,2}\right) \\ b\cdot\tan\alpha\cdot\left(r_{(+)}^{(1)\,2} - r_{(-)}^{(1)\,2}\right) \end{matrix}\right\} \tag{1.45}$$

となる。　この結果から、水平方向の流体力は舷側傾斜角による影響を受けず、水面と直交する場合に等しくなることがわかる。

次に、(1.41) 式の右辺第1項については、付録3を参照して4つの力に分解して考えると総力は以下のように求めることができる。

$$\left.\begin{aligned} {}_0F_j^{(2)} &= \sum_{n=1}^{4} {}_0F_j^{(2)}(n) \\ {}_2F_j^{(2)} &= \sum_{n=1}^{5} {}_2F_j^{(2)}(n) \end{aligned}\right\} \tag{1.46}$$

ただし

$${}_0F_j^{(2)}(1) = \rho g\cdot R_e\left\{\begin{matrix} b\,X_2^{(1)}X_3^{(1)*} \\ -2b\,{}_0X_2^{(2)} \\ -b\,X_1^{(1)}X_2^{(1)*} - A\overline{OM}\,{}_0X_3^{(2)} + \frac{1}{4}x_B\left|X_3^{(1)}\right|^2 \end{matrix}\right\} +$$

$$+\frac{\rho}{2}\cdot Re\int_{C_0}\varphi_t^{(1)*}\begin{Bmatrix} X_3^{(1)}\bar{x}' \\ X_3^{(1)}\bar{y}' \\ -X_1^{(1)}\bar{x}'-X_2^{(1)}\bar{y}' \end{Bmatrix} ds \quad , \; j=\begin{Bmatrix}1\\2\\3\end{Bmatrix}$$

$${}_0F_j^{(2)}(2) = \frac{\rho}{2} Re\int_{C_0}\{(x-\bar{x})\varphi_{tx}^{(1)*}+(y-\bar{y})\varphi_{ty}^{(1)*}\}\frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j\, ds$$

$${}_0F_j^{(2)}(3) = \frac{\rho}{4} Re\int_{C_0}\nabla\varphi^{(1)}\cdot\nabla\varphi^{(1)*}\frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j\, ds$$

$${}_0F_j^{(2)}(4) = -\frac{\rho g}{4}\left[\,|r_{(+)}^{(1)}|^2\begin{Bmatrix}1\\ \tan\alpha^+ \\ b\tan\alpha^+\end{Bmatrix} - |r_{(-)}^{(1)}|^2\begin{Bmatrix}1\\ -\tan\alpha^- \\ b\tan\alpha^-\end{Bmatrix}\right]$$

$${}_2F_j^{(2)}(1) = \rho g\begin{Bmatrix} b\,X_2^{(1)}X_3^{(1)} \\ -2b\,{}_2X_2^{(2)} \\ -A({}_2X_1^{(2)}+\overline{OM}\,{}_2X_3^{(2)})-b\,X_1^{(1)}X_2^{(1)}+\frac{1}{4}x_B A X_3^{(1)2} \end{Bmatrix}$$

$$+\frac{\rho}{2}\int_{C_0}\varphi_t^{(1)}\begin{Bmatrix} X_3^{(1)}\bar{x}' \\ X_3^{(1)}\bar{y}' \\ -X_1^{(1)}\bar{x}'-X_2^{(1)}\bar{y}' \end{Bmatrix} ds \quad , \; j=\begin{Bmatrix}1\\2\\3\end{Bmatrix}$$

$${}_2F_j^{(2)}(2) = \frac{\rho}{2}\int_{C_0}\{(x-\bar{x})\varphi_{tx}^{(1)}+(y-\bar{y})\varphi_{ty}^{(1)}\}\frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j\, ds$$

$${}_2F_j^{(2)}(3) = \frac{\rho}{4}\int_{C_0}(\nabla\varphi^{(1)})^2\frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j\, ds$$

$$
{}_2F_j^{(2)}(4) = -\frac{\rho g}{4}\left[r_{(+)}^{(1)2}\begin{Bmatrix} 1 \\ \tan\alpha^+ \\ b\tan\alpha^+ \end{Bmatrix} - r_{(-)}^{(1)2}\begin{Bmatrix} 1 \\ -\tan\alpha^- \\ b\tan\alpha^- \end{Bmatrix}\right] \quad , \quad j = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix}
$$

$$
{}_2F_j^{(2)}(5) = \rho\int_{C_0} \varphi_t^{(2)} \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j \, ds
$$

ここで

$A = \iint_{\bar{D}} dx\,dy$ ；断面積

$x_B = \frac{1}{A}\iint_{\bar{D}} x\,dx\,dy$, $y_B = \frac{1}{A}\iint_{\bar{D}} y\,dy\,dx$

(x_B, y_B) ；浮心位置

$I_W = \int_{-b}^{b} x^2\,dx$ ；水面2次モーメント

$$
\begin{aligned}
y_B A - I_W &= A(\overline{OB} - \overline{BM}) \\
&= -A\,\overline{OM}
\end{aligned}
\quad , \quad \overline{OM} = (\text{原点からのメタセンター高さ})
$$

である。

分解された2次の流体力の各項は、次のように解釈できる。

$F_j^{(2)}(1)$ ：1次の動揺の連成による2次の流体力

$F_j^{(2)}(2)$ ：1次の動揺と1次の圧力の干渉による 〃

$F_j^{(2)}(3)$ ：ベルヌーイの式の速度2乗項による 〃

$F_j^{(2)}(4)$ ：浸水面積変化による 〃

$F_j^{(2)}(5)$ ：２次のポテンシャルによる２次の流体力

ここで、２次のポテンシャルによる流体力の項は動的成分のみであり、定常力成分は含まない。

もし、浮体断面が $\bar{y}$ 軸に関して対称の場合は

$$x_B = 0$$

また、１次の上下揺の運動方程式は独立となり

$$-\rho\omega^2 A X_2^{(1)} = -2\rho g b X_2^{(1)} - \rho\int_{C_0} \varphi_t^{(1)} dx$$

とおけるから、次式のように簡単化できる。[20]

$$ {}_0F_j^{(2)}(1) = Re\left\{\begin{array}{c} \frac{\rho}{2}A\omega^2 X_2^{(1)} X_3^{(1)*} \\ -2\rho g b_0 X_2^{(2)} + \frac{\rho}{2}X_3^{(1)}\int_{C_0}\varphi_t^{(1)*}d\bar{y} \\ -\rho g A\overline{OM}\,{}_0X_3^{(2)} - \frac{\rho}{2}\omega^2 A X_1^{(1)}X_2^{(1)*} - \frac{\rho}{2}X_2^{(1)}\int_{C_0}\varphi_t^{(1)*}d\bar{y} \end{array}\right\}$$

$$ {}_2F_j^{(2)}(1) = \left\{\begin{array}{c} \frac{\rho}{2}A\omega^2 X_2^{(1)} X_3^{(1)} \\ -2\rho g b\,{}_2X_2^{(2)} \\ -\rho g A\overline{OM}\,{}_2X_3^{(2)} - \rho g A\,{}_2X_1^{(2)} - \frac{\rho}{2}\omega^2 A X_1^{(1)}X_2^{(1)} \end{array}\right\}$$

$$ + \left\{\begin{array}{c} 0 \\ \frac{\rho}{2}X_3^{(1)}\int_{C_0}\varphi_t^{(1)}d\bar{y} \\ -\frac{\rho}{2}X_2^{(1)}\int_{C_0}\varphi_t^{(1)}d\bar{y} \end{array}\right\}, \quad j = \left\{\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\right\} \qquad (1.47)$$

第1.4節　運動方程式

浮体の質量をM，重心位置を$(\bar{x}_G, \bar{y}_G)$，原点まわりと重心まわりの慣性二次モーメントをそれぞれI_0，I_Gとすると

$$
\left.
\begin{aligned}
M &= \rho A = \iint_{D_B} \rho_B(\bar{x},\bar{y})\, d\bar{x}\, d\bar{y} = \iint_{D_B} dm(\bar{x},\bar{y}) \\
\bar{x}_G &= \frac{1}{M} \iint_{D_B} \rho_B(\bar{x},\bar{y})\, \bar{x}\, d\bar{x}\, d\bar{y} = \frac{1}{M} \iint_{D_B} \bar{x}\, dm(\bar{x},\bar{y}) \\
\bar{y}_G &= \frac{1}{M} \iint_{D_B} \rho_B(\bar{x},\bar{y})\, \bar{y}\, d\bar{x}\, d\bar{y} = \frac{1}{M} \iint_{D_B} \bar{y}\, dm(\bar{x},\bar{y}) \\
I_0 &= \iint_{D_B} \rho_B(\bar{x},\bar{y})(\bar{x}^2+\bar{y}^2)\, d\bar{x}\, d\bar{y} = \iint_{D_B} (\bar{x}^2+\bar{y}^2)\, dm(\bar{x},\bar{y}) \\
I_G &= \iint_{D_B} \rho_B(\bar{x},\bar{y}) \left\{ (\bar{x}-\bar{x}_G)^2 + (\bar{y}-\bar{y}_G) \right\} d\bar{x}\, d\bar{y} \\
&= I_0 - (\bar{x}_G^2 + \bar{y}_G^2) \cdot M
\end{aligned}
\right\} \quad (1.48)
$$

ただし、$\rho_B(\bar{x},\bar{y})$は浮体断面D_Bの密度分布のように与えられる。

浮体が運動することによって作用する慣性力と重力の合力は

$$
\vec{F} = (F_x, F_y) = -\iint_{D_B} (\ddot{x}, \ddot{y} - g)\, dm(\bar{x},\bar{y}) \qquad (1.49)
$$

O点まわりのモーメントは

$$M_T = \iint_{D_B} \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$= -\iint_{D_B} \{ x(\ddot{y}-g) - y\ddot{x} \} dm(\bar{x},\bar{y}) \tag{1.50}$$

ただし
$$\vec{r} \times d\vec{F} = (x, y) \times (dF_x , dF_y)$$

$$= x dF_y - y dF_x \qquad ; \text{ベクトル積}$$

で与えられる。　ここで、(1.16)式から

$$\ddot{x} = \varepsilon(\ddot{X}_1^{(1)} - \bar{y}\ddot{X}_3^{(1)}) + \varepsilon^2\{\ddot{X}_1^{(2)} - \bar{y}\ddot{X}_3^{(2)} - \bar{x}(\dot{X}_3^{(1)2} + X_3^{(1)}\ddot{X}_3^{(1)})\} + O(\varepsilon^3)$$

$$\ddot{y} = \varepsilon(\ddot{X}_2^{(1)} + \bar{x}\ddot{X}_3^{(1)}) + \varepsilon^2\{\ddot{X}_2 + \bar{x}\ddot{X}_3^{(2)} - \bar{y}(\dot{X}_3^{(1)2} + X_3^{(1)}\ddot{X}_3^{(1)})\} + O(\varepsilon^3)$$

(1.51)

(1.16), (1.51) 式を (1.49), (1.50) 式に代入して、εのべきで整理すれば

$$\left.\begin{aligned} F_x &= -\varepsilon M(\ddot{X}_1^{(1)} - \bar{y}_G\ddot{X}_3^{(1)}) - \varepsilon^2 M\{\ddot{X}_1^{(2)} - \bar{y}_G\ddot{X}_3^{(2)} \\ &\qquad - \bar{x}_G(\dot{X}_3^{(1)2} + X_3^{(1)}\ddot{X}_3^{(1)})\} + O(\varepsilon^3) \\ F_y &= Mg - \varepsilon M(\ddot{X}_2^{(1)} + \bar{x}_G\ddot{X}_3^{(1)}) - \varepsilon^2 M\{\ddot{X}_2^{(2)} + \bar{x}_G\ddot{X}_3^{(2)} \\ &\qquad - \bar{y}_G(\dot{X}_3^{(1)2} + X_3\ddot{X}_3^{(1)})\} + O(\varepsilon^3) \end{aligned}\right\} \tag{1.52}$$

$$
\begin{aligned}
M_T = \bar{x}_G Mg - \varepsilon\Big\{ & I_0 \ddot{X}_3^{(1)} + \bar{x}_G M \ddot{X}_2^{(1)} - \bar{y}_G M \ddot{X}_1^{(1)} - Mg(X_1^{(1)} - \bar{y}_G X_3^{(1)})\Big\} \\
- \varepsilon^2 \Big\{ & I_0 \ddot{X}_3^{(2)} + \bar{x}_G M \ddot{X}_2^{(2)} - \bar{y}_G M \ddot{X}_1^{(2)} - Mg(X_1^{(2)} - \bar{y}_G X_3^{(2)}) \\
& + \frac{1}{2} \bar{x}_G Mg\, X_3^{(1)2} \Big\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned}
$$

を得る。 従って，これらの慣性力，慣性モーメントは流体力と釣り合うべきであるから

$$
\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = 0
$$

とおいて、εのべきごとに整理すれば

静的釣り合い(ε^0)

$$
\left.
\begin{aligned}
F_y^{(0)} + F_2^{(0)} &= Mg - \rho g A = 0 \\
M_T^{(0)} + F_3^{(0)} &= \bar{x}_G Mg - \rho g A \bar{x}_B = 0
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.53)
$$

1次の動揺(ε)

$$
\left.
\begin{aligned}
& M(\ddot{X}_1^{(1)} - \bar{y}_G \ddot{X}_3^{(1)}) = F_1^{(1)} e^{i\omega t} \\
& M(\ddot{X}_2^{(1)} + \bar{x}_G \ddot{X}_3^{(1)}) = F_2^{(1)} e^{i\omega t} \\
& I_0 \ddot{X}_3^{(1)} + \bar{x}_G M \ddot{X}_2^{(1)} - \bar{y}_G M \ddot{X}_1^{(1)} - Mg(X_1^{(1)} - y_G X_3^{(1)}) \\
& \qquad = F_3^{(1)} e^{i\omega t}
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.54)
$$

2次の準静的釣り合い (ε^2)

(1.52)式中に現れている $X_1^{(2)}$ の項は、理論の最初の仮定、浮体に働く漂流力は常に打ち消されているので、定常変位成分を含んでいない。　あるいは、左右揺方向には弱いバネ (バネ定数, k kg/m) で係留されているものとすれば、漂流力によって一定の定常変位したのち釣り合うが、その釣り合い点を座標原点に選べば、左右揺の定常変位は考えなくて良い。　この場合, 係留バネのノビを ${}_0X_1^{(2)}$ とすれば、(1.46), (1.52) 式により

$$
\left.\begin{array}{rcl}
k\,{}_0X_1^{(2)} & = & {}_0F_1^{(2)} \\
0 & = & {}_0F_2^{(2)} \\
Mg\left(\bar{y}_G\,{}_0X_3^{(2)} + \frac{1}{4}\bar{x}_G\left|X_3^{(1)}\right|^2\right) & = & {}_0F_3^{(2)}
\end{array}\right\} \qquad (1.55)
$$

となる。　ここで、のちのために漂流力 (D_f), 沈下力 (S_f), 傾斜モーメント (I_m) を以下のように定義しておく。

$$
\left.\begin{array}{l}
D_f = k\,{}_0X_1^{(2)} = {}_0F_1^{(2)} \\
S_f = 2\rho g b\,{}_0X_2^{(2)} = 2\rho g b\,{}_0X_2^{(2)} + {}_0F_2^{(2)} \\
I_m = Mg\left(\bar{y}_G\,{}_0X_3^{(2)} + \frac{1}{4}\bar{x}_G\left|X_3^{(1)}\right|^2\right) = {}_0F_3^{(2)}
\end{array}\right\} \qquad (1.56)
$$

なお、これらの定常力によって、波浪中で動揺している場合には、静水時とは異った平均位置をとるが、それによる流体力への影響はε^3以上の計算で現れてくるので本論では無視しても良い。

2次の動揺 (ε^2)

$$\left.\begin{aligned}
&M\left\{{}_2\ddot{X}_1^{(2)}-\bar{y}_G\,{}_2\ddot{X}_3^{(2)}-\frac{\bar{x}_G}{2}\left(\dot{X}_3^{(1)2}+X_3^{(1)}\ddot{X}_3^{(1)}\right)\right\}={}_2F_1^{(2)}e^{i2\omega t}\\
&M\left\{{}_2\ddot{X}_2^{(2)}+\bar{x}_G\,{}_2\ddot{X}_3^{(2)}-\frac{\bar{y}_G}{2}\left(\dot{X}_3^{(1)2}+X_3^{(1)}\ddot{X}_3^{(1)}\right)\right\}={}_2F_2^{(2)}e^{i2\omega t}\\
&I_0\,{}_2\ddot{X}_3^{(2)}+\bar{x}_G M\,{}_2\ddot{X}_2^{(2)}-\bar{y}_G M\,{}_2X_1^{(2)}-Mg\left({}_2X_1^{(2)}-\bar{y}_G\,{}_2X_3^{(2)}\right)\\
&\qquad\qquad+\frac{1}{4}\bar{x}_G Mg\,X_3^{(1)2}={}_2F_3^{(2)}e^{i2\omega t}
\end{aligned}\right\}\quad(1.57)$$

以上の、運動方程式を解けば、浮体の定常的な動揺が求められ,

$$x_j(t)=R_e\left\{\varepsilon X_j^{(1)}e^{i\omega t}+\varepsilon^2\left({}_0X_j^{(2)}+{}_2X_j^{(2)}e^{i2\omega t}\right)\right\}+O(\varepsilon^3),\quad(1.58)$$

で与えられることになる。

第1.5節　自由表面変位

前節の運動方程式から浮体の動揺が求められ，$\varphi^{(1)}$と$\varphi^{(2)}$の分布が求まれば、(1.3)式によって、自由表面変位を求めることができる。

$$\eta(x,t)=\frac{1}{g}\Phi_t(x,\eta,t)+\frac{1}{2g}(\nabla\Phi)^2$$

$$=\frac{\varepsilon}{g}\Phi_t^{(1)}(x,0,t)+\frac{\varepsilon^2}{g}\Big\{\eta^{(1)}\Phi_{ty}^{(1)}+\frac{1}{2}(\nabla\Phi^{(1)})^2+\Phi_t^{(2)}(x,0,t)\Big\}+O(\varepsilon^3)\,, \qquad (1.59)$$

ここで

$$\eta(x,t)=R_e\Big\{\varepsilon\eta^{(1)}(x)e^{i\omega t}+\varepsilon^2\big({}_0\eta^{(2)}(x)+{}_2\eta^{(2)}(x)e^{i2\omega t}\big)\Big\}+O(\varepsilon^3) \qquad (1.60)$$

とおけば、水深無限大のとき

$$\left.\begin{aligned}
\eta^{(1)}(x) &= \frac{i\omega}{g}\varphi^{(1)}(x,0)\\
{}_0\eta^{(2)}(x) &= \frac{1}{2g}\Big\{\frac{\omega^2}{g}\varphi^{(1)}\varphi_y^{(1)*}+\frac{1}{2}\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)*}\Big\}\\
{}_2\eta^{(2)}(x) &= \frac{1}{2g}\Big\{-\frac{\omega^2}{g}\varphi^{(1)}\varphi_y^{(1)}+\frac{1}{2}(\nabla\varphi^{(1)})^2\Big\}+\frac{2i\omega}{g}\varphi^{(2)}(x,0)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.61)$$

となる。

次に、無限遠方での漸近解について考えてみる。放射問題では、1次と2次のポテンシャルの無限遠での漸近解が次式のように与えられると考えられる。

$$\left.\begin{array}{l}\varphi^{(1)}_{(x,y)} \longrightarrow A^{(1)\pm}\, e^{-Ky\mp iKx} \\ \varphi^{(2)}_{(x,y)} \longrightarrow A^{(2)\pm}\, e^{-4Ky\mp i4Kx}\end{array}\right\} \text{as} \quad x\to\pm\infty \qquad (1.62)$$

ただし、$A^{(1)\pm}$については、付録1にみるようにコチン関数で表現でき、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} A^{(1)\pm} &= iH^{\pm}(K) \\ &= i\int_{C_0}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi^{(1)} - \varphi^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-Ky\pm iKx}\,ds \end{aligned}$$

(1.62)式を(1.61)式に代入すると

$$\begin{aligned} {}_0\eta^{(2)}_{(x)} &\longrightarrow 0 \qquad\qquad , \text{ as } x\to\pm\infty \\ {}_2\eta^{(2)}_{(x)} &\longrightarrow \frac{K^2}{2g}\{A^{(1)\pm}\}^2 e^{\mp i2Kx} + \frac{i2\omega}{g}A^{(2)\pm}e^{\mp i4Kx}, \text{ as } x\to\pm\infty \end{aligned} \qquad (1.63)$$

一方、散乱問題と波浪中の動揺問題では、同様にして

$$\left.\begin{array}{l}\varphi^{(1)\pm}_{(x,y)} \longrightarrow \dfrac{iga_w}{\omega}\left(e^{-Ky+iKx} + A^{(1)\pm}\, e^{-Ky\mp iKx}\right) \\ \varphi^{(2)\pm}_{(x,y)} \longrightarrow A^{(2)}\, e^{-4Ky\mp i4Kx}\end{array}\right\} (1.64)$$

とおけるので

$$
\left.
\begin{aligned}
&{}_0\eta^{(2)}(x) \longrightarrow -Ka_w^2\, Re\left\{A^{(1)+} e^{-i2Kx}\right\} &&, \text{ as } x\to\infty \\
&{}_0\eta^{(2)}(x) \longrightarrow \ 0 &&, \text{ as } x\to-\infty \\
&{}_2\eta^{(2)}(x) \longrightarrow -2Ka_w^2 A^{(1)+} - \frac{Ka_w^2}{2}\left\{e^{i2Kx} + (A^{(1)+})^2 e^{-i2Kx}\right\} \\
&\qquad\qquad + \frac{i2\omega}{g} A^{(2)+} e^{-i4Kx} &&, \text{ as } x\to\infty \\
&{}_2\eta^{(2)}(x) \longrightarrow -\frac{Ka_w^2}{2}\left\{1 + A^{(1)-}\right\}^2 e^{i2Kx} + \frac{i2\omega}{g} A^{(2)-}\cdot e^{i4Kx}, \\
&&& \text{ as } x\to-\infty
\end{aligned}
\right\} \quad (1.65)
$$

となる。　この場合、$A^{(1)+} \neq 0$ の時は、入射波と反射波が干渉して定在波を作り、そのために平均水面が変化することになる。

これらの結果から、2次のオーダーまで考えると、発散波の波形は波数が $K, 2K, 4K$ の波の合成として与えられることがわかる。

第2章　境界値問題の解法

本章では、第1章で定式化された1次と2次の境界値問題の解法を示し、いくつかの2次元浮体の計算例によってその精度などについて述べる。

第2.1節　1次の境界値問題

前章で定式化された境界値問題については、付録1にみるようにいくつかの解法が知られているが、2次の境界値問題では、自由表面上に非斉次な条件が与えられることになるので、それをうまく処理できる解法が望ましい。そのために本研究では、Yeung[21]と同様に、自由表面上にも特異点を分布させる境界要素法を適用した。Yeungは無限遠方での条件を，物体から適当に離れた所でSommerfeldの放射条件を課し、領域を含むすべての境界上での積分を実行する方法によって解いているが、本研究ではUrsell[22]の方法にヒントを得て、原点に置かれた波特異点と境界上に分布された波なし特異点によって解いている。もちろん、両解法は結果的に等価であることが示される。

Fig. 2.1において、(1.31)式の境界条件を満足する関数φと2次元ラプラス方程式の基本解$\log r$を考えるとグリーンの定理によって

$$\varphi(p)=\frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi(Q)-\varphi(Q)\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q), \qquad (2.1)$$

ただし

$P=(x,y)$, $Q=(x',y')$, $r^2=(x-x')^2+(y-y')^2$

$C, F, R^{\pm}, B$はそれぞれ物体表面，自由表面，(±)側の放射境界と水底の境界，

nは領域内に向う法線

なる表式を得る。

次に、物体内部の点(x_s, y_s)に単位強さの吹き出しがあるときの速度ポテンシャルφ_s，と物体内部の点(x_D, y_D)に単位強さの二重吹き出しがあるときの速度ポテンシャルは同様にして

$$\left.\begin{aligned}\varphi_s(p)&=\frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_s(Q)-\varphi_s(Q)\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q)\\ \varphi_D(p)&=\frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_D(Q)-\varphi_D(Q)\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q)\end{aligned}\right\}(2.2)$$

で与えられる。

無限遠方におけるこれらのポテンシャルの漸近値は、コチン関数を用いて

$$\left.\begin{aligned}\varphi &\to i H^{\pm}(K) e^{-Ky \mp iKx}, \quad \text{as} \quad x \to \pm\infty \\ \varphi_S &\to i H_S^{\pm}(K) e^{-Ky \mp iKx}, \quad \text{〃} \\ \varphi_D &\to i H_D^{\pm}(K) e^{-Ky \mp iKx}, \quad \text{〃}\end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

ただし

$$H_j^{\pm}(K) = \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_j - \varphi_j \frac{\partial}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx} ds \qquad \text{：コチン関数}$$

であることがわかっているので、複素定数A, Bを用いて新しいポテンシャル φ_N を次のように定義しよう。

$$\varphi_N = \varphi - A\cdot\varphi_S - B\varphi_D \qquad (2.4)$$

従って、φ_N の無限遠方での漸近解は(2.3)式によって

$$\varphi_N \to i(H^{\pm} - AH_S^{\pm} - BH_D^{\pm}) e^{-Ky \mp iKx}, \quad \text{as} \quad x \to \pm\infty \qquad (2.5)$$

となるので

$$\left.\begin{aligned}A &= \frac{H^{+}H_D^{-} - H^{-}H_D^{+}}{H_S^{+}H_D^{-} - H_S^{-}H_D^{+}} \\ B &= \frac{H^{+}H_S^{-} - H^{-}H_S^{+}}{H_D^{+}H_S^{-} - H_D^{-}H_S^{+}}\end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

とおけば

$$\varphi_N \to 0 \quad , \quad \text{as} \quad x \to \pm\infty$$

とすることができる。従って、$R^{\pm}$ を物体から適当に離れた所に選べば、近似的に

$$\varphi_N \fallingdotseq 0 \quad , \quad \text{on } R^{\pm} \tag{2.7}$$

とみなしても良いと考えられる。従って、φ_N は

$$\varphi_N \fallingdotseq \frac{1}{2\pi}\int_{C+F+B}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_N - \varphi_N\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds \tag{2.8}$$

なる表現ができる。また，水深無限大とすれば B の上での積分は 0 となるので (2.8) 式は

$$\varphi_N(P) = \frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_N(Q) - \varphi_N(Q)\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q) \quad , \tag{2.8'}$$

となる。これを元の表現に戻せば

$$\begin{aligned}\varphi(P) = {} & \frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds \\ & + A\left\{\varphi_S(P) - \frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_S - \varphi_S\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds\right\} \\ & + B\left\{\varphi_D(P) - \frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_D - \varphi_D\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds\right\} ,\end{aligned} \tag{2.9}$$

あるいは、(2.2) 式によって

$$\varphi(P) = \frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}-\varphi\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds$$
$$+\frac{A}{2\pi}\int_{R^{\pm}}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_S-\varphi_S\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds$$
$$+\frac{B}{2\pi}\int_{R^{\pm}}\left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi_D-\varphi_D\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds \qquad (2.10)$$

とおいて

$$\left.\begin{aligned}\varphi_S &= e^{-Ky\mp iKx}\\ \varphi_D &= e^{-Ky\mp iKx}\end{aligned}\right\}\quad \text{on } R^{\pm}$$

とおけば、Yeung の方法に一致する。

(2.9) 式に戻って、自由表面条件と P が境界上にあるときの $\log r$ の特異性を考慮すれば、解くべき積分方程式は

$$\pi\varphi(P)+\int_{C+F}\varphi(Q)\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds(Q)+K\int_F\varphi(Q)\log r\,ds(Q)$$
$$-A\left\{\pi\varphi_S(P)+\int_{C+F}\varphi_S\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds+K\int_F\varphi_S\log r\,ds-\int_C\frac{\partial}{\partial n}\varphi_S\log r\,ds\right\}$$
$$-B\left\{\pi\varphi_D(P)+\int_{C+F}\varphi_D\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds+K\int_F\varphi_D\log r\,ds-\int_C\frac{\partial}{\partial n}\varphi_D\log r\,ds\right\}$$
$$=\int_C\frac{\partial}{\partial n}\varphi\cdot\log r\,ds \qquad (2.11)$$

となり、これと (2.6) 式を連立させて解けば良い。

この方法を、コチン関数法(M-1)と呼ぶことにする。別の方法として、(2.6)式を使わず、(2.11)式においてPを適当に選んだ$R^{\pm}$上の点と一致させれば、(2.7)式によって

$$\varphi(p) = A\varphi_S(p) + B\varphi_D(p) \quad , \quad P \text{ on } R^{\pm}$$

となるので、(2.11)式は

$$\int_{C+F} \varphi(Q)\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds + K\int_F \varphi(Q)\log r\,ds$$

$$- A\left\{\int_{C+F}\varphi_S\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds + K\int_F \varphi_S\log r\,ds - \int_C \frac{\partial}{\partial n}\varphi_S\log r\,ds\right\}$$

$$- B\left\{\int_{C+F}\varphi_D\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds + K\int_F \varphi_D\log r\,ds - \int_C \frac{\partial}{\partial n}\varphi_D\log r\,ds\right\}$$

$$= \int_C \frac{\partial}{\partial n}\varphi\cdot\log r\,ds \ , \quad P \text{ on } R^{\pm} \qquad (2.12)$$

となる。　この方法を、選点法(M-2)と呼ぶことにする。

次に、1次のポテンシャルを次式によって分解して考えよう。

$$\varphi^{(1)}(x,y) = \varphi_0^{(1)} + \varphi_4^{(1)} + \sum_{j=1}^{3} X_j^{(1)}\varphi_j^{(1)} \qquad (2.13)$$

ただし、添字は$j=(0,1,2,3)$は入射波，左右揺，上下揺，

横揺，散乱ポテンシャルを表すものとする。
また、それらのポテンシャルを次式で正規化する。

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon \varphi_j^{(1)} &= \frac{i g a_w}{\omega} \phi_j^{(1)} && j=0,4 \\ \varepsilon \varphi_j^{(1)} &= i\omega X_j \phi_j^{(1)} = \frac{i g a_w}{\omega} \cdot K \frac{X_j^{(1)}}{a_w} \phi_j^{(1)} && , j=1,2,3 \end{aligned}\right\} \quad (2.14)$$

ただし　a_w ：入射波高

ω ：入射波円周波数

g ：重力加速度

K ：波数　$\left(= \frac{\omega^2}{g} = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$

従って，(2.13)式は

$$\varepsilon \varphi^{(1)} = \frac{i g a_w}{\omega} \left\{ \phi_0^{(1)} + \phi_4^{(1)} + K \sum_{j=1}^{3} \bar{X}_j^{(1)} \phi_j^{(1)} \right\} \quad (2.15)$$

ただし　$\phi_0^{(1)} = e^{-Ky + iKx}$

$\bar{X}_j = X_j / a_w$

のように表される。　この時、水面変位は

$$\varepsilon \eta^{(1)}(x) = -a_w \left\{ \phi_0^{(1)} + \phi_4^{(1)} + K \sum_{j=1}^{3} \bar{X}_j^{(1)} \phi_j^{(1)} \right\} \quad (2.16)$$

となる。

このようにして、分解された問題の境界条件は

$$
\left.
\begin{array}{ll}
[\mathrm{L}] & \nabla^2 \phi_j^{(1)}(x,y) = 0 \\
[\mathrm{F}] & \left\{ K + \dfrac{\partial}{\partial y} \right\} \phi_j^{(1)}(x,0) = 0 \\
[\mathrm{H}] & \dfrac{\partial}{\partial n} \phi_j^{(1)} = \dfrac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \quad , \ \text{for } j = 1,2,3 \\
 & \dfrac{\partial}{\partial n} \phi_4^{(1)} = -\dfrac{\partial}{\partial n} \phi_0^{(1)} \\
[\mathrm{B}] & \dfrac{\partial}{\partial n} \phi_j^{(1)}(x,\infty) = 0 \\
[\mathrm{R}] & \left\{ \dfrac{\partial}{\partial x} \pm iK \right\} \phi_j^{(1)}(\pm\infty, y) = 0
\end{array}
\right\} \quad (2.17)
$$

で与えられる。

ここで、浮体断面が y 軸に対して対称であるとすれば、上下揺などの対称問題では、(2.10),(2.11) 式において $B=0$ として良いから問題を簡単化できる。

原点に単位強さの吹出しがあるときのポテンシャルを ϕ_S とすれば、Wehausen-Laitone [1] などによって

$$
\begin{aligned}
\phi_S(x,y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{C+F+R^{\pm}+B} \left(\frac{\partial}{\partial n} \phi_S(Q) - \phi_S(Q) \frac{\partial}{\partial n} \right) \log r \, ds(Q) \\
&= -\frac{1}{\pi} \mathcal{P}\!\!\int_0^{\infty} \frac{e^{-ky} \cos kx}{k - K} dk + i e^{-Ky} \cos Kx \qquad (2.18)
\end{aligned}
$$

ただし、$\mathcal{P}\!\!\int$ はコーシーの主値積分

であることがわかっているので、(2.11) 式は

$$
\begin{aligned}
&\pi \phi_j^{(1)}(p) + \int_{C+F} \phi_j^{(1)} \frac{\partial}{\partial n} \log r \, ds + K \int_F \phi_j^{(1)} \log r \, ds \\
&- A \left\{ \pi \phi_S(p) + \int_{C+F} \phi_S \frac{\partial}{\partial n} \log r \, ds + K \int_F \phi_S \log r \, ds - \int_C \frac{\partial}{\partial n} \phi_S \log r \, ds \right\} \\
&\qquad = \int_C \frac{\partial}{\partial n} \phi_j^{(1)} \log r \, ds \ , \quad (j=2) \quad (2.19)
\end{aligned}
$$

また，$B=0$ から（2.6）式は

$$A = H_j^{\pm} = \int_C \left(\frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial n} - \phi_j^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx} ds \tag{2.20}$$

となり、(2.19), (2.20) 式を連立させて解けば良い。

同様にして、左右揺，横揺などの反対称問題については、原点に置かれた水平二重吹き出しを考えれば良く

$$\phi_D(p) = \frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial x'}\phi_S(p)\Big|_{\substack{x'=0\\y'=0}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\left(\frac{\partial}{\partial n}\phi_D - \phi_D\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\, ds$$

$$= -\frac{1}{\pi K}\oint_0^{\infty}\frac{k e^{-ky}\sin kx}{k-K}dk + i e^{-Ky}\sin Kx \tag{2.21}$$

を使って

$$\pi\phi_j^{(1)}(p) + \int_{C+F}\phi_j^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\log r\, ds + K\int_F \phi_j^{(1)}\log r\, ds$$

$$-B\left\{\pi\phi_D(p) + \int_{C+F}\phi_D\frac{\partial}{\partial n}\log r\, ds + K\int_F\phi_D\log r\, ds - \int_C\frac{\partial}{\partial n}\phi_D\log r\, ds\right\}$$

$$= \int_C\frac{\partial}{\partial n}\phi_j^{(1)}\log r\, ds \quad ,(j=1,3) \tag{2.22}$$

また，$A=0$ から（2.6）式は

$$B = H^{+} = -H^{-} = \int_C\left(\frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial n} - \phi_j^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-Ky \pm iKx}ds \tag{2.23}$$

であり、(2.22), (2.23)式を連立させて解けば良い。

一方、散乱ポテンシャルについては

$$\left.\begin{aligned} \phi_4^{(1)} &= \phi_{4S}^{(1)} + \phi_{4A}^{(1)} \\ \phi_0 &= e^{-Ky}\cos Kx + i e^{-Ky}\sin Kx \end{aligned}\right\}$$

と分解して、$\phi_{4S}^{(1)}$ は対称ポテンシャル，$\phi_{4A}^{(1)}$ は反対称ポテンシャルとし、その物体表面条件を

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n}\phi_{4S}^{(1)} &= -\frac{\partial}{\partial n}\left(e^{-Ky}\cos Kx\right) \\ \frac{\partial}{\partial n}\phi_{4A}^{(1)} &= -\frac{\partial}{\partial n}\left(i e^{-Ky}\sin Kx\right) \end{aligned}\right\} \tag{2.24}$$

で与えれば、前述の方法がそのまま適用できる。

これらの境界値問題を解いて1次のポテンシャル分布が求まれば、それによる流体力は

$$\begin{aligned} \varepsilon F_j^{(1)} &= -\int_{C_0} \varepsilon P^{(1)} \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j \, ds \\ &= -\rho g a_W \int_{C_0} \phi_j^{(1)} \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial n} \, ds \end{aligned} \tag{2.25}$$

として求められる。 放射問題では、入射波，散乱ポテンシャルが存在しないが、便宜上 $a_W = 1$ とおいて (2.15) 式で考えれば良い。 i-方向の動揺による j-方向の流体力を $F_{ij}^{(1)}$ とすれば

$$F_{ij}^{(1)} = -\rho\omega^2 X_i^{(1)} \int_{C_0} \phi_i^{(1)} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds$$

$$= -\rho\omega^2 X_i^{(1)} f_{ij}^{(1)}$$

$$= R_e\{\rho f_{ij}^{(1)}\} \ddot{X}_i^{(1)} - I_m\{\rho\omega f_{ij}^{(1)}\} \dot{X}_i^{(1)} \qquad (2.26)$$

従って、付加質量 m_{ij}，減衰力係数 N_{ij} は

$$\left.\begin{aligned} m_{ij} &= -R_e\{\rho f_{ij}^{(1)}\} \\ N_{ij} &= I_m\{\rho\omega f_{ij}^{(1)}\} \end{aligned}\right\} \qquad (2.27)$$

として求められる。

第2.2節　2次の境界値問題

2次の速度ポテンシャル $\varphi^{(2)}$ を以下のように分解して考えよう。

$$\varphi^{(2)} = {}_m\varphi^{(2)} + {}_b\varphi^{(2)} + {}_f\varphi^{(2)}$$

$$= \frac{i g a_w^{(2)}}{2\omega} {}_m\phi^{(2)} + \frac{i g a_w^{(1)2}}{2\omega} \left({}_b\phi^{(2)} + {}_f\phi^{(2)} \right) \qquad (2.28)$$

ただし　${}_m\phi^{(2)}$ ：2ω の動揺による2次ポテンシャル

${}_b\phi^{(2)}$ ：2次の物体表面条件による 〃 〃

${}_f\phi^{(2)}$ ：2次の自由表面条件による 〃 〃

これらの境界条件は

$$
\left.
\begin{array}{ll}
[\mathrm{L}] & \nabla^2 {}_i\phi^{(2)}(x,y) = 0 \quad , \quad (i=m,b,f) \\
[\mathrm{F}] & \left\{4K + \frac{\partial}{\partial y}\right\}({}_m\phi^{(2)},\ {}_b\phi^{(2)},\ {}_f\phi^{(2)}) = (0,\ 0,\ g(x)),\ \mathrm{on}\ y=0 \\
[\mathrm{H}] & \frac{\partial}{\partial n}({}_m\phi^{(2)},\ {}_b\phi^{(2)},\ {}_f\phi^{(2)}) = ({}_2h^{(2)},\ h_{ij}^{(2)},\ 0),\ \mathrm{on}\ C_0 \\
[\mathrm{B}] & \frac{\partial}{\partial y}\ {}_i\phi^{(2)}(x,\infty) = 0 \quad , \quad (i=m,b,f) \\
[\mathrm{R}] & \left\{\frac{\partial}{\partial x} \pm i4K\right\} {}_i\phi^{(2)}(\pm\infty,y) = 0 \ ,\ (i=m,b,f)
\end{array}
\right\} \quad (2.29)
$$

ただし

$$
\begin{aligned}
g(x) &= g_c(x) + i\, g_s(x) \\
&= -2(\nabla\phi^{(1)})^2 + \phi^{(1)}(\phi_{yy}^{(1)} + K\phi_y^{(1)}) \\
{}_2h^{(2)} &= 4K\, f^{(2)} / a_w^{(2)} \\
h_{ij}^{(2)} &= K\,\bar{X}_3^{(1)}\bar{C}^{(1)} - \bar{X}_3^{(1)}\phi_s^{(1)} - \bar{f}^{(1)}\phi_{nn}^{(1)} - \bar{d}^{(1)}\phi_{sn}^{(1)}
\end{aligned}
$$

で与えられる。

(2.29)式において、${}_m\phi^{(2)}$ と ${}_b\phi^{(2)}$ の問題は1次の境界値問題(2.17)式と同形であり，Kを4Kと置き換えれば1次の問題の解法がそのまま適用できる。

1次と2次の境界値問題の本質的な違いは、${}_f\phi^{(2)}$ の問題に現れる非斉次な自由表面条件にあり、本研究で境界要素法を導入した理由もこの点にある。

さて、(2.29)式に現れた自由表面条件 $g(x)$ の計算では、自由表面上における $\phi^{(1)}$, $\phi_x^{(1)}$, $\phi_y^{(1)}$, $\phi_{yy}^{(1)}$ の値を求める必

要がある。 これらの導関数は、もちろん解析的に求めることが可能であるが、その場合にも $\phi_{yy}^{(1)}$ などは特異性が強いので、物体近傍での取扱いには注意を要する。

本研究では、自由表面上で求められた $\phi^{(1)}$ の分布から数値的な微分操作によって $\phi_x^{(1)}$, $\phi_{xx}^{(1)}$ を求め

$$\left.\begin{aligned} \phi_y^{(1)} &= -K\phi^{(1)} \\ \phi_{yy}^{(1)} &= -\phi_{xx}^{(1)} \end{aligned}\right\} \qquad (2.30)$$

の関係を使って、$\zeta(x)$ を求めた。 その際、波なしポテンシャルを使って

$$\phi_N = \phi^{(1)} - iH^{\pm}(K)e^{-Ky \mp iKx} \qquad (2.31)$$

ただし

$$H^{\pm}(K) = \int_{C_0}\left(\frac{\partial\phi_j^{(1)}}{\partial n} - \phi_j^{(1)}\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-Ky \pm iKx}ds \quad \text{：コチン関数}$$

とすれば、ϕ_N は単調で精度良く数値微分でき

$$\left.\begin{aligned} \phi_x^{(1)} &= (\phi_N)_x \mp KH^{\pm}(K)e^{-Ky \mp iKx} \\ \phi_{xx}^{(1)} &= (\phi_N)_{xx} + iK^2H^{\pm}(K)e^{-Ky \mp iKx} \end{aligned}\right\} \qquad (2.32)$$

のようにして求めることができる。

ここで、$\zeta(x)$ の無限遠方での漸近解を求めておくと

$$\phi^{(1)} = e^{-Ky+iKx} + i\left(H_4^{\pm}(K) + K\sum_{j=1}^{3}\bar{X}_j H_j^{\pm}(K)\right)e^{-Ky \mp iKx}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\phi_x^{(1)} &= iKe^{-Ky+iKx} \pm K\Big(H_4^{\pm}+K\sum_{j=1}^{3}\bar{X}_j H_j^{\pm}\Big)e^{-Ky\mp iKx}\\
\phi_y^{(1)} &= -K\phi^{(1)}\\
\phi_{yy}^{(1)} &= K^2\phi^{(1)}
\end{aligned}
\right\} \text{as } x\to\pm\infty \qquad (2.33)
$$

であるから

$$
\left.
\begin{aligned}
g(x) &= -i\,\delta K^2\Big(H_4^{+}(K)+K\sum_{j=1}^{3}\bar{X}_j^{(1)}H_j^{+}(K)\Big), && \text{as } x\to\infty\\
g(x) &= 0 && , \text{as } x\to-\infty
\end{aligned}
\right\} (2.34)
$$

となり、入射波側では一定値となってしまう。

これは、入射波と浮体による反射波が干渉して定在波を作るためであり、2次元問題では発散波が減衰しないために無限上流まで続くことになる。

次に、放射問題では、入射波と散乱ポテンシャルがないので単一モードの動揺では

$$
\left.
\begin{aligned}
\phi^{(1)} &= K X_j \phi_j^{(1)}\\
g_j(x) &= K^2 X_j^2\left\{-2(\nabla\phi_j^{(1)})^2+\phi_j^{(1)}(\phi_{j\,yy}^{(1)}+K\phi_{j\,y}^{(1)})\right\}
\end{aligned}
\right\} (j=1,2,3) \quad (2.35)
$$

となるが，無限遠方では

$$
\left.
\begin{aligned}
\phi_j^{(1)} &= iH_j^{\pm}(K)e^{-Ky\mp iKx}\\
g_j(x) &= 0
\end{aligned}
\right\} \quad \text{as} \quad x\to\pm\infty \qquad (2.36)
$$

となって、この場合には、無限遠で斉次な自由表面条件

となる。　また、対称物体では、動揺のモードには無関係に対称性から

$$g_j(x) = g_j(-x) \quad , \quad j=1,2,3 \tag{2.37}$$

であることがわかるから，この条件に基づく2次のポテンシャル $_f\phi^{(2)}$ は対称であると結論される。　さらに、この場合には、物体表面条件も対称性により

$$h_{ij}^{(2)}(x,y) = h_{ij}^{(2)}(-x,y) \tag{2.38}$$

であることがわかるので、$_6\phi_j^{(2)}$ と $_f\phi_j^{(2)}$ による流体力は左右揺や横揺の場合にも常に垂直力として働くことがわかる。

ここで、入射波があるときの問題に戻って、$_f\phi^{(2)}$ について考察してみよう。

自由表面条件が、入射波側で無限遠方まで続くという状況は解法上取扱いにくいので、Fig. 2.2 に示すような1次の反射波だけを吸収してしまう波吸収特異点を導入しよう。　あるいは、入射波を造りながら反射波のみを吸収する Salter 型の造波装置 [24] を考えても良い。この場合，(2.29)式の [F] の条件は

$$[\mathrm{F}'] \quad \left\{4K+\frac{\partial}{\partial y}\right\} {}_f\phi^{(2)}(x,0) = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ g(x) \end{array}\right\}, \ \text{for} \left\{\begin{array}{c} x > x_{ab} \\ x \leqq x_{ab} \end{array}\right\} \quad (2.39)$$

ただし　x_{ab} =（波吸収特異点の位置）

とすれば、x_{ab} よりも上流側で ${}_f\phi^{(2)}$ に対する放射条件を考えれば良い。　そして、x_{ab} を無限遠方に近づけたときの解が求めるものである。

さて、上述の境界値問題を解いてポテンシャル分布が求まれば、それによる流体力は (1.46) 式により

$$
\begin{aligned}
{}_2F_j^{(2)}(5) &= \int_{C_0} \rho \frac{\partial}{\partial t} \varphi^{(2)} \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial n} ds \\
&= -\rho g a_w^{(2)} \int_{C_0} {}_m\phi^{(2)} \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial n} ds - \rho g a_w^{(1)2} \left\{ \int_{C_0} {}_b\phi^{(2)} \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j ds \right. \\
&\qquad \left. + \int_{C_0} {}_f\phi^{(2)} \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j ds \right\} \\
&= {}_2F_j^{(2)}(m) + {}_2F_j^{(2)}(b) + {}_2F_j^{(2)}(f) \qquad (2.40)
\end{aligned}
$$

ただし　${}_2F_j^{(2)}(m)$ ： 2ω の周波数の動揺による2次の流体力で、付加質量力と減衰力を与える項

${}_2F_j^{(2)}(b)$ ： 2次の物体表面条件から生ずる流体力

${}_2F_j(f)$ ： 2次の自由表面条件から生ずる流体力

として与えられる。　ここで

$$ {}_2f_j^{(2)}(f) = \frac{{}_2F_j^{(2)}(f)}{\rho g a_w^2} = -\int_{C_0} {}_f\phi^{(2)} \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_j ds, \quad (j=1,2,3) \quad (2.41)$$

の計算について，以下の境界条件を満足する新しいポテンシャルϕ_j^Rを導入する。

$$
\left.\begin{array}{lll}
[\mathrm{L}] & \nabla^2 \phi_j^R(x,y) = 0 & \\
[\mathrm{F}] & \left\{4K + \frac{\partial}{\partial y}\right\} \phi_j^R(x,0) = 0 & \\
[\mathrm{H}] & \frac{\partial}{\partial n} \phi_j^R = \frac{\partial}{\partial n} \overline{X}_j & \text{on } C_0 \\
[\mathrm{B}] & \frac{\partial}{\partial y} \phi_j^R(x,\infty) = 0 & \\
[\mathrm{R}] & \left\{\frac{\partial}{\partial x} \pm i4K\right\} \phi_j^R(\pm\infty,y) = 0 &
\end{array}\right\} \tag{2.42}
$$

従って、ϕ_j^Rは単位振幅速度で波数が$4K$の放射ポテンシャルである。

${}_f\phi^{(2)}$とϕ_j^Rに対して、グリーンの定理を適用して(2.29), (2.42)式を使えば

$$
\begin{aligned}
\int_{C_0} {}_f\phi^{(2)} \frac{\partial}{\partial n} \overline{X}_j \, ds &= \int_{C_0} {}_f\phi^{(2)} \phi_{jn}^R \, ds \\
&= \int_{C_0} {}_f\phi_n^{(2)} \phi_j^R \, ds + \int_F \left({}_f\phi^{(2)} \phi_{jy}^R - {}_f\phi_y^{(2)} \phi_j^R \right) dx \\
&\qquad - \int_{R^\pm} \left({}_f\phi^{(2)} \phi_{jx}^R - {}_f\phi_x^{(2)} \phi_j^R \right) dy \\
&= -\int_F g(x) \phi_j^R \, dx - \int_{R^\pm} \left({}_f\phi^{(2)} \phi_{jx}^R - {}_f\phi_x^{(2)} \phi_j^R \right) dy \\
&= -\int_F g(x) \phi_j^R \, dx \quad , \quad \text{as } R^\pm \to \pm\infty
\end{aligned} \tag{2.43}
$$

これによって、${}_2f_j^{(2)}(f)$は$g(x)$とϕ_j^Rの積を自由表面上で積分して求められることがわかる。

放射問題では、(2.36)式によって

$$g(x) = 0 \quad , \quad as \quad x \to \pm\infty$$

であるから，波吸収特異点の位置 x_{ab} を無限遠としても(2.43)式は有限確定値となる。

散乱問題では、波吸収特異点の外側では $g(x) = 0$ とおけるから

$$\int_F g(x)\phi_j^R dx = \int_b^{x_{ab}} g(x)\phi_j^R dx + \int_{-\infty}^{-b} g(x)\phi_j^R dx \quad , (2.44)$$

は有限確定値となる。　ここで、$x_{ab} \to +\infty$ なる操作をすれば良いが

$$\left.\begin{aligned} g(x) &= -i8K^2\left(H_4^+(K) + K\sum_{j=1}^{3}\bar{X}_j^{(1)}H_j^+(K)\right) \\ &= (\text{複素一定値}) \\ \phi_j^R(x,y) &= iH_j^{R+}(4K)\,e^{-4Ky-i4Kx} \end{aligned}\right\} as\ x\to\infty, (2.45)$$

ただし、

$$H_j^{R\pm}(4K) = \int_c \left(\frac{\partial}{\partial n}\phi_j^R - \phi_j^R\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-4Ky\pm i4Kx}ds$$

であるから，$_2f_j^{(2)}(f)$ は x_{ab} に依存して振動し、収束しない。　これは、2次元問題では発散波が減衰しないで、無限遠方まで残ってしまうために起こると考えられ，2次元問題の特殊性と言えるものである。

従って、本研究では

$$ {}_2f_j^{(2)}(f) = (\text{mean of})\left\{ \lim_{x_{ab}\to\infty} \int_b^{x_{ab}} g(x)\phi_j^R\,dx \right\} + \int_{-\infty}^{-b} g(x)\phi_j^R\,dx \tag{2.46} $$

によって算定した。 ここで、平均値をとる物理的な意味は、発散波に対して、仮想的な減衰を考えて積分した場合の有限確定値に一致することから明らかである。

(2.46)式の実際の計算では、波なしポテンシャルを利用して

$$ \left. \begin{aligned} g(x) &= g_L(x) + g(+\infty) \\ \phi_j^R(x,y) &= \phi_{Nj}^R + \phi_j^R(+\infty) \end{aligned} \right\} \tag{2.47} $$

とすれば、$g_L(x)$, ϕ_{Nj}^R は物体近傍を除くと急速に減衰するので

$$ \int_b^{\infty} g(x)\phi_j^R\,dx = \int_b^{\infty} \left\{ g_L(x)\phi_j^R + g(\infty)\phi_{Nj}^R \right\} dx\,, \tag{2.48} $$

として求めることができる。

第2.3節　数値計算法とその精度

(2.11)式で積分方程式の具体的な数値計算は、Fig. 2.1のように，自由表面上をNF個，物体表面上をNC個の微小区間に分割し，それらの区間ではポテンシャルの値が一定と仮定すれば

$$
\left.\begin{aligned}
P_{ij} &= \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} \log r_{ij}\, ds_j \\
Q_{ij} &= \int_{S_j} \log r_{ij}\, ds_j
\end{aligned}\right\} \qquad (2.49)
$$

ただし

$$r_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$$

S_j ： j番の微小区間

とおけば、これらは付録4のように解析的に積分できる。

また，

$$K_{ij} = \pi \delta_{ij} + P_{ij} + K Q_{ij}\big|_F \qquad (2.50)$$

ただし

$$\delta_{ij} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \text{for} \begin{Bmatrix} i = j \\ i \neq j \end{Bmatrix}$$

$Q_{ij}|_F$ はjについての積分を自由表面上のものだけとる意

とおけば、(2.11)式は

$$
\begin{aligned}
\sum_j \{ K_{ij}\varphi_j &- (K_{ij}\varphi_{sj} - Q_{ij}|_c \cdot \tfrac{\partial}{\partial n}\varphi_{sj})A \\
&- (K_{ij}\varphi_{Dj} - Q_{ij}|_c \tfrac{\partial}{\partial n}\varphi_{Dj})B \} \\
&= \sum_j Q_{ij}|_c \tfrac{\partial}{\partial n}\varphi_j \quad , \quad (i = 1, NC+NF) \qquad (2.51)
\end{aligned}
$$

なる離散化表現ができる。　ここで、φ_{sj} ,$\frac{\partial}{\partial n}\varphi_{sj}$, φ_{Dj} , $\frac{\partial}{\partial n}\varphi_{Dj}$ は原点に置かれた吹き出しと二重吹き出しのポテンシャルであり、付録4のように計算できる。

これと，コチン関数法(M-1)では、コチン関数の離散化表現(付録4)によって

$$
\begin{aligned}
H^{\pm} &= \int_{C_0} \left(\frac{\partial}{\partial n}\varphi - \varphi\frac{\partial}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx} ds \\
&= C^{\pm} - \sum_{j=1}^{NC} L_j \varphi_j \qquad (2.52)
\end{aligned}
$$

ただし、

$$
C^{\pm} = \int_{C_0} \frac{\partial}{\partial n}\varphi \cdot e^{-Ky \pm iKx} ds = \sum_{j=1}^{NC} \frac{\partial}{\partial n}\varphi_j \, e^{-Ky_j \pm iKx_j} \cdot \Delta S_j
$$

$$
L_j = \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} e^{-Ky \pm iKx} ds_j
$$

(2.6)式を求め，$\{\varphi_j\}$ と A, B を未知数とする(NC+NF+2)の複素数連立一次方程式を解けば良い。

一方、選点法(M-2)では、(2.12)式を(2.51)式と同様な離散化表現をして解けば良い。

浮体断面が左右対称の場合は、対称性を利用して対称問題では(2.19),(2.20)式，反対称問題では(2.22),(2.23)式によって解けば、未知数を半分に減らすことができて数値計算上有利である。

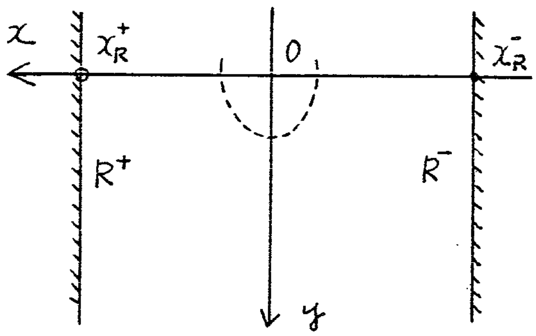
次に、半没円の場合を中心として実際の計算例を示そう。 まず、問題となるのは物体表面上と自由表面上の分割数および放射境界の位置であろう。 Table 2.1, 2.2には、半没円柱が左右揺と上下揺するときの付加質量係数と発散波振幅比を、物体表面上の分割数 NC=10,15,20, 自由表面上の分割数 NF=20,30,40 と変化させたときの計算結果を Ursell-田才法[25]とグリーン関数法によるものと比較して示した。 また，Ursell・田才法の結果との相対誤差を百分率で示し、各々の場合の計算時間(CPU)についても比較して示した。 なお，この場合のCPUは上下揺・左右揺・横揺の放射問題と散乱問題について，1次の境界値問題のみを解いた場合に要した時間である。また，いずれの場合も、放射境界の位置は円の半径の9倍とし、自由表面上の区間は等分割とした。
この結果からは分割数が多いほど精度が良く，物体に働

く流体力で比較しているため，物体表面上の分割数を多くした方が精度上有利となっていることがわかる。
しかし、本研究の主眼である2次の問題では、自由表面条件が重要となってくるので、自由表面上の分割数も減らすわけにはいかないと考え，計算時間なども考慮して以後の計算では物体表面上 20分割，自由表面上40分割を標準とした。

次に，放射境界の位置については、Bai [26]，Yeung [21]，杉浦・一色 [27] が有限水深の場合について考察しているが、それらによれば物体幅の数倍で精度的に問題ないとしている。Table 2.3，2.4には、本計算法で NC × NF = 20 × 40 とし、放射境界位置を $\bar{X}_R$ (= X_R/b) を 3, 5, 7, 9, 11 とした場合の計算結果を Ursell・田才法とグリーン関数法によるものと比較して示した。 このとき、自由表面上のメッシュ(微小区間)は等分割されている。
この結果をみると，放射境界は遠くにした方が精度的に有利と思われるが、それによる違いはわずかであり，浮体半幅の 4〜5倍程度でも結果に大差はないようである。
しかし、この結果で気がつくのは、左右揺では $\bar{X}_R$ = 5, 11 の時，上下揺では $\bar{X}_R$ = 3 のときに精度が悪くなっている

ことであろう。　これを、$K x_R/\pi$ の値で整理すると、この値が整数倍に近いときに上下揺，半整数倍に近いときに左右揺の精度が悪くなっていることがわかる。

この原因は、グリーン関数法で生じた irregular frequency と同様の現象と考えられる。　ただ、この場合にはグリーン関数法とは異なって物体外部領域において0でない固有関数が存在しているためと考えられる。



右図のような制限水路において、原点におかれた浮体を無視すると、この場合の固有関数は[28]

$$\varphi_e(x,y) = e^{-K_m y}\begin{Bmatrix}\cos K_m x_R \\ \sin K_m x_R\end{Bmatrix},\ \text{for}\ \begin{Bmatrix}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_e \\ \varphi_e\end{Bmatrix} = 0\ ,\ \text{on}\ R^{\pm} \tag{2.53}$$

固有値は

$$K_m x_R = \begin{Bmatrix}(m+\frac{1}{2})\pi \\ m\pi\end{Bmatrix}\ ,\ \text{for}\ \begin{Bmatrix}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_e \\ \varphi_e\end{Bmatrix} = 0\quad \text{on}\ R^{\pm} \tag{2.54}$$

で与えられる。

従って、ここでの問題では、原点に浮体があるので若干の違いはあるが近似的には同様であり、固有関数の分

だけ不定となり、精度が悪くなると考えられる。

これを取り除く最も簡便な方法は，Kに応じて放射境界の位置を変化させることである。 また，核関数の積分精度を上げるとともに、連立一次方程式を解くサブルーチンも精度の良いものを使うことも望まれる。

本研究で試みた2つの方法を比較すると、コチン関数法(M-1)の方がこの固有関数の影響を受けやすいとの結果となった。

さて，このようにして放射境界の位置に注意して計算すれば、充分な精度で物体表面上と自由表面上の速度ポテンシャルを求めることができる。 Fig. 2.3(a),(b)は半没円柱の左右揺，Fig. 2.4(a),(b)は同じく上下揺のポテンシャル分布の結果の1例で，グリーン関数法によるものと比較して示した。 自由表面上のポテンシャルでは、発散波の成分を除いたものも波なしポテンシャルとして書き入れてあるが、これは物体から離れるにしたがって単調に減衰していくことがわかる。

これらのポテンシャルを物体表面上で積分すれば、流体力を求めることができ，Fig. 2.5, 2.6には左右揺と上下揺の場合の付加質量係数と発散波振幅比をUrsell-田才

法によるものと比較して示した。 また，Fig. 2.7，2.8は半没円柱に働く波強制力を同位相成分（f_c）と異相成分（f_s）に分けてグリーン関数法によるものと比較して示した。 これらの結果から、本計算法は線型問題については他の解法と比較して精度的にも満足のいくものであることがわかる。

次に，1次のポテンシャルを使って2次の自由表面条件（水面上の圧力分布）を求めた結果をFig. 2.9，2.10に示した。 Fig. 2.9 は、半没円柱の左右揺と上下揺の結果であるが、これをみると放射問題では物体幅の数倍程度離れると水面上の圧力分布はかなり減衰しており、その外側では近似的に0とみなしても良さそうに思われる。一方、Fig. 2.10 は固定された半没円柱の散乱問題の結果であり、この場合は入射波側で複素一定値をとり，透過波側では0に漸近するが、やはり物体幅の数倍程度離れると無限遠の漸近値で置き換えても良さそうである。

Fig. 2.11は、左右揺する半没円柱の物体表面上における2次のポテンシャル分布である。 ここでは、物体表面条件に由来するポテンシャル，${}_2\phi_1^{(2)}(B,4Kb)$と，自由表面条件に由来するポテンシャル，${}_2\phi_1^{(2)}(F,4Kb)$に分けて表

示してあるので、実際のポテンシャルはこれらのたし合わせとなる。また，対称物体の単一モードの放射問題では、同図にみるように2次のポテンシャルは対称となり、従って、流体力は垂直力としてのみ働くことになる。この図から、物体表面条件に由来するポテンシャルは波数の違いによる変化は大きくないが、自由表面条件に由来するポテンシャルは水面付近を除いて、波数の増加に伴って急速に（おそらく e^{-4Ky} に比例して）減衰していることがわかる。

Fig. 2.12は同様に、上下揺の場合の2次ポテンシャルの分布の結果である。 この場合も左右揺と同様な考察ができると思われる。 なお、流体力はこれらのポテンシャルを物体表面上で積分した値に波数Kを乗じて求められるが、これらの放射問題では物体表面条件に由来する流体力が支配的になることが Fig. 2.11，2.12 からもわかる。

次に，Fig. 2.13 (a), (b) は半没円柱が左右揺する時の2次の圧力分布で，Fig. 2.13 (a) は2次の準静的な圧力、Fig. 2.13 (b) は2次の変動圧力の絶対値を示している。Fig. 2.13 (a) によれば、準静的な圧力は水面付近を除くと

波数による変化は小さく，従ってこれによる流体力も単調であろうと予想されるが、一方、Fig. 2.13(b) の変動圧力については2次のポテンシャルによる成分が波数Kに比例するので、波数が大きくなると絶対値は大きくなる。

Fig. 2.14 (a), (b) は同様にして上下揺する半没円柱の2次の圧力分布の様子である。 増本[8]の計算結果と比較すると、準静的な圧力については良く一致しており（無次元化が異なるので著者の値に2を乗ずる），変動圧力については、円柱底部と水面付近で圧力が高くなるという定性的な傾向は良く一致しているが、その絶対値については若干異なっているように思われる。 これは準静的な圧力は1次ポテンシャルだけから決まるのに対して、変動圧力は2次ポテンシャル成分が支配的でありその解法の違いによる差がでたためと考えられる。

Fig. 2.15は、規則波中で固定された半没円柱まわりの2次の準静的な圧力分布について示したものである。拘束物体では、2次の準静的な圧力はベルヌーイの速度2乗項からのみ成っているので、すべての波数に対して負となっており、かつ波数がある程度大きくなると入射

波側の水面付近にのみ値をもつ様子がわかる。 従って、これを積分して求められる流体力は、水平方向には入射波側，垂直方向には下方に，回転モーメントは反時計まわり（正方向）に働くことがわかる。

Fig. 2.16 (a), (b) は左右揺する半没円柱に働く2次の変動力について、(1.46)式で与えられた各成分ごとに分けて比較したものである。 これらをみると，2次の変動力は、2次ポテンシャルによるものが支配的であり、特に物体表面条件に由来する成分が大きいことがわかる。

Fig. 2.17 (a), (b) は、同様な比較を上下揺について行ったものである。 この場合も、左右揺と概略同様な結果となっているが、虚数部（異相成分）については、自由表面条件に由来する成分が大きくなっている。

Fig. 2.18 は、規則波中の固定半没円柱に働く2次の水平方向の定常力（漂流力とするために反対符号で表示した）について各成分力を比較したものである。 この場合には、圧力による流体力は負の漂流力として働くが、浸水面積変化による力が逆向きに働き，それらの合力は丸尾〔2〕の式から計算される値に等しくなっている。

Fig. 2.19 (a), (b) は、同じ問題で2次の変動力の水平方

向成分について同様の比較をしたものである。 自由表面条件に由来する流体力は他の成分力とは逆符号となっており、虚数部は Kb≒0.25, 1.55 付近で符号が反転しており複雑な変化を示している。 一方、これらの合力の傾向は浸水面積変化による成分力とよく似ていると思われる。 Fig. 2.20 (a), (b) は、同じ問題で2次の変動力の垂直成分について比較したものである。 この場合には、自由表面条件に由来するポテンシャル力とベルヌーイの式の速度2乗項から生ずる2成分しかなく（舷側が水面と直交しているので浸水面積変化による垂直力への寄与はない），合力は2次ポテンシャルによるものが支配的である。

次に，Table 3.1 または Fig. 3.3 の S-5 のルイスフォーム柱体が、規則波中で動揺しているときの2次の漂強制力について各成分ごとの比較をしてみよう。 なお、この時の状態は C-1 で，横揺の同調点は Kb = 0.056 である。

Fig. 2.21 は漂流力についての比較であるが、これをみると浸水面積変化による力，$_0f_1^{(2)}(4)$ とベルヌーイの式の速度2乗項による力，$_0f_1^{(2)}(3)$ が支配的であり、かつそれらは互いに逆符号となっているが、それらの合力は丸尾の

式で計算される値に等しくなっている。

Fig. 2.22は、同様に2次の定常力の垂直成分について比較したものである。 この場合には、1次の動揺による変位影響成分, ${}_0f_2^{(2)}(2)$ とベルヌーイの式の速度2乗項による力, ${}_0f_2^{(2)}(3)$ が支配的であり, それらはともに1次の上下揺の同調点付近でピークをもつが、互いに逆符号となっているために打消し合い, 合力としては波数が小さい時は垂直上向き, 波数が大きくなると垂直下向きとなることがわかる。

Fig. 2.23 (a), (b) は同じ問題で2次の変動力の水平成分について比較したものである。 合力は横揺の同調点 ($Kb=0.056$) 付近では、物体表面条件に由来するポテンシャル力が支配的であるが、波数がある程度大きくなると ($Kb>0.5$)、浸水面積変化による流体力が支配的となるようにみえる。

Fig. 2.24 (a), (b) は、同様に2次の変動力の垂直成分について比較したものである。 この場合には、合力は上下揺の同調点 ($Kb=0.75$) 付近で大きなピークを持ち、物体表面条件に由来するポテンシャル力が支配的である。また、水平方向成分のもの (Fig. 2.23 (a), (b)) と比較する

と，絶対値が4~5倍位大きくなっていることがわかる。

これらの数値計算結果から、2次の流体力の原因となる種々の項についての定量的な性質が明らかとなった。まず、静水中での放射問題や波浪中の動揺浮体などの問題では、2次の物体表面条件に由来するポテンシャル力が他の成分に比較して大きい。一方、固定された浮体では動揺しないのでその成分は0であり、2次の自由表面条件に由来するポテンシャル力，浸水面積変化による力などが大きくなってくる。これらのことから、2次の問題では、考える問題に応じて2次の流体力の原因となる各種の成分の量的な割合が変化するので一般的には、その中の一部の項を無視して近似するという解法は難しいと思われる。また、1次の問題では良い近似を与えるといわれている相対運動の考え方（Relative motion concept）も2次の問題では適用が難しいと思われる。

最後に、以上のようにして求められた1次と2次の流体力が実際には、どのような波形となっているかについて調べた結果がFig. 2.25からFig. 2.28である。

Fig. 2.25は、半没円柱を強制左右揺させた場合で、2

次の流体力は垂直力のみに生じる。 強制変位を $X_1(t)$，その時の垂直力を $F_{12}(t)$ とし、それらを1次の量で無次元化すれば

$$
\left.
\begin{aligned}
\bar{X}_1(t) &= Re\left\{e^{i\omega t}\right\} \\
\bar{f}_{12}(t) &= \frac{\varepsilon F_{12}^{(2)}(t)}{2\rho g b X_1^{(1)}} \\
&= \frac{1}{4}\varepsilon\, {}_0f_{12}^{(2)} + \frac{1}{2}\varepsilon Re\left\{{}_2f_{12}^{(2)} e^{i2\omega t}\right\}
\end{aligned}
\right\} \qquad (2.55)
$$

となる。 $Kb=1.2$ における流体力係数（Table 2.5）を使って、ε のいくつかの値について波形を比較すると同図のような結果となる。 $\varepsilon=0$ の場合が、線型理論によるものに対応し、$\bar{f}_{12}=0$ となるが、実際の実験例（Fig. 3.2.1）などと比較すると、垂直力は0ではなく、2次までの計算波形と位相も含めて良く一致していると思われる。

Fig. 2.26は、同様に上下揺の場合の結果であるが、この場合には垂直力の中に慣性力と復元力も計測されるので、それらも含めると力の無次元値は

$$
\begin{aligned}
\bar{f}_{22}(t) &= \frac{F_{22}^{(1)} + \varepsilon F_{22}^{(2)}}{2\rho g b X_2^{(1)}} \\
&= Re\left\{\left(Kb\frac{\sigma}{H_0} - 1 + f_{22}^{(1)}\right)e^{i\omega t} + \frac{1}{4}\varepsilon\, {}_0f_{22}^{(2)} + \frac{1}{2}\varepsilon\, {}_2f_{22}^{(2)} e^{2i\omega t}\right\}
\end{aligned}
\qquad (2.56)
$$

となる。　この結果を Fig. 3.3.1 の実験結果（ε=0.2）と比較すると良く似た波形となっていることがわかる。

Fig. 2.27 は、半没円柱の波強制力について同様の比較をしたものである。　この場合には、入射波形も変形し、入射波振幅で無次元化すると

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\eta}{a_w} &= -\left(\cos\omega t + \frac{Kb}{2}\cdot\varepsilon\cos 2\omega t\right) + O(\varepsilon^2), \quad \varepsilon = \frac{a_w}{b} \\
\bar{f}_j(t) &= \frac{F_j(t)}{\rho g b a_w} \\
&= R_e\left\{ f_j^{(1)} e^{i\omega t} + \frac{1}{2}\varepsilon\,{}_0f_j^{(2)} + \varepsilon\,{}_2f_j^{(2)} e^{i2\omega t}\right\} + O(\varepsilon^2)
\end{aligned}\right\} \quad (2.57)
$$

となる。　ここで、$\varepsilon=0$ の値が線型理論によるものに対応している。　Fig. 2.27 の結果をみると Kb=1.2 では水平力，垂直力ともに波形のくずれは ε が 0.2 よりも大きくなると目だってくるようである。

Fig. 2.28 は、ルイスフォーム (S-5) の場合の計算波形であり、対応する実験値は Fig. 3.5.1 である。　これらの波形を比較してわかることは、まず、垂直力の波形が計算値と実験値で良く一致していることである。
一方、水平力と回転モーメントに関しては、実験値の ε が 0.12 と小さなこともあって倍周波数成分の波形が明

瞭ではないが、計算値について $\varepsilon=0.12$ の波形を予想してみると垂直力ほどには2次の流体力の影響を受けないことがわかる。

Table 2.5 には、これらの計算で使われた流体力の数値をまとめて示すと同時に，いくつかの ε に対して2次まで考慮した場合のピーク値と線型理論の値の比をとって比較した。　この結果によれば、半没円柱の散乱問題における垂直方向の波強制力は、2次の流体力の影響を大きく受け、$\varepsilon=0.4$ のときには最大値で線型理論の推定値よりも 38％ 程度大きな変動力を受けることになり、大波高・大振幅問題では、2次の流体力が無視できないことがわかる。

第3章　実　験

本章では、二次元柱体模型を用いて行った各種の実験の方法とその解析方法について述べ，前章までに求められた理論計算結果と比較して検討・考察する。

第3.1節では、本研究で実施された上下揺と左右揺の静水中強制動揺試験（放射問題），拘束物体に働く波強制力計測試験（散乱問題）および規則波中の動揺試験で用いられた実験装置と方法について述べる。

第3.2節では、実験に用いられた5種類の二次元柱体の主要目について述べ、第3.3節では、実験解析法と流体力の無次元化の定義などについて述べる。

第3.4節では、得られた実験結果を理論計算結果と比較・考察する。

第3.1節　実験装置および実験法

実験はすべて防衛大学校機械工学教室の小水槽（長さ×幅×深さ = 9m × 1.2m × 1.2m）で行われた。　この水槽は、一端にフラップ型の造波装置を，他端にビーチ型の消波装置を有しており，実験時の水深は約1mである。

(A)放射問題

左右揺および上下揺の強制動揺試験では、Fig.3.1に示す水槽中央部に、厚さ10 mmのアクリル板で長さ4m，幅0.31 m，深さ1.0 mの狭水路を設け，その中央部で2次元模型を強制動揺させた。 模型長は0.3 mであり、狭水路壁とは両端とも5mmだけ離れているが、それによる影響は小さく，2次元性は保たれていると考えられる。

狭水路を設けた最大の理由は、検力計の容量による制限のためであるが、それとは別に、このような短い水槽では消波ビーチあるいは水槽壁による発散波の反射が問題となるが、狭水路を設けることでその影響を小さくできるという長所もある。

Fig.3.2 には、本実験で使用された強制動揺装置の概略図を示す。 強制左右揺装置は、低周波発振器の信号によって制御される直流モータの回転をボールネジ機構によって往復運動に変えるものである。 一方、強制上下揺装置はスコッチヨーク機構によって上下動するもので、交流モータによって駆動される。

これらの装置によって、強制動揺された2次元柱体に働く力は模型中央に据付けられた三分力計（日章電機(株)

LMC-3501-10）によって計測された。 また、強制動揺変位はポテンショメータにより、発散波の記録は模型中央から約1m離れた点に置かれた容量型波高計によって計測された。

(B) 散乱問題と波浪中動揺試験

散乱問題と波浪中動揺試験では、Fig. 3.1 に示すように，2枚のアクリル板をそれぞれ水槽壁から 0.61 m と 0.4 m の位置に設置し、幅 0.61 m の水路側に模型を，0.4 m の方に波高計を設置した。 この波高計によって入射波を位相も含めて正確に計測することができる。

波強制力は、模型中央に据付けられた三分力計によって水平力，垂直力および回転モーメントを計測した。

自由浮体の波浪中動揺は、一般的な可動副台車によって、ポテンショメータにより計測された。 なお，このとき、漂流力による模型の移動を打消すために弱いバネを使って副台車の水平移動を避け、バネののびを計測することによって漂流力を求めた。

第3.2節　供試模型主要目

放射問題のための模型はすべて長さ 0.3 m ，散乱問題のものは 0.6 m であり、これらは同じ断面形状をもち長さの異なる 2 種類の模型を製作して実験を行った。

Table 3.1 に、今回実験された模型の主要目を示し、Fig. 3.3 に、それらの断面形状を示す。

S-1 は、半没円であり最も基本的な形状として，S-2 は、ルイスフォームであり船体中央部の形状に近いものとして選定された。　S-3 と S-4 は、同じ半幅・吃水比と断面係数であるが、S-3 は水面と直交するルイスフォーム，S-4 は水面と 45° で交わる形状であり、これらは主として舷側傾斜の影響を調べる目的で用いられた。また、S-3 と S-4 の断面は船尾形状を想定している。

S-5 は、半幅・吃水比が 1.25 と若干幅広型のルイスフォームであり、これは横揺モーメントを大きくするために選ばれた。　S-1 は、市販の塩ビパイプを加工して作り、その他の模型は木製である。

第3.3節　実験解析法

計測記録はすべてデータレコーダ（TEAC製，R-200）に収録後、A/D変換されパーソナルコンピュータ（YHP-9825A）によって数値処理された。　このとき、実験初期の過渡的な現象および後半での反射波の影響がある部分を捨て、現象が定常的な3周期を選び、以下のようにフーリエ解析して平均値および3次までのフーリエ係数を求めた。

一般に、周期Tをもつ任意関数 $f(t)$ は

$$
\begin{aligned}
f(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \\
&= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \delta_n) \qquad (3.1)
\end{aligned}
$$

ただし

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos\frac{2\pi nt}{T}\cdot dt \quad , (n=0,1,2,\cdots)$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\frac{2\pi nt}{T}\cdot dt \quad , (n=1,2,\cdots)$$

$$C_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$

$$\delta_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

のように展開できるので、1章の理論により C_1, δ_1 から1次の流体力，a_0，C_2, δ_2 から2次の流体力が求められる。　今回の実験解析プログラムでは、サンプリングタ

イムは1周期の1/40程度であるが、(3.1)式を離散化して

$$\left.\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{N}\sum_{j=1}^{N} f(j\cdot\Delta T)\cos\left(\frac{2\pi n}{N}j\right) \quad , \Delta T = \frac{T}{N} \\ b_n &= \frac{2}{N}\sum_{j=1}^{N} f(j\Delta T)\sin\left(\frac{2\pi n}{N}j\right) \end{aligned}\right\} \quad (3.2)$$

なる数値積分によってフーリエ係数を求めた。

放射問題では、強制動揺変位 $X_i(t)$ と j 方向の流体力 $F_{ij}(t)$ が

$$\left.\begin{aligned} X_i(t) &= X_i \cos(\omega t) \\ F_{ij}(t) &= F_{ij}^{(1)}\cos(\omega t + \delta_{ij}^{(1)}) + {}_0F_{ij}^{(2)} \\ &\quad + {}_2F_{ij}^{(2)}\cos(2\omega t + \delta_{ij}^{(2)}) + \cdots \end{aligned}\right\} \quad (3.3)$$

のように計測されるとすれば、1次の力は流体力のほかに物体の慣性力と復元力を含んでいるので、それらを除くと付加質量係数 m_{ij} と減衰力係数 n_{ij} は

$$\left.\begin{aligned} m_{ij} &= \frac{1}{\omega^2 M_{ij} X_i}\left\{(S_{ij} - \omega^2 M_{ij})X_i + F_{ij}^{(1)}\cos\delta_{ij}^{(1)}\right\} \\ n_{ij} &= \frac{-F_{ij}^{(1)}}{\omega M_{ij} X_i}\sin\delta_{ij}^{(1)} \end{aligned}\right\} \quad (3.4)$$

ただし

M_{ij} は i 方向の動揺による j 方向の慣性質量

S_{ij} は i 方向の動揺による j 方向の復元力係数

として求められる。

2次の流体力については田才・小寺山[15]にならって

$$
\left.
\begin{aligned}
{}_0f_{ij}^{(2)} &= \frac{{}_0F_{ij}^{(2)}}{\frac{1}{2}\rho g L X_i^2} \\
{}_2f_{ij}^{(2)} &= \frac{{}_2F_{ij}^{(2)}}{\rho g L X_i^2}
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.5}
$$

のように無次元化した。

散乱問題では、入射波高を $\eta(t)$, j 方向の波強制力を $F_j(t)$ とすればそれらの計測値は

$$
\left.
\begin{aligned}
\eta(t) &= -a_w \cos(\omega t) - \frac{K}{2} a_w^2 \cos(2\omega t) + \cdots \\
F_j(t) &= F_j^{(1)} \cos(\omega t + \delta_j^{(1)}) + {}_0F_j^{(2)} \\
&\quad + {}_2F_j^{(2)} \cos(2\omega t + \delta_j^{(2)}) + \cdots
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.6}
$$

で与えられ，次式で無次元化した。

$$
\left.
\begin{aligned}
f_j^{(1)} &= \frac{F_j^{(1)}}{\rho g L b a_w} \quad (j=1,2) \quad , \quad f_3^{(1)} = \frac{F_3^{(1)}}{\rho g L b^2 a_w} \\
{}_0f_j^{(2)} &= \frac{{}_0F_j^{(2)}}{\frac{1}{2}\rho g L a_w^2} \quad (j=1,2) \quad , \quad {}_0f_j^{(2)} = \frac{{}_0F_3^{(2)}}{\frac{1}{2}\rho g b L a_w^2} \\
{}_2f_j^{(2)} &= \frac{{}_2F_j^{(2)}}{\rho g L a_w^2} \quad (j=1,2) \quad , \quad {}_2f_j^{(2)} = \frac{{}_2F_3^{(2)}}{\rho g b L a_w^2}
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.7}
$$

波浪中動揺試験では、入射波高を$\eta(t)$，j方向の動揺を$X_j(t)$とすれば、それらの計測値は

$$\left.\begin{aligned} \eta(t) &= -\left(a_W \cos\omega t + \frac{K}{2} a_W^2 \cos 2\omega t\right) + \cdots \\ X_j(t) &= X_j^{(1)} \cos(\omega t + \alpha_j^{(1)}) + {}_0X_j^{(2)} \\ &\quad + {}_2X_j^{(2)} \cos(2\omega t + \alpha_j^{(2)}) + \cdots\cdot \end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

で与えられ，次式で無次元化した。

$$\left.\begin{aligned} \overline{X}_j^{(1)} &= \frac{X_j^{(1)}}{a_W} \quad (j = 1, 2) \quad , \quad \overline{X}_3^{(1)} = \frac{X_3^{(1)}}{K a_W} \\ {}_2\overline{X}_j^{(2)} &= \frac{{}_2X_j^{(2)}}{a_W} \cdot \frac{b}{a_W} \quad (j = 1, 2) \quad , \quad {}_2\overline{X}_3^{(2)} = {}_2X_3 (b/a_W)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

また，動揺の定常変位分については復元力係数を乗じて定常力になおしたのち、散乱問題と同じ無次元化をして比較した。

第3.4節　実験結果および理論計算値との比較・考察

この節では、Fig.3.3 のような断面形状をもつ5種類の模型に対して実施された種々の実験結果について以下の4項に分けて述べる。　なお、順番は実施された年代順である。

3.4.1　散乱問題（S-1，S-2）

3.4.2　放射問題（S-1，S-2）

(A)　強制左右揺

(B)　強制上下揺

3.4.3　舷側傾斜影響（S-3，S-4）

(A)　強制左右揺

(B)　強制上下揺

(C)　散乱問題

3.4.4　波浪中動揺応答（S-5）

(A)　散乱問題

(B)　波浪中動揺

3.4.1 散乱問題（S-1, S-2）

(A) 半没円柱（S-1）

Fig. 3.1.1 は、半没円柱に働く1次の波強制力の水平成分と垂直成分について計算値と実験値の比較をしたものである。　これをみると1次の波強制力については、全波数域で両者の一致が良好であり、従って、実験精度についてもある程度の信頼性を有していると考えられる。なお、このときの入射波高は全波数域で約2cm（$\varepsilon \fallingdotseq 0.1$）程度であり、Kb＝1.2, 2.0 では、入射波高を数種類変化させて実験した。

Fig. 3.1.2 は、水平力に含まれる2次の変動力の計算値と実験値の比較である。　これをみると，Kb＝1.2 付近で同程度の値となっているが、その前後の結果では傾向が逆となっており一致が良くない。　一方、Fig. 3.1.3 は、垂直力についての同様な比較であるが、この場合には定性的・定量的にも良好な一致を示していると思われる。　水平力での計算値と実験値の不一致の原因については、今回の計算で考慮しなかった影響，例えば造渦による流体力が混入したなどが考えられるが、これについてはもう少し詳しく考える必要があると思われる。

Fig. 3.1.4, 3.1.5は、波数を一定（Kb=1.2, 2.0）として入射波高を変化させたときの1次と2次の流体力の比を比較したものである。 まず、水平力成分については Kb=1.2 のとき、計算値と実験値の一致が良好であり、2次の波強制力は入射波高の2乗に比例していることがわかる。 これに反して、Kb=2.0 の結果は Fig. 3.1.2 にもみられるように、実験値は計算値よりも過大な値となっており一致が悪い。 一方、垂直力では Fig. 3.1.5 にみられるように、Kb=1.2, 2.0 の両方で理論と実験の一致が良好であり、これは Fig. 3.1.3 で2次の応答が両方の波数で良く一致していたことからも首肯できる。

(B) 矩形断面柱体 (S-2)

本実験では、矩形断面模型が使用されたが、計算では(1.20), (1.21) 式にみるように2次の物体表面条件で1次の速度ポテンシャルの2回までの微係数を使うためにビルジ部での角を緩和する必要が生じる。そのため, $H_0 = 1.0$, $\sigma = 0.96$ のルイスフォームで近似することにした。

Fig. 3.1.6 は、1次の波強制力の水平方向成分と垂直方向成分についての計算値と実験値の比較である。 実験

値は計算値よりもやや大き目となっているが、全般的には両者の一致は良好であると思われる。

Fig. 3.1.7 は、水平力に含まれる2次の変動力の結果である。計算値は半没円柱の場合に比べると、絶対値は約5割程度大きくなっているが、波数に対する応答は同じ傾向となっている。また、実験値は半没円柱の場合よりも全般的に大きくなっており、波数に対する変化の傾向は半没円柱の結果を一定値だけ大きくしたような結果となっている。理論と実験の比較では、波数が大きな領域での不一致が目だっている。

Fig. 3.1.8 は、垂直力についての同様な比較であり、計算値，実験値ともに半没円柱の場合とほぼ同様な結果となっており、両者の一致が良好であると思われる。

以上の半没円柱および矩形柱体の散乱問題に対する理論計算と実験結果をまとめると以下のようになる。

(1) 1次の波強制力については、線型理論による推定値が実験と良く一致するという従来の研究成果を確認した

(2) 2次の波強制力のうち倍周波数の変動力について、

理論計算値と実験値の比較を行ったが、垂直力については両者の一致が良好であった。これに反して、水平方向成分では、一致が良好とは言い難く，特に波数の大きなところでは実験値がかなり大きめとなった。この原因としては(i)入射波高が小さく，波強制力の絶対値が小さなための計測誤作による，(ii)波数が大きな時，垂直力では1次の強制力が小さいのに対し、水平力では実験範囲の波数で1次の強制力が大きく，従って，解析精度などの関係でその影響を受けた、などが考えられるが詳細は不明である。

(3) 2次の波強制力は入射波高の2乗に比例していることを実験的に確認した。

3.4.2 放射問題（S-1，S-2）

(A) 強制左右揺

実験で得られた計測記録の1例をFig. 3.2.1に示す。これは半没円柱(S-1)のもので、上から左右揺の強制変位，水平力，垂直力および発散波の計測波形である。垂直力は線型理論によれば0であるが、実験では同図に

みられるように、左右揺の周波数の倍周波数の波形として計測できる。また、その波形の平均値は正の値となっており，定常力は沈下力として働いていることもわかる。これは、第2章の理論の妥当性を直接的に証明するものである。なお，水平力に含まれる高周波数成分（動揺周波数の5～6倍）は駆動装置などの機械的ノイズであると思われる。

これらの計測波形をフーリエ解析して1次の流体力係数，付加質量係数と発散波振幅比を求めるとFig. 3.2.2, 3.2.3のような結果を得る。また，発散波の記録から直接求められた発散波振幅比はFig. 3.2.4のような結果となる。Fig. 3.2.2の実験結果では、Kb＞1の範囲の高波数域において付加質量係数が理論値よりもかなり低目となっているが、これは力の計測における位相差の検出精度が若干悪かったためと思われる。これに対して、減衰力についてはFig. 3.2.3にみるように理論計算と実験値の一致は良好である。これは一見、矛盾しているように思えるが、付加質量係数の方が位相差に対して敏感であるためと思われる。実際，模型の慣性力をも含めた計算値と実測値を振幅および位相の形で比較すると

振幅については両者の一致が良好であったが、位相については高周波数側でいくらか差がみられた。 この点、何らかの修正が必要と思われるが、今回は無修正のまま比較することとした。

次に、2次の流体力のうち定常力の結果をFig. 3.2.5に，変動力の振幅と位相の結果をFig. 3.2.6, 3.2.7に示す。 これらの力は理論上、左右対称物体では垂直力のみに働くことになっている。 Fig. 3.2.5では、定常力は全波数範囲で沈下力として働くという計算結果となっているが、実験値も概ねそのような結果を与えている。 Fig. 3.2.6の変動力の振幅応答では、計算値はほぼ波数に比例して大きくなる結果となっており、実験値もそのような傾向を示している。 ただ、波数が1.5より大きな範囲では実験値がかなり小さくなっており、一致が良くない。 この原因は今のところ不明であるが、発散波の波くずれなどの影響で全体の流場の様子が変化することによるかも知れない。 Fig. 3.2.7の位相差の結果については、計算値は波数に対して単調な結果となっており、実験値も概略そのような傾向となっている。 波数の大きな所では、1次の流体力に生じていた位相のずれ

が、2次の流体力にも当然影響しているはずで、そのあたりでは実験値に修正が必要であると思われる。

次に、ルイスフォーム模型(S-2)に対する同様の比較をFig. 3.2.8 から Fig. 3.2.12 に示す。 1次の流体力では、左右揺の付加質量係数が波数の大きなところで負となっており、位相に対する実験精度が良くなかったことを示していると思われる。 2次の流体力では、Fig. 3.2.11の定常力は沈下力として働くことがわかり、理論と実験の一致が良好である。 Fig. 3.2.12 の2次の変動力の振幅応答は、傾向的には半没円柱の結果とほぼ同じであり、波数の大きな領域での一致が悪い。

さて，放射問題で物体が左右対称ならば、理論上2次の流体力は垂直力にのみ生ずることになっているが、念のために水平力についても倍周波数成分を求めた結果をFig. 3.2.13 に示す。 この結果をみると、この力は動揺振幅が小さなときには、ある値をもつが、動揺振幅の増大とともに値が小さくなり、従って、この力は2次の流体力ではないと判断される。 動揺振幅が小さなときの値は、解析誤差が拡大されるためと考えられる。

(B) 強制上下揺

この実験は、田才・小寺山[15,16]によって種々の断面柱体に対する結果が報告されている。また、山下[11]も楕円柱，楔型柱体の結果を報告している。

上下揺の問題は、Lee[4], Parisis[5]が2次の流体力を研究した時に扱ったものであり、最も基本的な問題として本研究でも実験することとした。

Fig. 3.3.1 は、半没円柱の場合の実験記録の1例である。この問題では、物体が左右対称であるので流体力は垂直力のみを計測した。力の記録に現れている高周波数成分の波形は、実験装置の機械的なノイズである。これに対応する計算波形，Fig. 2.26 ($\varepsilon=0.2$) と比較すると変形の傾向が良く似ていることがわかる。また，発散波の波形は変形が著しく，高調波成分が多いことがわかる。

Fig. 3.3.2 は、半没円柱の上下揺付加質量係数，Fig. 3.3.3 は減衰力から求められた発散波振幅比，Fig. 3.3.4 は発散波の記録から直接求められた発散波振幅比である。減衰力から求められた発散波振幅比は、波数(Kb)が1.5より大きい範囲で理論値よりも大きな値となっいるが、

この原因は、左右揺の場合と同様に高周波数域での位相の計測精度が良くないためと思われる。 一方、付加質量係数については、理論値よりもやや小さ目ではあるが定性的には良好な一致をしている。 また、Fig. 3.3.4 の発散波の記録から求められた発散波振幅比は、減衰力から求められたものとは違って、高波数域では理論値よりもかなり小さ目の結果となっている。 これは、発散波が限界波高を越えたための波くずれによるものと考えられる。

次に、この場合の2次の流体力の結果について Fig. 3.3.5 から Fig. 3.3.7 に示した。 Fig. 3.3.5 は、垂直方向の定常力の結果であり、理論では波数が小さなときは垂直上向き，それ以外はほぼ波数に比例して垂直下向きに働くことを示している。 また、同図中、波線は Papanikolaou-Nowacki [9] の計算結果であり、著者の計算とほぼ同様な結果となっている。 実験値は概ね計算値と一致していることがわかる。 Fig. 3.3.6 と Fig. 3.3.7 は2次の変動力の振幅と位相の応答である。 振幅応答では、著者の計算値は Papanikolaou-Nowacki [9] の値よりも少し大き目となっているが、傾向的には同様な結果であり、

ほぼ波数に比例して大きくなるとみなしても良いと思われる。一方、実験値は波数が1.5よりも小さなときは、計算値との一致が良好であるが、それよりも波数が大きいときは急激に小さな値となっている。この原因も、1次の発散波の波くずれなどが影響したためと考えられる。Fig.3.3.7は、2次の変動力の位相差の応答であり、著者の計算値はPapanikolaou-Nowackiのものとは約90°程度位相が違っているが、実験値は著者の計算値により近いように思われる。

次に、ルイスフォーム模型(S-2)に対する同様の比較をFig.3.3.8からFig.3.3.12に示す。減衰力から求められた発散波振幅比は、半没円柱の場合と同様に波数が1.5より大きな範囲で過大な値となっている。また、2次の流体力でも半没円柱と同じ傾向であり、定常力は全般的に理論と実験の一致が良いが、変動力では波数が1.5を超えると実験値が急激に小さくなっている。

以上の左右揺および上下揺の放射問題の理論計算および実験の結果をまとめると以下のようになる。

(1) 左右対称物体の左右揺・上下揺などの単一モードの

動揺では、2次の流体力は垂直方向にしか生じない事を理論と実験で確かめた。

(2) 放射問題における2次の流体力は一般に、理論と実験の一致が良く、これは2次の自由表面条件の取扱いが、散乱問題の場合とは異なって特に難点がないためと思われる。

(3) 2次の流体力のうち定常力は、今回の実験範囲全域で理論と実験の一致が良かったが、変動力は波数の大きい所で実験値が急に小さくなった。 これは、発散波の波くずれと関係があるように思われる。

3.4.3 舷側傾斜影響

この項では、舷側が水面と直交しない物体の流力特性を調べる目的で、半幅・吃水比(H_0)と面積係数(σ)が同一で水面と直交するもの(S-3, ルイスフォーム)と45°で交わる2次元柱体(S-4)について、上下揺と左右揺の放射問題と散乱問題の計算と実験を行った。

この点に関して、田才[30]は種々の2次元柱体を上下揺させたときの発散波を計測し、三角形断面では発散波振幅が計算値よりも低目となり、それをwedge effectと呼んでいる。 また、Tasai-Koterayama [16]は水面と30°で交わる三角形断面柱体の上下揺実験を行っているが、その実験結果をみると1次の流体力係数に上下揺振幅の影響が顕著であり、舷側が水面と直交しない物体では特殊な事情があるように思われる。 ところが、本論文の2章の理論的考察によれば、舷側傾斜の影響は2次の項で主として垂直力のみに現れるという結論となっており、その点で田才等の実験結果との関連に興味が持たれる。

(A) 強制左右揺

Fig. 3.4.1 は左右揺の付加質量係数についての比較であり、計算値ではS-3, S-4ともほぼ同じ特性を持っているがS-4の方が若干大きな値となっている。一方、実験値は計算値よりも小さな値となっているが、断面形状の違いによる差はほとんど認められない。

次に、Fig. 3.4.2 は計測された減衰力から求められた発散波振幅比、Fig. 3.4.3 は発散波を直接計測して求められた発散波振幅比であるが、これらの結果をみると計算と実験の一致は全般に良好であり、S-3, S-4もほとんど同じ特性を有していると思われる。また、左右揺振幅による差もほとんど生じておらず、これらによって左右揺では、1次の流体力特性は舷側傾斜が45°位までならば線型理論によって推定可能であると思われる。

次に、この場合の2次の流体力についての結果を示そう。Fig. 3.4.4 は、垂直力に生じる定常力の比較であり、この場合には舷側傾斜の影響が現れており、理論と実験の一致も概略良好と思われる。直交模型では、常に沈下力となっているが、舷側傾斜が45°(S-4)の模型では波数の大きな領域で逆に上昇力となることがわかる。

Fig. 3.4.5 は、垂直力に生じる2次の変動力の比較であり、計算値では $Kb \fallingdotseq 0.8$ 以下の低波数域ではS-3，それより大きな波数域ではS-4が大きくなる結果となっている。一方、実験値は全般的にS-4がS-3よりも大きくなっているが、その程度はわずかであり，計算値との一致も概略良好と思われる。定常力では顕著であった舷側傾斜影響が、変動力では小さくなる理由は、変動力では2次ポテンシャルによって生ずる流体力の割合が大きいためと考えることができる。また、この実験では変動力の振幅だけで比較しており、位相については実験精度を考えて比較してないが、位相関係についても調べるべきであったと思われる。

これらの結果から、左右揺における2次の流体力は理論と実験の一致が一般に良く，舷側傾斜の影響は垂直方向の定常力に顕著であることが確かめられた。

(B) 強制上下揺

Fig. 3.4.6 は、上下揺の付加質量係数についての比較であり、理論計算値はS-3，S-4ともほとんど同じ特性を持っていることがわかる。一方、実験値はS-3では

全般的に計算値よりもやや小さ目となっており、S-4では動揺振幅が小さなときはS-3と同程度，動揺振幅が大きなときは計算値よりも大きな値となっている。 S-4の実験で生じた動揺振幅影響はTasai-Koterayama[16]の実験結果と同じ傾向であるが、舷側傾斜角が違うこともあって、本研究の場合にはそれほど顕著ではない。

Fig. 3.4.7，3.4.8は左右揺の場合と同様に、減衰力から求められた発散波振幅比と波高計によって直接計測された結果である。 減衰力の計算値は、波数の大きな所で断面形状の違いによる差が生じており、S-4の方が幾分大きな値となっている。 これは、水面付近での傾斜角の効果が反映されたものと考えられ、実験値についても全般的にS-4の結果の方が大きくなっている。

ところが、Fig. 3.4.8 の直接計測された発散波については、特に波数の大きな所で計算値よりもかなり小さな値を与えており、これは発散波が限界波高を超えたことによる波くずれのためと思われる。 ただし、この場合はS-3，S-4の違いによる差はわずかである。

これらの結果から、上下揺における舷側傾斜の影響は1次の流体力では付加質量に生じ、減衰力はほぼ線型理

論による推定が可能である。 従って、エネルギーの面から考えると物体から流体に供給される仕事は概略線型理論的であるが、大振幅動揺で波数が大きなときは発散波によって消失する仕事の割合は減じ、波くずれなどの渦エネルギーによる散逸の割合が増大するものと考えられる。

次に、2次の流体力の結果をFig. 3.4.9, 3.4.10に示す。Fig. 3.4.9は垂直方向の定常力の結果であり、左右揺の場合と同様に舷側傾斜の影響が顕著である。 S-3は、理論計算では $Kb > 0.8$ の範囲では沈下力となるのに対し、S-4ではすべての波数領域で上昇力となっており、実験値も概略そのような傾向となっていると思われる。S-4では、舷側傾斜の影響で $Kb \to 0$ のときにもある有限値をとるが、これは浮力の非線型性から説明できる。

Fig. 3.4.10は、同じ問題での垂直力に含まれる2次の変動力の結果である。 S-4では $Kb \to 0$ で有限値となっており、この理由は定常力の場合と同じである。 $Kb > 0.4$ の範囲では、S-3の変動力の方がS-4のものより大きくなるという計算結果となっているが、実験値ではどちらかというとS-4の方が大きくなっているように思わ

れる。 しかし、その差はわずかであり，また理論計算値との比較では波数の大きな領域を除くと定量的にも大略良い一致を示していると思われる。

これらの結果、上下揺の場合も舷側傾斜の影響は特に、2次の定常力に顕著であるが、変動力については種々の項が複雑にたし合わされるのでその影響は小さいということが言える。

(C) 散乱問題

Fig. 3.4.11は散乱問題における波強制力の実験記録の1例であり、同じ波数と同じ波高の入射波に対する応答を比較したものである。 垂直力(F_y)の記録では、S-4の実験値が負のピーク付近で、S-3のものとは違った値となっており、これから定常力(平均値)は負方向(上昇力)として働くことがわかる。 一方、水平力(F_x)では力の絶対値は同じで位相が変化しているようにみえる。 また、舷側における水面変位は、S-3の方は直立した波高計で、S-4の方は45°傾いた波高計で計測されているので、正確には浸水ガース長さを計測していることになっているが、S-3とS-4の差が明瞭である。

Fig. 3.4.12は、1次の波強制力の水平力成分の比較で全般的に実験値の方が計算値よりも大きくなっているが、良好な一致を示していることがわかる。また、S-3とS-4の違いによる差は計算値，実験値ともにないと思われる。Fig.3.4.13は、同様に垂直力についての比較であり、計算値では波数が大きい領域でS-4の方がわずかに大きめの値となっている。一方、実験値は全体的に計算値よりも大きめとなっているが、定性的には計算値と良く一致していると思われる。また、断面による比較ではS-4の方がS-3のものより大きな値となっており、この点も計算結果と定性的に一致していると思われる。ここで、実験値が計算値よりも大きくなった最大の理由は、入射波高が小さかったためと思われるが、波数の大きな領域では反射波係数がほぼ1となり、入射波と干渉するので入射波高を大きくすると波くずれを起こしやすくなるために、あまり大きな入射波高とするわけにはいかなかった。

次に2次の波強制力に関する結果を示す。Fig.3.4.14は漂流力についての結果であり，実験値は理論値よりも過大となっている。野尻・村山[31]の実験結果などで

は、拘束物体に働く漂流力は理論値と良く一致していたことなどから、本実験の結果は実験精度が悪かったためと思われる。Fig.3.4.15は垂直力の定常力の結果であり、実験値はかなりばらついているが、定性的には理論値と一致していると思われる。S-3では常に沈下力となっているのに対し、S-4では逆に上昇力となっており、実験値も概ねそのような結果となっている。

次に、Fig.3.4.16は2次の変動力の水平力成分についての比較であるが、計算値は波数の変化に対して単調であり、実験値も概ねそのような結果となっている。
S-3とS-4の比較では、計算値は波数の大きな領域でS-4の方が大きくなっており、実験値にもそのような傾向がみられる。

Fig.3.4.17は、垂直力に含まれる2次の変動力についての比較である。S-3の計算値は半没円柱(S-1)などの結果と定性的によく似た応答となっているのに対し、S-4では舷側傾斜影響のために、波数の変化に対して単調な結果を与えている。これに対する実験値は、Kb>1の領域で計算値に比較して大きな値となっており、半没円柱(S-1),ルイスフォーム(S-2)などと同程度の結果と

なっている。また、S-3，S-4の違いによる差も定常力では明瞭であったにもかかわらず、はっきりしていない。S-5（ルイスフォーム）の実験における計測記録 Fig.3.5.1 およびその解析結果 Fig.3.5.6 などと比較しても、理論と実験の一致は良好であることから、このような結果となった理由は実験精度にあるものと思われる。と言うのは、1次の応答でも Fig.3.4.13 をみると，理論値よりも2割程度大きな結果となっているが、2次の問題ではその誤差が2乗で効くと考えられるからである。

これらをまとめると，散乱問題における舷側傾斜の影響は、主として2次の垂直力に生じ、定常力では実験的にも確認できた。しかし、2次の変動力については、他の項との大小関係で定常力ほど明瞭には現れないが、理論計算結果によれば低波数域で舷側傾斜影響が大きくなっている。

3.4.4 波浪中の動揺(S-5)

(A) 散乱問題

実験で得られた入射波形と検力計で計測された力の記録の1例をFig. 3.5.1に示す。 これをみると垂直力の波形が正弦波とはかけ離れた複雑なものとなっており、高次の流体力の影響が大きいことがわかる。 これに比べて水平力は、かなり正弦的であり高次の流体力の影響は小さいと思われる。

Fig. 3.5.2 は1次の波強制力の水平力成分についての結果であるが、理論計算と実験の一致は良好であることがわかる。 Fig. 3.5.3 は同様に垂直力の比較であり、これについても両者の一致は良好である。 ただ、Fig. 3.5.3 の横揺モーメントについては実験値が理論値よりも多少低めとなったが、この原因は三分力計の取付け精度などによる実験誤差と考えられる。

次に、2次の波強制力の変動力成分についての結果をFig. 3.5.5 から Fig. 3.5.7 に示す。垂直力は理論と実験の一致が良好であるが、水平力については他の模型の実験と同様な結果となり、横揺モーメントについては実験値が低めとなっている。

一方、このときの2次の定常力についてはFig. 3.5.12からFig. 3.5.14に自由浮体の場合の結果と合わせて示してあるが、それらをみると定常力では理論と実験の一致が良好であることから、2次の変動力の不一致は自由表面条件に由来するポテンシャル力によるものであると思われる。 この項の計算は(2.46)式によっているが、実験では反射波の影響を避けるために適当な時間で打切っており、これらの不一致が原因とも考えられるが、今のところは明らかではない。

(B) 波浪中の動揺

次に、波の中で動揺する場合の結果を示す。Fig. 3.5.8は、実験で得られた記録の1例である。 左右揺と横揺の波形は、静止時の0点から一定値だけシフトしているのがわかり、これらのシフト量から逆算することによって定常力を求めることができる。 一方、2次の変動力に対応する動揺については、これらの波形から判断して大変微小なものであろうと予想される。

Fig. 3.5.9 ～ 3.5.11 は1次の動揺の結果であるが、理論と実験の一致が良いことがわかる。ただ、横揺の位相

差については両者の一致が良くないが、これは横揺の絶対値が大変小さいことによる実験誤差と思われる。

Fig. 3.5.12 ～3.5.14 は2次の定常力についての結果であるが、理論と実験の一致は概略良好であると思われる。 Fig. 3.5.13 の垂直力では、固定時には常に沈下力として働くが、動揺が許されたときは Kb < 0.7 の範囲で逆に上昇力となることが、わかる。また、Fig. 3.5.14 の定常横揺モーメントは、固定時には Kb < 0.4 で正（反時計回り），Kb > 0.4 で負であり波数の増加に対して単調な変化を示すだけであるが、自由浮体の場合は常に負、すなわち透過波側に定常傾斜することになり、1次の上下揺の同調点付近でピークを持つ。

次に、2次の動揺応答の結果を Fig. 3.5.15 ～ 3.5.17 に示す。 Fig. 3.5.15 の左右揺では計算値は1次の横揺同調点付近で急激な応答を示し、1次の上下揺同調点付近で緩やかに応答することがわかる。 実験値はかなりばらついており一定の傾向も見出し難いが、全体的には計算結果と同程度となっていると思われる。 Fig. 3.5.16 は上下揺の結果であり、理論上は2次の上下揺同調点（概略1次の同調点の1/4の波数で）と1次の横揺および上下

揺同調点の3箇所で応答が大きくなることになっている。従って、低波数域での応答が重要になると考えられるが、今回の実験結果をみると低波数域ではかなり小さな値となり、計算値との一致が悪い。しかしながら、今回の実験では小水槽のため、長波長域での実験精度の信頼性には疑問があると考えられるので、この結果から結論を下すのは難しいように思われる。Fig. 3.5.17は同様にして横揺の場合であり、左右揺、上下揺の結果と同様に低波数域での応答が大きくなる計算結果となっている。

これらの2次の動揺応答の理論計算と実験結果から以下の事がわかる。

(1) 2次の定常力については、固定時も動揺自由時も理論と実験の一致が良く、理論計算結果の妥当性が確かめられた。

(2) 2次の変動力では、固定物体に働く波強制力は波数に対して単調であり、大略波数に比例すると考えられるが、逆に動揺を許したときの動揺応答は低波数域で大きくなり、それは1次と2次の動揺の同調と密接に関係している。従って、2次の浮体動揺を考えるときは低波数域(長波長域)での応答が重要

であると考えられ，このことは係留浮体などで問題となる長周期運動などの経験と一致する。

最後に、Fig.3.5.18 には定常横揺モーメントを与える漂流力のモーメントレバーの計算値を示す。図中、$\ell_w^{(1)}$ は1次の波強制力のモーメントレバーである。動揺自由の場合には、低波数でモーメントレバーが大きくなっているが、これはその領域での漂流力が微小となるためである。

結　論

以上、3章にわたって静水中あるいは波の中で動揺する2次元浮体に働く非線型流体力に関して理論的および実験的な研究を行った結果、以下の結論を得た。

(1) 2次の境界値問題で現れる自由表面上の境界条件を扱いやすくするために、物体表面と自由表面上の特異点で構成される境界積分方程式によって解き，1次の問題では他の解法と比較して精度的にも満足しうる結果を得た。 また、2次の物体表面条件と自由表面条件を求める際、数値的な簡単化を行って精度良く求める方法を提案した。

(2) 放射問題では、1次と2次の流体力は理論と実験で良く一致することを、左右揺と上下揺について確かめた。 また、単一モードの動揺では2次の流体力は垂直力のみに現れること，自由表面条件に基づく流体力は物体表面条件に基づく流体力に比べて相対的に小さいことなどを数値計算によって明らかにした。

(3) 散乱問題では、1次の流体力は理論と実験の一致が良好であり、2次の流体力のうち定常力については

同様である。　２次の変動力の水平方向成分および回転モーメントについては、理論と実験で若干異なった傾向となったが、定量的にはほぼ同程度であるといえる。

(4) 舷側傾斜の影響については、水面での傾斜角が45°程度ならば、その影響は１次の流体力には概略無関係とみなしてよく，２次の流体力については浮体断面が左右対称ならば、主として垂直力に影響することを計算と実験で確かめた。

(5) 波浪中の自由浮体は、漂流力のほか沈下力および傾斜モーメントなどの２次の定常力を受けており，それらについては理論計算によって精度良く推定できることを実験的に確かめた。　また、波浪中の自由浮体の２次の動揺は、１次と２次の動揺の同調点付近を除くと一般には小さなものであると考えられる。従って、減衰力が大きな高波数での応答は問題とはならず逆に、低波数域での応答が問題となるように思われる。

(6) 波浪中の２次の動揺問題では、１次の入射波ポテンシャル、散乱ポテンシャルおよび３つの動揺ポテンシャル

シャルがたし合わされ、相互に干渉しながら全体の流場が決定される。 従って、2次の流体力および動揺を厳密に取扱うには1次の量はすべて考慮する必要があり、それらの一つでも無視すると全く違った結果を得る可能性があり注意を要する。

本研究では、摂動法による理論計算が実験と比較してどの程度合うのかという点に主眼を置いたので、入射波や発散波の波高は限界波高の範囲内とした。 このことは実験的にも、いったん波くずれが生じると2次元性が保てなくなるなどの問題があり、この制限は不可欠であった。 従って、この場合の非線型流体力は一般に小さなものとなり、実験的にも高い計測精度を要するものとなったが、これらの制限下では一応、理論計算によって現象が説明できるという結論に達した。

今後の研究の目標としては、波くずれを生じるような大波高・大振幅動揺の問題、一般的な3次元物体への拡張、過渡現象を含む不規則波中での問題などが考えられる。

謝　辞

本論文を終えるにあたり、懇切なる御指導と御教示を賜りました次の各位に対して、著者の深甚なる感謝の意を表します。

本論文をとりまとめるに際し、大阪大学工学部造船学教室　中村彰一教授より終始暖かい御指導と御鞭撻を賜わりました。

本研究の契機を与えられ、また、長期にわたって本研究の遂行の機会を与えられました防衛大学校機械工学教室　別所正利教授には終始懇切なる御指導と多大なる御援助をいただきました。

また、防衛大学校機械工学教室、水野俊明教授、鈴木勝雄講師、河辺　寛助手には本研究の数値計算ならびに実験に関して貴重なる御教示と御討論をいただきました。

さらに、卒業研究として著者と共に研究・実験されました防衛大学校本科卒業生の方々はじめ職員・研究科学生の皆様には多大なる御協力をいただきました。

以上の方々に対して、著者の深甚なる感謝をささげます。

参考文献

1) Wehausen, J.V. and Laitone, E.V.:Surface Waves, Handbuch der Phsik, Vol.9, Springer-Verlag, Berlin, 1960, pp.446-778.

2) Maruo, H.:The drift of a body floating on waves, J.Ship Res., Vol.4, No.3, 1960, pp.1-10.

3) Ogilvie, T.F.:First- and second-order forces on a cylinder submerged under a free surface, J.Fluid Mech., Vol.16, 1963, pp.451-472.

4) Lee, C.M.:The second-order theory of heaving cylinders oscillating vertically in a free surface, Report No.NA-66-7., Univ. of California, Berkely, 1966.

5) Parissis, G.C.:Second-order potentials and forces for oscillating cylinders on a free surface, MIT-Rept. No.66-10, Dept. of Ocean Eng., MIT, 1966.

6) Potash, R.L.:Second-order theory of oscillating cylinders, J.Ship Res., Vol.15, 1971, pp.295-324.

7) Söding, H.:Second-order forces on oscillating cylinders in waves, Schiffstechnik, Vol.23, 1976, pp.205-209.

8) 増本 彰：規則波中における浮体に働く非線型流体力について，関西造船協会誌，第117号，昭和54年3月、pp.17-31.

9) Papanikolaou, A. and Nowacki, H.:Second-order theory of oscillating cylinders in a regular steep waves, Proc. of the 13th ONR Symp., 1980, pp.303-331.

10) Kim, C.H.:Über den Einfluz nichtlinearer Effekte auf hydrodynamische Kräfte bei erzwungene Tauchbewegungen prismatischer Körper, Schiffstechnik, Bd.14, Heft 73, 1967, pp.79-91.

11) 山下誠也：薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算、日本造船学会論文集、第141号、昭和52年6月、pp.61-69.

12) Faltinsen, O.:Numerical solutions of transient nonlinear free-surface motion outside and inside moving bodies, Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 1977, pp.347-357.

13) Nicholas, B.D. and Hirt, C.W.:Nonlinear hydrodynamic forces on floating bodies, Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 1977, pp.382-394.

14) Vinje, T. and Brevig, P.:Nonlinear ship motions, Proc. 3rd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 4-3, 1981.

15) 田才福造、小寺山亘：上下揺する半没水円柱に働く非線型流体力について、九州大学応力研所報，第40号、昭和48年.

16) Tasai, F. and Koterayama, W.:Nonlinear hydrodynamic forces acting on cylinders heaving on the surface of a fluid, Rept. No.77, Res. Inst. of Appl. Mech., Kyushu Univ., 1976.

17) Chakrabarti, S.K.:Nonlinear wave forces on vertical cylinder, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.98, No.HY11, Nov. 1972, pp.1895-1909.

18) Raman, H., Jothishanker, N. and Venkatanarasaiah, P.:Nonlinear wave interaction with vertical cylinder of large diameter, J. Ship Res., Vol.21, No.2, June 1977, pp.120-124.

19) Molin, B.:Second-order diffraction loads upon three-dimensional bodies, Appl. Ocean Res., Vol.1, No.4, 1979, pp.197-202.

20) Kim, C.H. and Dalzell, J.F.:An analysis of the quadratic frequency response for lateral drifting force and moment, J. Ship Res., Vol.25, No.2, June 1981, pp.117-129.

21) Yeung, R.W.:A singularity-distribution method for free surface flow problems with an oscillating body, Rept. No.NA-73-6, Univ. California, Berkely, 1973.

22) Ursell, F.:On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid, Quart. Journ. Mech. and Appl. Math., Vol.2, Pt.2, 1949.

23) 別所正利：波の中の船の横揺れ運動の理論について、防衛大学校理工学研究報告、第3巻、第1号、昭和40年5月.

24) Salter, S.H.:Absorbing wave-maker and wide tanks, Directional Wave Spectra Applications'81 Sympo., Berkeley, California, 1981.

25) 田才福造、高木又男：規則波中の応答理論および計算法、日本造船学会耐航性に関するシンポジウム、昭和44年7月、pp. 1-52.

26) Bai, K.J.:A variational method in potential flows with a free surface, Rep. NA-72-2, Univ. California, Berkely, Sept. 1972.

27) 杉浦正憲、一色　浩：水波に関するSommerfeldの放射条件とその数値計算への応用について、関西造船

協会誌、第156号、昭和50年3月、pp.67-74.

28) 別所正利、経塚雄策：水の波の理論における内部問題について、西部造船会会報、第57号、昭和54年3月、pp.37-52.

29) Vugts, Ir.J.H.:The hydrodynamic coefficients for swaying, heaving and rolling cylinders in a free surface, Int. Shipbuilding Progr., Vol.15, 1968.

30) 田才福造：柱状体の強制上下動揺によって生ずる進行波高の計測、造船協会論文集、第107号、昭和35年6月.

31) 野尻信弘、村山敬一：規則波中の2次元浮体に働く漂流力に関する研究、西部造船会会報、第51号、昭和50年12月、pp.131-152.

32) 管　信：二次元造波理論，三次元造波理論、第2回耐航性に関するシンポジウム、昭和52年12月、pp.17-40.

33) 一色　浩：造波問題における変分法的取り扱い、第2回耐航性に関するシンポジウム、昭和52年12月、pp.41-56.

34) 前田久明：任意船型におよぼす波の強制力について、日本造船学会論文集、第126号、昭和44年12月、pp.55-83.

35) 別所正利：逆時間ポテンシャルについて、関西造船協会誌、第159号、昭和50年12月、PP.75－84。

36) 前田久明：安藤定雄、不破 健：海洋エネルギーの利用、第4回海洋工学シンポジウム、昭和54年2月.

37) Maruo, H.:The forces and moments acting on a body moving in a weak potential flow field, Proc. 9th Japan National Congress for Appl. Mech., 1959.

38) Lee, C.M. and Newman, J.N.:The vertical mean force and moment of submerged bodies under waves, J. Ship Res., Vol.15, No.3, Sept. 1971, pp.231-245.

39) 別所正利、小松正彦：水面で動揺する2次元平板に働く流体力について(続報)、関西造船協会誌、第163号、昭和51年12月、PP.67－74.

40) Abramowitz, M. and Segun, I.:Handbook of mathematical functions, Dover Publications, 1967.

NOMENCLATURE

A	area of cylinder cross section
A_s, A_h	radiation-wave amplitude ratios in swaying and heaving oscillations
a_i, $(i=1,2,3)$	amplitude of forced oscillation in i-mode
a_w	wave amplitude
$B=2b$	waterline beam
$a,b,c^{(n)}$, $d^{(n)},f^{(n)},h^{(n)}$	body boundary condition, eq.(1.20)
$C(t)=Co-\Delta C(t)$	wetted body contour at time t
Co	wetted body contour in a position of equilibrium
$\Delta C(t)$	wetted surface change at time t
$Df=-{}_0F_1^{(2)}$	drifting force in sway, eq.(1.56)
$F_{ij}^{(1)}$	first-order force of j-mode caused by i-mode oscillation, eq.(2.26)
${}_kF_{ij}^{(2)}$, $(k=0,2)$	second-order force of j-mode caused by i-mode oscillation, k denotes frequency parameter, eq.(3.3)
${}_2F_j^{(2)}(i)$, $(i=1,5)$	each component of second order force, eq.(1.46)
${}_2F_j^{(2)}(i)$, $(i=m,b,f)$	each force due to second-order potential, eq.(2.40)
$f_{ij}^{(1)}$, ${}_0f_j^{(2)}$, ${}_2f_j^{(2)}(i)$	non-dimensional expression for $F_{ij}^{(1)}$ and ${}_kF_j^{(2)}$, eqs.(3.5),(3.7)
$\overline{GM}$	metacentric height
g	acceleration of gravity
$H_j^{\pm}(K)$	Kochin function of j-mode, eq.(2.3)
${}_2h^{(2)}$	second-order body boundary condition due to motions of bi-harmonics, eq.(2.29)
$h_{ij}^{(2)}$	second-order body boundary condition due to quadratic terms of first order motions, eq.(2.29)
$I_m={}_0F_3^{(2)}$	steady heeling moment, eq.(1.56)
$I_o=M\,r_G^2$	mass moment of inertia with respect to o, eq.(1.48)
Iw	moment of inertia of the waterline, eq.(1.46)
K	wave number
k	spring constant of a mooring coil, eq.(1.55)
M	mass of a body per unit length
m_s, m_h	added-mass coefficients in swaying and heaving oscillations
m_{ij}	added-mass coefficient in j-mode oscillation caused by i-mode oscillation
n	unit normal vector, positive into the fluid
$\overline{OM}$	height of metacenter from coordinate origin
$o-xy$	inertial right-handed Cartesian coordinate system
$\bar{o}-\bar{x}\bar{y}$	body fixed right-handed Cartesian coordinate system

$p^{(1)}$	first-order hydrodynamic pressure, eqs.(1.33),(1.34)
${}_k p^{(2)}$	second-order pressure of frequency parameter k, eqs. (1.35),(1.36)
$Q(x)$	second-order inhomogeneous condition on the free surface, eq.(1.32)
$q(x)$	normalized expression for Q(x), eq.(2.29)
$r^{\pm}(t)$	relative wave elevation at time t, eq.(1.44)
r_G	radius of gyration
$Sf={}_0F_2^{(2)}$	sinkage force, eq.(1.56)
V_n	normal velocity on body surface, eq.(1.8)
$X_j^{(n)}$	body motion of j-mode of order n, eq.(1.15)
x', y'	tangential derivative on body, eq.(1.19)
(x_G, y_G)	center of gravity of the body
(x_B, y_B)	center of buoyancy of the body
ε	perturbation parameter
ρ	fluid density or radius of curvature of body contour eq.(1.21)
ω	circular frequency of incident wave and first-order motions
λ	wave length, eq.(1.31)
$\eta^{(n)}$	free surface elevation of order n, eq.(1.12)
$\eta_0^{(n)}$	free surface elevation of incident wave, eq.(1.30)
$\delta_{ij}^{(n)}$, $\delta_j^{(n)}$	phase lag between force and incident wave, eqs.(3.3),(3.6)
α_j	phase lag between motion and incident wave, eq.(3.8)
$\Phi^{(n)}$	velocity potential of order n, eq.(1.11)
$\varphi_j^{(1)}, \phi_j^{(1)}$	first order complex potential of j-mode, eqs.(2.14),(2.15)
${}_k\varphi^{(2)}$, (k=m,b,f)	second-order potential split into each component, eq.(2.28)
φ_s, ϕ_s	source potential placed at the coordinate origin eqs.(2.2),(2.18)
φ_D, ϕ_D	doublet potential placed at the coordinate origin eqs.(2.2),(2.21)
φ_N, ϕ_N	wave free potential, eq.(2.4)
ϕ_j^R	radiation potential of unit velocity of j-mode oscillation, eqs.(2.42),(2.43)

付録1　2次元流体力の計算法および諸定理

ここでは、本研究において直接あるいは間接に使われた2次元流体力に関するいくつかの定理について述べる。従って、線型理論に関する事がらが中心となるが、これらの公式は非線型な問題を扱う場合にも大変有用である。

2次元動揺問題の今日の隆盛は、1949年のUrsellの論文[22]に始まるとされており、以来幾多の研究者によって数々の成果を上げてきた。

2次元流体力の計算法として知られている代表的なものをあげると

1. 級数展開法 (Multipole expansion method)
2. 積分方程式法 (Integral equation, Green function method)
3. 固有関数展開法 (Eigen function expansion method)
4. 変分法 (Variational method)
5. 有限要素法 (Finite element method)
6. 境界要素法 (Boundary element method)

などがあり、それぞれの解説は文献[25], [32], [33]などになされている。もちろん、解法の違いはあれ、問題は同じポテンシャル論に則ったものであるから、ここでは積分方程式法を中心として議論を進める。

入射波と散乱ポテンシャル、および各動揺の放射ポテンシャルを以下のように規格化する。

$$\left.\begin{aligned} \varphi_j(x,y) &= \frac{i g a_w}{\omega}\phi_j(x,y) \quad , \quad j=0,4 \\ \varphi_j(x,y) &= i\omega X_j\,\phi_j(x,y) \quad , \quad j=1,2,3 \end{aligned}\right\} \tag{A.1.1}$$

ただし

a_w = 入射波高

X_j = j-モードの動揺振幅

j =(0,1,2,3,4)は入射波，左右揺，上下揺，横揺および散乱ポテンシャル

これらを使えば、波の中で動揺する物体の速度ポテンシャルは1次の項だけをとれば

$$\left.\begin{aligned} \Phi(x,y,t) &= Re\left\{\varphi(x,y)e^{i\omega t}\right\} \\ \varphi(x,y) &= \frac{i g a_w}{\omega}\left(\phi_0+\phi_4+K\sum_{j=1}^{3}\frac{X_j}{a_w}\phi_j\right) , \quad K=\frac{\omega^2}{g} \end{aligned}\right\} \tag{A.1.2}$$

となり、圧力は静水圧と高次の項を無視して

$$\left.\begin{aligned} P(x,y,t) &= Re\left\{p(x,y)e^{i\omega t}\right\} \\ p(x,y) &= -i\rho\omega\varphi(x,y) \\ &= \rho g a_w\left(\phi_0+\phi_4+K\sum_{j=1}^{3}\frac{X_j}{a_w}\phi_j\right) \end{aligned}\right\} \tag{A.1.3}$$

で与えられる。

入射波ポテンシャルは、無限水深のとき

$$\phi_0 = e^{-Ky+iKx} \tag{A.1.4}$$

で与えられる。

1次のポテンシャルの境界条件は、(2.17) 式を再記すると

$$\left.\begin{array}{lll}
[L] & \nabla^2 \phi_j(x,y) = 0 & \\
[F] & \left\{K + \frac{\partial}{\partial y}\right\} \phi_j(x,0) = 0 & \\
[H] & \frac{\partial}{\partial n}\phi_j(x,y) = \frac{\partial}{\partial n}\chi_j \quad ,(j=1,2,3) & \text{on } C_0 \\
 & \frac{\partial}{\partial n}\phi_4(x,y) = -\frac{\partial}{\partial n}\phi_0 & \text{on } C_0 \\
[B] & \frac{\partial}{\partial y}\phi_j(x,\infty) = 0 & \\
[R] & \left\{\frac{\partial}{\partial x} \pm iK\right\}\phi_j(x,y) = 0 \quad , \quad x \to \pm\infty &
\end{array}\right\} \tag{A.1.5}$$

ただし

$$\frac{\partial}{\partial n}\chi_1 = \frac{\partial}{\partial n}x \quad , \quad \frac{\partial}{\partial n}\chi_2 = \frac{\partial}{\partial n}y \quad , \quad \frac{\partial}{\partial n}\chi_3 = x\frac{\partial y}{\partial n} - y\frac{\partial x}{\partial n}$$

となる。

ここで、(x',y') に単位強さの吹き出しがある時の (x,y) におけるポテンシャルは、2次元グリーン関数を使って

$$G(P,Q) = \frac{1}{2\pi}\log(r_1/r_2) - \frac{1}{\pi}\lim_{\mu\to 0}\int_0^\infty \frac{e^{k(y+y')}\cos k(x-x')}{k-K+i\mu}\,dk \; , \tag{A.1.6}$$

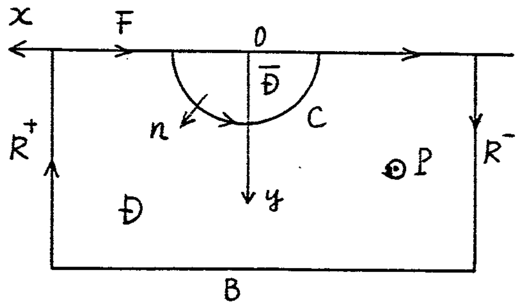
ただし　$r_1^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$,　$P = (x, y)$

$r_2^2 = (x-x')^2 + (y+y')^2$,　$Q = (x', y')$

μ は Reyleigh の仮想摩擦

と表現できる。[23]

このグリーン関数は、(A.1.5)式の境界条件[L],[F],[B],[R] を満足している。



ここで，ϕ_j と $G(P, Q)$ に対してグリーンの定理を使い右図のような一周積分路をとれば

$$
\left.\begin{aligned}
\phi_j(P) &= \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n_Q}\phi_j(Q) - \phi_j(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q}\right) G(P,Q)\, ds(Q) , \quad P \in D \\
0 &= \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n_Q}\phi_j(Q) - \phi_j(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q}\right) G(P,Q)\, ds(Q) , \quad P \in \bar{D}
\end{aligned}\right\} \text{(A.1.7)}
$$

なる表現ができる。　この第1式から、$P \to C$ のときの $G(P, Q)$ の特異性を考慮して

$$
\frac{1}{2}\phi_j(P) + \int_C \phi_j(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q} G(P,Q)\, ds(Q) = \int_C \frac{\partial}{\partial n_Q}\phi_j(Q)\, G(P,Q)\, ds(Q) , \quad \text{(A.1.8)}
$$

なる積分方程式を解けば ϕ_j が求められる。

また、散乱ポテンシャルを $\phi_S = \phi_0 + \phi_4$ とすれば

$$\frac{1}{2}\phi_S(P) + \int_C \phi_S(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q}G(P,Q)\,ds = \phi_0(P) \qquad (A.1.8')$$

のように、簡単化できる。

次に、物体の内部領域，$\bar{D}$ 内でもポテンシャルを考え

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \nabla^2\bar{\Phi}(x,y) = 0 & \text{in } \bar{D} \\ [F] & \left\{K + \frac{\partial}{\partial y}\right\}\bar{\Phi}(x,y) = 0 & \text{on } \bar{F} \end{array}\right\} \qquad (A.1.9)$$

なる条件を満足するものとすれば、外部問題と同様にして

$$\left.\begin{array}{ll} \bar{\Phi}(P) = \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n_Q}\bar{\Phi}(Q) - \bar{\Phi}(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q}\right)G(P,Q)\,ds(Q), & P \in \bar{D} \\ 0 = \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n_Q}\bar{\Phi}(Q) - \bar{\Phi}(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q}\right)G(P,Q)\,ds(Q), & P \in D \end{array}\right\} \qquad (A.1.10)$$

ただし、$\bar{\Phi}$ は物体内部ポテンシャルとする。

ここで、(A.1.7) の第1式から (A.1.10) の第2式を差し引くと

$$\phi_j(P) = \int_C \left\{\frac{\partial}{\partial n_Q}(\phi_j - \bar{\Phi}) - (\phi_j - \bar{\Phi})\frac{\partial}{\partial n_Q}\right\}G(P,Q)\,ds(Q), \qquad (A.1.11)$$

となるが、

$$\left.\begin{aligned}\phi_j - \bar{\Phi} &= 0\\ \frac{\partial}{\partial n_Q}(\phi - \bar{\Phi}) &= \sigma(Q)\end{aligned}\right\} \text{ on } C \tag{A.1.12}$$

とおけば

$$\phi_j(p) = \int_C \sigma(Q)\, G(p,Q)\, ds(Q) \tag{A.1.13}$$

となり、吹き出しによる表現式を得る。　これを解くには、P→C のときの $G(p,Q)$ の特異性に注意して

$$\frac{\partial}{\partial n_p}\phi_j(p) = \frac{1}{2}\sigma(p) + \int_C \sigma(Q)\frac{\partial}{\partial n_p}G(p,Q)\, ds(Q) \tag{A.1.14}$$

あるいは、(A.1.13) 式の流れ関数表示から

$$\psi_j(p) = \int_C \sigma(Q)\, T(p,Q)\, ds(Q) \tag{A.1.15}$$

ただし、$\psi_1 = y + C$　, $\psi_2 = -x + C$　, $\psi_3 = -\frac{1}{2}(x^2+y^2) + C$

$\psi_4 = i e^{-Ky+iKx} + C$　　　, C は任意定数

$$T(p,Q) = \frac{1}{2\pi}(\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{\pi}\lim_{\mu\to 0}\int_0^\infty \frac{e^{-k(y+y')}\sin k(x-x')}{k - K + i\mu}dk$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{y-y'}{x-x'}\ ,\quad \theta_2 = \tan^{-1}\frac{y+y'}{x-x'}$$

解くこともできる。[34]

次に、(A.1.11) 式において

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n_Q}(\phi_j - \bar{\Phi}) &= 0 \\ \phi_j - \bar{\Phi} &= -\mu(Q) \end{aligned}\right\} \text{ on } C \tag{A.1.16}$$

とおけば

$$\phi_j(P) = \int_C \mu(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q} G(P,Q)\, ds(Q) \tag{A.1.17}$$

なる二重吹き出しの表現式を得る。　これを解くには

$$\frac{\partial}{\partial n_P}\phi_j(P) = \int_C \mu(Q)\frac{\partial^2}{\partial n_P \partial n_Q} G(P,Q)\, ds(Q) \tag{A.1.18}$$

あるいは、流れ関数表示により

$$\begin{aligned} \psi_j(P) &= \int_C \mu(Q)\frac{\partial}{\partial n_Q} T(P,Q)\, ds(Q) \\ &= -\int_C \mu(Q)\frac{\partial}{\partial s_Q} G'(P,Q)\, ds(Q) \end{aligned} \tag{A.1.19}$$

ただし、$T(P,Q)$ と $G'(P,Q)$ は Q点に関するコーシー・リーマンの関係式から

$$\frac{\partial}{\partial n_Q} T(P,Q) = -\frac{\partial}{\partial s_Q} G'(P,Q)$$

$$G'(P,Q) = -\frac{1}{2\pi}\log(r_1 r_2) - \frac{1}{\pi}\lim_{\mu\to 0}\int_0^\infty \frac{e^{-k(y+y')}\cos k(x-x')}{k-K+i\mu}\,dk$$

によって、解けばよい。

さて、グリーン関数の無限遠での漸近値は(A.1.6)式によって

$$G(P,Q) \xrightarrow[x\to\pm\infty]{} i e^{-K(y+y')\mp iK(x-x')} \qquad (A.1.20)$$

であるから、(A.1.7)式に代入すれば

$$\phi_j(P) \xrightarrow[x\to\pm\infty]{} i H_j^{\pm}(K)\, e^{-Ky\mp iKx} \qquad (A.1.21)$$

ただし

$$H_j^{\pm}(K) = \int_C \left(\frac{\partial}{\partial n}\phi_j - \phi_j\frac{\partial}{\partial n}\right) e^{-Ky\pm iKx}\, ds$$

となり、$H_j^{\pm}(K)$ は j-モードのコチン関数である。

このとき、水面変位を $\eta_j(x)$ とすると

$$\left.\begin{aligned} \eta_j(x) &\xrightarrow[x\to\pm\infty]{} -iKX_j H_j^{\pm}(K)\, e^{\mp iKx}, \quad j=1,2,3 \\ \eta_4(x) &\xrightarrow[x\to\pm\infty]{} -i a_w H_4^{\pm}(K)\, e^{\mp iKx} \end{aligned}\right\} \qquad (A.1.22)$$

であり、コチン関数は無限遠での発散波振幅を与えることがわかる。　また、発散波振幅比を $A_j^{\pm}$ とすれば

$$A_j^{\pm} = \left|\eta_j(x)\right| / X_j = K\left|H_j^{\pm}(K)\right| \quad , \quad j=1,2,3 \qquad (A.1.23)$$

で与えられる。

次に、境界値問題の解から ϕ_j の分布が求まれば(A.1.3)式によって圧力分布が求められる。　これによる流体力

と波強制力は

$$
\left.\begin{aligned}
F_{ij} &= -\int_C P_i(x,y)\frac{\partial}{\partial n}x_j\,ds \\
&= -\rho\omega^2 X_i\int_C \phi_i\frac{\partial}{\partial n}\phi_j\,ds \qquad , \text{for}\begin{Bmatrix} i=1,2,3 \\ j=1,2,3 \end{Bmatrix} \\
E_j &= -\int_C (P_0+P_4)\frac{\partial}{\partial n}x_j\,ds \\
&= -\rho g a_w\int_C(\phi_0+\phi_4)\frac{\partial}{\partial n}x_j\,ds \ , \text{for}\ j=1,2,3
\end{aligned}\right\} \tag{A.1.24}
$$

として求められるが、簡単のため

$$
\left.\begin{aligned}
f_{ij} &= \int_C \phi_i\frac{\partial}{\partial n}\phi_j\,ds \\
e_j &= \int_C (\phi_0+\phi_4)\frac{\partial}{\partial n}\phi_j\,ds
\end{aligned}\right\} \tag{A.1.25}
$$

としよう。

まず、f_{ij} は ϕ_i, ϕ_j に対してグリーンの定理を使うと次の相反定理を得る。

$$
f_{ij} = f_{ji} \tag{A.1.26}
$$

また、$\frac{\partial}{\partial n}\phi_4 = -\frac{\partial}{\partial n}\phi_0$ on C を使うと

$$
\begin{aligned}
e_j &= \int_C\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial n} - \phi_j\frac{\partial}{\partial n}\right)\phi_0\,ds \\
&= H_j^+(K)
\end{aligned} \tag{A.1.27}
$$

となり、これはハスキンドの関係式と呼ばれている。

次に、別所の逆時間ポテンシャル[35]を導入しよう。ここで、逆時間ポテンシャルとは正時間の現象において時間の進みを逆転したときのポテンシャルである。従って、正時間ポテンシャルとは複素共役の関係にある。

まず、放射問題の逆時間運動を考えると、無限遠方では

$$\left.\begin{aligned}\phi_j(P) &\xrightarrow[x\gg 0]{} iH_j^{+}e^{-Ky-iKx} \equiv iH_j^{+}\phi_0^{-}\\ &\xrightarrow[x\ll 0]{} iH_j^{-}e^{-Ky+iKx} \equiv iH_j^{-}\phi_0^{+}\end{aligned}\right\} \qquad (A.1.28)$$

であるから、逆時間運動ではこれらの発散波が原点に収束するような現象である。 そこで、正時間運動の時に入射波として

$$i(\overline{H}_j^{+}\phi_0^{+}+\overline{H}_j^{-}\phi_0^{-})$$

を考え，これらの散乱ポテンシャルも考慮して

$$\phi_N = \overline{\phi}_j - \left\{\phi_j + i\overline{H}_j(\phi_0^{+}+\phi_4^{+}) + i\overline{H}_j^{-}(\phi_0^{-}+\phi_4^{-})\right\}, \qquad (A.1.29)$$

なるポテンシャルを考えると、ϕ_Nは無限遠方では発散波しかつくらない。 また、物体表面条件は

$$\frac{\partial}{\partial n}\phi_N = 0 \qquad \text{on } C \qquad (A.1.30)$$

であるから、解の一義性により

$$\varphi_N = 0 \qquad \text{in } D \qquad (A.1.31)$$

とおける。　これによって

$$\bar{\phi}_j = \phi_j + i\{\bar{H}_j^+(\phi_0^+ + \phi_4^+) + \bar{H}_j^-(\phi_0^- + \phi_4^-)\}$$
$$= \phi_j + i\{\bar{H}_j^+\phi_s^+ + \bar{H}_j^-\phi_s^-\}, \quad j = 1,2,3 \quad \text{(A.1.32)}$$

なる正時間ポテンシャルと逆時間ポテンシャルの関係式を得る。　また、散乱問題では $\bar{\phi}_0^+ = \phi_0^-$ であるから

$$\left.\begin{aligned} \bar{\phi}_s^+ &= \phi_s^- + i\{\bar{H}_4^+(+)\phi_s^+ + \bar{H}_4^-(+)\phi_s^-\} \\ \bar{\phi}_s^- &= \phi_s^+ + i\{\bar{H}_4^+(-)\phi_s^+ + \bar{H}_4^-(-)\phi_s^-\} \end{aligned}\right\} \quad \text{(A.1.33)}$$

ただし

$$H_4^{\pm}(+) = \int_C \left\{\frac{\partial}{\partial n}\phi_4^+ - \phi_4^+\frac{\partial}{\partial n}\right\}\phi_0^{\pm}\,ds = -\int_C \phi_s^+\frac{\partial}{\partial n}\phi_0^{\pm}\,ds$$

$$H_4^{\pm}(-) = \int_C \left\{\frac{\partial}{\partial n}\phi_4^- - \phi_4^-\frac{\partial}{\partial n}\right\}\phi_0^{\pm}\,ds = -\int_C \phi_s^-\frac{\partial}{\partial n}\phi_0^{\pm}\,ds$$

となる。

(A.1.32)式の両辺に $\frac{\partial}{\partial n}x_k = \frac{\partial}{\partial n}\bar{x}_k$ をかけて、Cに沿って積分すれば(A.1.27)式によって

$$\bar{f}_{jk} = f_{jk} + i\{\bar{H}_j^+ H_k^+ + \bar{H}_j^- H_k^-\} \quad \text{(A.1.34)}$$

となり、添字 jk を ij に変更し

$$f_{ij} = f_{ijc} + f_{ijs}$$

とおけば

$$2f_{ijS} = -\{\bar{H}_i^+ H_j^+ + \bar{H}_i^- H_j^-\} \tag{A.1.35}$$

なる良く知られた関係式が得られる。

ここで、左右対称物体では

$$f_{ijS} = -\bar{H}_i^+ H_j^+ \tag{A.1.35'}$$

となり、$i=j$ とおくと (A.1.23) 式により

$$f_{iiS} = -|H_i^+|^2 = -(A_i^+/K)^2 \tag{A.1.36}$$

を得る。 また、N_{ij} を i・モードの動揺による j・モード方向への減衰力とすれば

$$\begin{aligned} N_{ij} &= -\rho\omega f_{ijS} \\ &= \rho\frac{g^2}{\omega^3} A_i^+ \cdot A_j^+ \end{aligned} \tag{A.1.37}$$

なる公式を導くことができる。

次に、(A.1.33) 式の両辺に $\frac{\partial}{\partial n}\phi_0^\pm = \frac{\partial}{\partial n}\bar{\Phi}^\mp$ をかけて、C に沿って積分すれば

$$\left.\begin{aligned} \bar{H}_4^\mp(+) - H_4^\pm(-) &= i\{\bar{H}_4^\pm(+) H_4^\pm(+) + \bar{H}_4^\mp(+) H_4^\pm(-)\} \\ \bar{H}_4^\mp(-) - H_4^\pm(+) &= i\{\bar{H}_4^\pm(-) H_4^\pm(+) + \bar{H}_4^\mp(-) H_4^\pm(-)\} \end{aligned}\right\} \tag{A.1.38}$$

なる結果を得る。

ここで、散乱問題における反射波、透過波係数を単位振幅の入射波に対しそれぞれ

$$\left.\begin{aligned}
\zeta_R^+ &= -iH_4^+(+) \\
\zeta_T^+ &= 1-iH_4^-(+) \\
\zeta_R^- &= -iH_4^-(-) \\
\zeta_T^- &= 1-iH_4^+(-)
\end{aligned}\right\} \qquad (A.1.39)$$

ただし、

$\zeta_R^{\pm}$ は $(\pm)$ からの入射波によるその方向への反射波，$\zeta_T^{\pm}$ は $(\pm)$ からの入射波の透過波

とすれば、グリーンの定理により

$$\begin{aligned}
H_4^-(+) &= -\int_c (\phi_0^+ + \phi_4^+)\frac{\partial}{\partial n}\phi_0^- \, ds \\
&= \int_c \left(\phi_0^+ \frac{\partial}{\partial n}\phi_4^- + \phi_4^- \frac{\partial}{\partial n}\phi_4^+\right) ds \\
&= \int_c \left(\frac{\partial}{\partial n}\phi_4^- - \phi_4^- \frac{\partial}{\partial n}\right)\phi_0^+ \, ds \\
&= H_4^+(-)
\end{aligned} \qquad (A.1.40)$$

従って

$$\zeta_T^+ = \zeta_T^- \equiv \zeta_T \qquad (A.1.41)$$

(A.1.39) 式を使って、(A.1.38) 式を書きかえると

$$\left.\begin{aligned}
\zeta_R^{\pm}\cdot\overline{\zeta}_R^{\pm} + \zeta_T^{\pm}\cdot\overline{\zeta}_T^{\pm} &= 1 \\
\zeta_R^{\pm}\cdot\overline{\zeta}_T^{\mp} + \overline{\zeta}_R^{\mp}\cdot\zeta_T^{\mp} &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (A.1.42)$$

(A.1.42)式の第1式はエネルギー保存則を表しており、第2式は $|\zeta_R^+| = |\zeta_R^-|$ であることを示している。

また、(A.1.33)式の両辺に $\frac{\partial}{\partial n}\chi_j$ をかけて C のまわりで積分すれば

$$\left.\begin{aligned} \bar{H}_j^+ &= H_j^- + i\{\bar{H}_4^+(+)H_j^+ + \bar{H}_4^-(+)H_j^-\} \\ \bar{H}_j^- &= H_j^+ + i\{\bar{H}_4^+(-)H_j^+ + \bar{H}_4^-(-)H_j^-\} \end{aligned}\right\} \qquad (A.1.43)$$

となるが、これを(A.1.39)式を使って書き直してみると

$$\left.\begin{aligned} \bar{H}_j^+\zeta_R^+ + \bar{H}_j^-\zeta_T^+ &= H_j^+ \\ \bar{H}_j^-\zeta_R^- + \bar{H}_j^+\zeta_T^- &= H_j^- \end{aligned}\right\} (j=1,2,3) \qquad (A.1.44)$$

を得る。　この式では、(A.1.40)式によって ζ_T と ζ_R^+, ζ_R^- の3つの未知数があるだけであるから、すべての j に対して独立ではなく、$H_j^\pm$ の中に従属関係があるものが存在していることを示している。[36]

左右対称物体では、(A.1.44)式は

$j=1$ に対して　$\zeta_R^+ = -\zeta_R^-$　, $H_1^+ = -H_1^-$

$j=2$ に対して　$\zeta_R^+ = \zeta_R^-$　, $H_2^+ = H_2^-$

であるから、これを解くと

$$\left.\begin{aligned} \zeta_R &= \frac{1}{2}\left\{\frac{H_2^+}{\overline{H}_2^+} + \frac{H_1^+}{\overline{H}_1^+}\right\} \\ \zeta_T &= \frac{1}{2}\left\{\frac{H_2^+}{\overline{H}_2^+} - \frac{H_1^+}{\overline{H}_1^+}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{A.1.45}$$

であることがわかる。

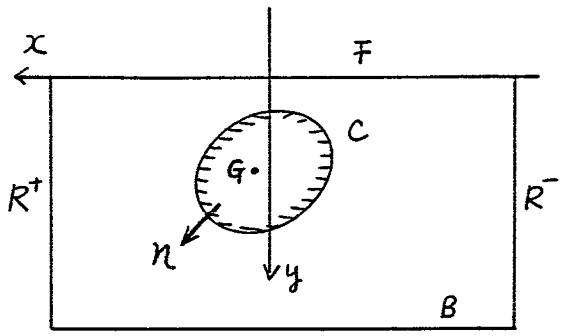
これらの線型流体力の公式は、非線型流体力を扱う場合にもその第1近似として、あるいは数値計算の精度を調べる上でも大変有用であると考えられる。

付録2　積分定理による流体力の公式

ここでは、グリーンの定理を使って流体力を求めてみる。この方法では、漂流力を求めるときの丸尾の式と同様に積分路を自由に選びうるから、本研究で用いた摂動法による計算に比較して簡単化できる可能性がある。[38]

そこで、始めに没水体の公式を導き、次いで浮体の問題について考える。

右図のような座標系を考える。



圧力は

$$\frac{P}{\rho} = -\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + gy \quad (A.2.1)$$

これによる流体力は

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_G \end{Bmatrix} = -\int_C P \begin{Bmatrix} \partial x/\partial n \\ \partial y/\partial n \\ x'\frac{\partial y}{\partial n} - y'\frac{\partial x}{\partial n} \end{Bmatrix} ds = -\int_C P \begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi_1}{\partial n} \\ \frac{\partial\phi_2}{\partial n} \\ \frac{\partial\phi_3}{\partial n} \end{Bmatrix} ds \quad (A.2.2)$$

ただし　$x' = x - x_G$　,　$y' = y - y_G$

(x_G, y_G)　：　物体重心位置

$\phi_j, (j=1,2,3)$ は物体内部で正則で、物体表面上で上式を満たすポテンシャルとする。

ここで、

$$\frac{d}{dt}\int_C \varphi \frac{\partial x}{\partial n} ds = \int_C \varphi_t \frac{\partial x}{\partial n} ds + \int_C \varphi_n \varphi_x ds \tag{A.2.3}$$

を使えば[37]

$$\left.\begin{aligned}
F_x &= \rho \int_C \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 - gy \right\} \frac{\partial x}{\partial n} ds \\
&= \rho \frac{d}{dt}\int_C \varphi \frac{\partial x}{\partial n} ds - \rho \int_C \left\{ \varphi_n \varphi_x - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right\} ds - \rho g \int_C y \frac{\partial x}{\partial n} ds \\
&\text{同様にして} \\
F_y &= \rho \frac{d}{dt}\int_C \varphi \frac{\partial y}{\partial n} ds - \rho \int_C \left\{ \varphi_n \varphi_y - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right\} ds - \rho g \int_C y \frac{\partial y}{\partial n} ds \\
M_G &= \rho \frac{d}{dt}\int_C \varphi \frac{\partial \phi_3}{\partial n} ds - \rho \int_C \left\{ \varphi_n (x\varphi_y - y\varphi_x) - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial \phi_3}{\partial n} \right\} ds \\
&\qquad - \rho g \int_C y \frac{\partial \phi_3}{\partial n} ds
\end{aligned}\right\} \tag{A.2.4}$$

上式の右辺第3項は、静浮力であり

$$\left.\begin{aligned}
&\int_C y \frac{\partial x}{\partial n} ds = 0 \quad , \quad \int_C y \frac{\partial y}{\partial n} ds = \iint_D dx\,dy = A \\
&\int_C y \frac{\partial \phi_3}{\partial n} ds = \int_C \left(xy \frac{\partial y}{\partial n} - y^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right) ds = x_B A
\end{aligned}\right\} \tag{A.2.5}$$

ただし　A ：物体断面積

　　(x_B, y_B)：浮心位置

となるが、没水体では考えなくて良い。

(A.2.4)式の右辺第2項は、グリーン定理を使って

$$\int_C \left\{ \varphi_n \varphi_x - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right\} ds = \int_{C_0} \left\{ \varphi_n \varphi_x - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right\} ds$$

$$+ \iint_{\Delta D} \left\{ \nabla\varphi \nabla\varphi_x - \nabla\varphi \cdot \nabla\varphi_x \right\} dx dy$$

$$= \int_{C_0} \left\{ \varphi_n \varphi_x - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x}{\partial n} \right\} ds \qquad (A.2.6)$$

ただし、

ΔD は C と C_0 に囲まれた領域

従って、(A.2.6)式では積分路は特異点を含まないかぎり自由に選ぶことができる。

ここで、付録1によって

$$\varphi(p) = \varphi_1(p) + \varphi_2(p)$$

$$= \int_{C_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial}{\partial n} \right) G_1(p, Q)\, ds(Q) + \int_{C_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial}{\partial n} \right) G_2(p, Q)\, ds \qquad (A.2.7)$$

ただし、 $P = (x, y)$, $Q = (x', y')$

$$r_1^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$$

$$G_1(p, Q) = \frac{1}{2\pi} \log r_1$$

$$G_2(p, Q) = -\frac{1}{4\pi} \oint_0^\infty \frac{(k + K)\, e^{-k(y+y')}}{k - K + i\mu} \cdot \frac{dk}{k} \left[e^{ik(x-x')} + e^{-ik(x-x')} \right]$$

と分離しておくと

$$\left.\begin{aligned}\int_{C_0}\left\{\varphi_{1n}\varphi_{1x}-\frac{1}{2}(\nabla\varphi_1)^2\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds &= 0\\ \int_{C_0}\left\{\varphi_{2n}\varphi_{2x}-\frac{1}{2}(\nabla\varphi_2)^2\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds &= 0\end{aligned}\right\} \qquad (A.2.8)$$

を得る。　これは、第1式では積分路を無限遠方に選べば、φ_{1x}, φ_{1y} などが $(1/r_1)$ で小さくなることから、第2式では積分路を無限小の円に選べば良いことから直ちに理解できる。

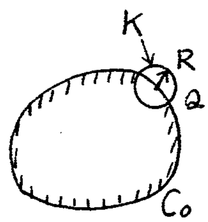
また、付録1によって

$$\varphi_1(p)=\frac{1}{2\pi}\int_{C_0}\sigma(Q)\log r_1(p,Q)\,ds(Q) \qquad (A.2.9)$$

のような吹き出し表現ができるが、これを使って (A.2.6) 式を C_0 上の1点 Q を囲む微小円で積分すると

$$F_{Lx}=\int_K\left\{\varphi_{1n}(R)\varphi_{2x}(R)+\varphi_{2n}\varphi_{1x}-\nabla\varphi_1\nabla\varphi_2\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds(R)$$

$$=\int_{C_0}\sigma(Q)\varphi_{2x}(Q)\,ds(Q) \qquad (A.2.10)$$



となるので、これはラガリー力と呼ばれるものである。[37]

あるいは、

$$\varphi_1(p)=\frac{1}{2\pi}\int_{C_0}\left(\frac{\partial}{\partial n}\Phi(Q)-\Phi(Q)\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r_1(p,Q)\cdot ds(Q) \qquad (A.2.11)$$

なる表現のときは

$$F_{Lx} = \int_{C_0} \left(\frac{\partial}{\partial n}\phi(Q) - \phi(Q)\frac{\partial}{\partial n} \right) \varphi_{2x}(Q)\, ds(Q) \tag{A.2.12}$$

で与えられる。　同様にして、ラガリー力の垂直成分と回転モーメントは

$$\left.\begin{aligned} F_{Ly} &= \int_{C_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial}{\partial n} \right) \varphi_{2y}\, ds \\ &= \int_{C_0} \sigma\, \varphi_{2y}\, ds \\ M_{LG} &= \int_{C_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial}{\partial n} \right)(x' \varphi_{2y} - y' \varphi_{2x})\, ds \\ &= \int_{C_0} \sigma (x' \varphi_{2y} - y' \varphi_{2x})\, ds \end{aligned}\right\} \tag{A.2.13}$$

となる。

これらのラガリー力は、複素ポテンシャル $F(z)$ を利用して

$$\left.\begin{aligned} & z = x + iy \ , \qquad z_G = x_G + i y_G \\ & F(z) = \Phi(x, y) + i \Psi(x, y) \end{aligned}\right\}$$

とおくとブラジウスの公式によって

$$\left.\begin{aligned} F_{Lx} - i F_{Ly} &= \frac{i\rho}{2} \int_{C} \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 dz \\ M_{LG} &= R_e \left\{ -\frac{\rho}{2} \int_{C} \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 (z - z_G)\, dz \right\} \end{aligned}\right\} \tag{A.2.14}$$

からも導くことができる。

(A.2.4) 式右辺第1項については、定常力成分はなく動的成分のみであるが、物体内部領域で正則で、物体表面上で次式を満たす3つのポテンシャル ϕ_j を導入すると

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 \phi_j(x, y) &= 0 && \text{in } \bar{D} \\ \frac{\partial}{\partial n}\phi_j &= \frac{\partial}{\partial n}\chi_j && \text{on } C_0 \end{aligned}\right\} \quad (j=1,2,3) \qquad (A.2.15)$$

ただし　$\frac{\partial}{\partial n}\chi_1 = \frac{\partial}{\partial n}x$　, $\frac{\partial}{\partial n}\chi_2 = \frac{\partial}{\partial n}y$　, $\frac{\partial}{\partial n}\chi_3 = (x-x_G)\frac{\partial y}{\partial n} - (y-y_G)\frac{\partial x}{\partial n}$

を解けば ϕ_j は求められる。

ここで、ϕ_j の物理的な意味は物体内部に水が満たされていて、χ_j 方向に動揺するときの内部の水の速度ポテンシャルである。これを使えば、(A.3.4) 式右辺第1項は

$$\begin{aligned} \int_C \varphi \frac{\partial}{\partial n}\chi_j \, ds &= \int_C \varphi \frac{\partial \phi_j}{\partial n} ds \\ &= \int_C \left(\varphi \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) ds + \int_C \phi_j \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds \\ &= \int_{C_0} \left(\varphi \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) ds + \int_C \phi_j \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds \qquad (A.2.16) \end{aligned}$$

のようになり、また

$$\left.\begin{aligned} \int_C \phi_1 \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds &= \int_C x \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds \\ \int_C \phi_2 \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds &= \int_C y \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds \end{aligned}\right\} \qquad (A.2.17)$$

であるから、これらは、物体が排除する流体に働く慣性力に等しい。　回転運動では、ϕ_3 に対する簡単な表式が得られないが、数値的には難なく解けるであろう。

以上の結果をまとめると、没水体では

$$F_j = \rho \frac{d}{dt}\left\{\int_{C_0}\left(\varphi\frac{\partial\phi_j}{\partial n}-\phi_j\frac{\partial}{\partial n}\varphi\right)ds + F_{0j}\right\} + F_{Lj} \tag{A.2.18}$$

ただし

$$F_{0j} = \int_C \phi_j \frac{\partial\varphi}{\partial n} ds \qquad ：排水容積の慣性力$$

$$F_{Lj} = \rho\int_{C_0}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}-\varphi\frac{\partial}{\partial n}\right)\frac{\partial}{\partial x_j}\varphi_2\, ds$$

$$= \rho\int_{C_0}\sigma\frac{\partial}{\partial x_j}\varphi_2\, ds \qquad ：ラガリー力$$

となる。

また、定常力では(A.2.18)式右辺第２項しか関係しないので

$$\overline{F}_j = \overline{F}_{Lj} \tag{A.2.19}$$

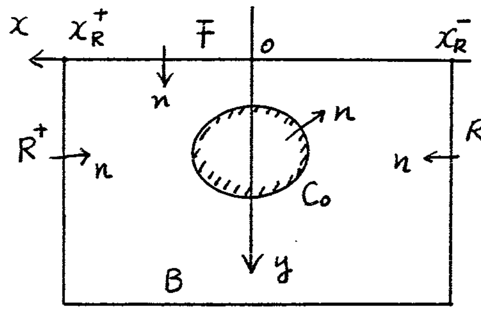
ただし、上棒は平均値の意味

で与えられる。　ここで、定常力について

$$\overline{F}_{Lj} = -\frac{\rho}{2}Re\left[\int_{C_0}\left\{\varphi_n\frac{\partial}{\partial x_j}\varphi^* - \frac{1}{2}\nabla\varphi\nabla\varphi^*\frac{\partial x_j}{\partial n}\right\}ds\right] \tag{A.2.20}$$

の表現に戻って計算してみよう。

積分路は右図のようにとるものとする。



まず、ラガリー力の水平成分は

$$\overline{F}_x = -\frac{\rho}{2} Re\left[\int_{C_0}\left\{\varphi_n\varphi_x^* - \frac{1}{2}\nabla\varphi\nabla\varphi^*\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds\right]$$

$$= \frac{\rho}{2} Re\left[\int_{F+R^\pm+B}\left\{\varphi_n\varphi_x^* - \frac{1}{2}\nabla\varphi\nabla\varphi^*\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds\right]$$

$$= \frac{\rho}{2} Re\left[\int_F \varphi_y\varphi_x^* dx + \int_{R^+}\left\{-\varphi_x\varphi_x^* + \frac{1}{2}(\varphi_x\varphi_x^* + \varphi_y\varphi_y^*)\right\}dy\right.$$
$$\left. - \int_{R^-}\left\{\varphi_x\varphi_x^* - \frac{1}{2}(\varphi_x\varphi_x^* + \varphi_y\varphi_y^*)\right\}dy\right]$$

$$= -\frac{\rho}{2}\cdot Re\left[K\int_{-\infty}^{\infty}\varphi\varphi_x^* dx + \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left\{(\varphi_x\varphi_x^* - \varphi_y\varphi_y^*)\Big|_{x=\infty} - (\varphi_x\varphi_x^* - \varphi_y\varphi_y^*)\Big|_{x=-\infty}\right\}dy\right]$$

(A. .21)

ここで、1次のポテンシャルだけを考えると $\varphi^{(1)}$ の無限遠方での漸近展開から

$$\left.\begin{aligned}
\varphi^{(1)} &= \frac{ig a_w}{\omega}\left(e^{-Ky+iKx} + iH^\pm e^{-Ky\mp iKx}\right)\\
\varphi_x^{(1)} &= \frac{ig a_w}{\omega}\left(iKe^{-Ky+iKx} \pm KH^\pm e^{-Ky\mp iKx}\right)\\
\varphi_y^{(1)} &= -K\varphi
\end{aligned}\right\}\text{as } x\to\pm\infty$$

を使って計算すると

$$\overline{F}_x = -\frac{\rho g a_w^2}{4}\cdot Re\left\{1 + H^+H^{+*} - (1+iH^-)(1-iH^{-*})\right\}$$

$$= -\frac{\rho g a_w^2}{4}\left\{1+|H^+|^2-|1+iH^-|^2\right\} \tag{A.2.22}$$

を得る。

また、反射波係数 C_R，透過波係数 C_T とすれば

$$\left.\begin{aligned} C_R^2 &= |H^+|^2 \\ C_T^2 &= |1+iH^-|^2 \end{aligned}\right\}$$

だから

$$\overline{F}_{LX} = -\frac{\rho g a_w}{4}\left\{1+C_R^2-C_T^2\right\} \tag{A.2.23}$$

漂流力を D_f とすれば，$D_f = -\overline{F}_{LX}$ であり保存系では

$$C_R^2 + C_T^2 = 1$$

だから

$$D_f = -\overline{F}_{LX} = \frac{\rho g a_w^2}{2}\cdot C_R^2 \tag{A.2.24}$$

となって、丸尾の式と一致する。

次に、垂直方向のラガリー力は

$$F_{Ly} = -\rho\int_{C_0}\left\{\varphi_n\varphi_y-\frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2\frac{\partial y}{\partial n}\right\}ds$$

$$= \rho\int_{F+R^++R^-+B}\left\{\varphi_n\varphi_y-\frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2\frac{\partial y}{\partial n}\right\}ds$$

$$= \frac{\rho}{2}\int_{-\infty}^{\infty}(K\varphi^2 - \varphi_x^2)dx + \rho K\left\{\int_0^{\infty}\left(\varphi\varphi_x\Big|_{x=\infty} - \varphi\varphi_x\Big|_{x=-\infty}\right)dy\right\}$$
(A.2.25)

よって、定常力は

$$\overline{F}_y = \frac{\rho}{4}Re\left[\int_{-\infty}^{\infty}(K^2\varphi\varphi^* - \varphi_x\varphi_x^*)dx + 2K\left\{\int_0^{\infty}\left(\varphi\varphi_x^*\Big|_{x=\infty} - \varphi\varphi_x^*\Big|_{x=-\infty}\right)dy\right\}\right]$$
(A.2.26)

で求めることができる。

ここで、ポテンシャルを1次のものだけ考慮して

$$\varphi^{(1)\pm}_{(x,y)} = \frac{igа_w}{\omega}\left\{e^{-Ky+iKx} + iH^{\pm}e^{-Ky\mp iKx} + \phi_L^{(1)\pm}(x,y)\right\}$$
$$= \frac{ig a_w}{\omega}\left\{e^{-Ky+iKx} + iH^{\pm}e^{-Ky\mp iKx}\right\}, \quad \text{as } x \to \pm\infty$$
(A.2.27)

とおけば、$\phi_L^{(1)\pm}(x,y)$ は無限遠方では0に漸近する。

これを使って計算すれば、(A.2.26)式は

$$\overline{F}_y = \frac{\rho g a_w^2}{4K}\cdot Re\left[\int_0^{\infty}\left\{K^2|\phi_L^{(1)+}|^2 - |\phi_{Lx}^{(1)+}|^2 + 2K^2\phi_L^{(1)+}(e^{-iKx} - iH^{*}_{+}e^{iKx})\right.\right.$$
$$\left. + 2iK\phi_{Lx}^{(1)+}(e^{-iKx} + iH^{*}_{+}e^{iKx})\right\}dx$$
$$\left. + \int_{-\infty}^{0}\left\{K^2|\phi_L^{(1)-}|^2 - |\phi_{Lx}^{(1)-}|^2 + 2(K^2\phi_L^{(1)-} + iK\phi_{Lx}^{*(1)})(1 - iH^{*}_{-})e^{-iKx}\right\}dx\right]$$
(A.2.28)

となる。

次に、モーメントについては

$$M_G = M + y_G F_x - x_G F_y \tag{A.2.29}$$

であるから、前と同様にして

$$M_L = -\rho\int_{C_0}\left\{\varphi_n(x\varphi_y - y\varphi_x) - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2\left(x\frac{\partial y}{\partial n} - y\frac{\partial x}{\partial n}\right)\right\}ds$$

$$= \frac{\rho}{2}\int_F(\varphi_y^2 - \varphi_x^2)x\,dx - \rho\int_0^\infty\left\{x\varphi_x\varphi_y + \frac{y}{2}(\varphi_y^2 - \varphi_x^2)\Big|_{x=+\infty}\right\}dy$$

$$+ \rho\int_0^\infty\left\{x\varphi_x\varphi_y + \frac{y}{2}(\varphi_y^2 - \varphi_x^2)\Big|_{x=-\infty}\right\}dy \qquad (A.2.30)$$

となる。　従って定常モーメントは、(A.2.27)式を使って

$$\bar{M}_L = \frac{\rho}{4}\int_{-\infty}^{\infty}(K^2\varphi\varphi^* - \varphi_x\varphi_x^*)x\,dx$$

$$-\frac{\rho}{2}\lim_{x_R^+\to+\infty}\int_0^\infty\left\{x_R^+\varphi_x\varphi_y^* + \frac{y}{2}(K^2\varphi\varphi^* - \varphi_x\varphi_x^*)\right\}\Big|_{x=x_R^+}dy$$

$$+\frac{\rho}{2}\lim_{x_R^-\to-\infty}\int_0^\infty\left\{x_R^-\varphi_x\varphi_y^* + \frac{y}{2}(K^2\varphi\varphi^* - \varphi_x\varphi_x^*)\right\}\Big|_{x=x_R^-}dy$$

$$= \frac{\rho g a_w^2}{4K}Re\left[\int_0^\infty\{K^2|\phi_L^+|^2 - |\phi_{Lx}^+|^2 + 2K^2\phi_L^+(e^{-iKx} - iH_+^* e^{iKx}) + iK\phi_{Lx}^+(e^{-iKx} + iH_+^* e^{iKx})\}x\,dx\right]$$

$$+ \frac{\rho g a_w^2}{4K}Re\left[\int_{-\infty}^0\{K^2|\phi_L^-|^2 - |\phi_{Lx}^-|^2 + 2(K^2\phi_L^- + iK\phi_{Lx}^-)(1 - iH_-^*)e^{-iKx}\}x\,dx\right]$$

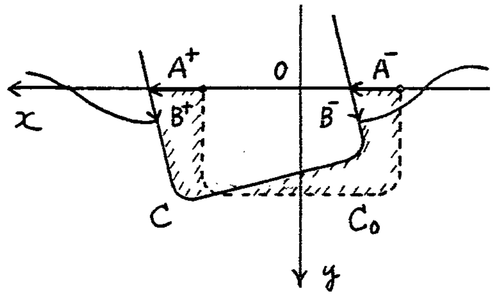
(A.2.31)

のように計算できる。

これらの結果から、垂直力とモーメントの計算では自由表面上での積分が残り、積分路を変更した効果がはっきりしないが、$\phi_L^\pm$ の収束が早ければ、物体表面上での積分よりは扱いやすいかもしれない。

次に、浮体の場合には没水体と異なって浸水面積が変化するのでその影響を考えねばならない。

物体の変位と自由表面の変位を右図のように $A^{\pm}$, $B^{\pm}$ で表すと $C+A^{\pm}+B^{\pm}$ の積分路について



$$\frac{d}{dt}\int_{C+A^{\pm}+B^{\pm}} \varphi \frac{\partial}{\partial n} x_j \, ds = \int_{C+A^{\pm}+B^{\pm}} \varphi_t \frac{\partial}{\partial n} x_j \, ds + \int_{C+A^{\pm}+B^{\pm}} \varphi_n \varphi_{x_j} \, ds \qquad (A.2.32)$$

が成立する。

これを使えば、流体力は

$$\begin{aligned} F_j &= -\int_C p \frac{\partial}{\partial n} x_j \, ds \\ &= \rho \int_C \left\{ \varphi_t + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 - gy \right\} \frac{\partial}{\partial n} x_j \, ds \\ &= \rho \frac{d}{dt} \int_{C+A^{\pm}+B^{\pm}} \varphi \frac{\partial}{\partial n} x_j \, ds - \rho \int_{C+A^{\pm}+B^{\pm}} \left\{ \varphi_n \varphi_{x_j} - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \frac{\partial x_j}{\partial n} \right\} ds \\ &\quad - \rho \int_{A^{\pm}+B^{\pm}} \left\{ \varphi_t + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \right\} \frac{\partial x_j}{\partial n} \, ds - \rho g \int_C y \frac{\partial x_j}{\partial n} \, ds \qquad (A.2.33) \end{aligned}$$

となり、右辺第1項、第2項については没水体と同様に C_0 上での積分に変えることができる。

(A.2.33) 式第3項は、浮体の場合に生じた浸水面積変化による影響を表しているが、$A^{\pm}$, $B^{\pm}$ が1次の微小量

とすれば、流体力は2次の微小量となる。　また、$A^{\pm}$, $B^{\pm}$ が1次の微小量であるから C_0 と自由表面の交点での値によって計算しても良いと考えられる。[39]

(A.2.33) 式第4項は、浮力項であり

$$\left.\begin{aligned}
&\int_C y\frac{\partial x}{\partial n}ds = \int_{C_0+A^{\pm}+B^{\pm}} y\frac{\partial x}{\partial n}ds \\
&\int_C y\frac{\partial y}{\partial n}ds = \int_{C_0+A^{\pm}+B^{\pm}} y\frac{\partial y}{\partial n}ds + \iint_{\Delta D} dxdy \\
&\int_C y\left(x\frac{\partial y}{\partial n}-y\frac{\partial x}{\partial n}\right)ds = \int_{C_0+A^{\pm}+B^{\pm}} y\left(x\frac{\partial y}{\partial n}-y\frac{\partial x}{\partial n}\right)ds + \iint_{\Delta D} x\,dxdy
\end{aligned}\right\} \quad (A.2.34)$$

ただし、ΔD は $C_0+C+A^{\pm}+B^{\pm}$ で囲まれる閉領域

のように計算できる。

以上の議論の結果、積分定理を使えば物体表面上での圧力積分は、積分路を自由にかつ合理的に選びうるから摂動法による方法に比較して計算の簡単化が可能であると思われる。　積分路を無限遠方に選ぶ方法では、漂流力以外は簡単な表式が導けないので、やはり、物体平均位置での積分を実行した方が一般には有利であると思われる。

付録3　摂動法による流体力の具体的な計算

(1.41)式の右辺第1項については

$$P - P_0 = P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3) \qquad (A.3.1)$$

ただし

$$P^{(0)} = \rho g \bar{y}$$

$$P^{(1)} = \rho g \left(X_2^{(1)} + \bar{x} X_3^{(1)} \right) - \rho \varphi_t^{(1)}$$

$$P^{(2)} = \rho g \left(X_2^{(2)} + \bar{x} X_3^{(2)} - \frac{1}{2} \bar{y} X_3^{(1)2} \right) - \rho \varphi_t^{(2)} - \frac{\rho}{2} (\nabla \varphi^{(1)})^2$$
$$- \rho \left\{ (x - \bar{x}) \varphi_{tx}^{(1)} + (y - \bar{y}) \varphi_{ty}^{(1)} \right\}$$

とおくと、ε^2までの流体力は

$$F_j' = \int_{C_0} P^{(0)} \begin{Bmatrix} -\bar{y}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{x}' - \varepsilon^2 \left(X_3^{(2)} \bar{x}' - \frac{1}{2} X_3^{(1)2} \bar{y}' \right) \\ \bar{x}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{y}' - \varepsilon^2 \left(X_3^{(2)} \bar{y}' + \frac{1}{2} X_3^{(1)2} \bar{x}' \right) \\ a + \varepsilon C^{(1)} + \varepsilon^2 \left(C^{(2)} - h^{(1)} X_3^{(1)} \right) \end{Bmatrix} ds$$

$$= \rho g A \begin{Bmatrix} \varepsilon X_3^{(1)} + \varepsilon^2 X_3^{(2)} \\ -1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 X_3^{(1)2} \\ -x_B - \varepsilon X_1^{(1)} - \varepsilon^2 \left(X_1^{(2)} + X_2^{(1)} X_3^{(1)} \right) \end{Bmatrix} \qquad (A.3.2)$$

$$F_j'' = \varepsilon \int_{C_0} P^{(1)} \begin{Bmatrix} -\bar{y}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{x}' \\ \bar{x}' - \varepsilon X_3^{(1)} \bar{y}' \\ a + \varepsilon C^{(1)} \end{Bmatrix} ds$$

$$
= \varepsilon \rho g \begin{Bmatrix} -A X_3^{(1)} \\ -2b X_2^{(1)} \\ (y_B A - I_w) X_3^{(1)} \end{Bmatrix} - \varepsilon \int_{C_0} \rho \varphi_t^{(1)} \begin{Bmatrix} -\bar{y}' \\ \bar{x}' \\ a \end{Bmatrix} ds
$$

$$
+ \varepsilon^2 \rho g \begin{Bmatrix} 2b X_2^{(1)} X_3^{(1)} \\ -A X_3^{(1)2} \\ -2b X_1^{(1)} X_2^{(1)} + A X_2^{(1)} X_3^{(1)} \end{Bmatrix} + \varepsilon^2 \rho \int_{C_0} \varphi_t^{(1)} \begin{Bmatrix} X_3^{(1)} \bar{x}' \\ X_3^{(1)} \bar{y}' \\ -X_1^{(1)} \bar{x}' - X_2^{(1)} \bar{y}' \end{Bmatrix} ds
\tag{A.3.3}
$$

$$
F_j''' = -\varepsilon^2 \int_{C_0} P^{(2)} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

$$
= \varepsilon^2 \rho g \begin{Bmatrix} -A X_3^{(2)} \\ -2b X_2^{(2)} + \frac{1}{2} A X_3^{(1)2} \\ (y_B A - I_W) X_3^{(2)} + \frac{1}{2} x_B A X_3^{(1)2} \end{Bmatrix} + \varepsilon^2 F_{j(2)}^{(2)} + \varepsilon^2 F_{j(3)}^{(2)} + \varepsilon^2 F_{j(5)}^{(2)}
\tag{A.3.4}
$$

ただし

$$
F_{j(2)}^{(2)} = \rho \int_{C_0} \left\{ (x - \bar{x}) \varphi_{tx}^{(1)} + (y - \bar{y}) \varphi_{ty}^{(1)} \right\} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

$$
= \rho \int_{C_0} \left\{ f^{(1)} f_t^{(1)} + d^{(1)} \varphi_s^{(1)} \right\} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

$$
F_{j(3)}^{(2)} = \frac{\rho}{2} \int_{C_0} (\nabla \varphi^{(1)})^2 \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

$$
= \frac{\rho}{2} \int_{C_0} \left\{ f_t^{(1)2} + \varphi_s^{(1)2} \right\} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

$$
F_{j(5)}^{(2)} = \rho \int_{C_0} \varphi_t^{(2)} \frac{\partial}{\partial n} \bar{x}_j \, ds
$$

のように計算できるから、これらをまとめると

$$F_j^{(0)} = \rho g A \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ x_B \end{Bmatrix} \qquad j = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \tag{A.3.5}$$

$$F_j^{(1)} = \rho g \begin{Bmatrix} 0 \\ -2b X_2^{(1)} \\ -A X_1^{(1)} + (y_B A - I_W) X_3^{(1)} \end{Bmatrix} - \rho \int_{C_0} \varphi_t^{(1)} \begin{Bmatrix} -\bar{y}' \\ \bar{x}' \\ a \end{Bmatrix} ds , \tag{A.3.6}$$

$$F_j^{(2)} = \rho g \begin{Bmatrix} 2b X_2^{(1)} X_3^{(1)} \\ -2b X_2^{(2)} \\ -A X_1^{(2)} + (y_B A - I_W) X_3^{(2)} - 2b X_1^{(1)} X_2^{(1)} + \frac{1}{2} x_B A X_3^{(1)2} \end{Bmatrix}$$

$$+ \rho \int_{C_0} \varphi_t^{(1)} \begin{Bmatrix} X_3^{(1)} \bar{x}' \\ X_3^{(1)} \bar{y}' \\ -C^{(1)} \end{Bmatrix} ds + F_{j(2)}^{(2)} + F_{j(3)}^{(2)} + F_{j(5)}^{(2)} , \tag{A.3.7}$$

なる結果を得る。

ただし、

$$\int_{C_0} \bar{x}' ds = -B = -2b \quad , \quad \int_{C_0} \bar{y}' ds = 0$$

$$\int_{C_0} \bar{x} \bar{x}' ds = \int_{C_0} \bar{y} \bar{y}' ds = 0 , \quad A = \int_{C_0} \bar{x} \bar{y}' ds = -\int_{C_0} \bar{y} \bar{x}' ds$$

$$a = \bar{x}' \bar{x} + \bar{y}' \bar{y} \quad , \quad C^{(1)} = X_1^{(1)} \bar{x}' + X_2^{(1)} \bar{y}'$$

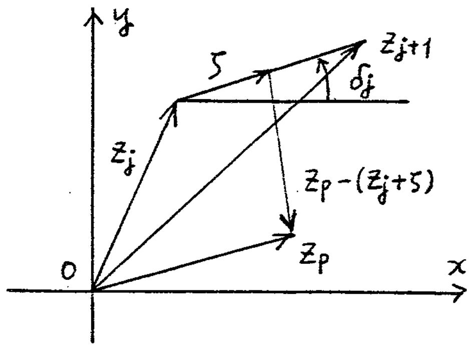
$$\int_{C_0} \bar{x} a ds = -I_W + y_B A , \quad I_W = \int_{-b}^{b} x^2 dx$$

(x_B , y_B) : 浮心

付録4　数値計算法の公式

以下に、本研究の数値計算で用いられた公式を列挙する。

$$\left.\begin{aligned} P_{ij} &= \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} \log r(p,Q)\, ds(Q) \\ Q_{ij} &= \int_{S_j} \log r(p,Q)\, ds(Q) \end{aligned}\right\} \quad (A.4.1)$$



ただし　$P=(x,y)$　,　$Q=(x',y')$

$r^2=(x-x')^2+(y-y')^2$

ここで、右図のような複素平面上において

$$Z=(x-x')+i(y-y')$$

とおけば

$$\log Z = \log r(p,Q) + i\theta(p,Q) \; , \quad \theta = \tan^{-1}\frac{y-y'}{x-x'} \qquad (A.4.2)$$

となるが、コーシー・リーマンの関係から

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n}\log r(p,Q) &= \frac{\partial}{\partial s}\theta(p,Q) \\ \frac{\partial}{\partial s}\log r(p,Q) &= -\frac{\partial}{\partial n}\theta(p,Q) \end{aligned}\right\} \qquad (A.4.3)$$

を使えば

$$P_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial s}\theta(p,Q)\, ds$$

$$= \left[\theta(p, Q) \right]_{S_j}$$

$$= \tan^{-1} \frac{y - y_{i+1}}{x - x_{j+1}} - \tan^{-1} \frac{y - y_j}{x - x_j} \tag{A.4.4}$$

$$Q_{ij} = Re \left\{ e^{-i\delta_j} \int_0^{z_{j+1} - z_j} \log(z_p - z_j - \zeta) d\zeta \right\}$$

$$= Re \left[e^{-i\delta_j} \left\{ (z_j - z_{j+1}) + (z_p - z_j) \log(z_p - z_j) - (z_p - z_{j+1}) \log(z_p - z_{j+1}) \right\} \right]$$

$$= -|z_{j+1} - z_j| + Re \left[e^{-i\delta_j} \left\{ (z_p - z_j) \log(z_p - z_j) - (z_p - z_{j+1}) \log(z_p - z_{j+1}) \right\} \right] \tag{A.4.5}$$

ただし

$$e^{i\delta_j} = \frac{z_{j+1} - z_j}{|z_{j+1} - z_j|}$$

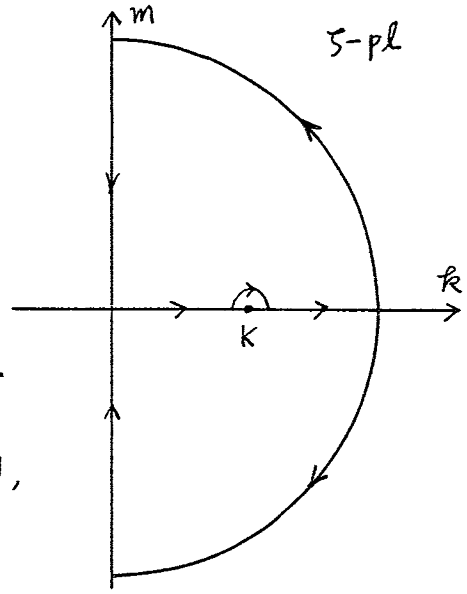
次に、原点におかれた単位吹き出しの速度ポテンシャルとその流れ関数は

$$\left. \begin{aligned} \phi_S(x,y) &= -\frac{1}{\pi} \oint_0^\infty \frac{e^{-ky} \cos kx}{k - K} dk + i e^{-Ky} \cos Kx \\ \psi_S(x,y) &= -\frac{1}{\pi} \oint_0^\infty \frac{e^{-ky} \sin kx}{k - K} dk + i e^{-Ky} \sin Kx \end{aligned} \right\} \tag{A.4.6}$$

で与えられる。

ここで、$z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ とおいて

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\infty} \frac{e^{ikz}}{k-K}\,dk \\ I_2 &= \int_0^{\infty} \frac{e^{ikz}}{k-K}\,dk \end{aligned}\right\} \quad \text{(A.4.7)}$$



なる積分を複素平面 $\zeta = k + im$ 上で考え、I_1に対しては右図の上半面, I_2に対しては下半面の積分路をとるものとする。

半径無限大の周上では Riemann-Lebesgue の補助定理によって，その上での積分は0とすることができるから

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{e^{-mz}}{m+iK}\,dm$$

$$= e^{iKz} \int_{iK}^{\infty} \frac{e^{-tz}}{t}\,dt \qquad (\because\ t = m + iK)$$

$$= e^{iKz} \int_{iKz}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u}\,du \qquad (\because\ u = tz\ )$$

$$= e^{iKz} E_1(iKz) \qquad \text{(A.4.8)}$$

同様にして、I_2も求められるが、この時は $k=K$ の極を含むので留数分を考慮して

$$I_2 = e^{-iK\bar{z}} \int_{-iK\bar{z}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u}\,du - 2\pi i\, e^{-iK\bar{z}}$$

$$= e^{-iK\bar{z}} E_1(-iK\bar{z}) - 2\pi i\, e^{-iK\bar{z}} \qquad \text{(A.4.9)}$$

ただし、 $E_1(z)=\int_z^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du$ ：積分指数関数

であり $E_1(z)=\overline{E_1(\bar{z})}$

であるから、次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}\phi_s(x,y)&=-\frac{1}{2\pi}\left\{e^{iKz}E_1(iKz)+e^{-iK\bar{z}}E_1(-iK\bar{z})\right\}+ie^{-iK\bar{z}}\\&=-\frac{1}{\pi}R_e\left\{e^{iKz}E_1(iKz)\right\}+ie^{-iK\bar{z}}\\\psi_s(x,y)&=-\frac{1}{2\pi i}\left\{e^{iKz}E_1(iKz)-e^{-iK\bar{z}}E_1(-iK\bar{z})\right\}-e^{-iK\bar{z}}\\&=-\frac{1}{\pi}I_m\left\{e^{iKz}E_1(iKz)\right\}-e^{-iK\bar{z}}\end{aligned}\right\}\quad(A.4.10)$$

また、ϕ_s と ψ_s はコーシー・リーマンの関係式

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\phi_s}{\partial n}&=\frac{\partial\psi_s}{\partial s}\\\frac{\partial\phi_s}{\partial s}&=-\frac{\partial\psi_s}{\partial n}\end{aligned}\right\}\quad(A.4.11)$$

を満足するから

$$\int_{S_j}\frac{\partial}{\partial n}\phi_s\log r\,ds=\int_{S_j}\frac{\partial}{\partial s}\psi_s\log r\,ds$$
$$=\int_{S_j}\log r\cdot d\psi_s\quad(A.4.12)$$

として微分操作を省略して計算できる。

次に、原点におかれた単位強さの水平二重吹き出しの速度ポテンシャルと流れ関数は

$$
\left.\begin{aligned}
\phi_D(x,y) &= \frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial x'}\phi_S(x,y;0,0) \\
&= -\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{1}{\pi}\oint_0^\infty \frac{e^{-ky}\sin kx}{k-K}dk + i e^{-Ky}\sin Kx \\
&= -\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{1}{\pi} I_m\left\{e^{iKz}E_1(iKz)\right\} - e^{-iK\bar{z}} \\
\psi_D(x,y) &= -\frac{y}{x^2+y^2} + \frac{1}{\pi}\oint_0^\infty \frac{e^{-ky}\cos kx}{k-K}dk - i e^{-Ky}\cos Kx \\
&= -\frac{y}{x^2+y^2} + \frac{1}{\pi} R_e\left\{e^{iKz}E_1(iKz)\right\} - i e^{-iK\bar{z}}
\end{aligned}\right\} \quad (A.4.13)
$$

で与えられ，コーシー・リーマンの関係を使って

$$
\begin{aligned}
\int_{S_j}\frac{\partial}{\partial n}\phi_D \log r\, ds &= \int_{S_j}\frac{\partial}{\partial s}\psi_D \log r\, ds \\
&= \int_{S_j}\log r\, d\psi_D
\end{aligned} \quad (A.4.14)
$$

として微分操作を省略することができる。

以上の結果から、ϕ_S, ψ_S, ϕ_D, ψ_D の計算は複素数型の積分指数関数を使えば一度に計算することができる。

$E_1(z)$ については、Abramowitz-Segun [40] によって以下の展開式が与えられている。

(i) $|z|$ が小さいとき

$$E_1(z) = -\gamma - \ln z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{n\, n!}$$

ただし

$$\gamma = 0.5772156649 \cdots \quad ; \text{オイラー定数}$$

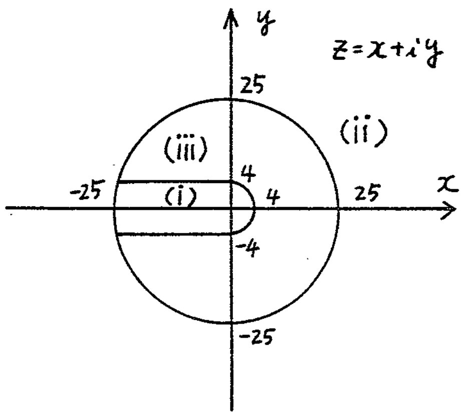
(ii) $|z|$ が大きいとき

$$E_1(z) = \frac{e^{-z}}{z}\left\{1 - \frac{1}{z} + \frac{2!}{z^2} - \frac{3!}{z^3} + \cdots\right\}$$

(iii) $|z|$ が(i)と(ii)の中間にあるとき，連分数を使って

$$E_1(z) = e^{-z}\left(\frac{1}{z+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{z+}\,\frac{2}{1+}\,\frac{2}{z+}\,\frac{3}{1+}\,\frac{3}{z+}\cdots\right)$$

本研究の数値計算では、右図の領域で(i),(ii),(iii)を使い分けた。



次に、コチン函数は

$$H^{\pm} = \int_C \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx}\, ds \qquad (A.4.15)$$

であるが

$$\left.\begin{aligned} \phi_0^{\pm} &= e^{-Ky \pm iKx} \\ \psi_0^{\pm} &= \mp e^{-Ky \pm iKx} \end{aligned}\right\} \qquad (A.4.16)$$

とおくと

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial n}\phi_0^{\pm} &= \frac{\partial}{\partial s}\psi_0^{\pm} \\
\frac{\partial}{\partial s}\phi_0^{\pm} &= -\frac{\partial}{\partial n}\psi_0^{\pm}
\end{aligned}
\right\} \qquad (A.4.17)
$$

であるので

$$
H^{\pm} = \int_C \frac{\partial \varphi}{\partial n}\phi_0^{\pm}\,ds - \int_C \varphi\, d\psi_0^{\pm} \qquad (A.4.18)
$$

として計算できる。 あるいは、φ の流れ関数 ψ を使えば

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial n}\varphi &= \frac{\partial}{\partial s}\psi \\
\frac{\partial}{\partial s}\varphi &= -\frac{\partial}{\partial n}\psi
\end{aligned}
\right\} \qquad (A.4.19)
$$

であるから

$$
H^{\pm} = \int_C \phi_0^{\pm}\,d\psi - \int_C \varphi\, d\psi_0^{\pm} \qquad (A.4.20)
$$

によって計算してもよい。

List of Tables

List of Figures

Table

Table 2.1 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a swaying circular cylinder as a function of number of elements on body and free-surface

Sway (Kb=1.0, $\bar{X}r$=9.0)

	ms (err.%)		As (err.%)		
Ursell-Tasai	.38180 (0.0)		1.0834 (0.0)		
Green Function	.38190 (0.03)		1.0830 (0.04)		
Present Theory	M-1	M-2	M-1	M-2	CPU(sec)
NC*NF=10*20	.40745 (6.72)	.42498 (11.31)	1.0842 (0.07)	1.0943 (1.01)	1.369
10*30	.40765 (6.77)	.42277 (10.73)	1.0842 (0.07)	1.0939 (0.97)	2.612
10*40	.40762 (6.76)	.42167 (10.44)	1.0843 (0.08)	1.0937 (0.95)	4.427
15*20	.39838 (4.34)	.41116 (7.69)	1.0848 (0.13)	1.0917 (0.77)	1.892
15*30	.39834 (4.33)	.40883 (7.08)	1.0848 (0.13)	1.0914 (0.74)	3.548
15*40	.39822 (4.30)	.40774 (6.79)	1.0849 (0.14)	1.0913 (0.73)	5.750
20*20	.39419 (3.25)	.40480 (6.02)	1.0848 (0.13)	1.0901 (0.62)	2.585
20*30	.39405 (3.21)	.40239 (5.39)	1.0848 (0.13)	1.0898 (0.59)	4.500
20*40	.39387 (3.16)	.40126 (5.10)	1.0848 (0.13)	1.0897 (0.58)	7.351

Note) CPU time containes all the first-order problems of Sway, Heave, Roll and Diffraction by HITAC M-200H.

Table 2.2 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a heaving circular cylinder as a function of number of elements on body and free-surface

Heave (Kb=1.0, $\bar{X}r$=9.0)

	mh (err.%)		Ah (err.%)		
Ursell-Tasai	.60498 (0.0)		.78904 (0.0)		
Green Function	.60499 (.002)		.78935 (.039)		
Present Theory	M-1	M-2	M-1	M-2	CPU(sec)
NC*NF=10*20	.59696 (1.33)	.60667 (0.28)	.79228 (0.41)	.81205 (2.92)	1.369
10*30	.59840 (1.09)	.60543 (0.07)	.79400 (0.63)	.80863 (2.48)	2.612
10*40	.59912 (0.97)	.60498 (0.00)	.79488 (0.74)	.80716 (2.30)	4.427
15*20	.59630 (1.43)	.60298 (0.33)	.79565 (0.84)	.80945 (2.59)	1.892
15*30	.59786 (1.18)	.60175 (0.53)	.79766 (1.09)	.80590 (2.14)	3.548
15*40	.59866 (1.04)	.60132 (0.60)	.79869 (1.22)	.80435 (1.94)	5.750
20*20	.59582 (1.51)	.60119 (0.63)	.79740 (1.06)	.80831 (2.44)	2.585
20*30	.59743 (1.25)	.59996 (0.83)	.79954 (1.33)	.80470 (1.98)	4.500
20*40	.59827 (1.11)	.59953 (0.90)	.80063 (1.47)	.80312 (1.78)	7.351

Note) CPU time containes all the first-order problems of Sway, Heave, Roll and Diffraction by HITAC M-200H.

Table 2.3 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a swaying circular cylinder as a function of position where radiation condition is imposed

Sway (Kb=1.0, NC*NF=20*40)

		ms (err.%)		As (err.%)	
Ursell-Tasai		.38180 (0.0)		1.0834 (0.0)	
Green Function		.38190 (0.03)		1.0830 (0.04)	
Present Theory	KXr/π	M-1	M-2	M-1	M-2
$\bar{X}r$ = 3.0	.955	.39468 (3.37)	.39911 (4.53)	1.0855 (0.19)	1.0906 (0.66)
$\bar{X}r$ = 5.0	1.592	.44436 (16.4)	.39937 (4.60)	1.0888 (0.50)	1.0893 (0.54)
$\bar{X}r$ = 7.0	2.228	.40271 (5.48)	.40068 (4.94)	1.0851 (0.16)	1.0895 (0.56)
$\bar{X}r$ = 9.0	2.864	.39387 (3.16)	.40126 (5.10)	1.0848 (0.13)	1.0897 (0.58)
$\bar{X}r$ =11.0	3.501	.41726 (9.29)	.40204 (5.36)	1.0847 (0.12)	1.0897 (0.58)

Table 2.4 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a heaving circular cylinder as a function of position where radiation condition is imposed

Heave (Kb=1.0, NC*NF=20*40)

		mh (err.%)		Ah (err.%)	
Ursell-Tasai		.60498 (0.0)		.78904 (0.0)	
Green Function (NC=30)		.60499 (.002)		.78935 (.039)	
Present Theory	KXr/π	M-1	M-2	M-1	M-2
$\overline{X}r$ = 3.0	.955	.50894 (15.9)	.53629 (11.4)	1.3115 (66.2)	.83427 (5.73)
$\overline{X}r$ = 5.0	1.592	.61138 (1.06)	.60805 (0.51)	.76881 (2.56)	.76780 (2.69)
$\overline{X}r$ = 7.0	2.228	.58381 (3.50)	.62433 (3.20)	.84574 (7.19)	.80568 (2.11)
$\overline{X}r$ = 9.0	2.864	.59827 (1.11)	.59953 (0.90)	.80063 (1.47)	.80312 (1.78)
$\overline{X}r$ =11.0	3.501	.60198 (0.50)	.60778 (0.46)	.78868 (0.05)	.78818 (0.11)

Table 2.5 First- and second-order hydrodynamic forces of a circular cylinder at Kb=1.2 (cf. Figs. 2.25-2.27)

Sway (Circular cylinder ; Kb=1.2)

$$\bar{f}_{12} = \frac{\varepsilon F_{12}^{(2)}}{2\rho g b X_1^{(1)}} = \frac{1}{4}\varepsilon\, {}_0f_{12}^{(2)} + \frac{1}{2}\varepsilon \mathrm{Re}({}_2f_{12}^{(2)}\, e^{i2\omega t})$$

where

$$\begin{cases} {}_0f_{12}^{(2)} = 0.60078 \\ {}_2f_{12}^{(2)} = -2.694 + 1.1498\, i \end{cases}$$

Heave (Circular cylinder ; Kb=1.2)

$$\bar{f}_{22} = \frac{F^{(1)}+\varepsilon F^{(2)}}{\rho g b X_2^{(1)}}$$
$$= \mathrm{Re}[\{\frac{\sigma}{H_0}Kb(1+m_h)-1-\frac{i\bar{A}^2}{2Kb}\}e^{i\omega t}+\frac{1}{4}\varepsilon\, {}_0f_{22}^{(2)} + \frac{1}{2}\varepsilon\, {}_2f_{22}^{(2)}e^{i2\omega t}]$$

where

$$\begin{cases} m_h = 0.62603\ , \quad \bar{A} = 0.83257 \\ {}_0f_{22}^{2} = 0.53751 \\ {}_2f_{22}^{2} = 0.78052 + 1.4104\, i \end{cases}$$

Diffraction (Circular cylinder ; Kb=1.2)

$$\frac{\eta}{a_w} = -(\cos \omega t + \frac{Kb}{2}\varepsilon \cos 2\omega t)$$
$$\bar{f}_j = \frac{F^{(1)}+\varepsilon F^{(2)}}{\rho g b a_w} = \mathrm{Re}(\ f_j^{(1)}e^{i\omega t} + \frac{1}{2}\varepsilon\, {}_0f_j^{(2)} + \varepsilon\, {}_2f_j^{(2)}e^{i2\omega t})$$

where

	horizontal	vertical
$f_j^{(1)}$	-0.1341 - 1.0001 i	-0.16680 - 0.67384 i
${}_0f_j^{(2)}$	-0.99013	0.37400
${}_2f_j^{(2)}$	.89354 - .14799 i	-1.2482 + .55108 i

(Peak to peak value)/(Linear theory)

ε	Heave	Diffraction		
		wave	horiz.F	vert.F
.0	1.0	1.0	1.0	1.0
.2	1.0471	1.0	1.0013	1.0652
.4	1.1543	1.0	1.0511	1.3818
.6	1.2868	1.0336	1.1767	1.7490

Table 3.1 Principal dimensions of models

Item	S-1	S-2	S-3	S-4	S-5
Section	hemi-circle	Lewis form	Lewis form	triang. & R.B.	Lewis form
Half-beam/Draft	1.0	1.0	1.083	1.083	1.25
Sectional area coef.	.785	1.0 (.96)	.537	.537	.95
Length (m)	.6 (.3)	.6 (.3)	.6 (.3)	.6 (.3)	.6
Breadth (m)	.216	.19 (.2)	.216	.216	.2
Draft (m)	.108	.095 (.1)	.1	.1	.08
Displacemt.(Kg)	10.99 (5.45)	10.83 (5.76)	6.98 (3.49)	6.98 (3.49)	9.12

	C-1	C-2
Center of gravity : $\overline{OG}/b$	.031	.183
Metacenter height : $\overline{GM}/b$	.080	.232
Radius of gyration: r_G/b	1.18	.781
Heaving resonance : K_2b	.75	.75
Rolling resonance : K_3b	.056	.340

Note) Figures in parenthesis mean dimensions of the model used in the radiation problem.

Fig.

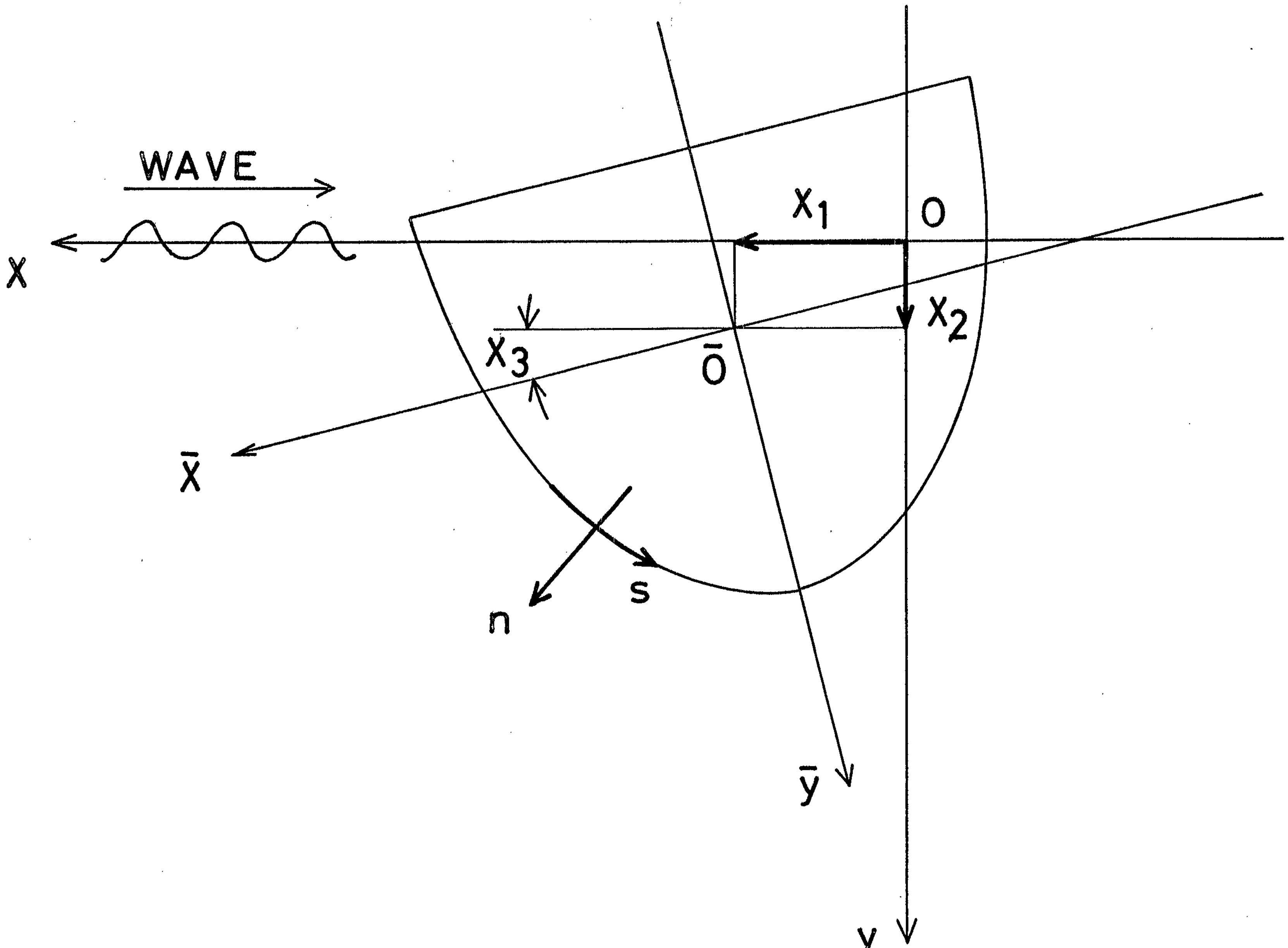


Fig. 1.1 Coordinate system

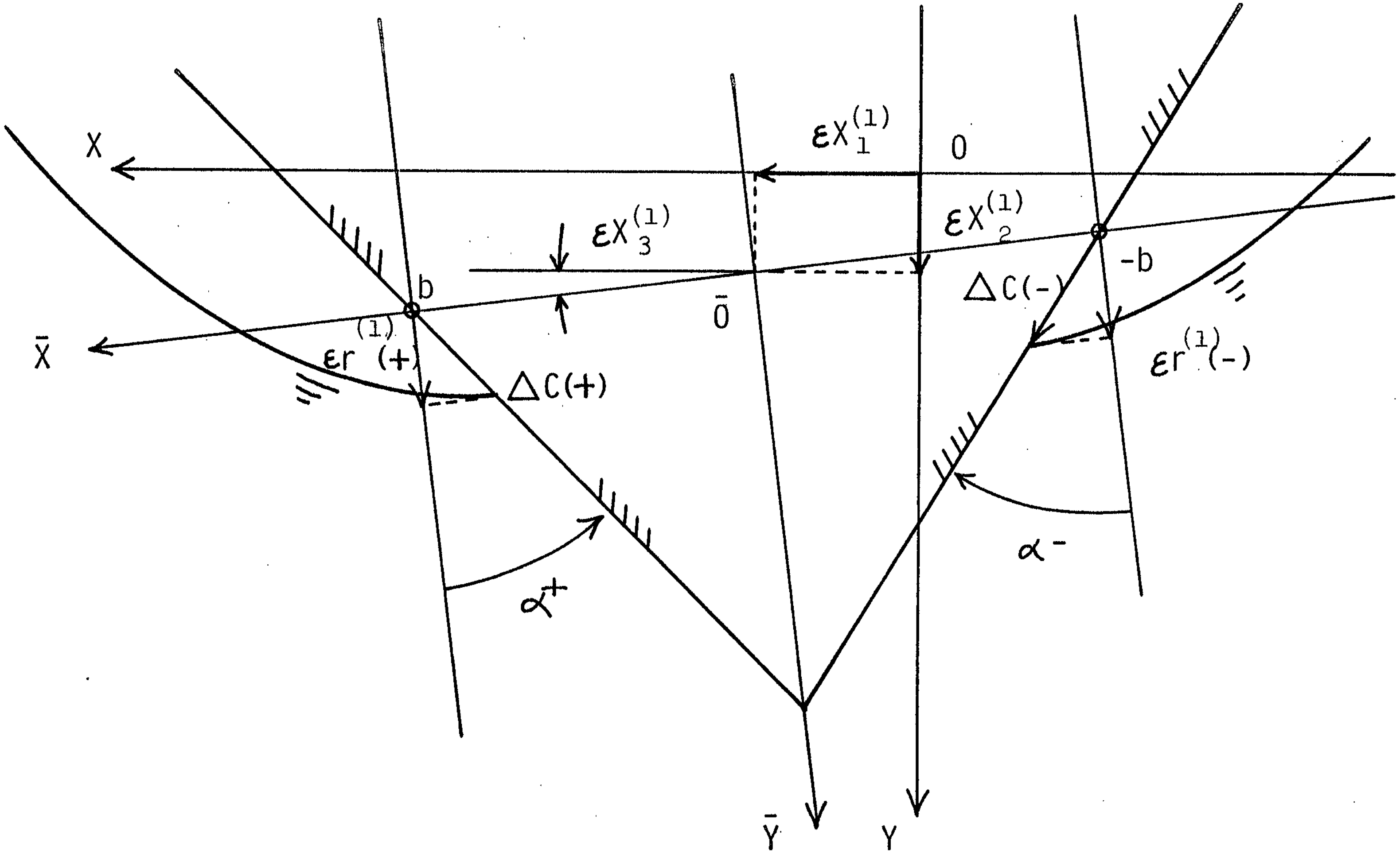


Fig. 1.2 Variation of the wetted surface

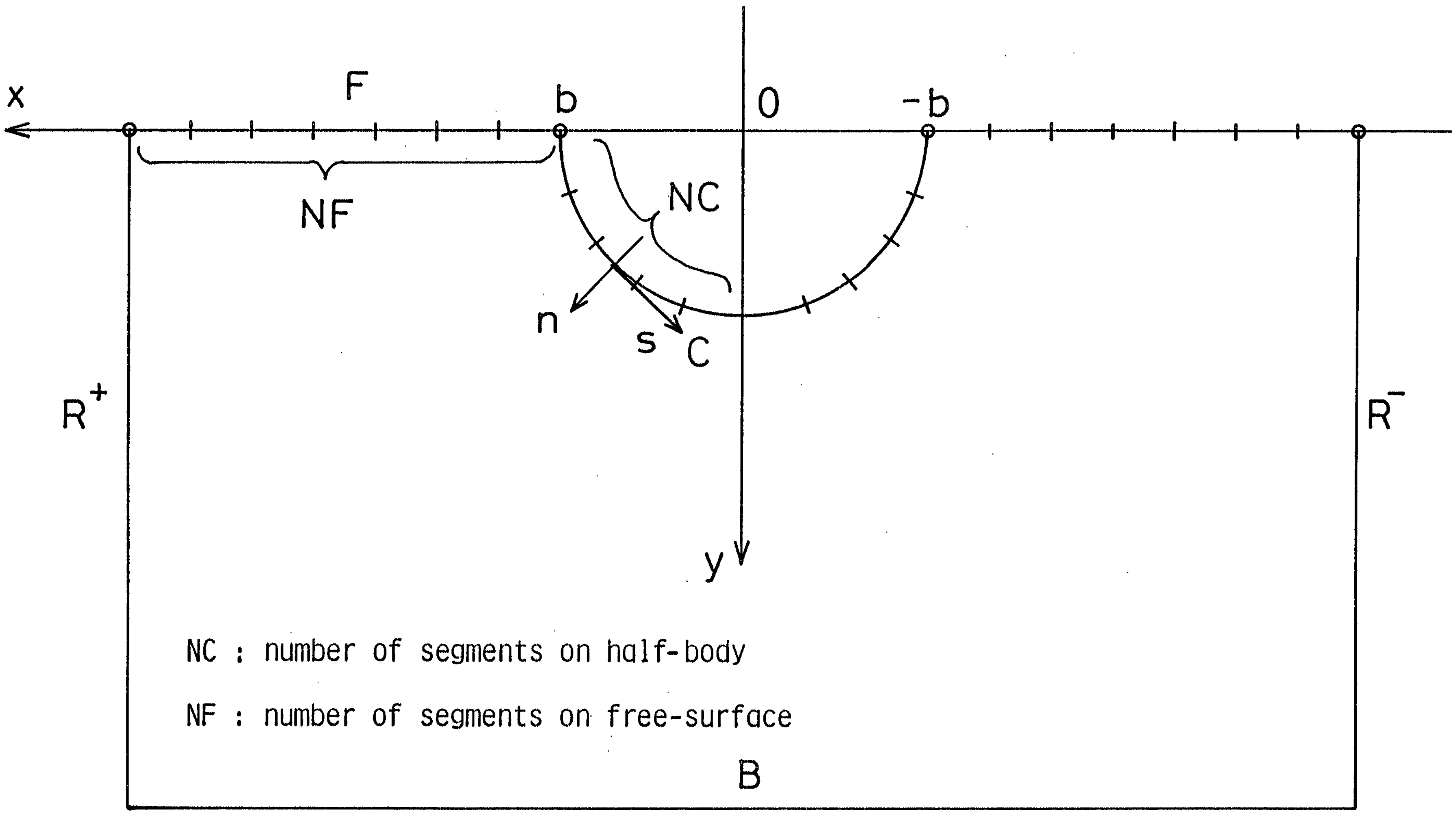


Fig. 2.1 Subdivision of contour

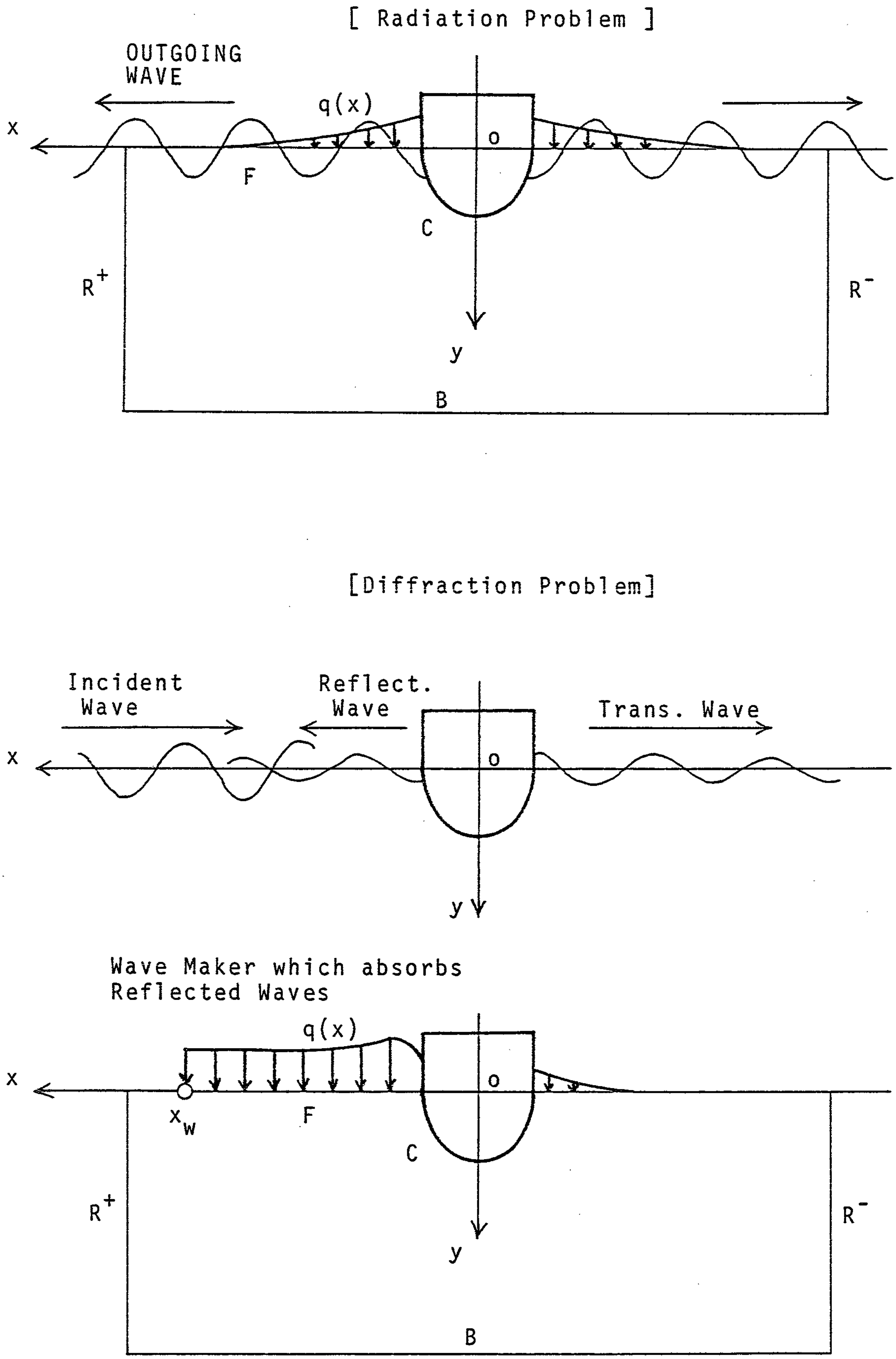


Fig. 2.2 Second-order boundary value problems

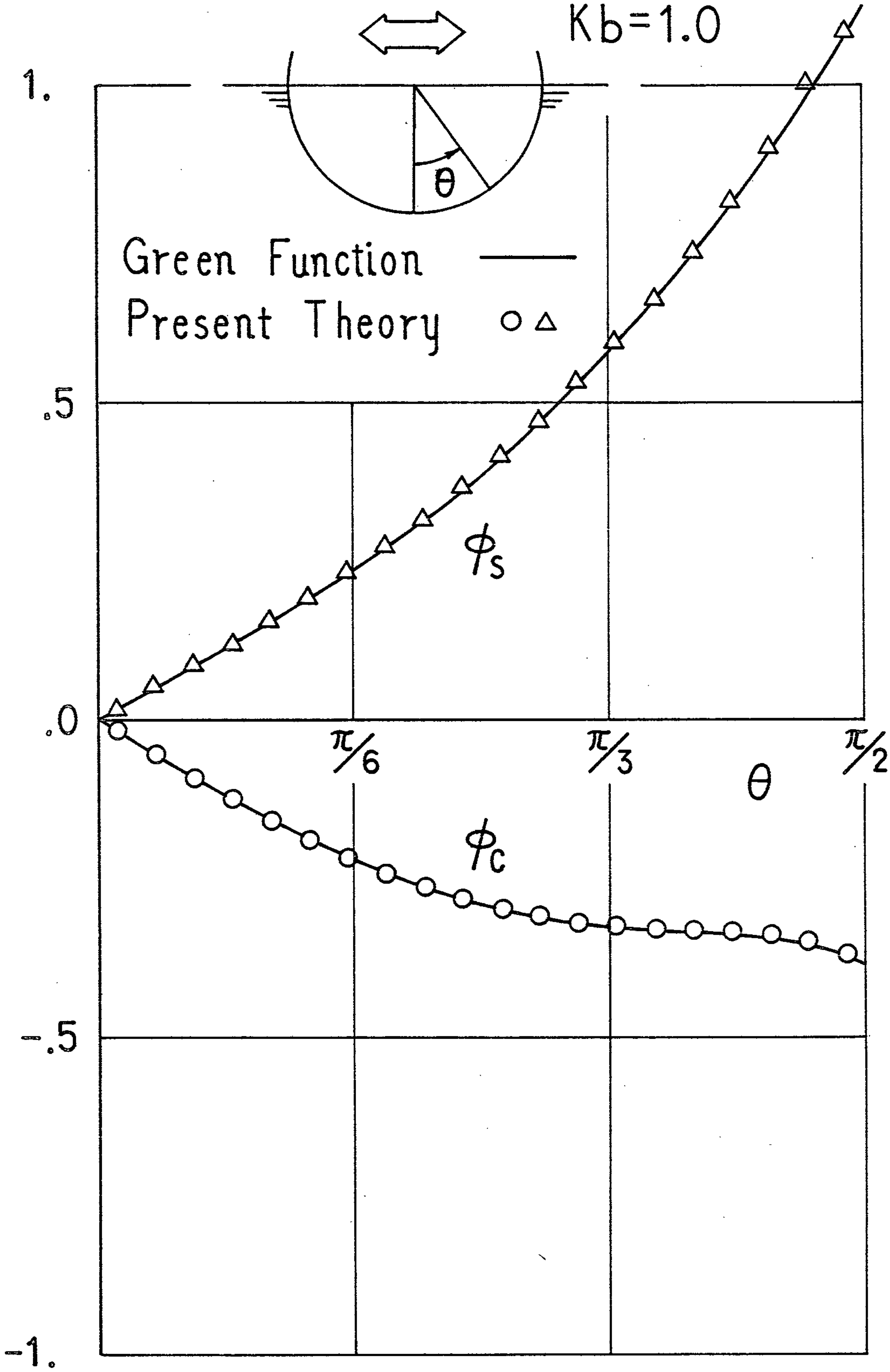


Fig. 2.3(a) First-order potential distribution on body of a swaying circular cylinder (Kb=1.0)

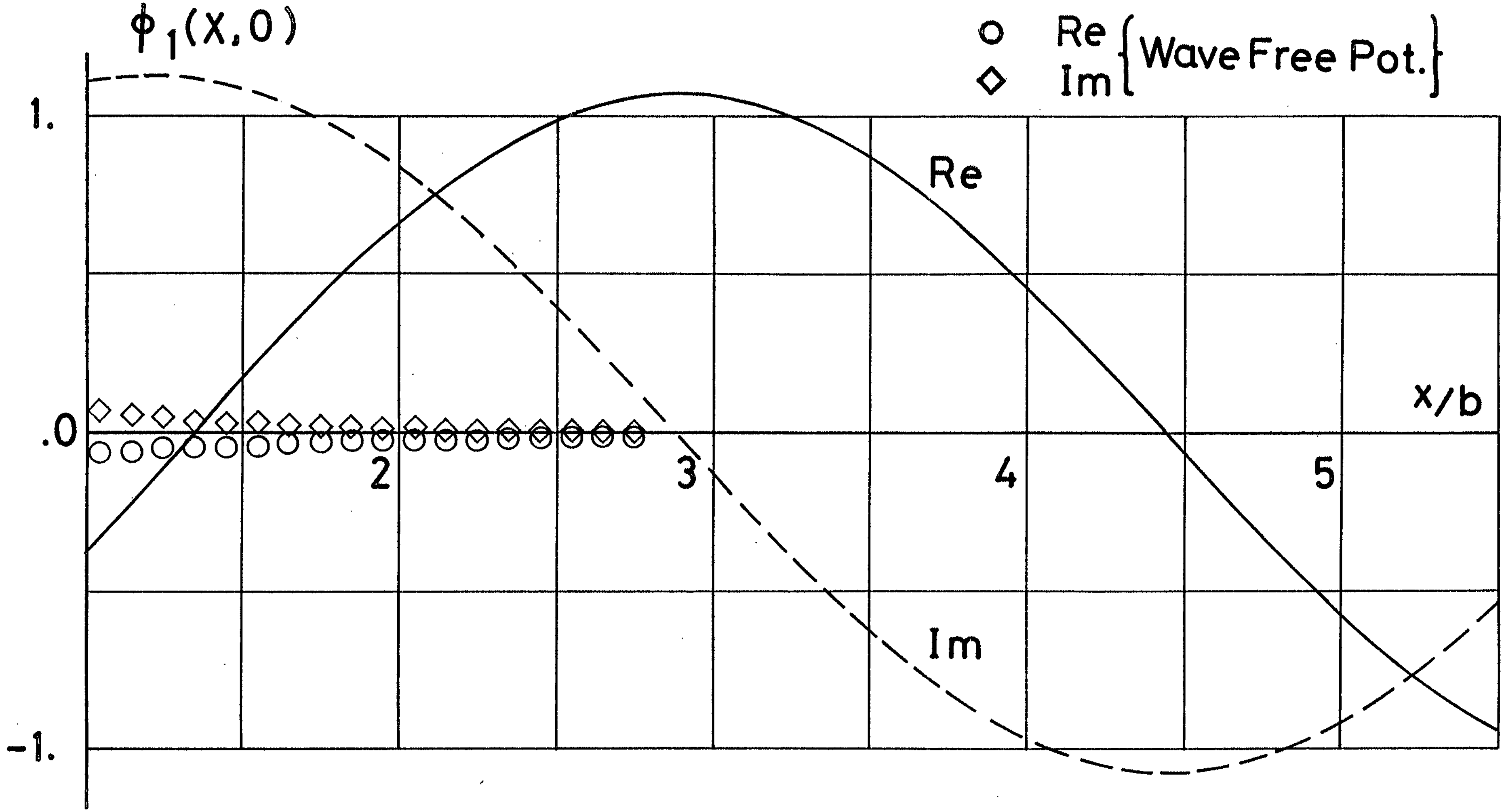


Fig. 2.3(b) First-order potential distribution on free-surface of a swaying circular cylinder (Kb=1.0)

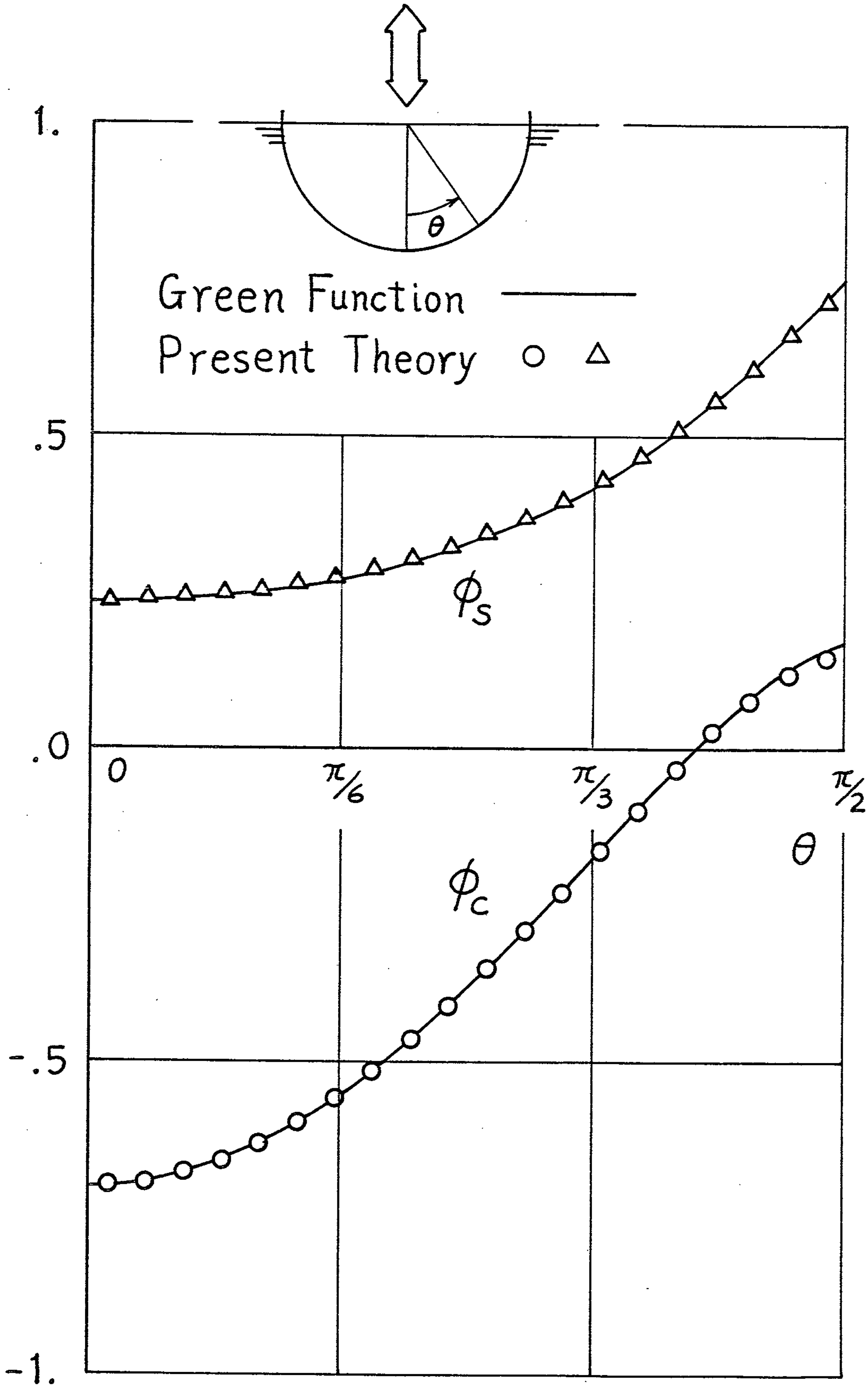


Fig. 2.4(a) First-order potential distribution on body of a heaving circular cylinder (Kb=1.0)

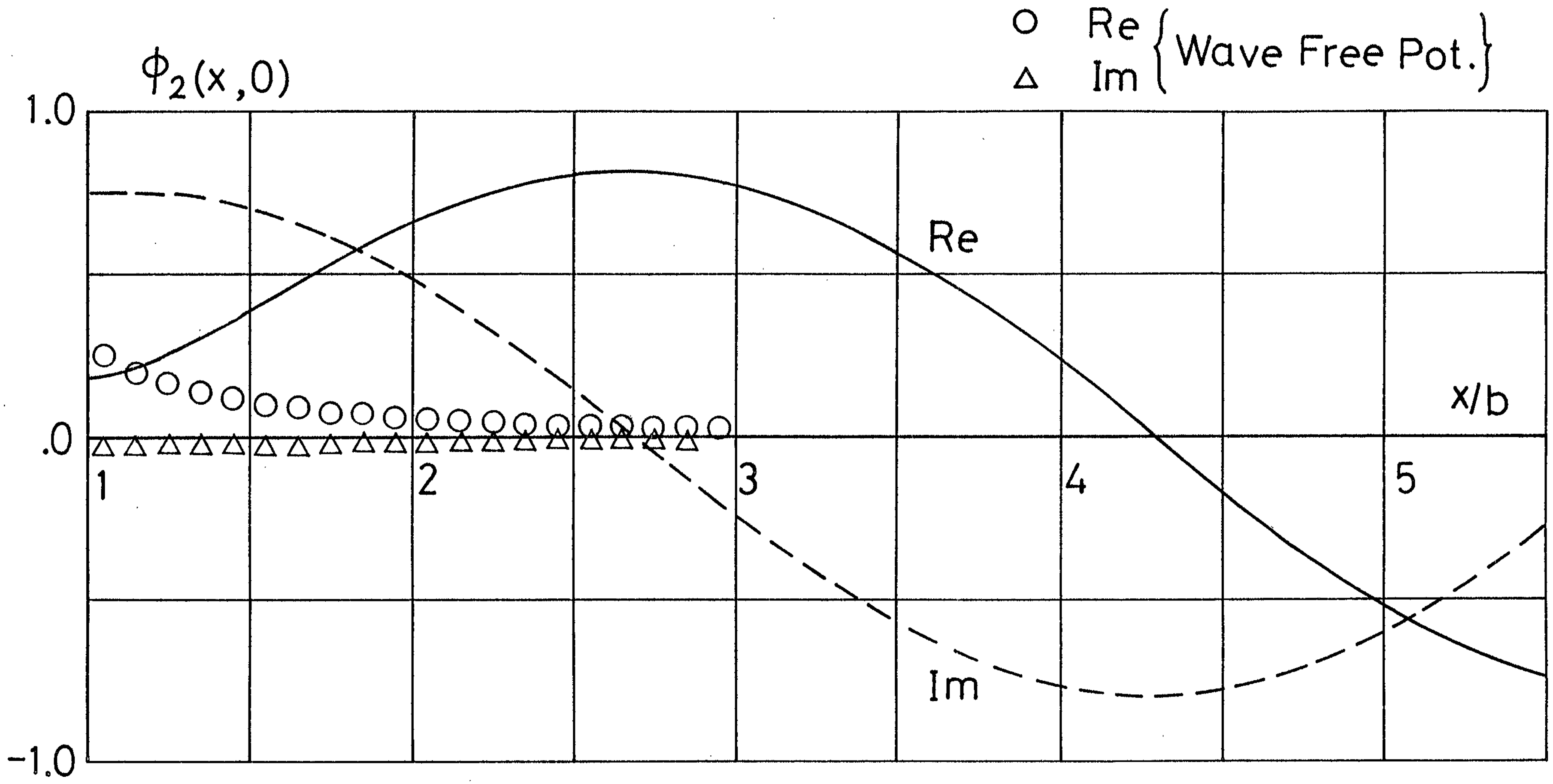


Fig. 2.4(b) First-order potential distribution on free-surface of a heaving circular cylinder (Kb=1.0)

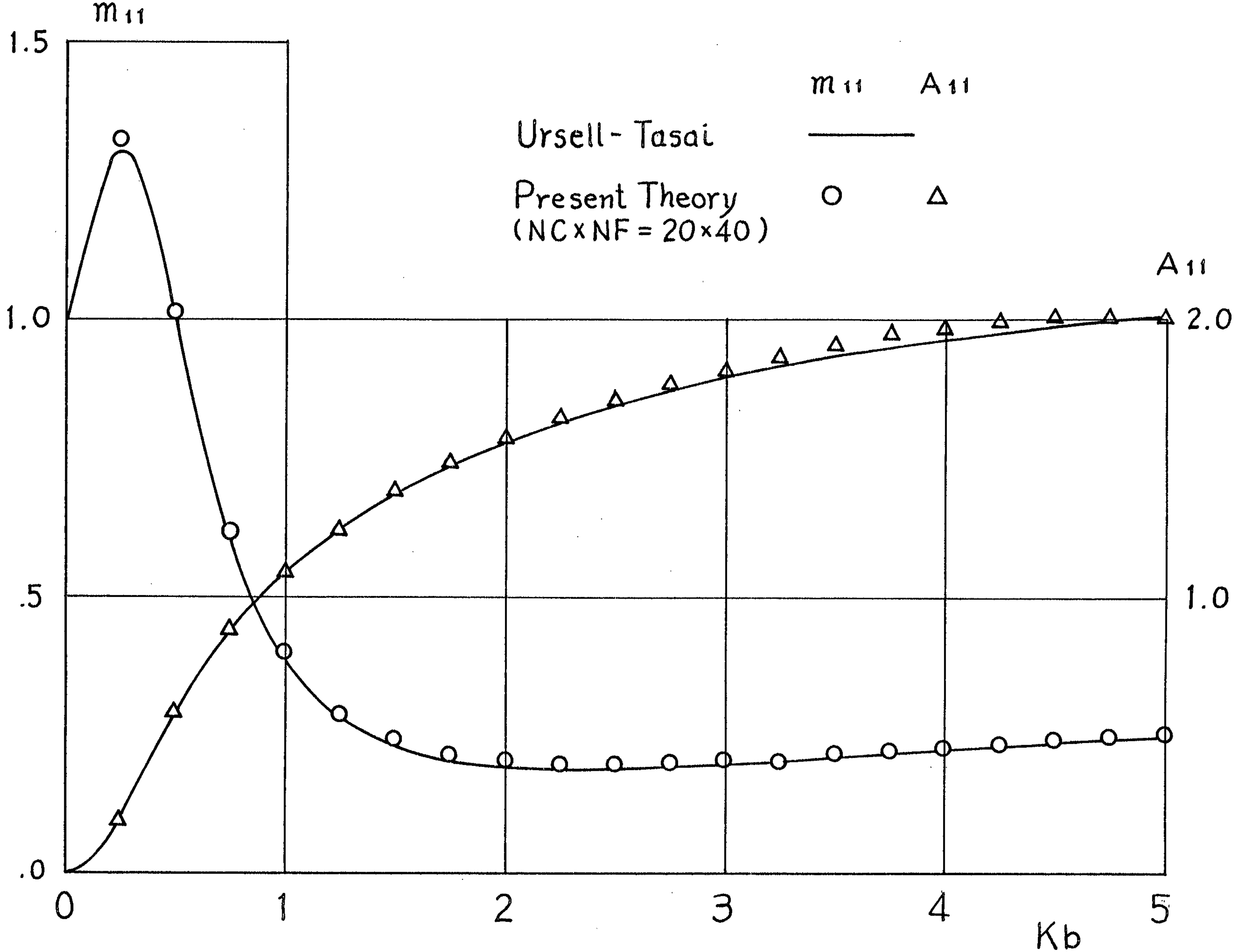


Fig. 2.5 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a swaying circular cylinder

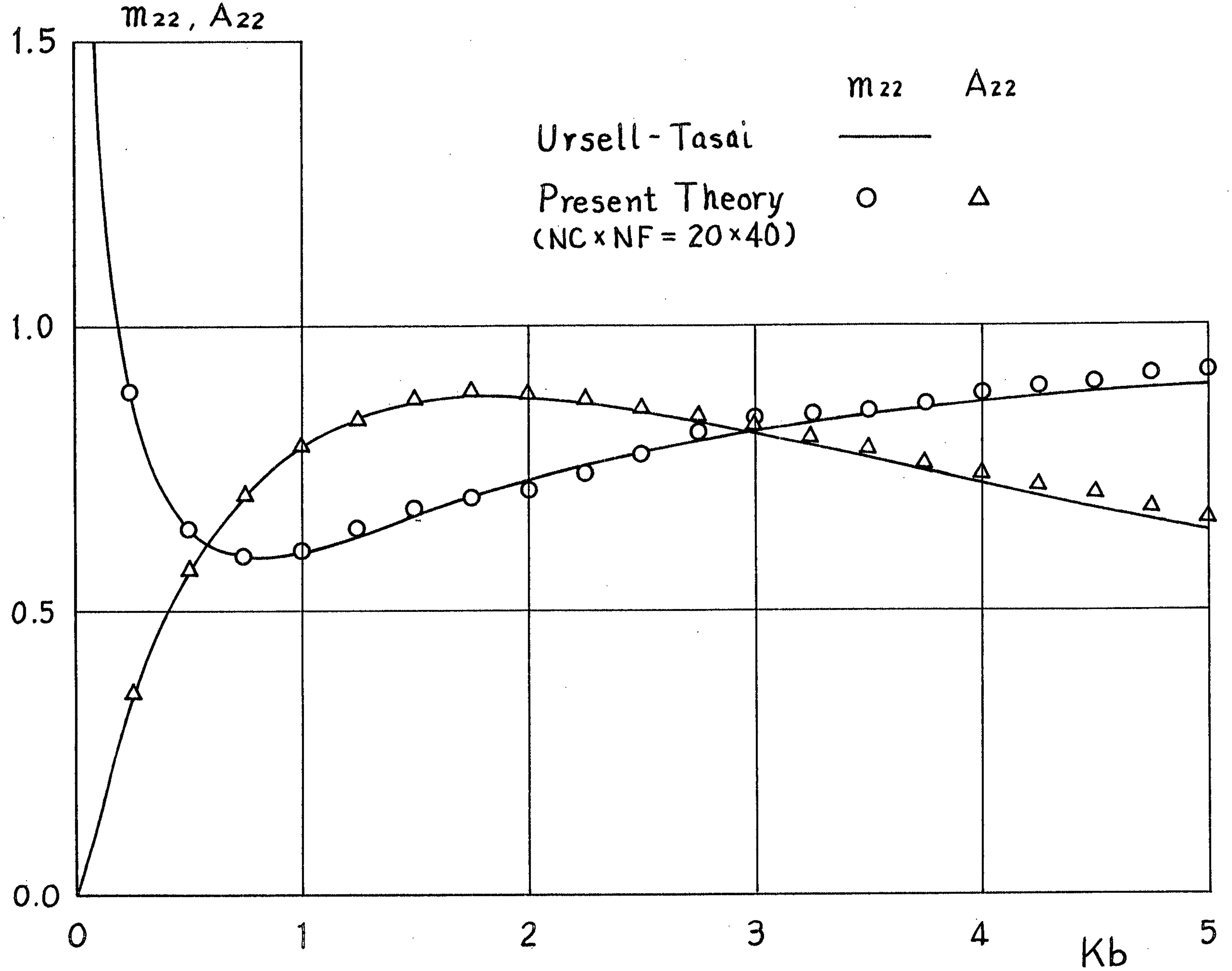


Fig. 2.6 Added-mass coefficient and radiation-wave amplitude ratio of a heaving circular cylinder

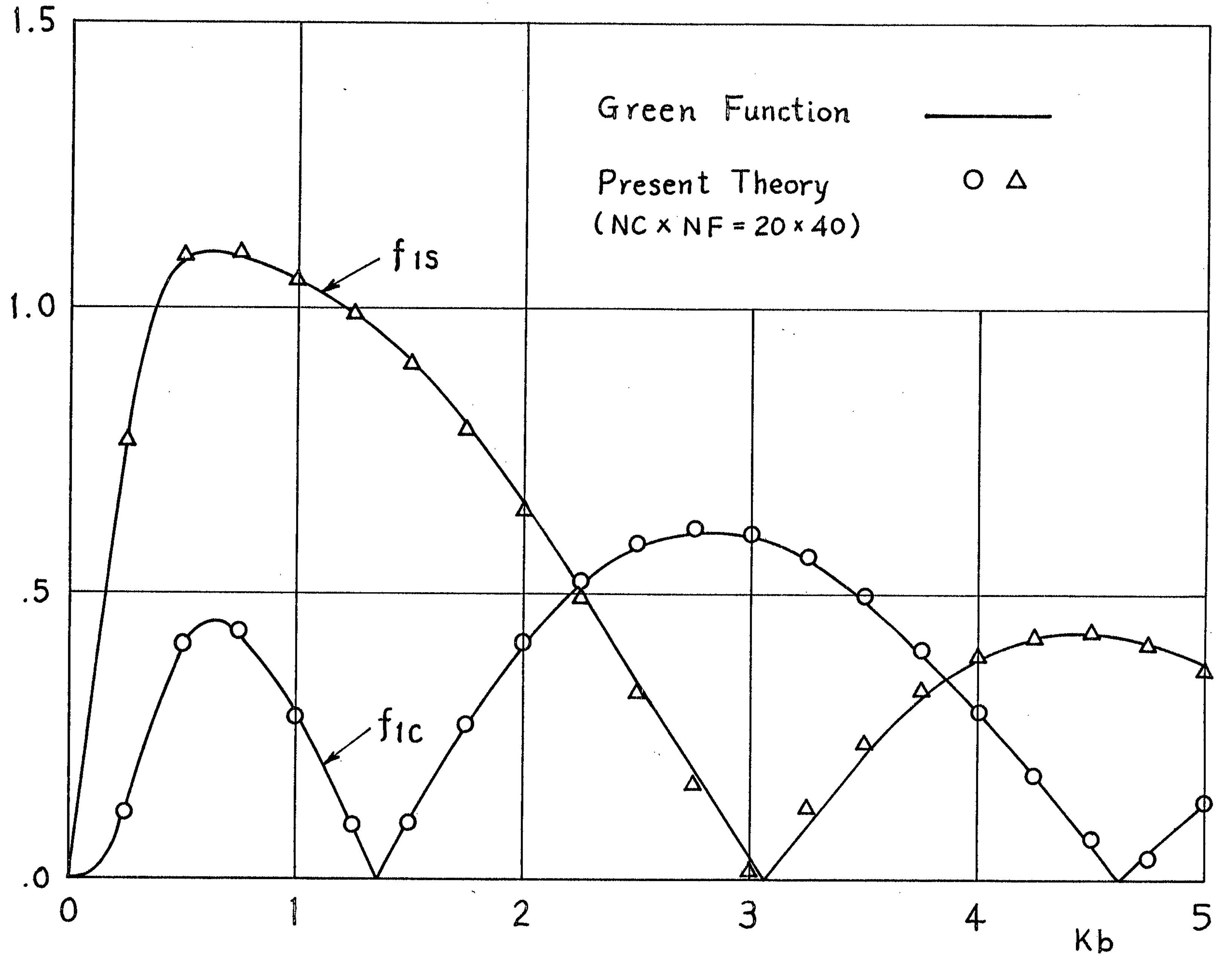


Fig. 2.7 First-order horizontal wave-exciting force of a circular cylinder

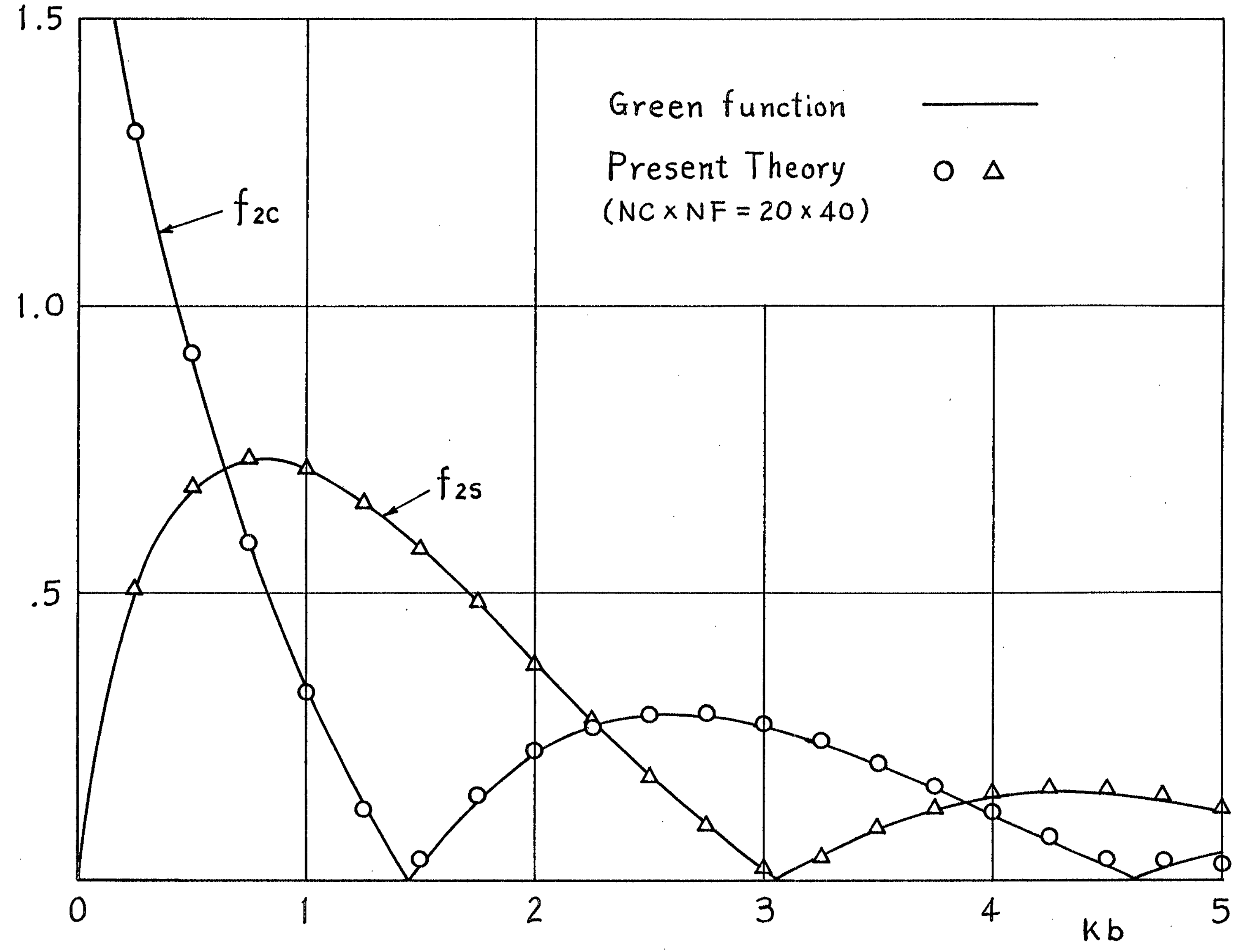


Fig. 2.8 First-order vertical wave-exciting force of a circular cylinder

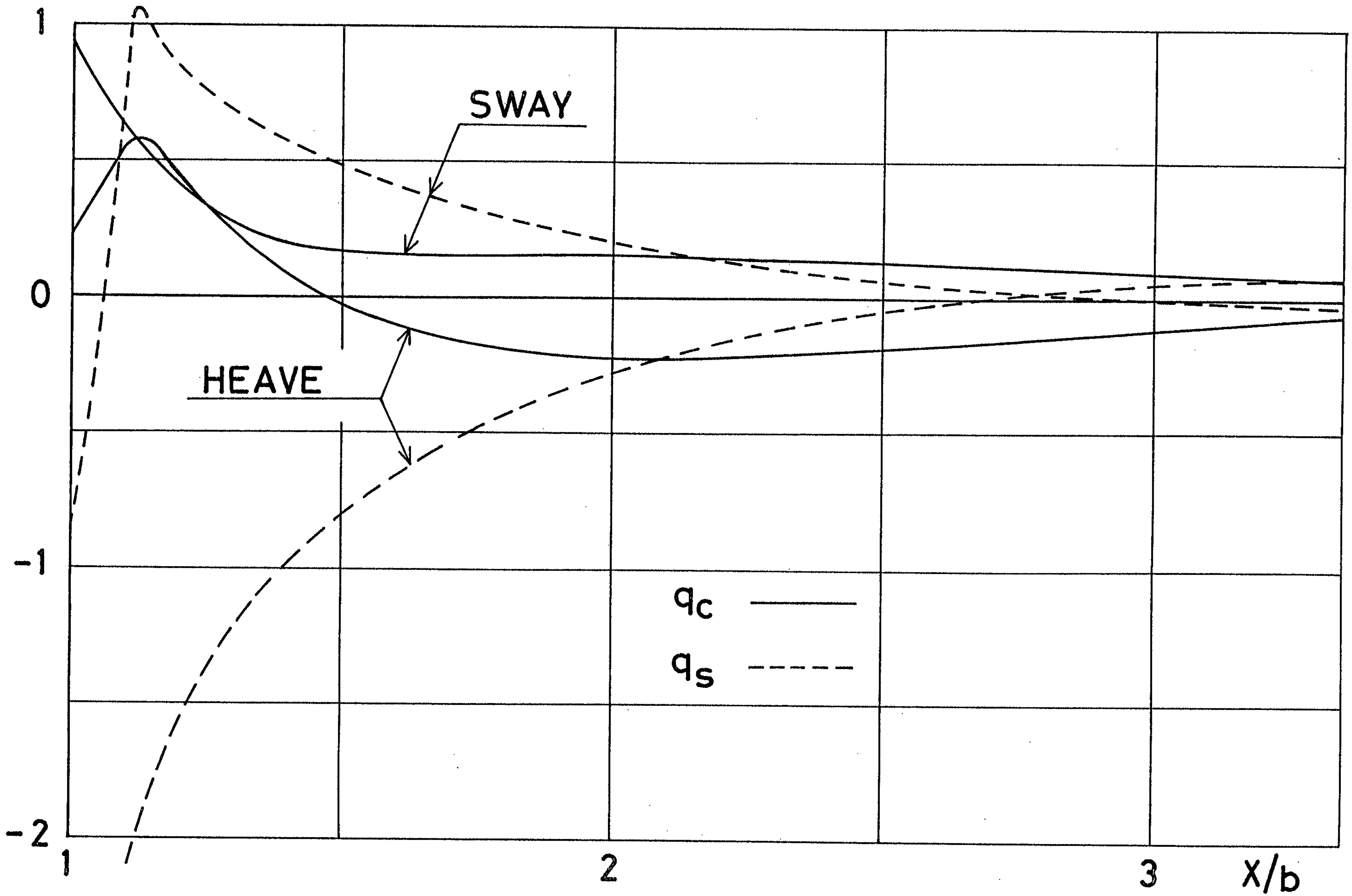


Fig. 2.9 Second-order boundary conditions imposed at free-surface in radiation problems of a circular cylinder ($q=q_c+iq_s$; $Kb=1.0$)

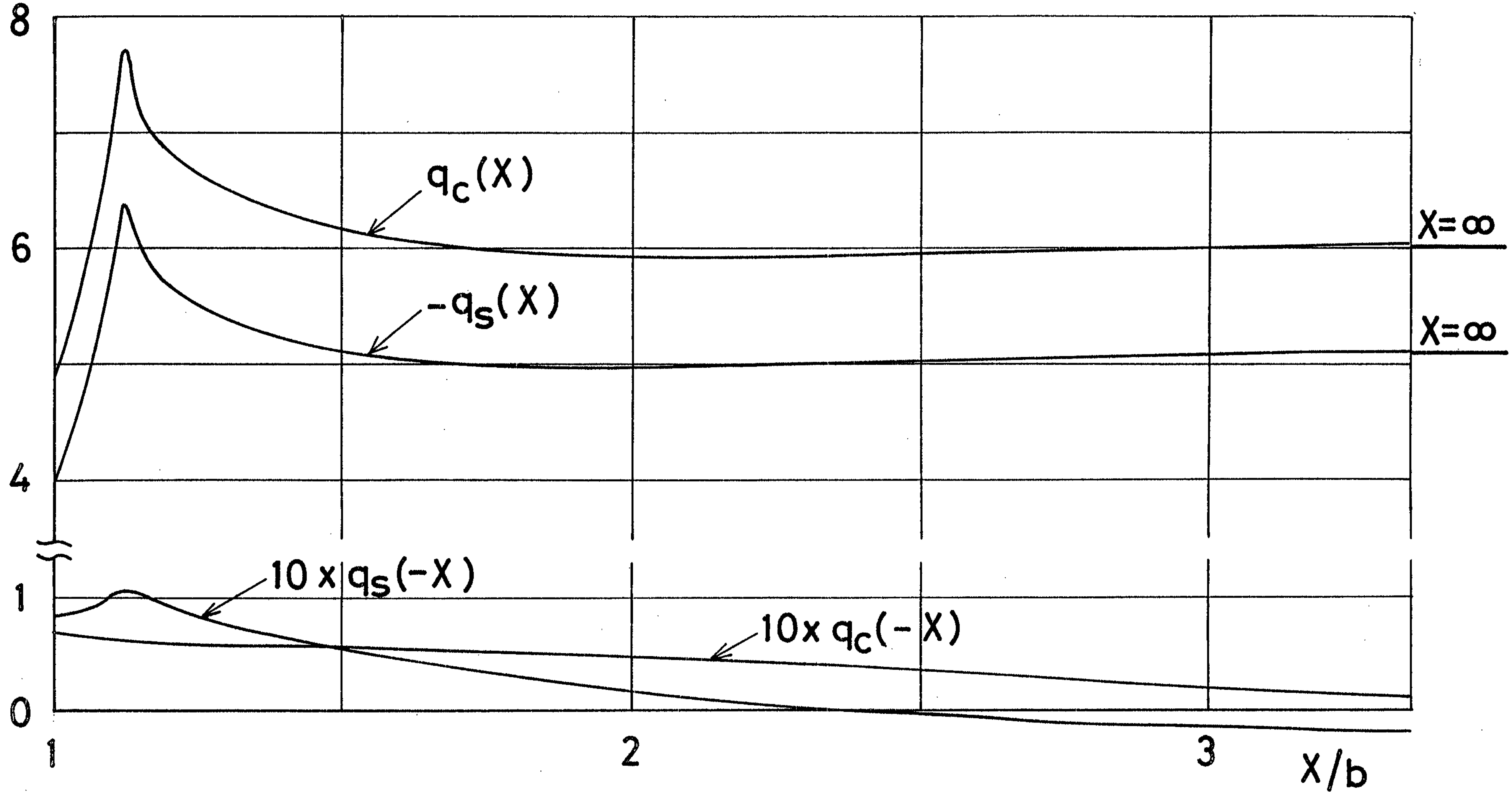


Fig. 2.10 Second-order boundary condition imposed at free-surface in diffraction problem of a circular cylinder ($q=q_c+iq_s$; $Kb=1.0$)

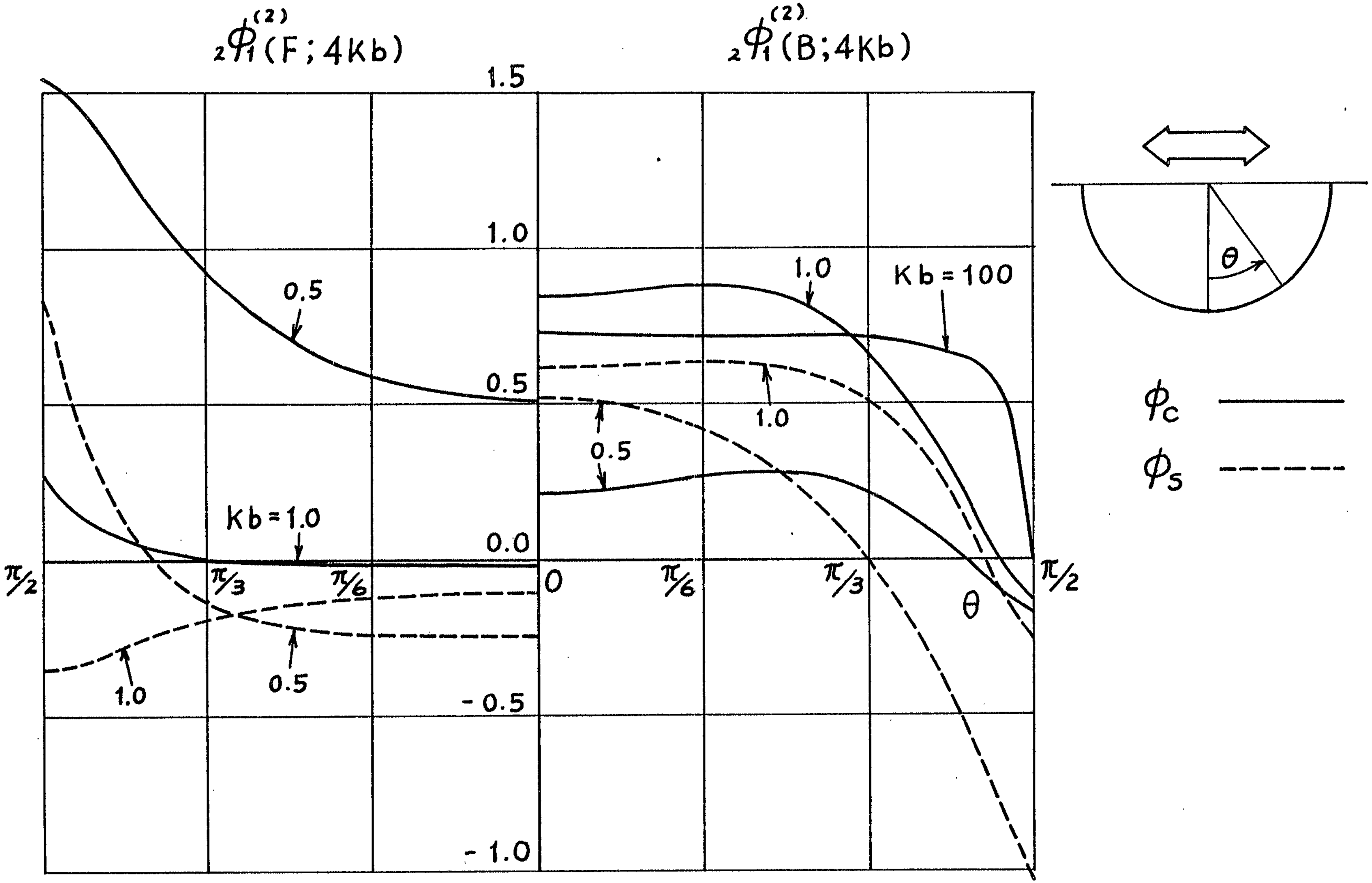


Fig. 2.11 Distribution of second-order potential on body of a swaying circular cylinder (symmetry to y-axis)

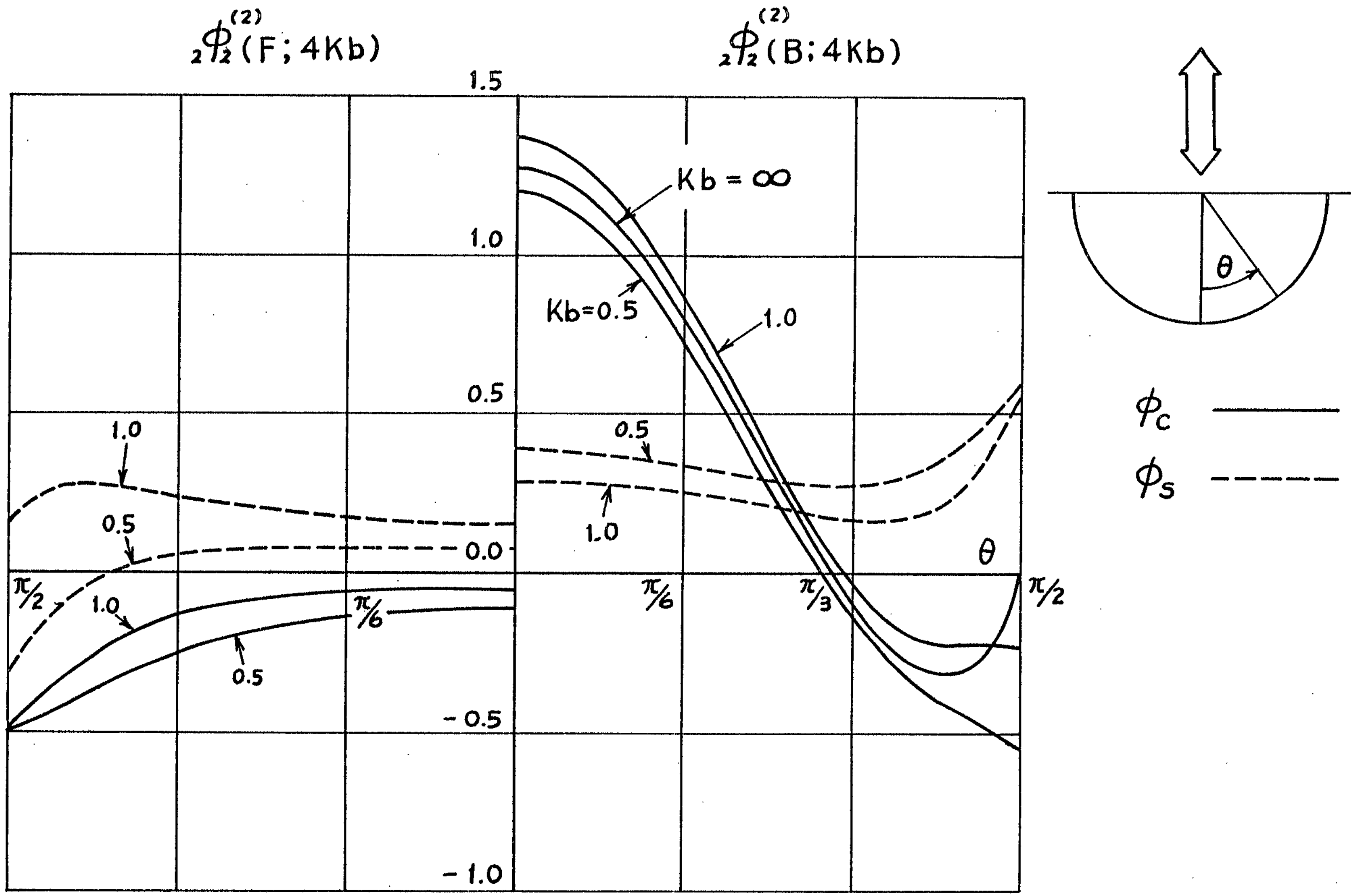


Fig. 2.12 Distribution of second-order potential on body of a heaving circular cylinder (symmetry to y-axis)

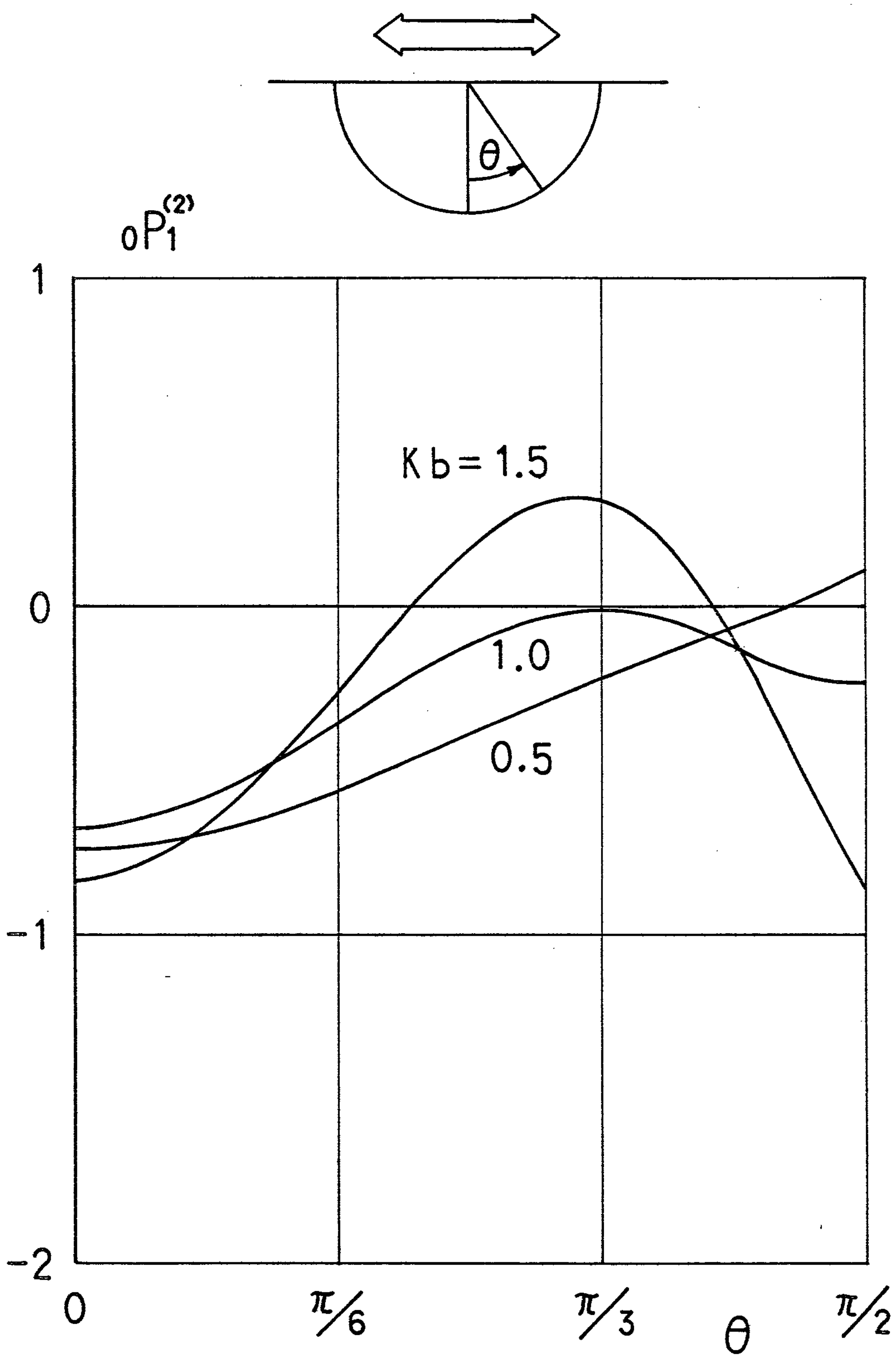


Fig. 2.13(a) Distribution of second-order steady pressure on body of a swaying circular cylinder (symmetry to y-axis)

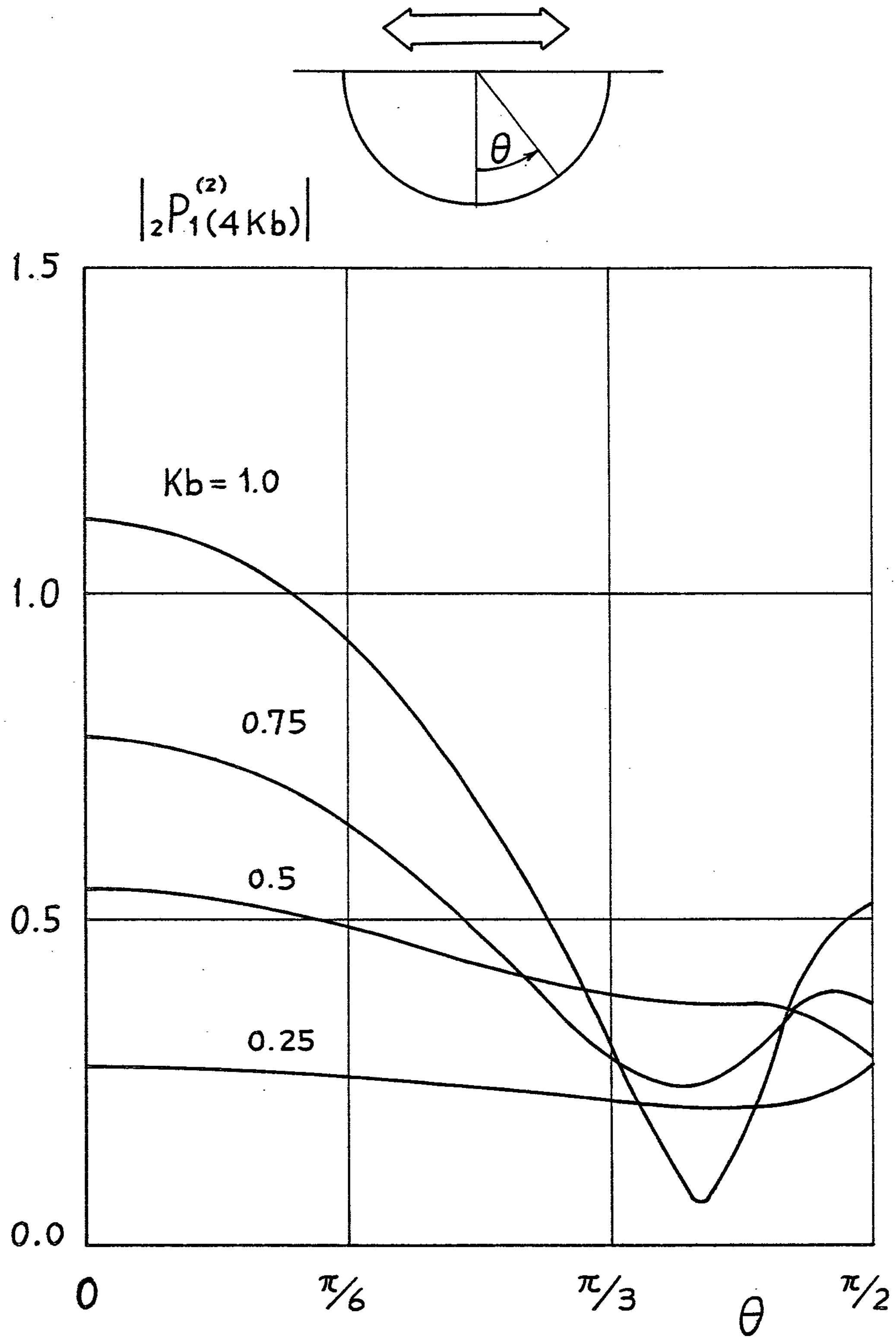


Fig. 2.13(b) Distribution of second-order oscillating pressure on body of a swaying circular cylinder (symmetry to y-axis)

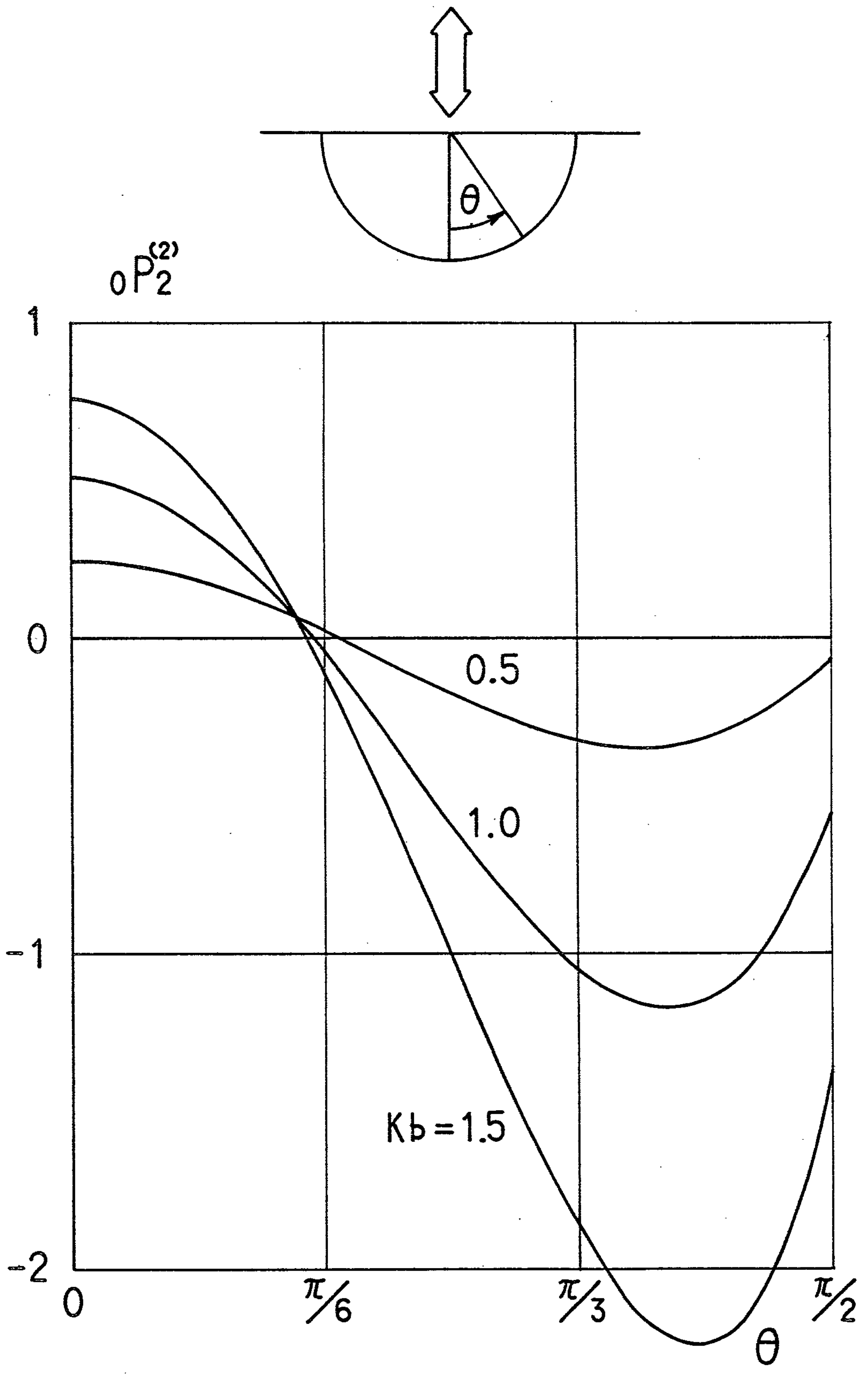


Fig. 2.14(a) Distribution of second-order steady pressure on body of a heaving circular cylinder

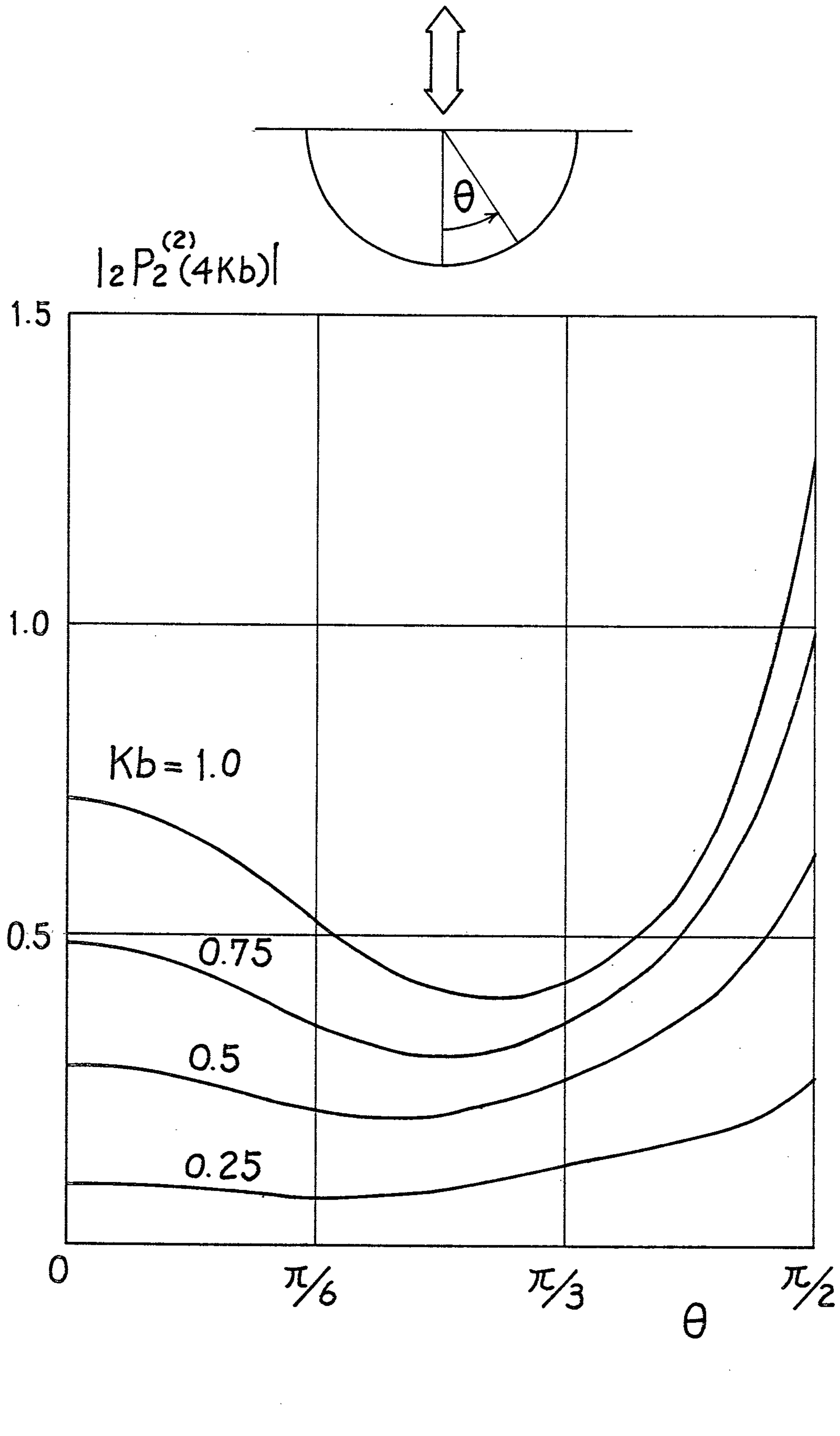


Fig. 2.14(b) Distribution of second-order oscillating pressure on body of a heaving circular cylinder

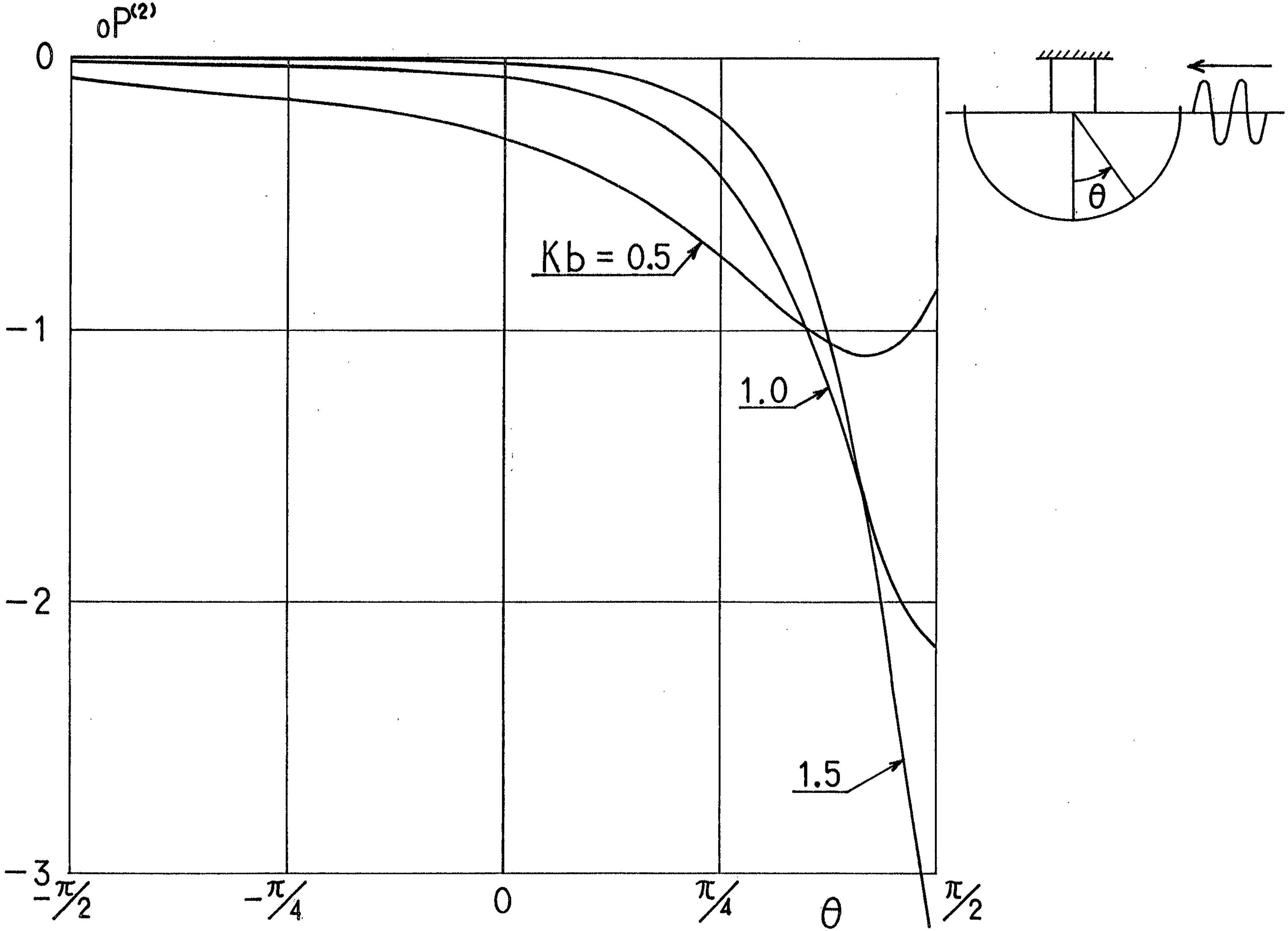


Fig. 2.15　Distribution of second-order steady pressure on body in diffraction problem of a circular cylinder

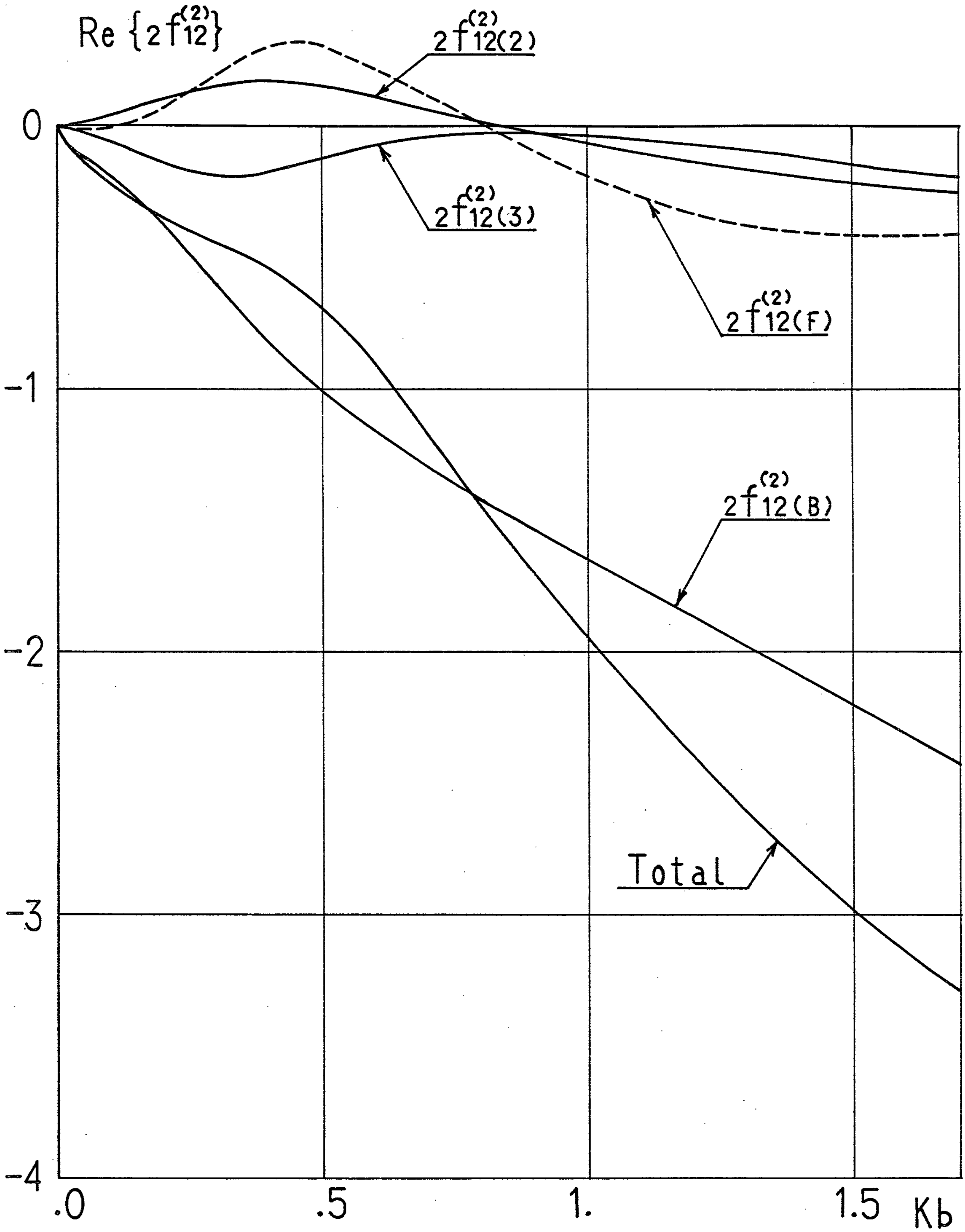


Fig. 2.16(a) Real part of second-order oscillating forces of a swaying circular cylinder

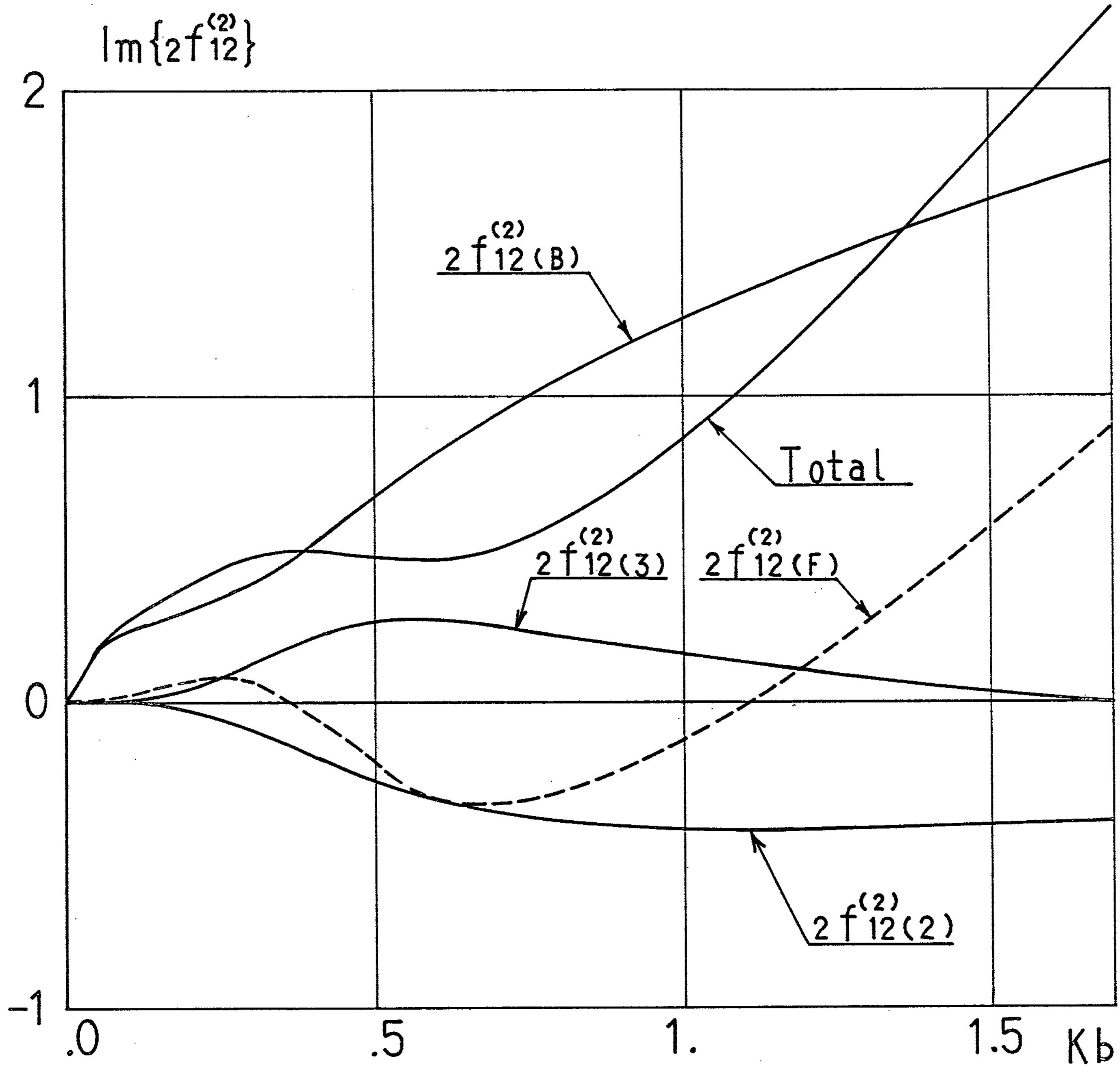


Fig. 2.16(b) Imaginary part of second-order oscillating forces of a swaying circular cylinder

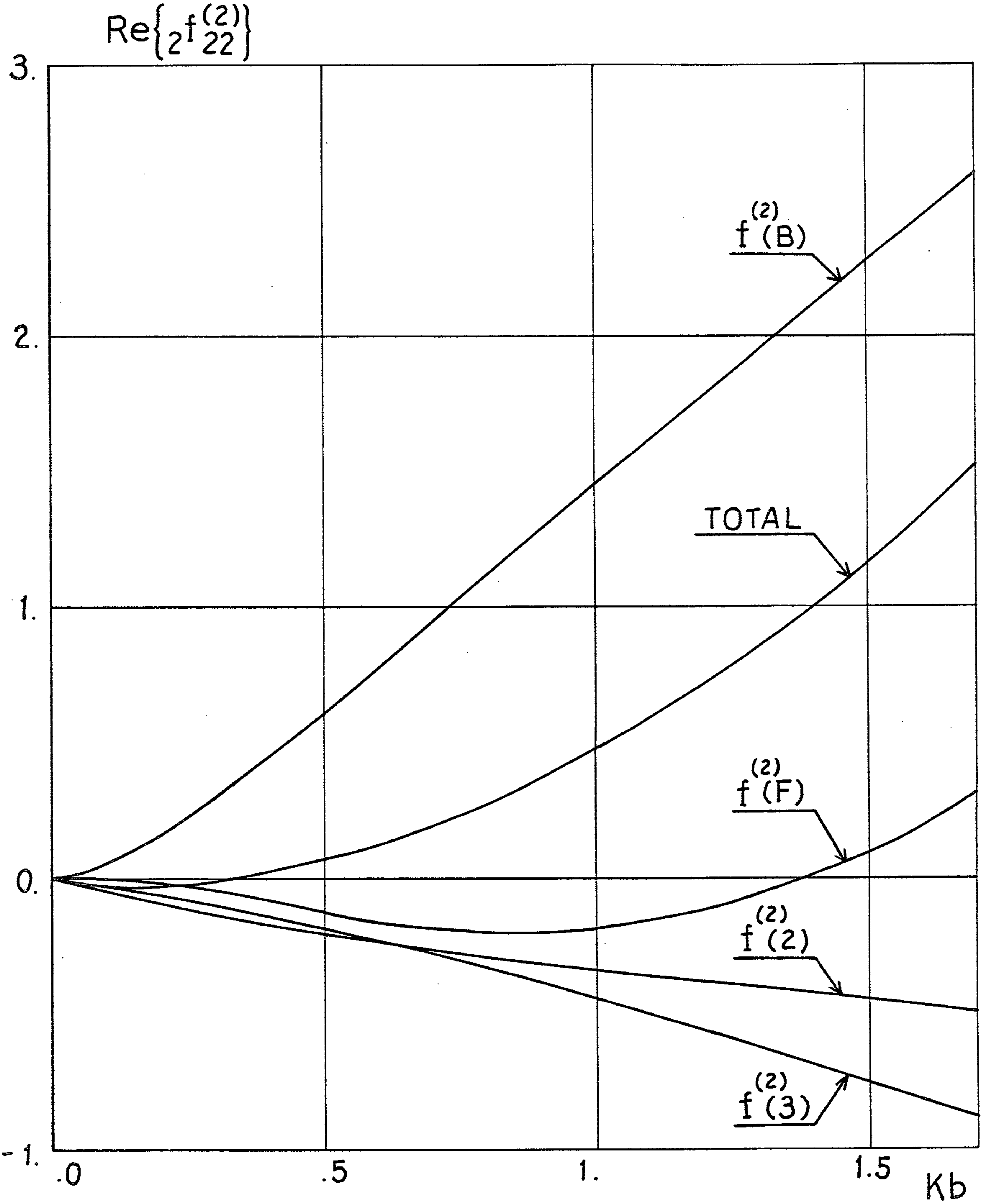


Fig. 2.17(a) Real part of second-order oscillating forces of a heaving circular cylinder

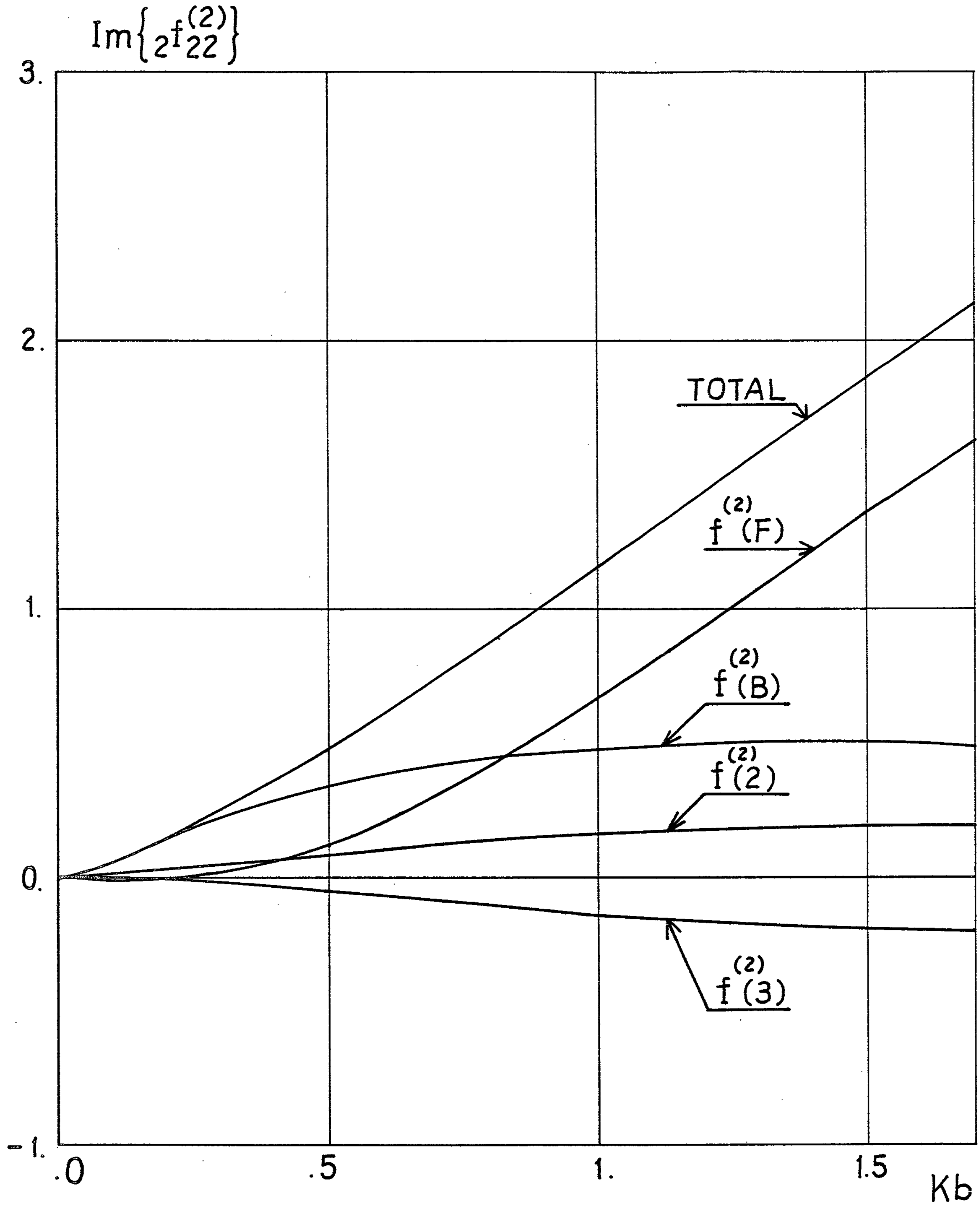


Fig. 2.17(b) Imaginary part of second-order oscillating forces of a heaving circular cylinder

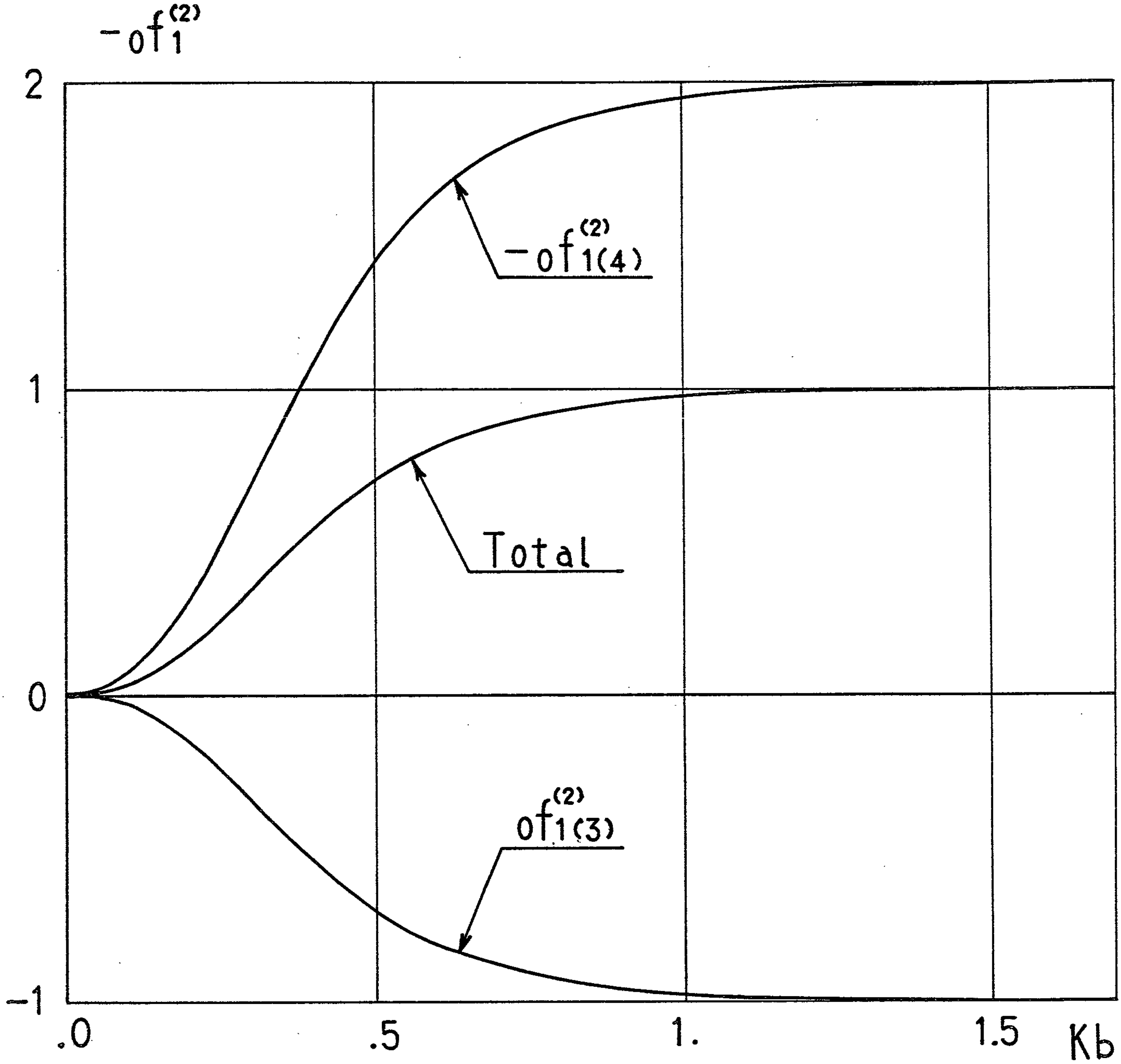


Fig. 2.18 Each component of the drifting force of a fixed circular cylinder in waves

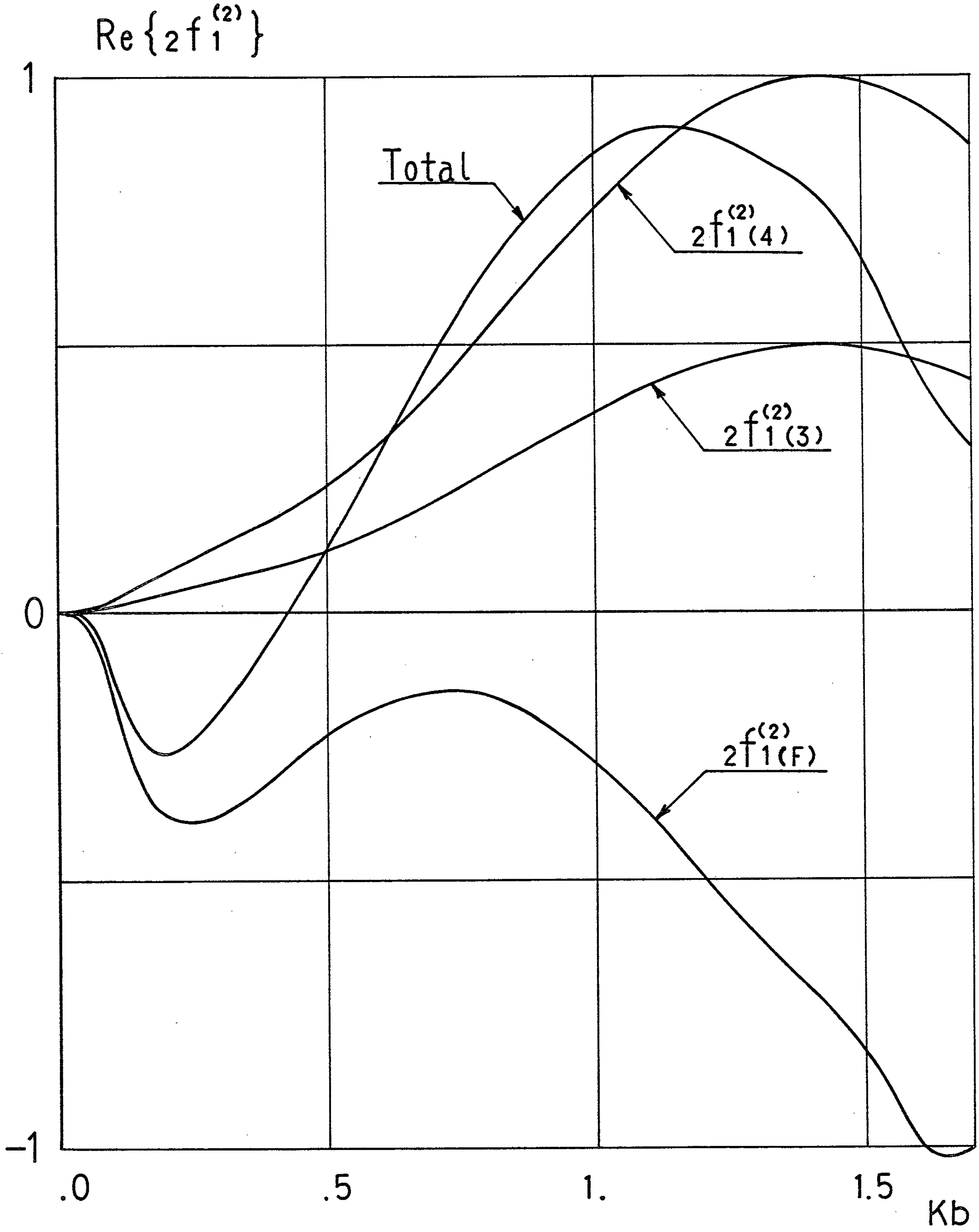


Fig. 2.19(a) Real part of second-order horizontal oscillating forces of a fixed circular cylinder

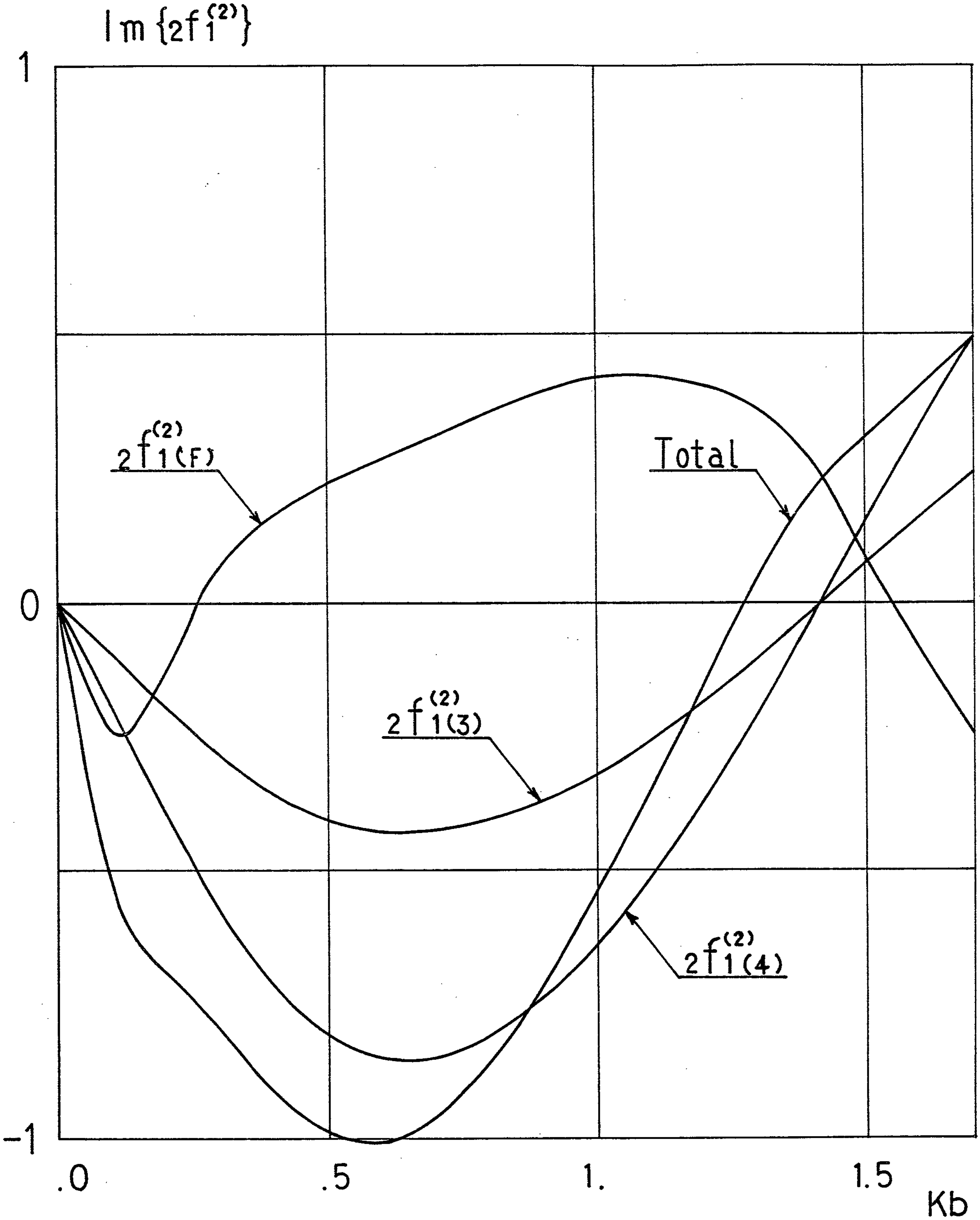


Fig. 2.19(b) Imaginary part of second-order horizontal oscillating forces of a fixed circular cylinder

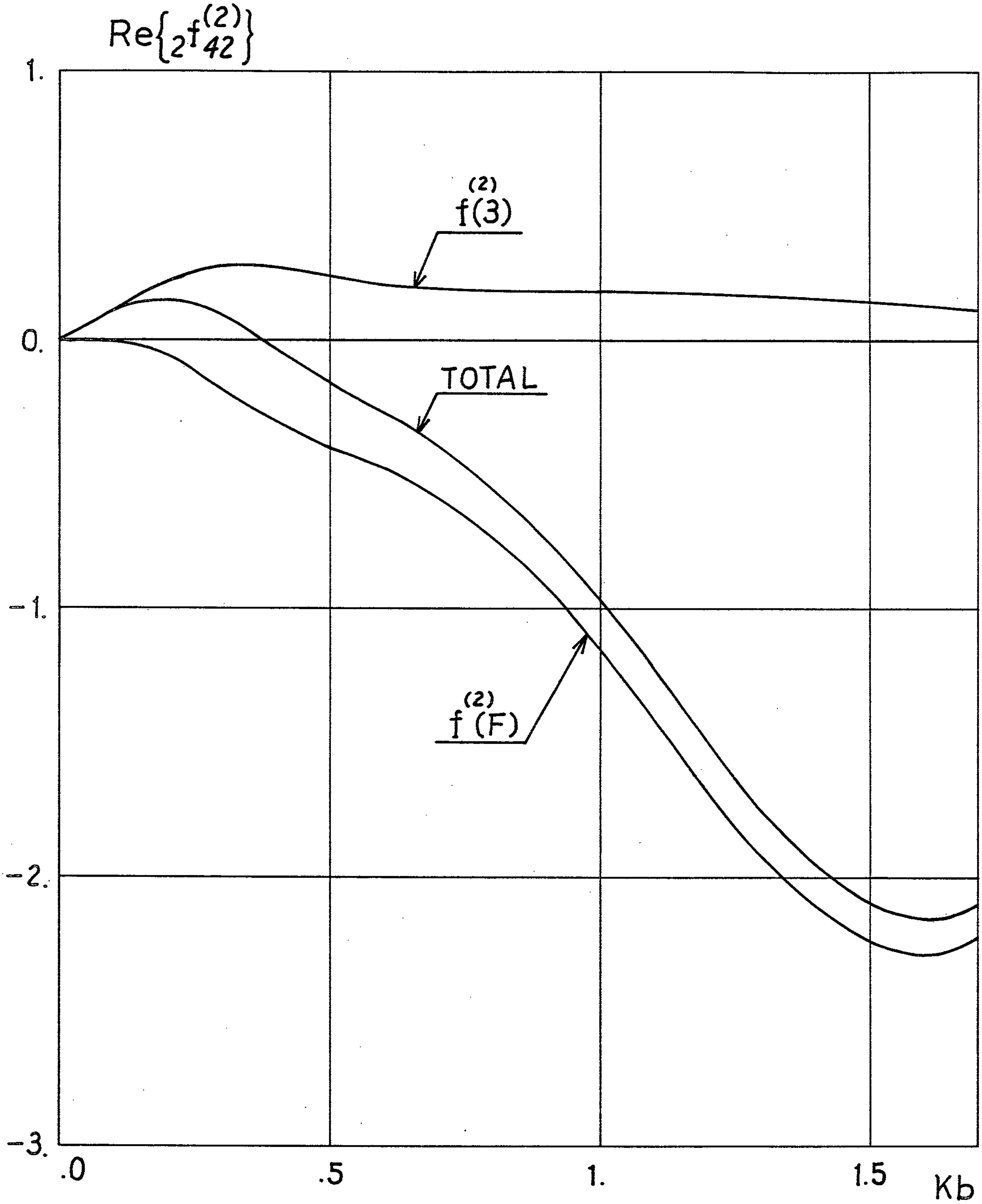


Fig. 2.20(a) Real part of second-order vertical oscillating forces of a fixed circular cylinder

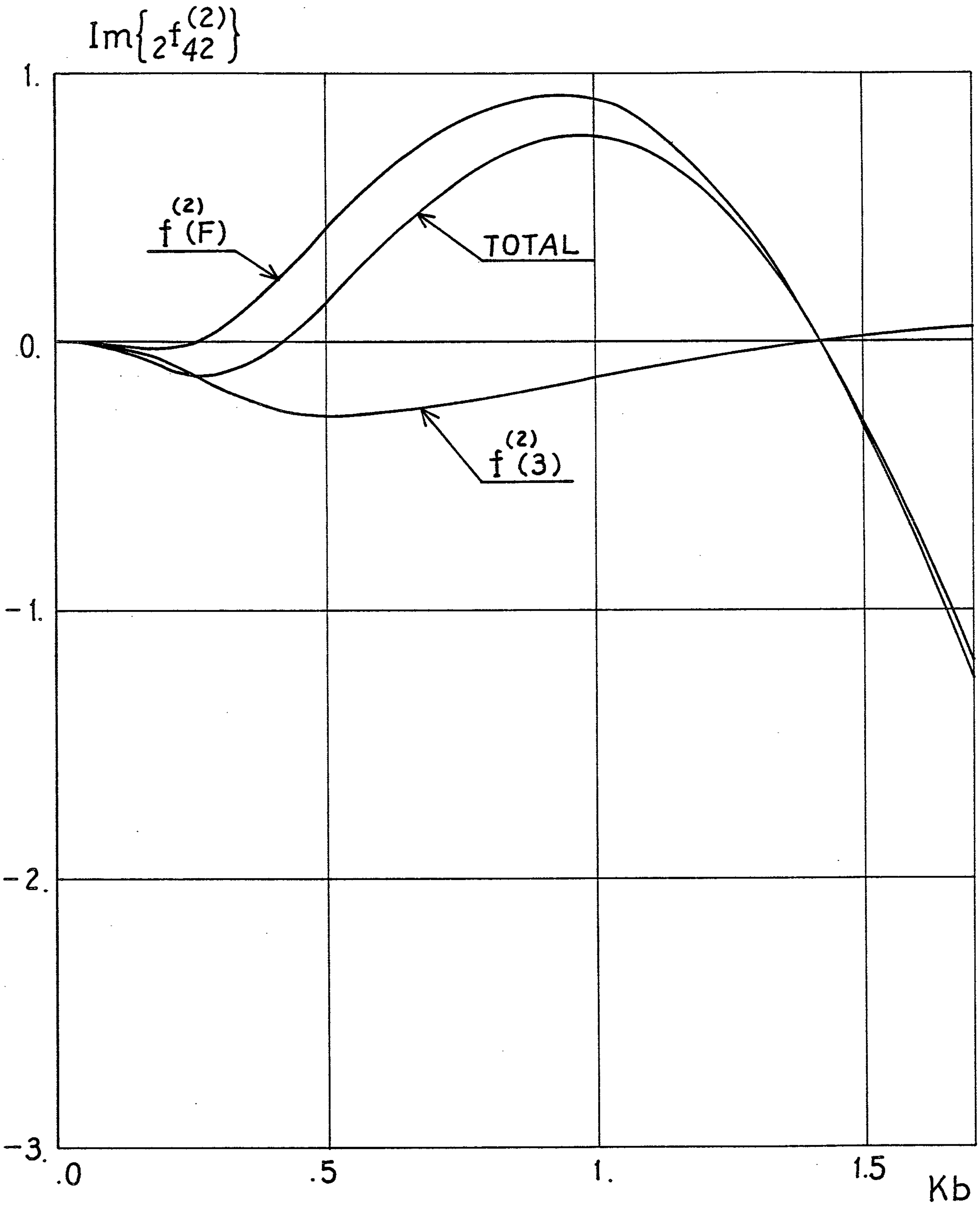


Fig. 2.20(b) Imaginary part of second-order vertical oscillating forces of a fixed circular cylinder

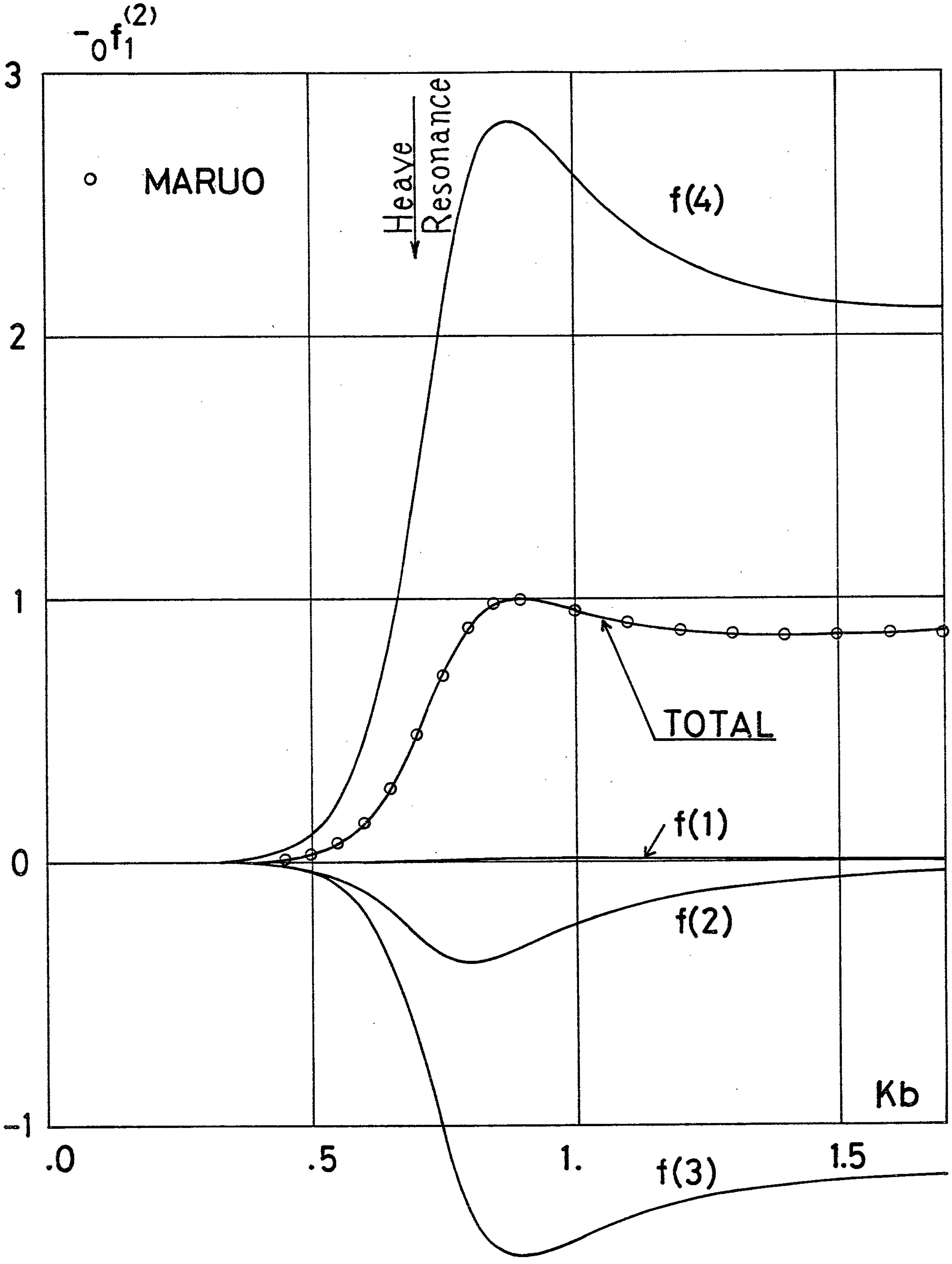


Fig. 2.21 Each component of the drifting force of a free-floating Lewis-form cylinder in waves

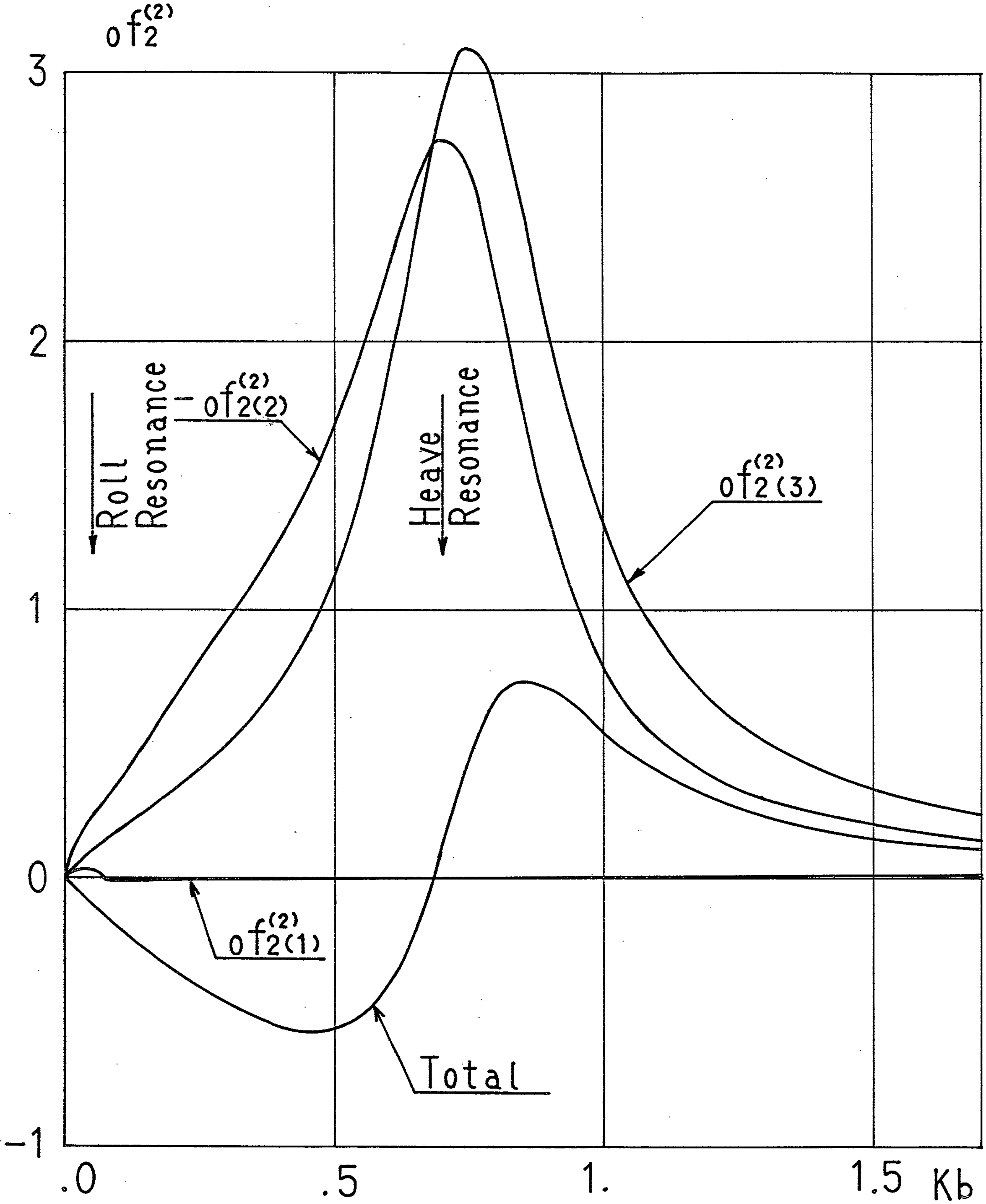


Fig. 2.22 Each component of the steady vertical force of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (C-1)

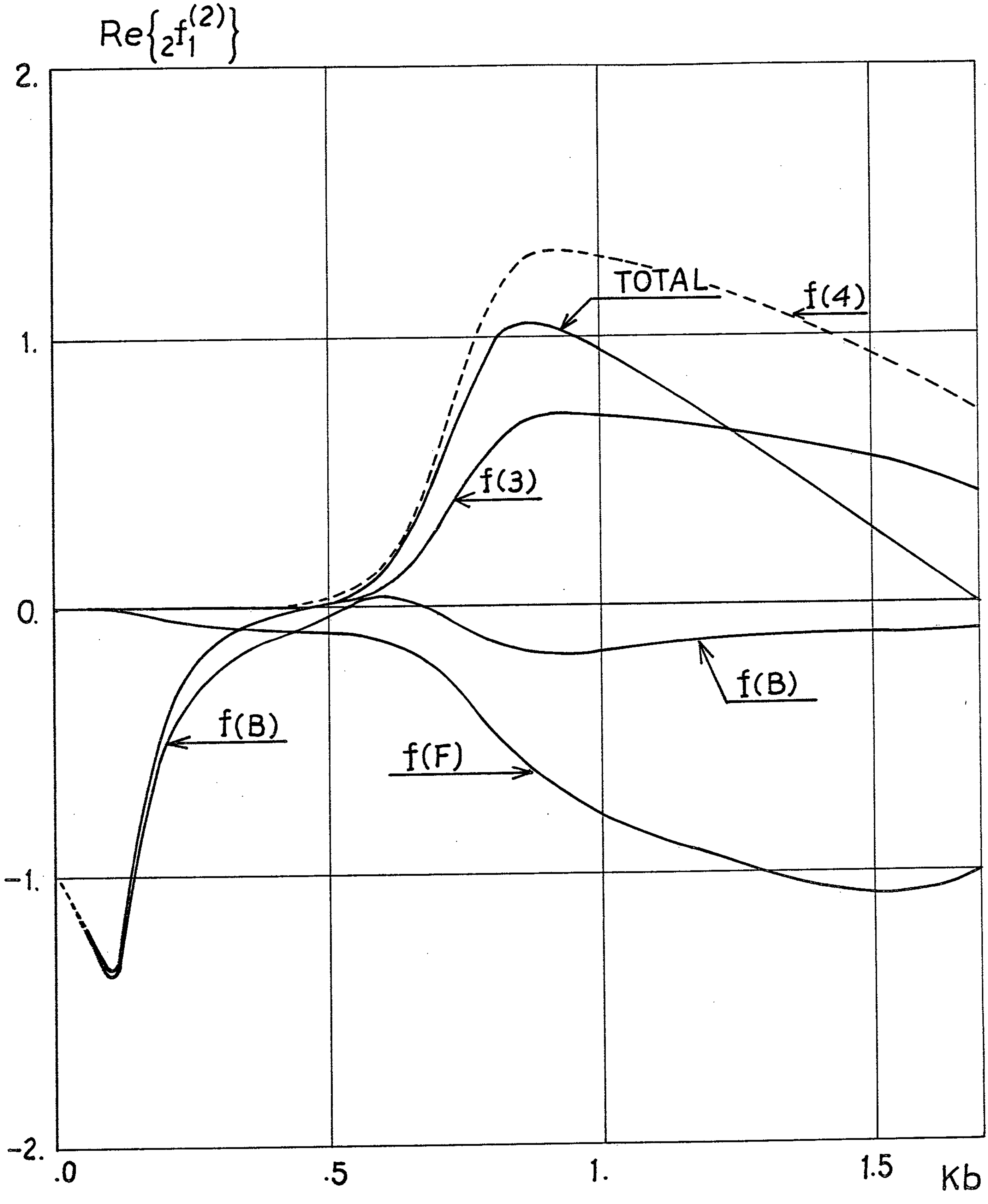


Fig. 2.23(a) Real part of second-order horizontal oscillating forces of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (C-1)

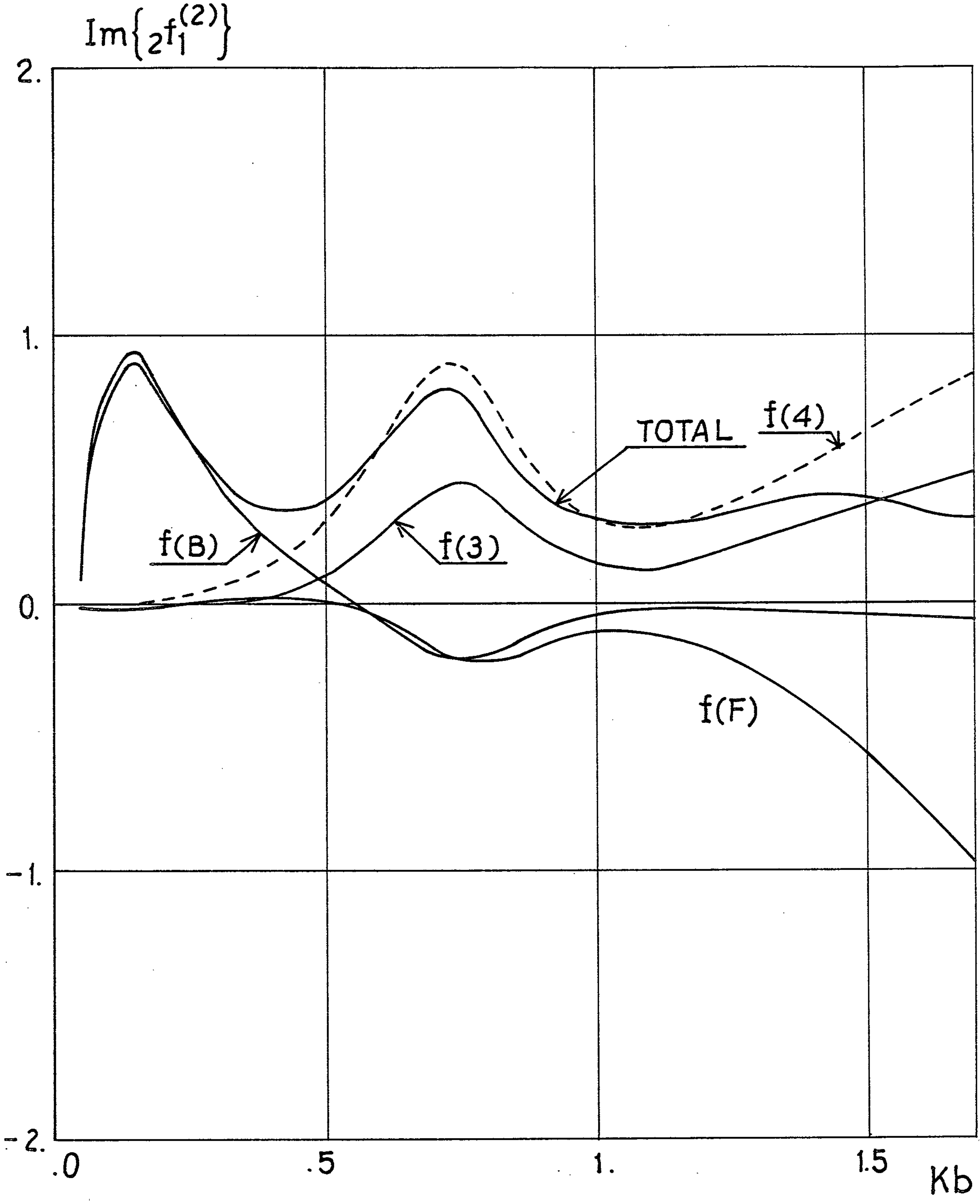


Fig. 2.23(b) Imaginary part of second-order horizontal oscillating forces of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (C-1)

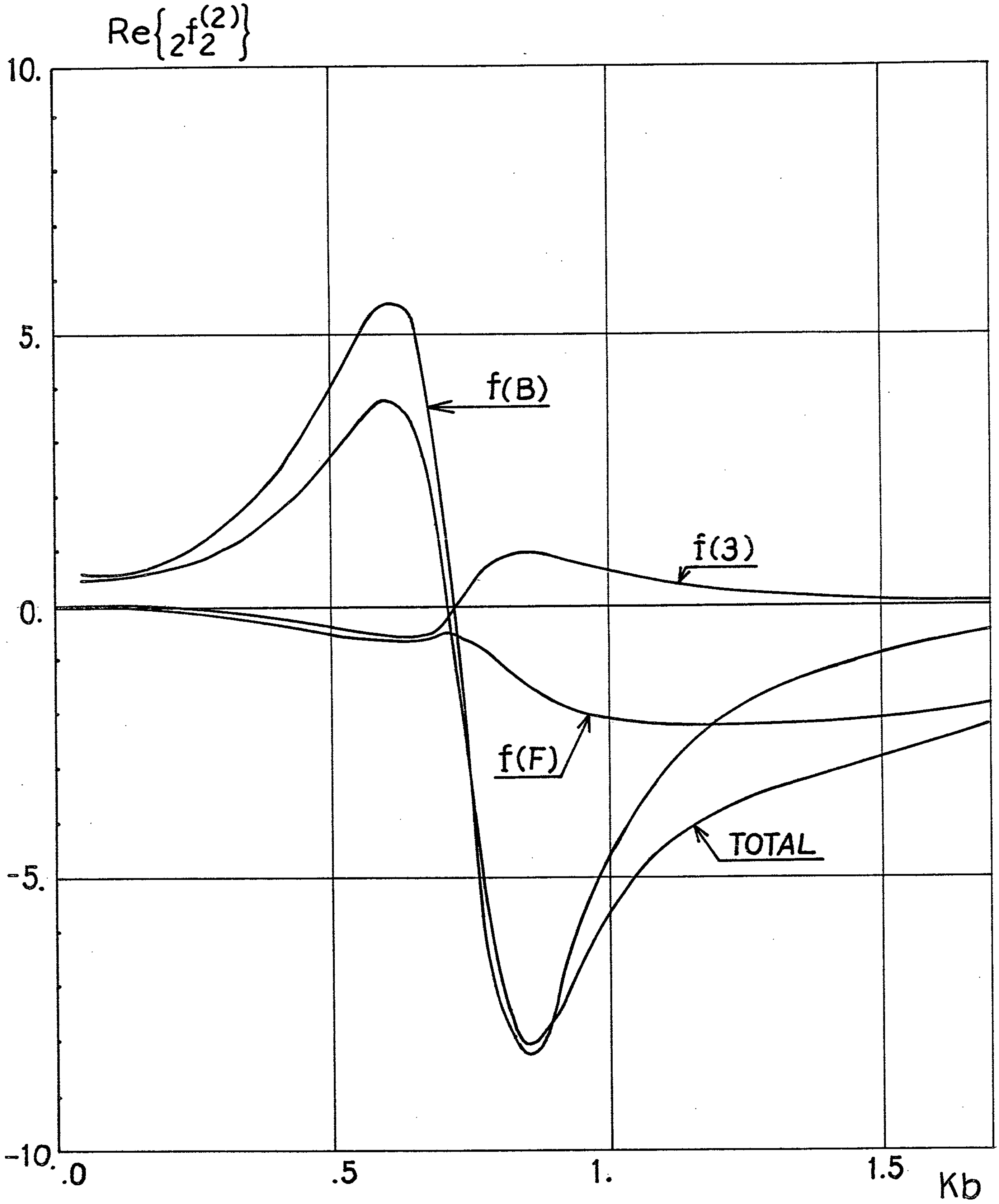


Fig. 2.24(a) Real part of second-order vertical oscillating forces of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (C-1)

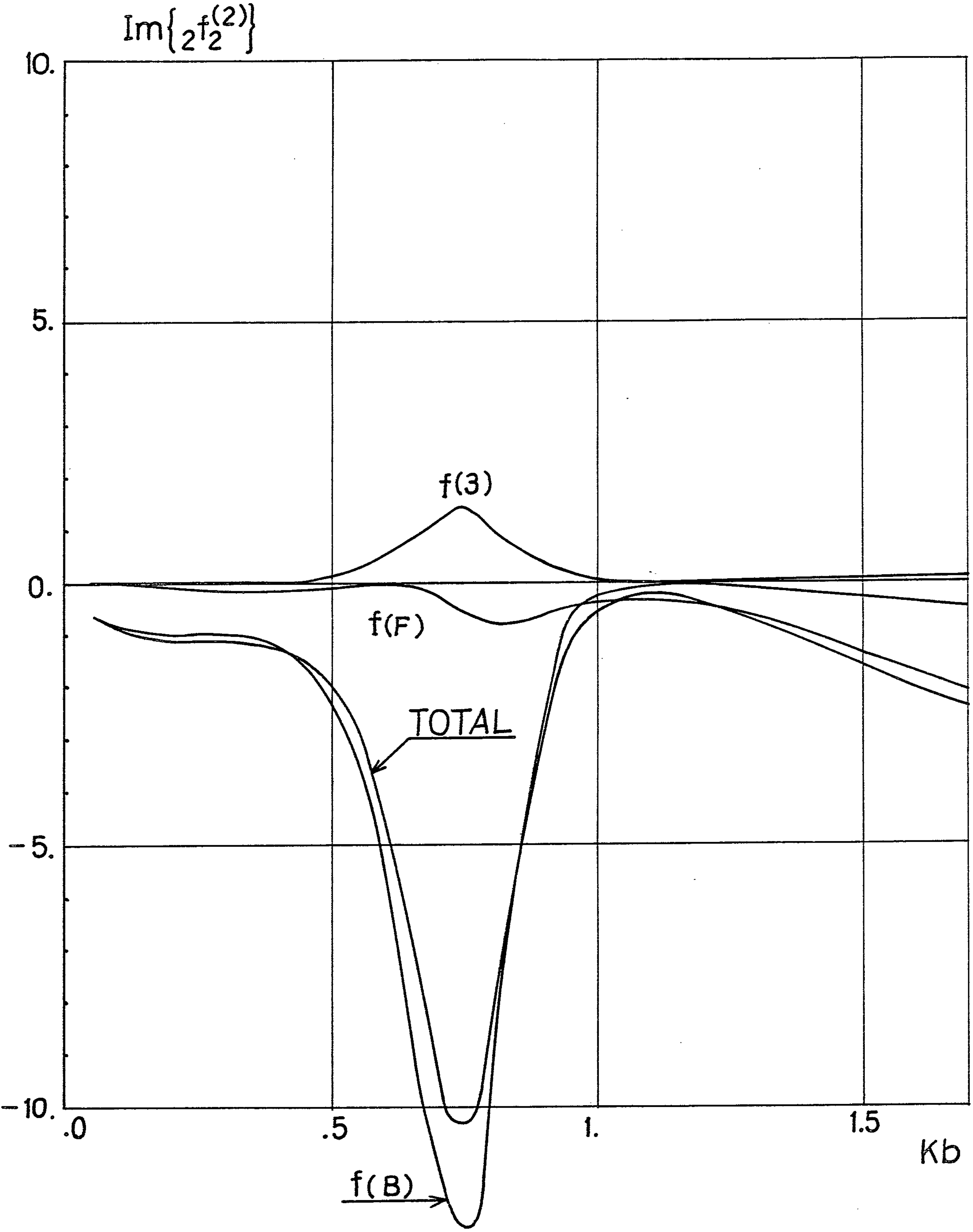


Fig. 2.24(b) Imaginary part of second-order vertical oscillating forces of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (C-1)

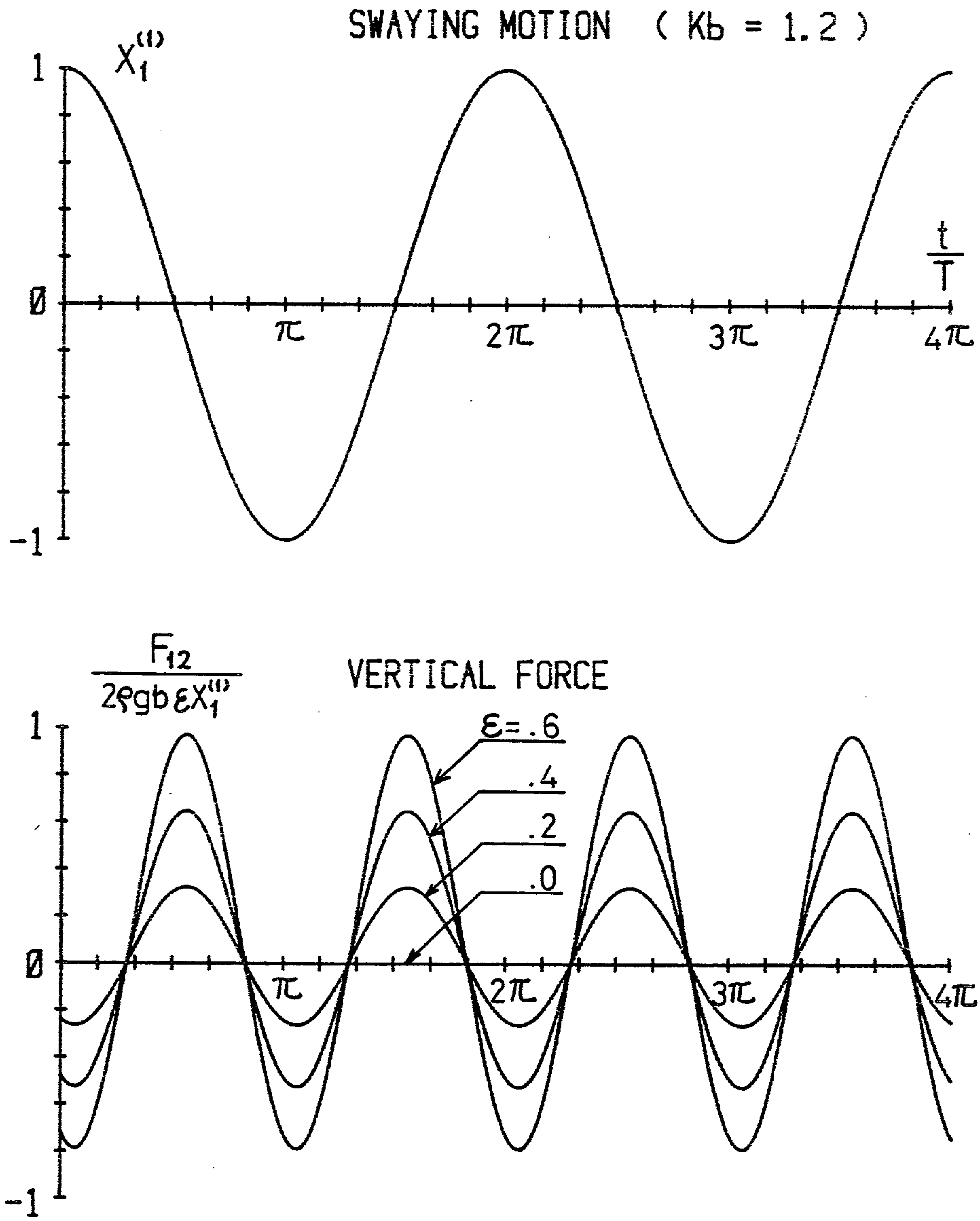


Fig. 2.25 Wave-forms of second-order force of a swaying circular cylinder (kb=1.2)

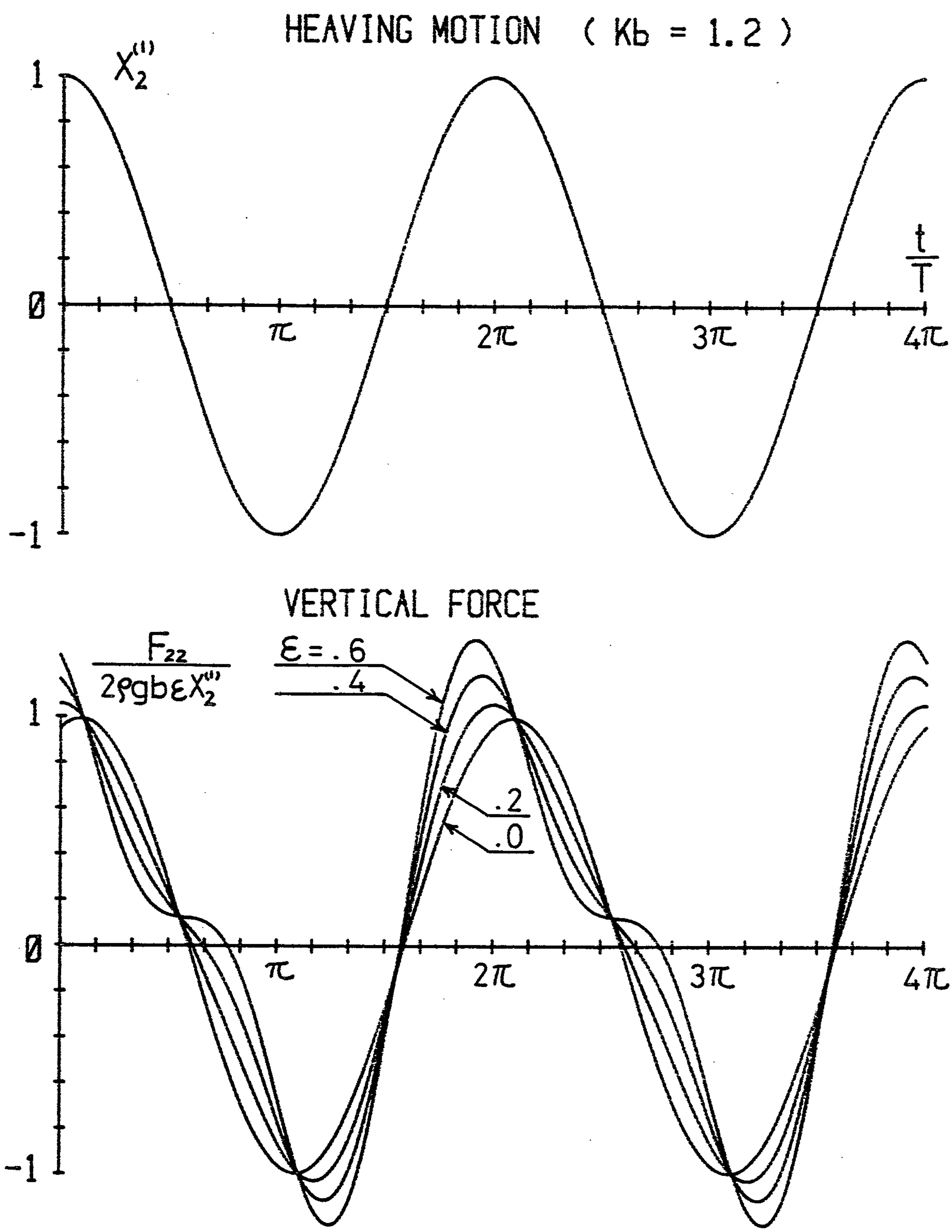


Fig. 2.26 Wave-forms of total force of a heaving circular cylinder which includes inertia-force and restoring-force (Kb=1.2)

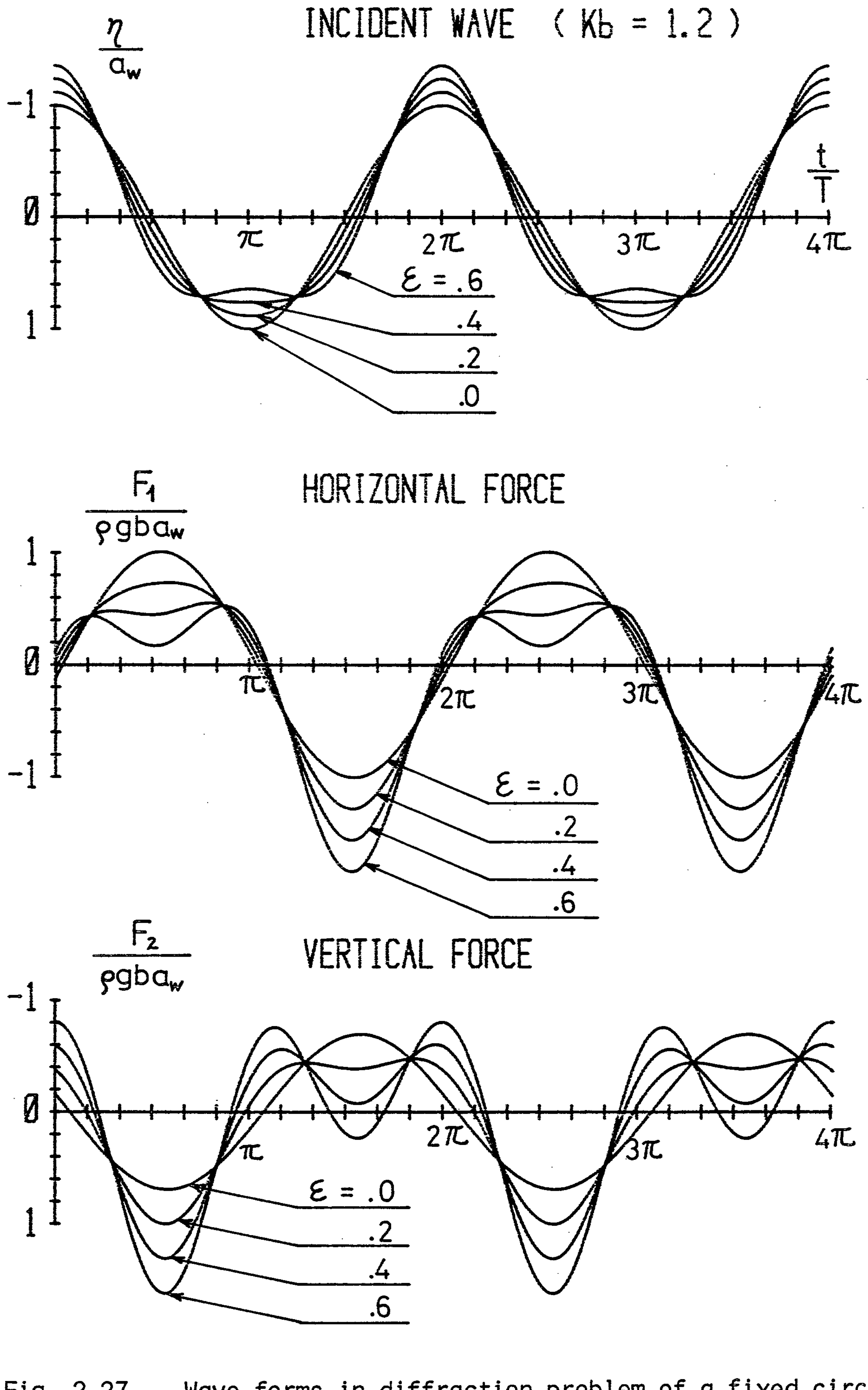


Fig. 2.27 Wave-forms in diffraction problem of a fixed circular cylinder (Kb=1.2)

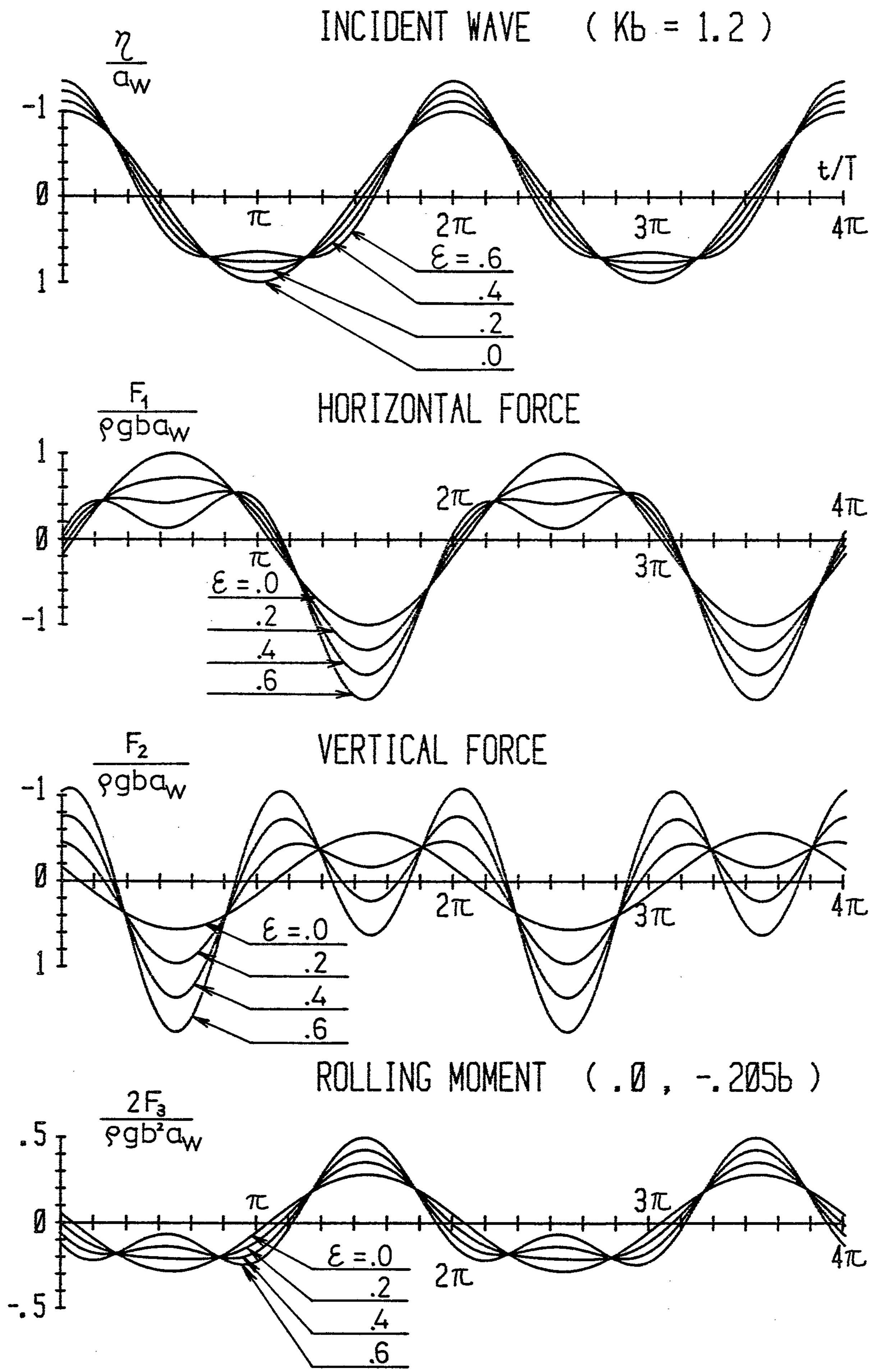


Fig. 2.28 Wave-forms in diffraction problem of a fixed Lewis-form cylinder (S-5, Kb=1.2)

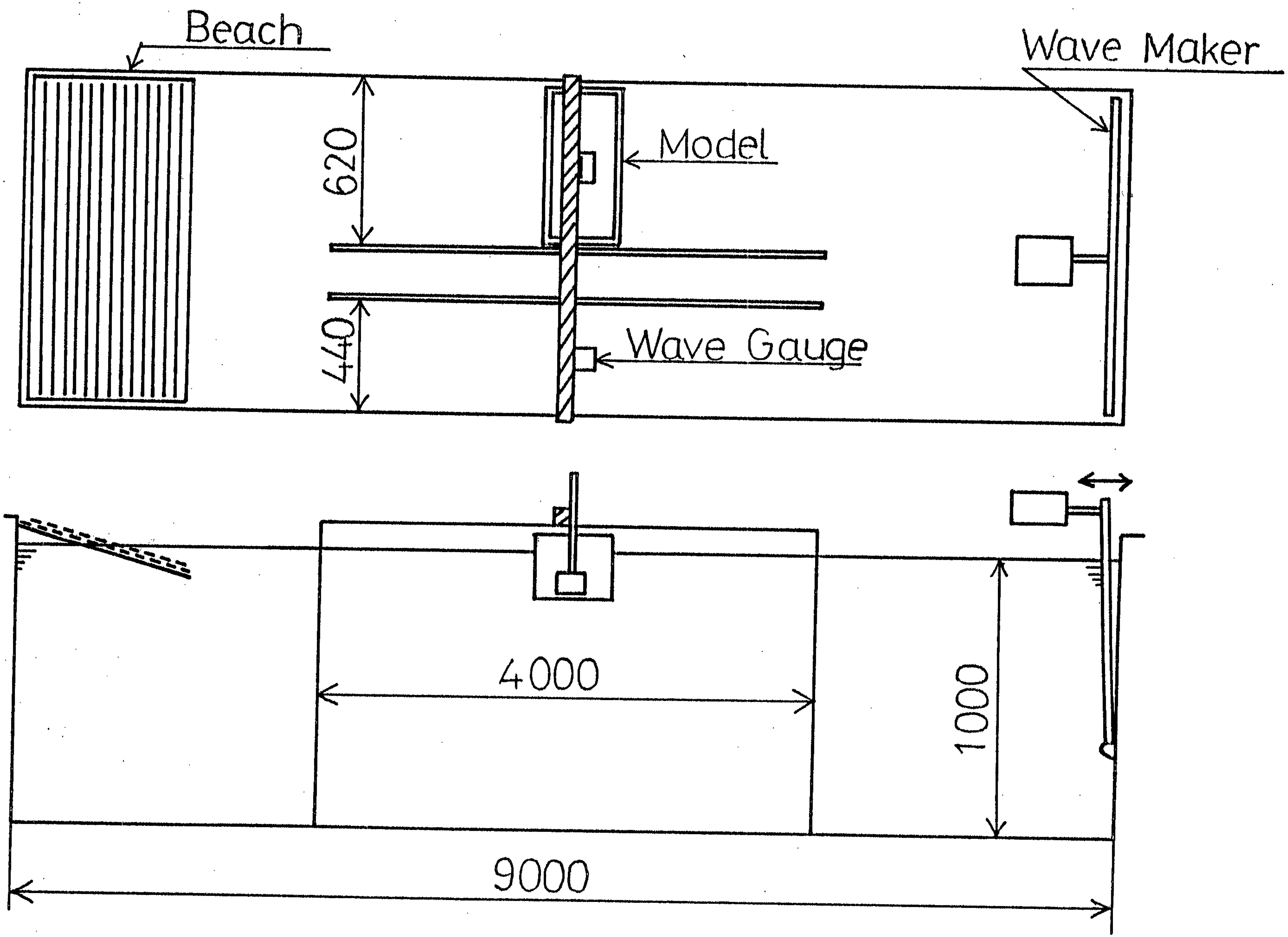
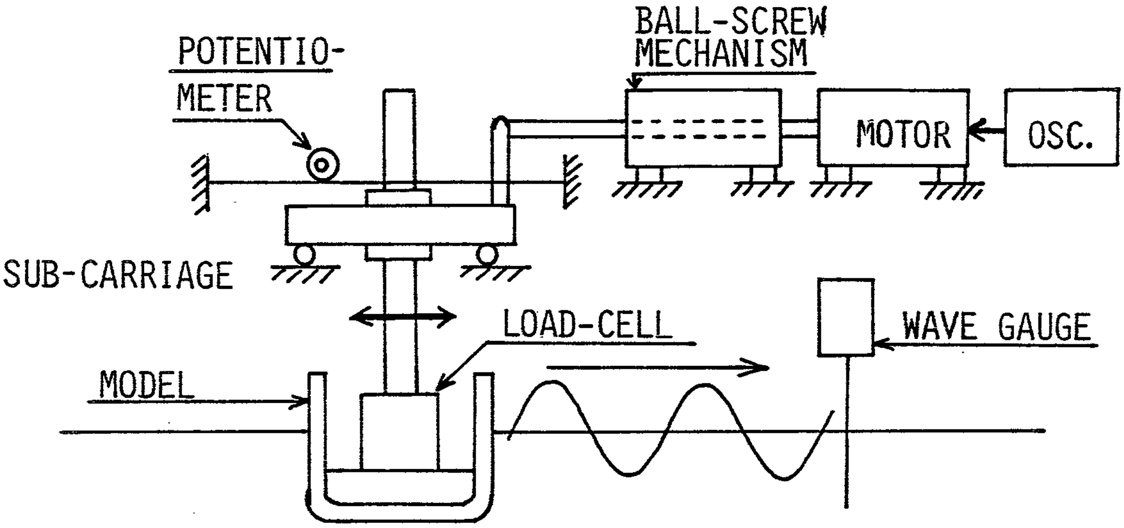


Fig. 3.1 Experimental set-up of the diffraction problem

FORCED SWAY TEST



FORCED HEAVE TEST

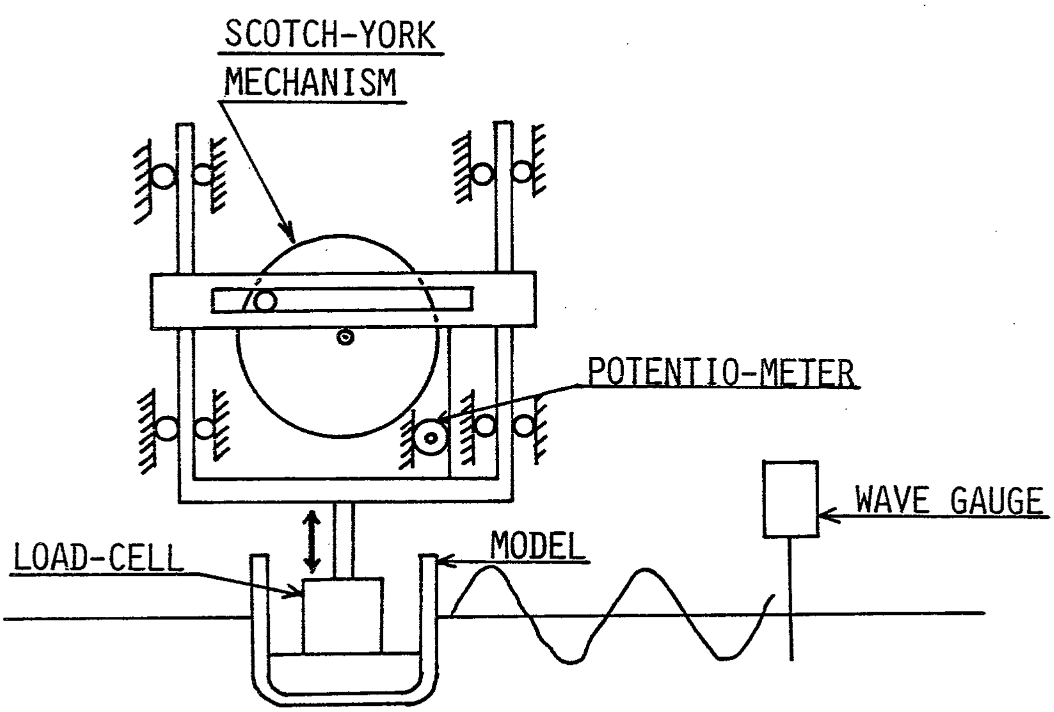


Fig. 3.2 Experimental apparatus of the radiation problems

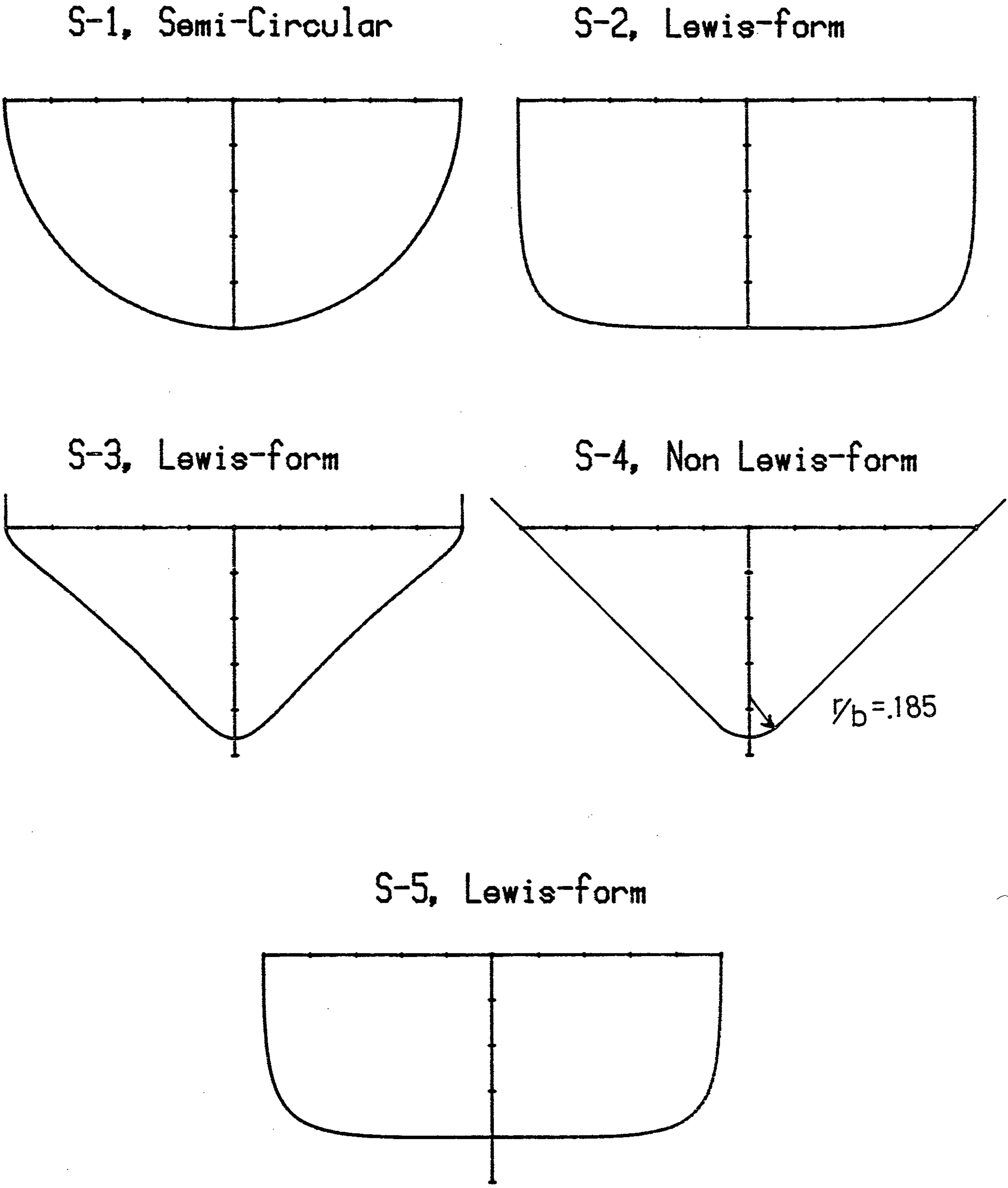


Fig. 3.3 Model-sections used in the experiments

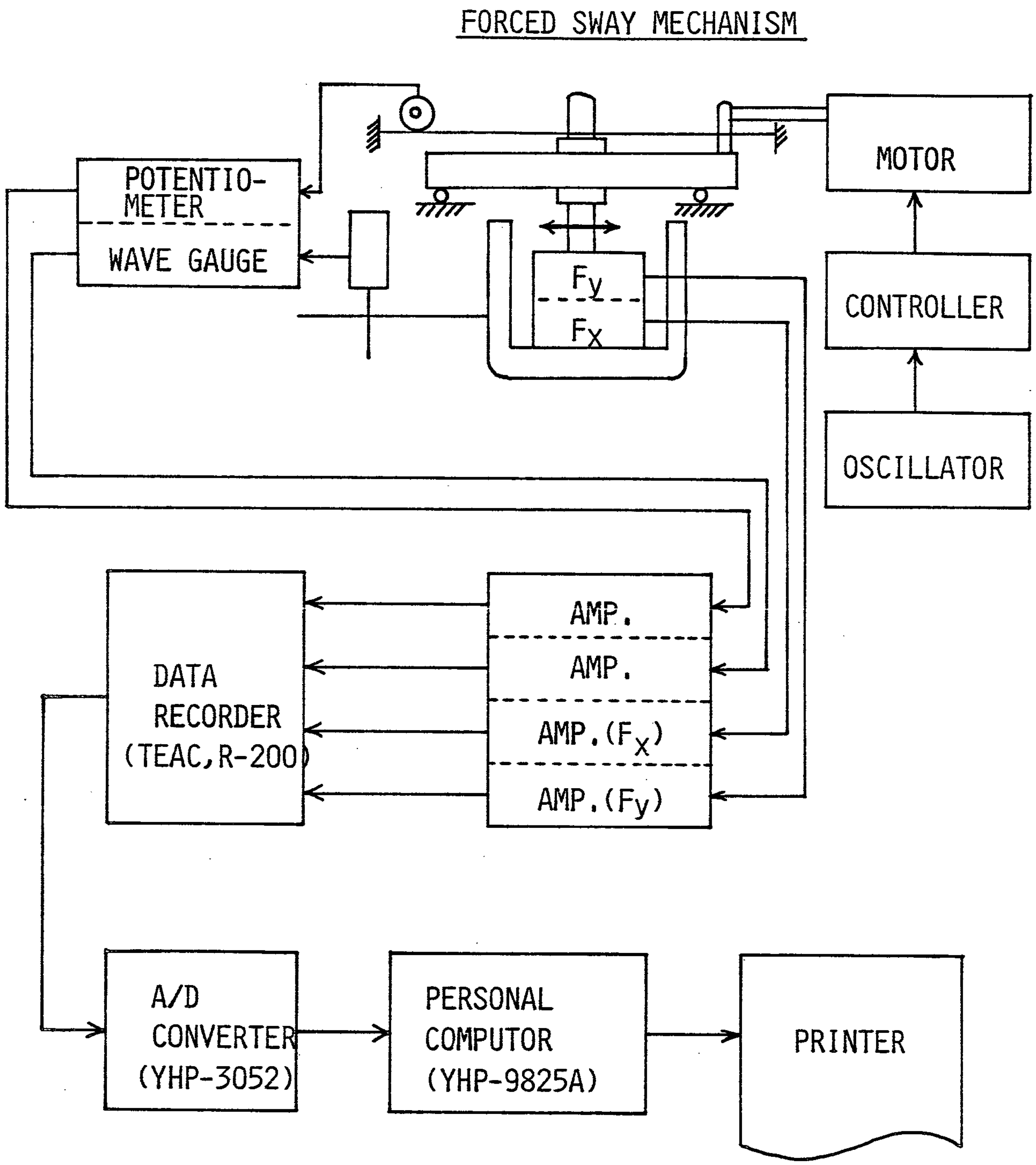


Fig. 3.4 Flow-chart of the experimental analysis

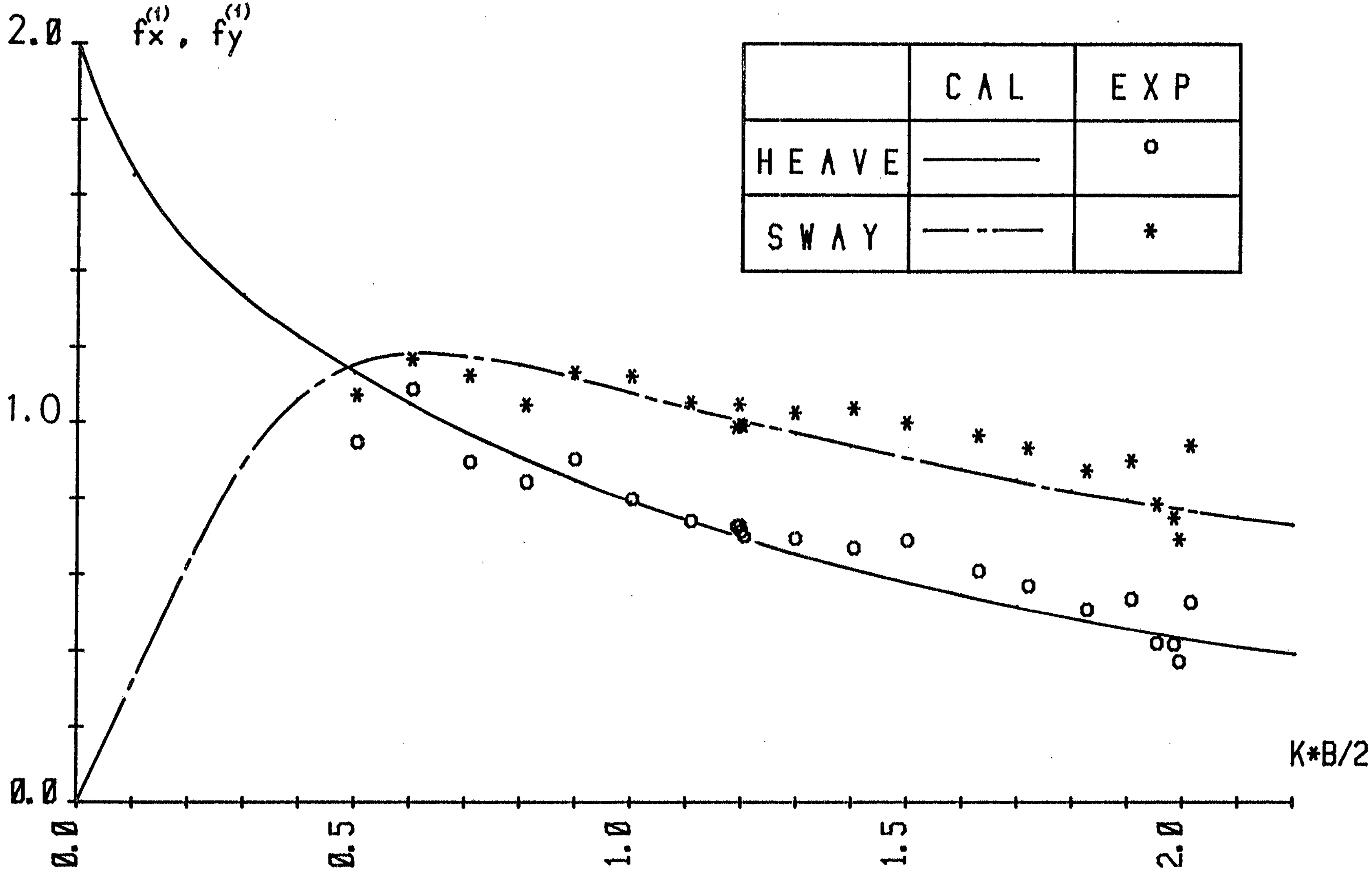


Fig. 3.1.1 First-order wave-exciting forces of a circular cylinder

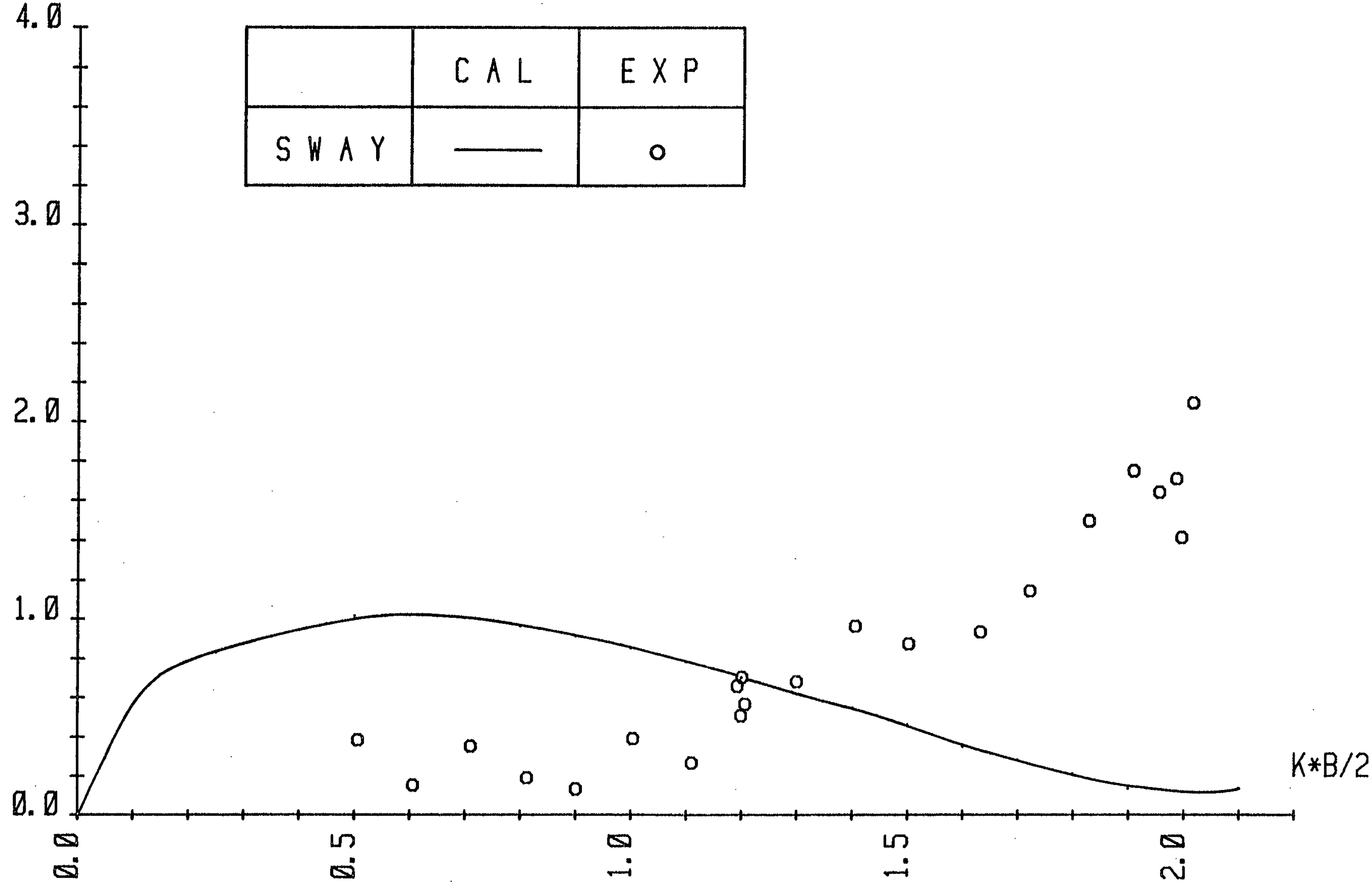


Fig. 3.1.2 Second-order wave-exciting force in sway of a circular cylinder

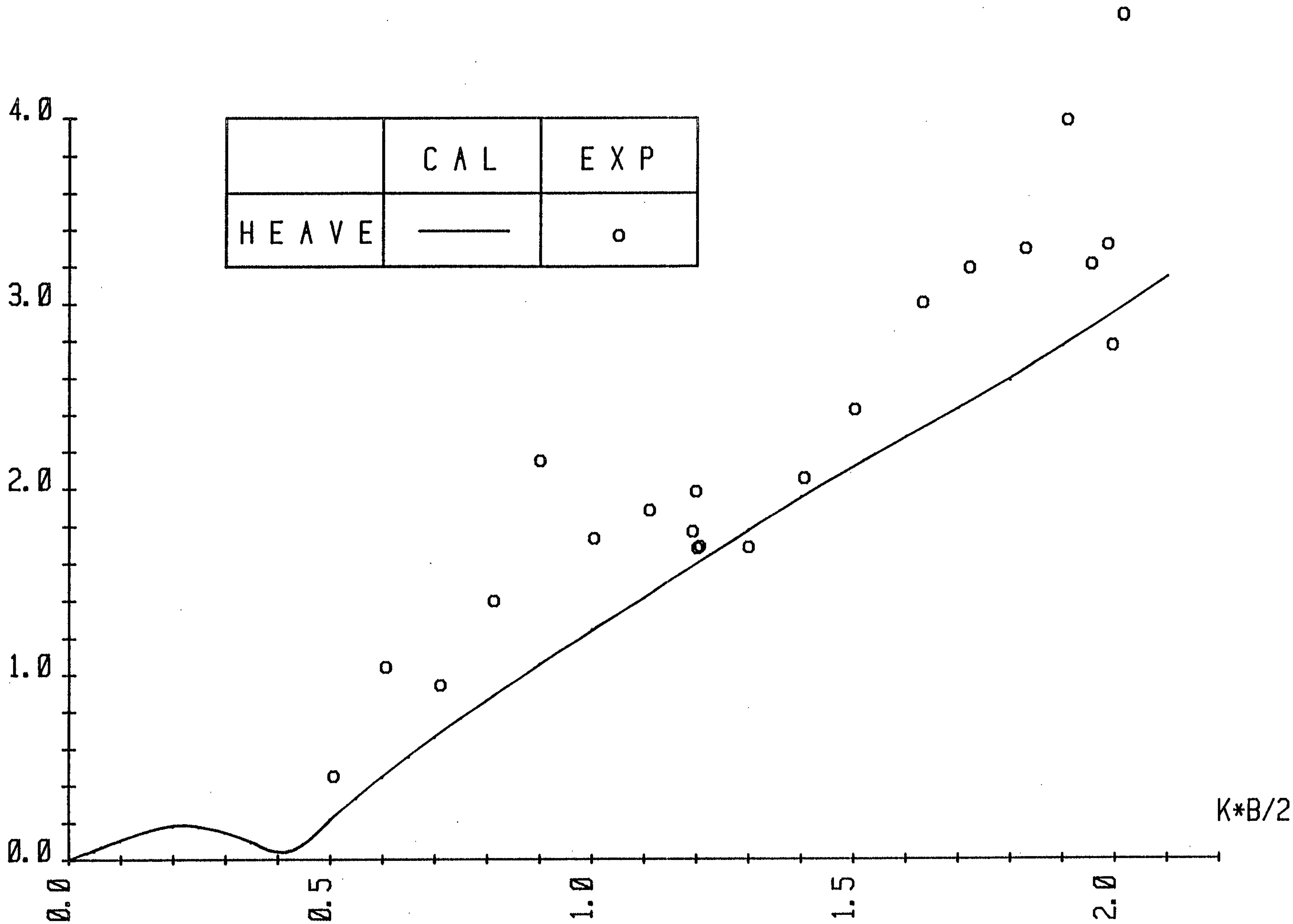


Fig. 3.1.3 Second-order wave-exciting force in heave of a circular cylinder

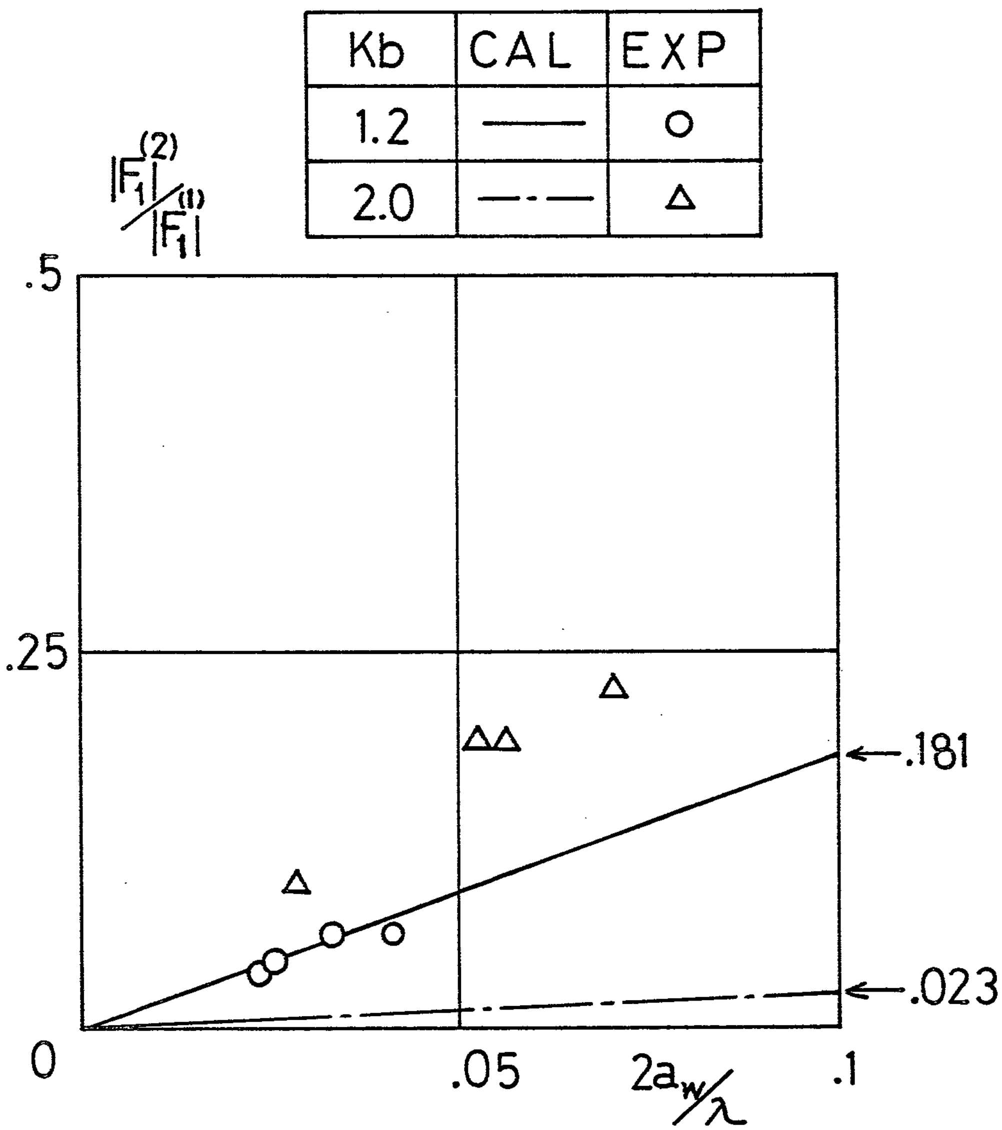


Fig. 3.1.4 Ratio of second-order horizontal force to that of first-order for various incident-wave heights (circular cylinder)

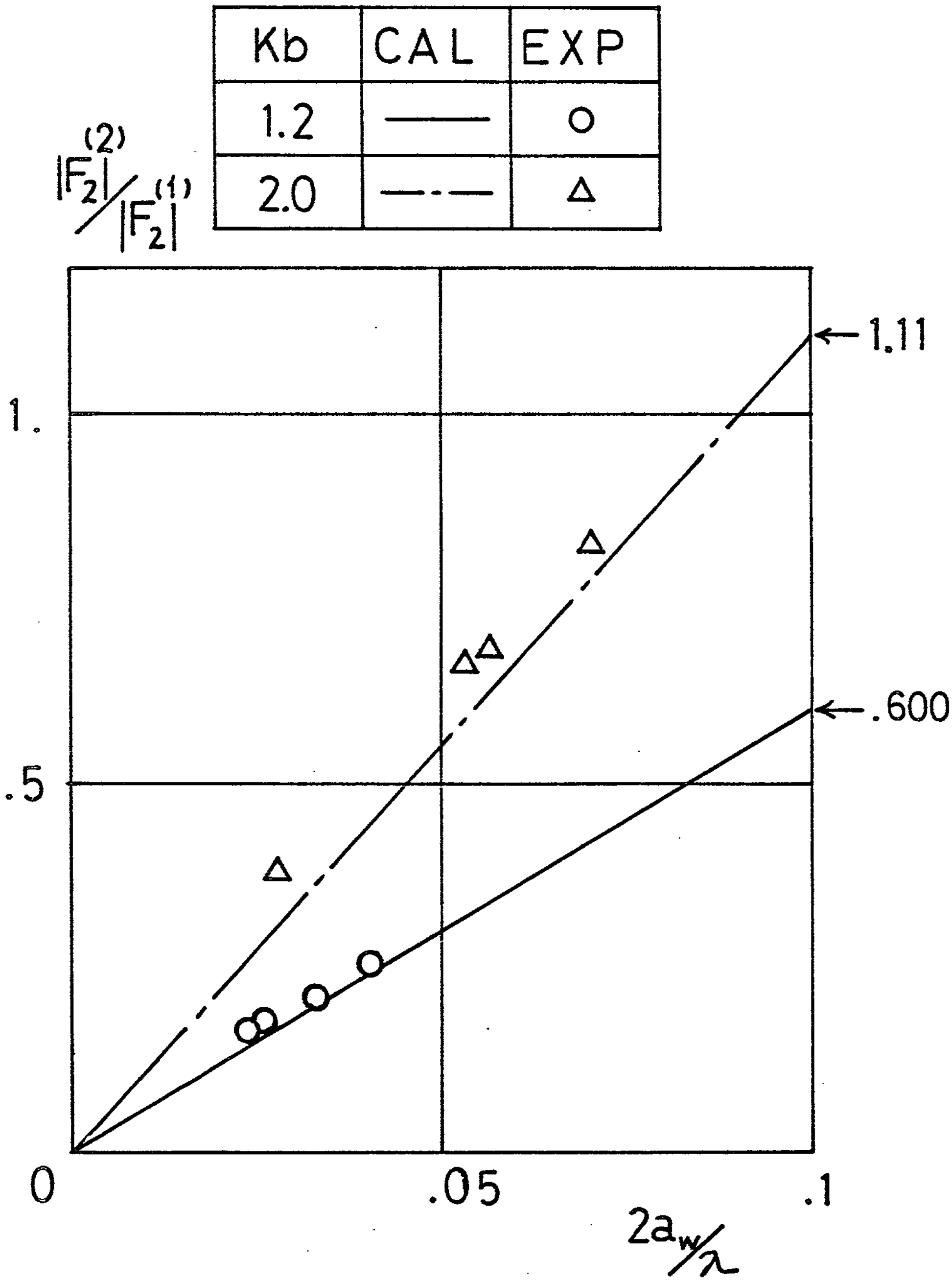


Fig. 3.1.5 Ratio of second-order vertical force to that of first-order for various incident-wave heights (circular cylinder)

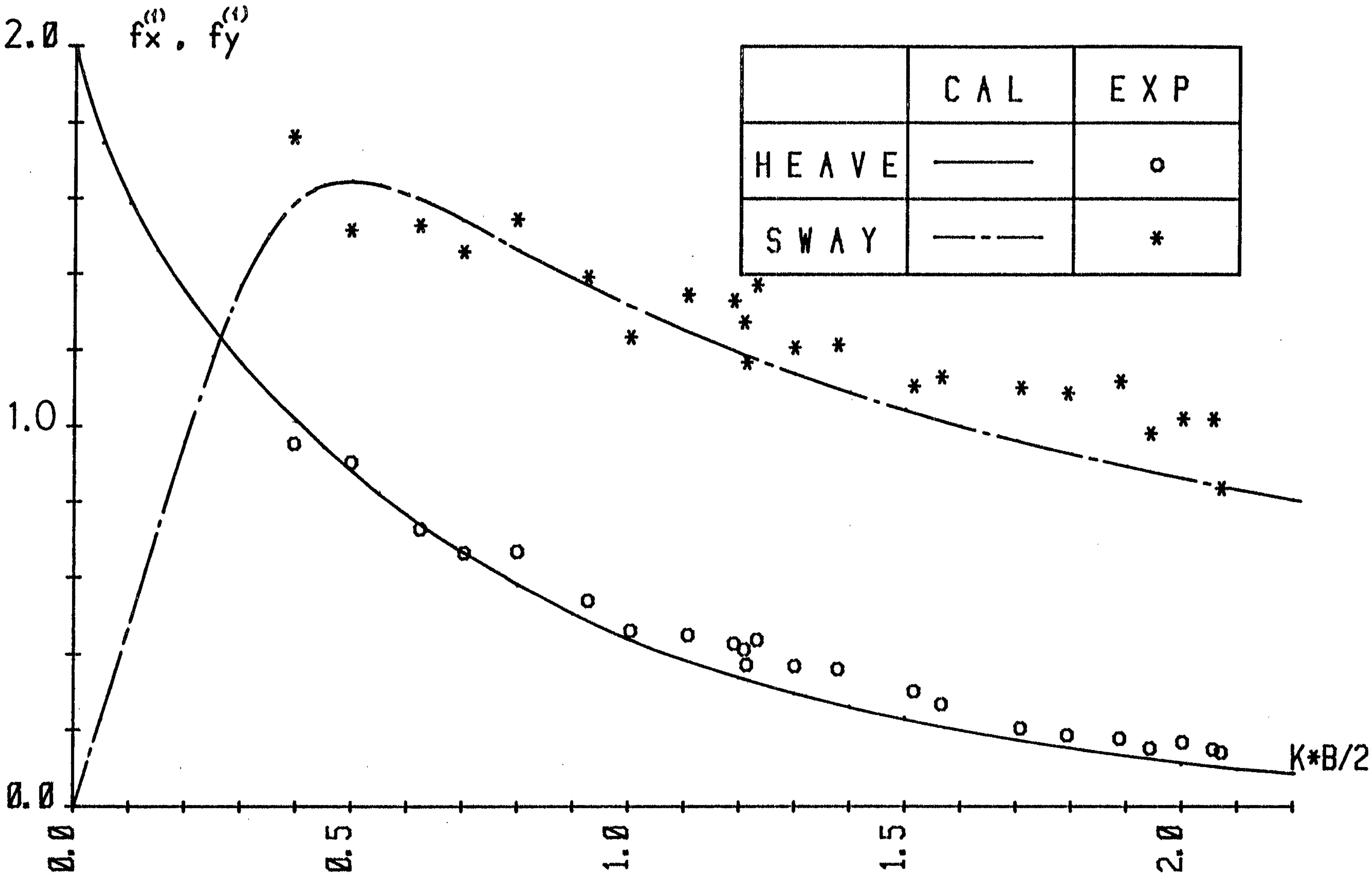


Fig. 3.1.6 First-order wave-exciting forces of a Lewis-form cylinder (S-2)

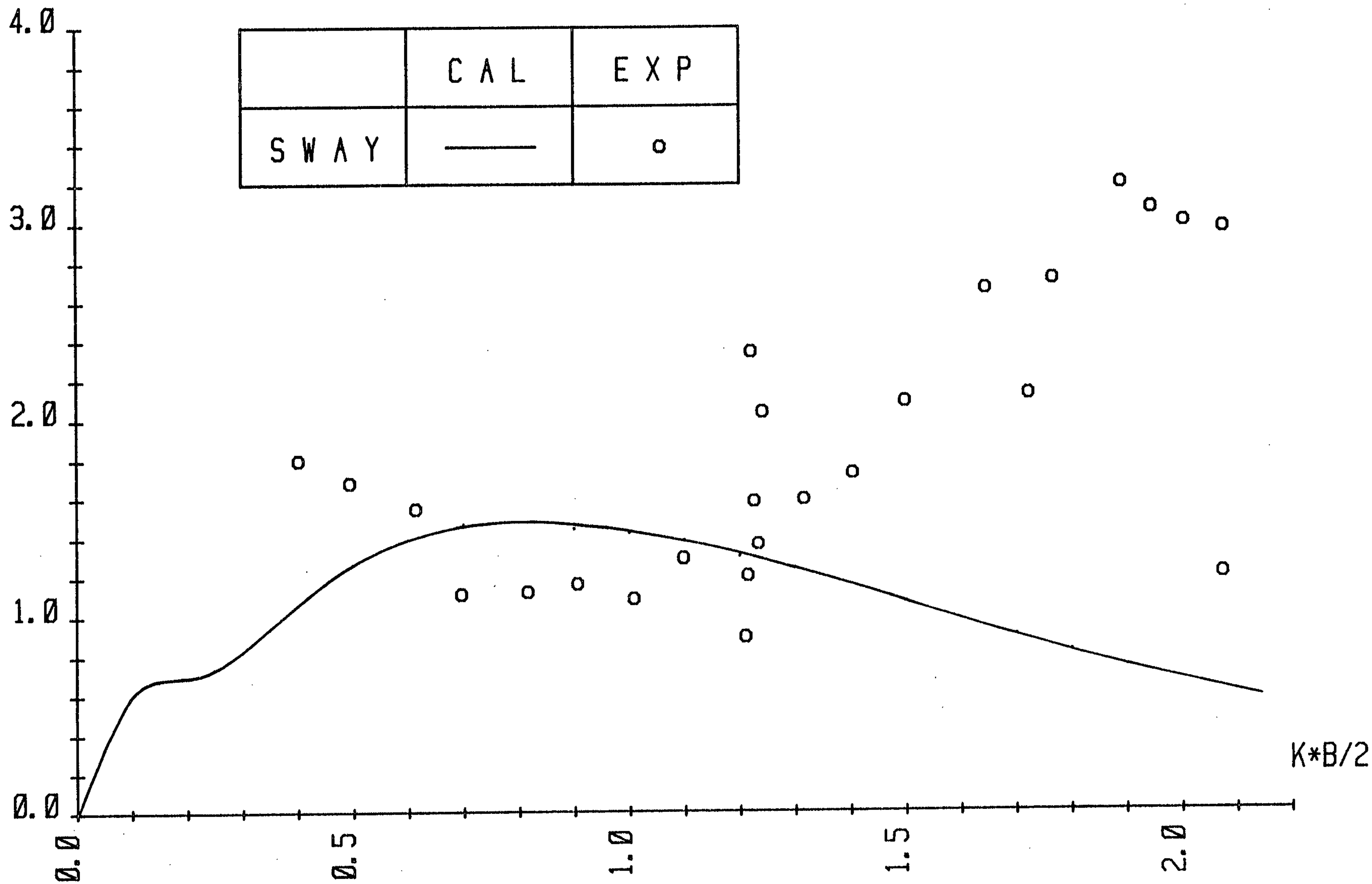


Fig. 3.1.7   Second-order wave-exciting force in sway of a Lewis-form cylinder (S-2)

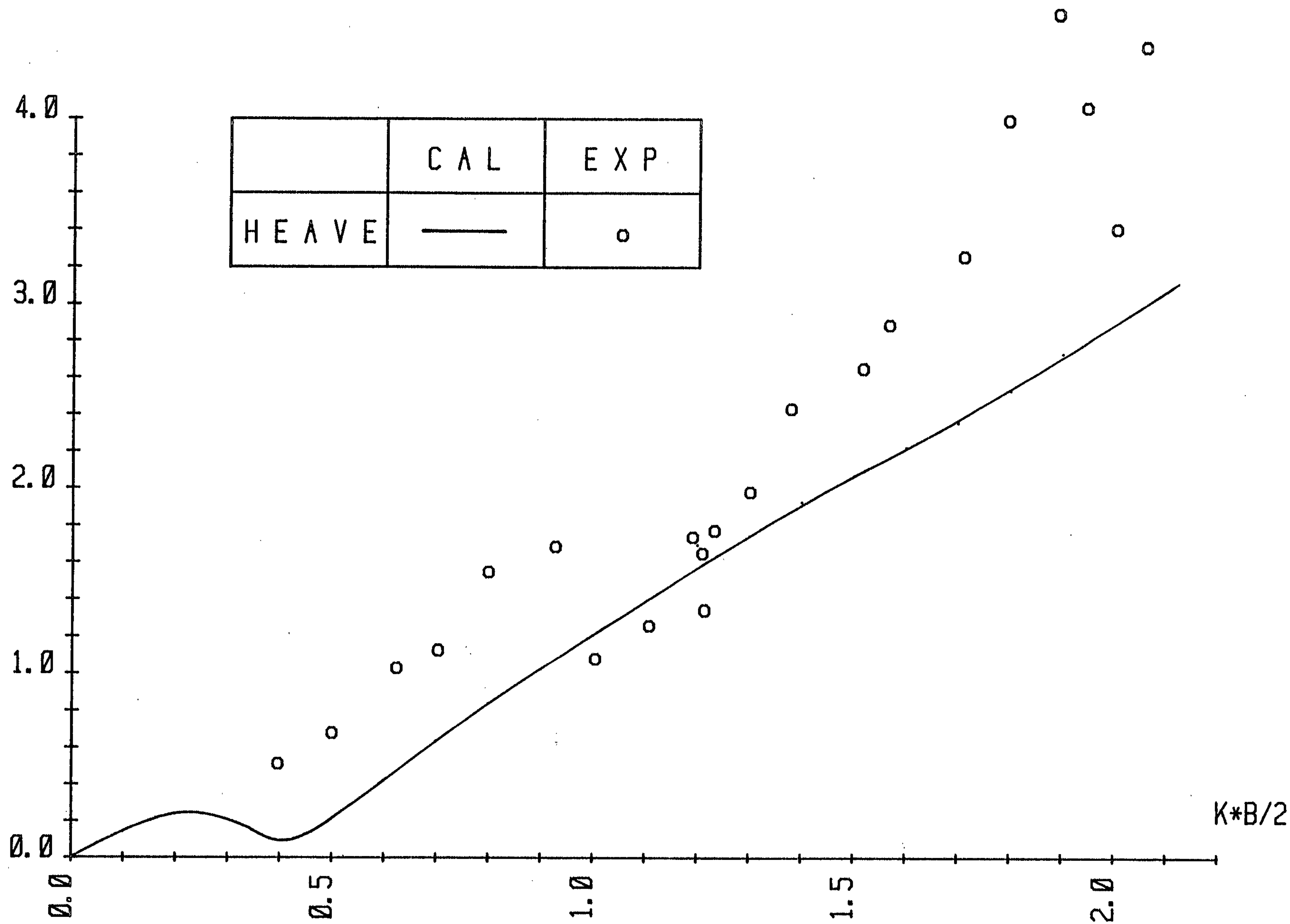


Fig. 3.1.8 Second-order wave-exciting force in heave of a Lewis-form cylinder (S-2)

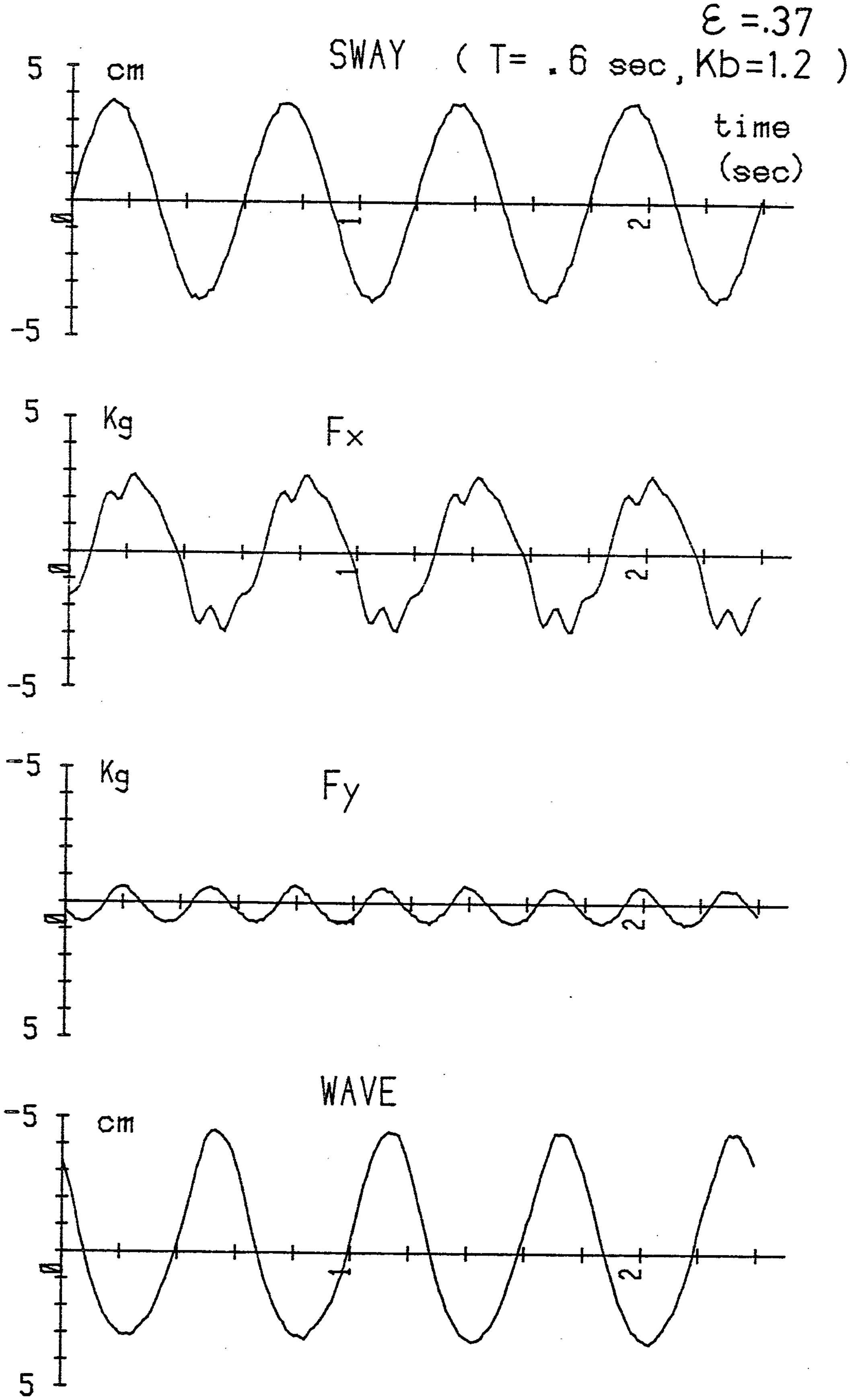


Fig. 3.2.1 An example of the experimental records of a swaying circular cylinder

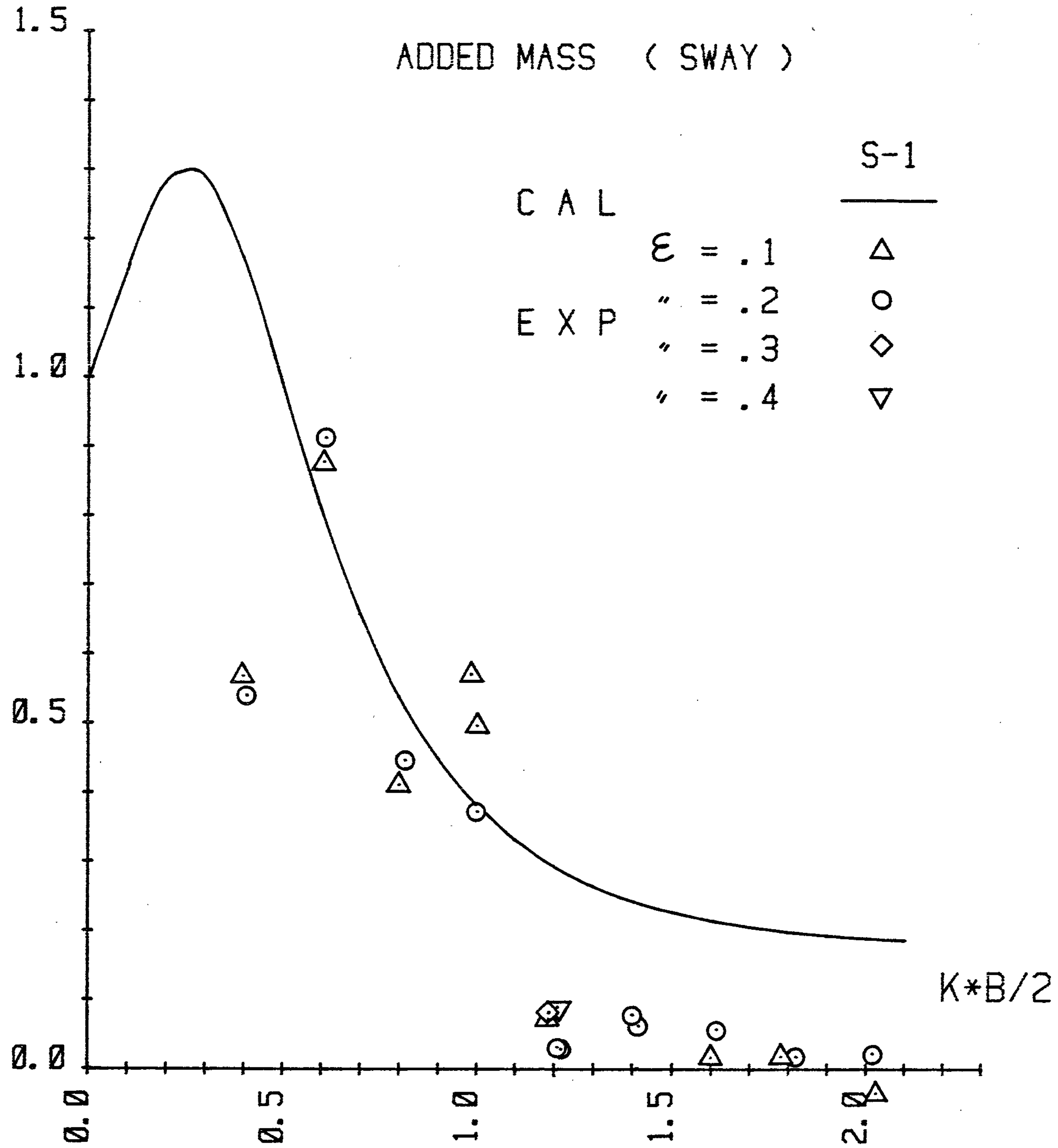


Fig. 3.2.2 Added-mass coefficient of a swaying circular cylinder

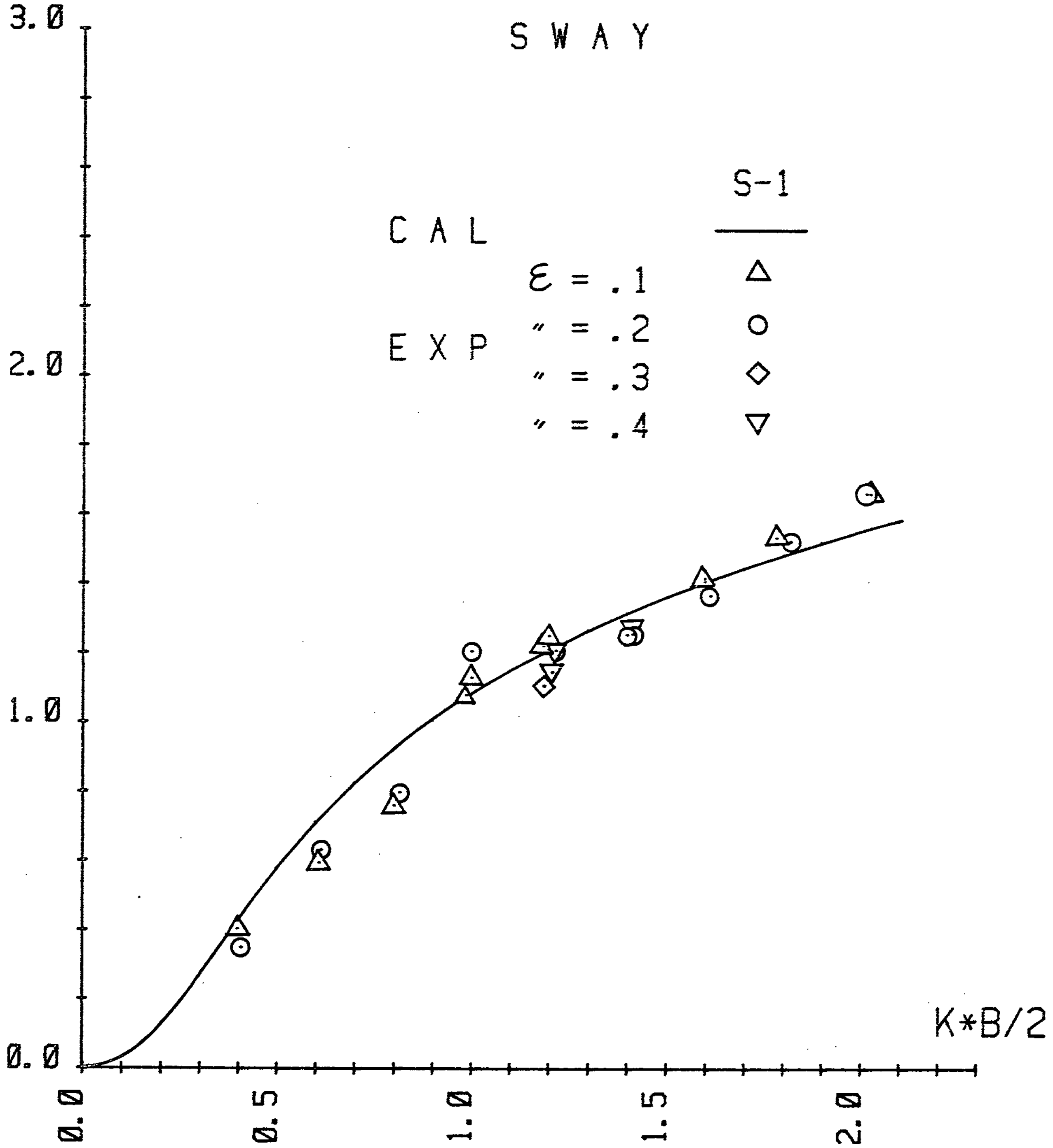


Fig. 3.2.3 Radiation-wave amplitude ratio obtained from the damping force of a swaying circular cylinder

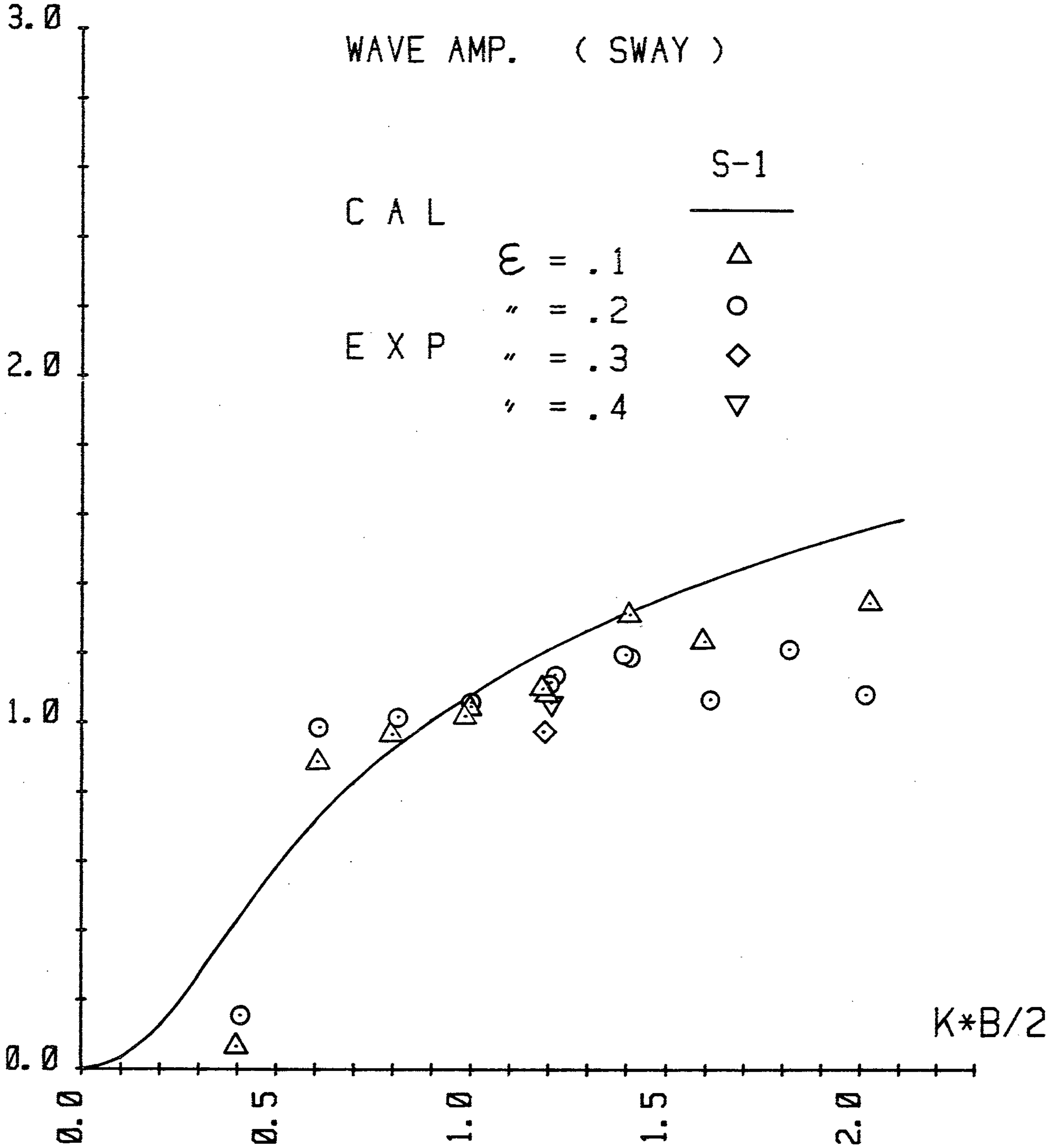


Fig. 3.2.4 Measured radiation-wave amplitude ratio of a swaying circular cylinder

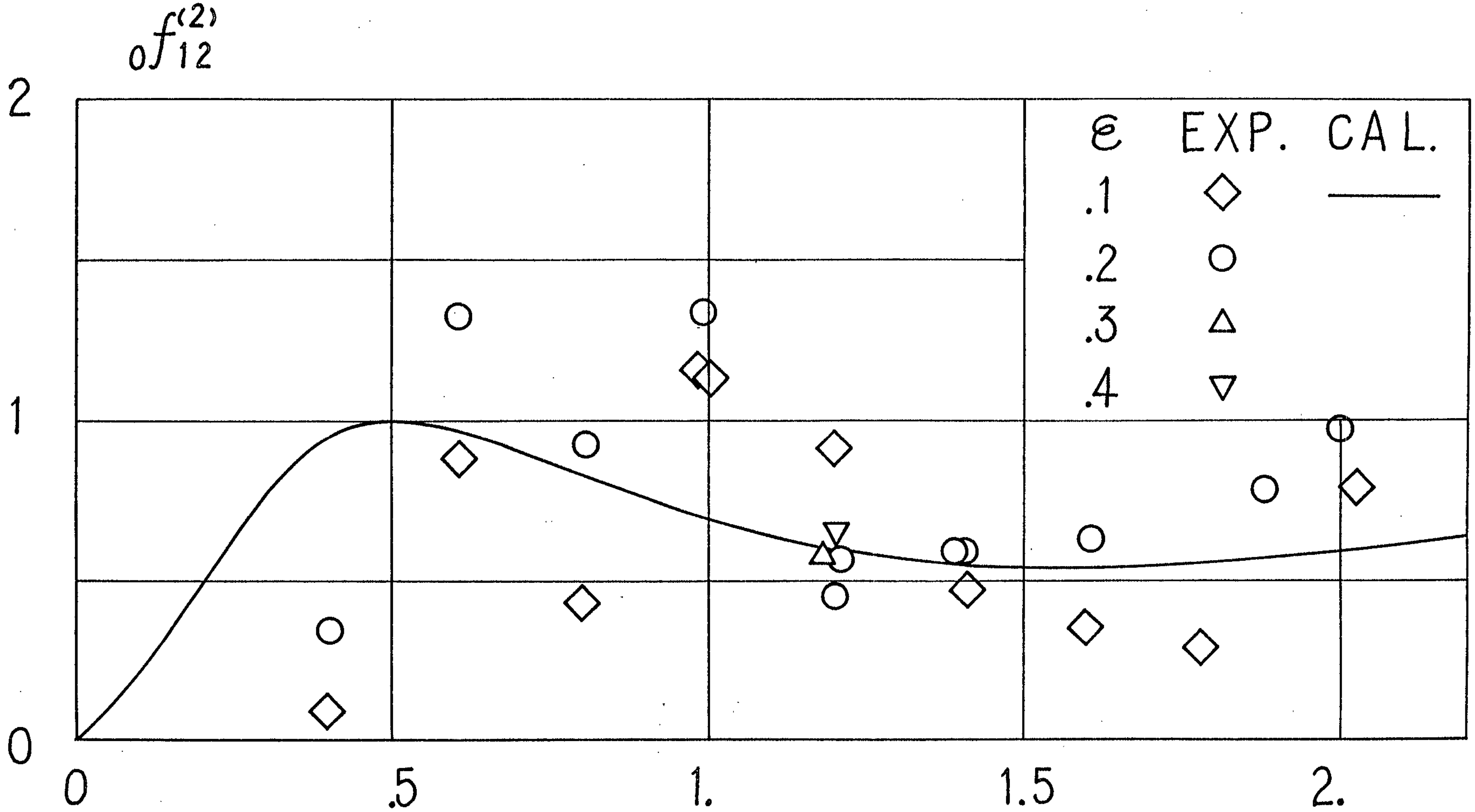


Fig. 3.2.5 Second-order vertical steady-force of a swaying circular cylinder

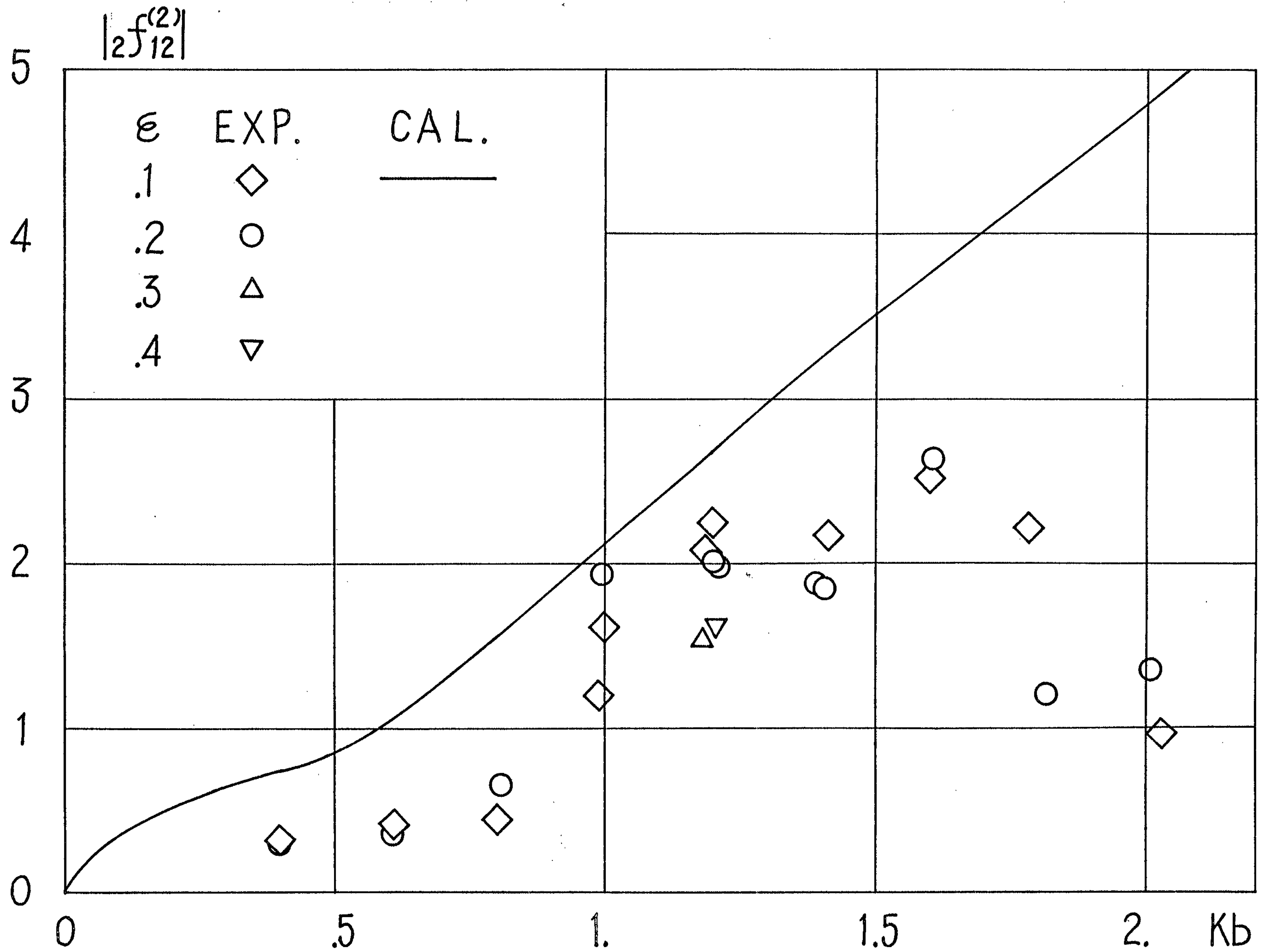


Fig. 3.2.6 Second-order vertical oscillating force of a swaying circular cylinder

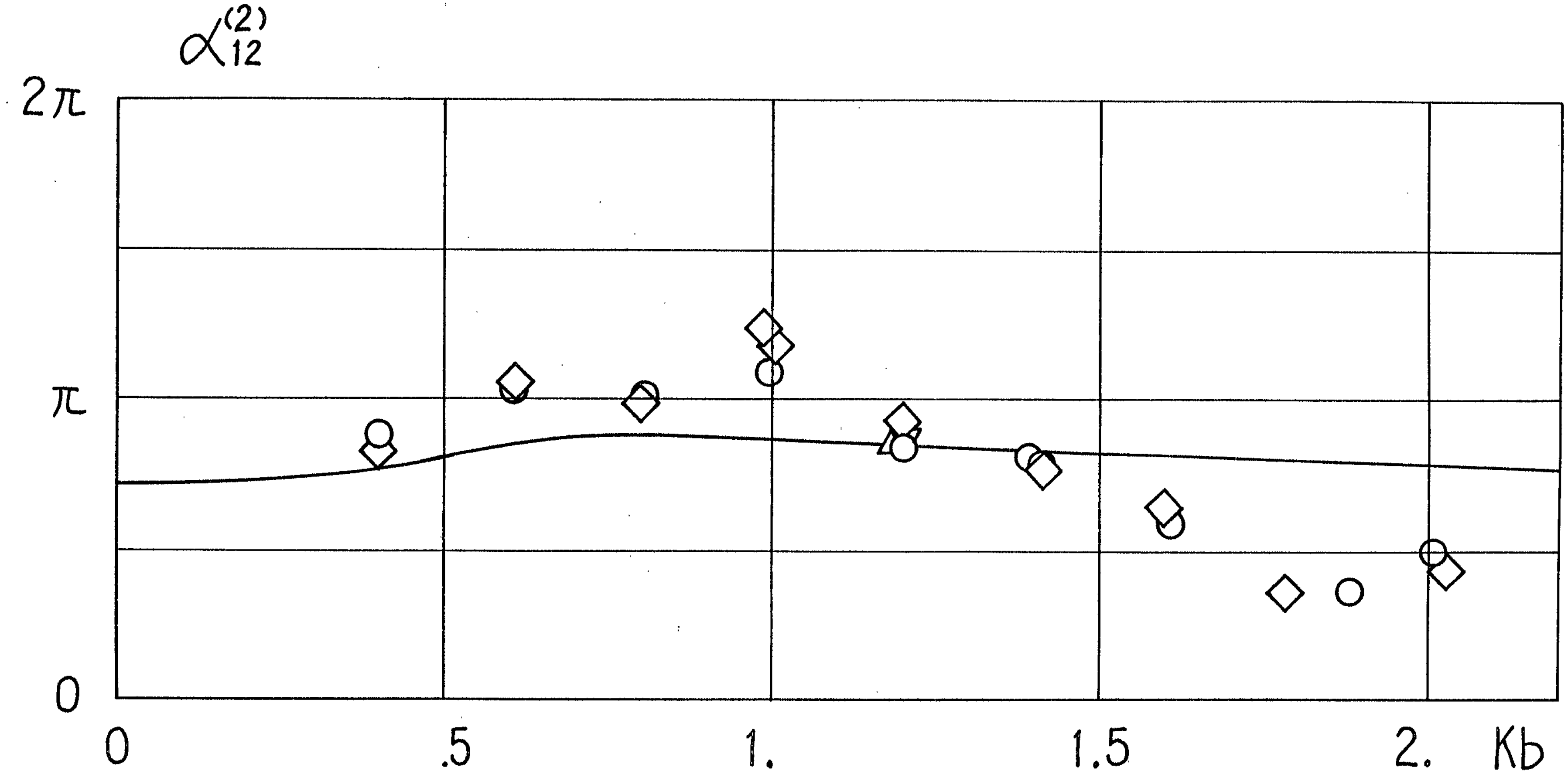


Fig. 3.2.7 Phase-difference of second-order oscillating force of a swaying circular cylinder

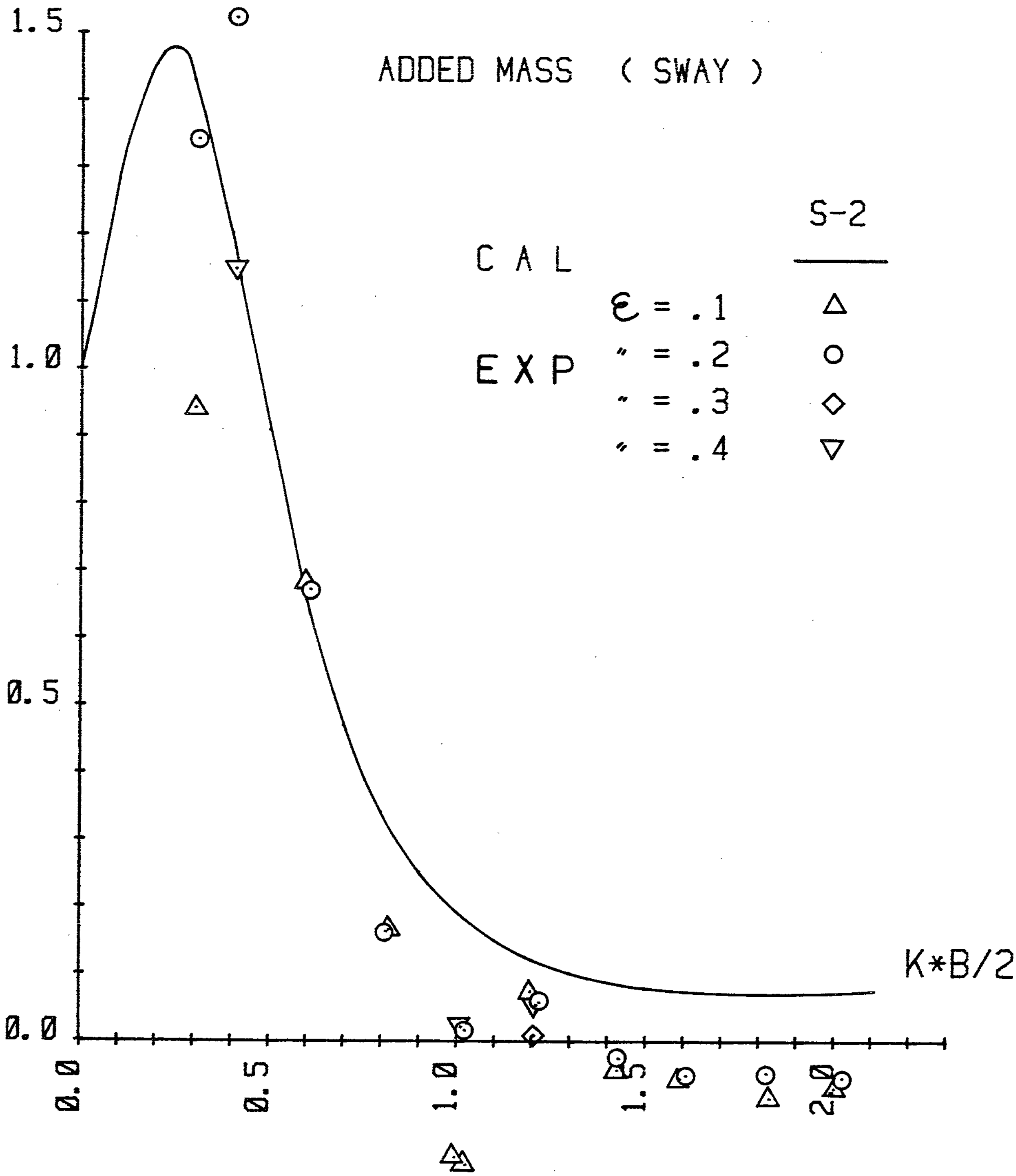


Fig. 3.2.8 Added-mass coefficient of a swaying Lewis-form cylinder (S-2)

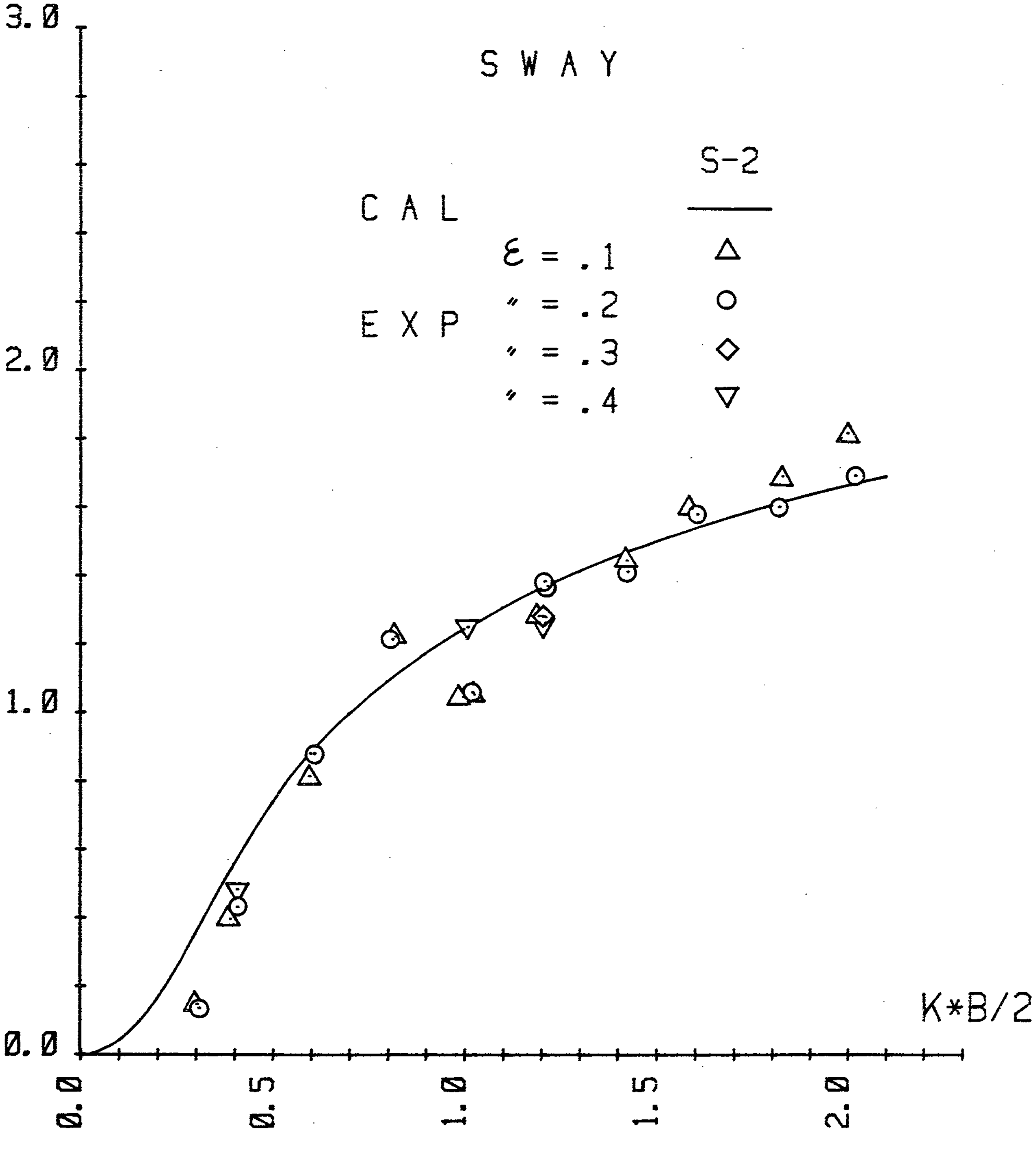


Fig. 3.2.9 Radiation-wave amplitude ratio of a swaying Lewis-form cylinder (S-2)

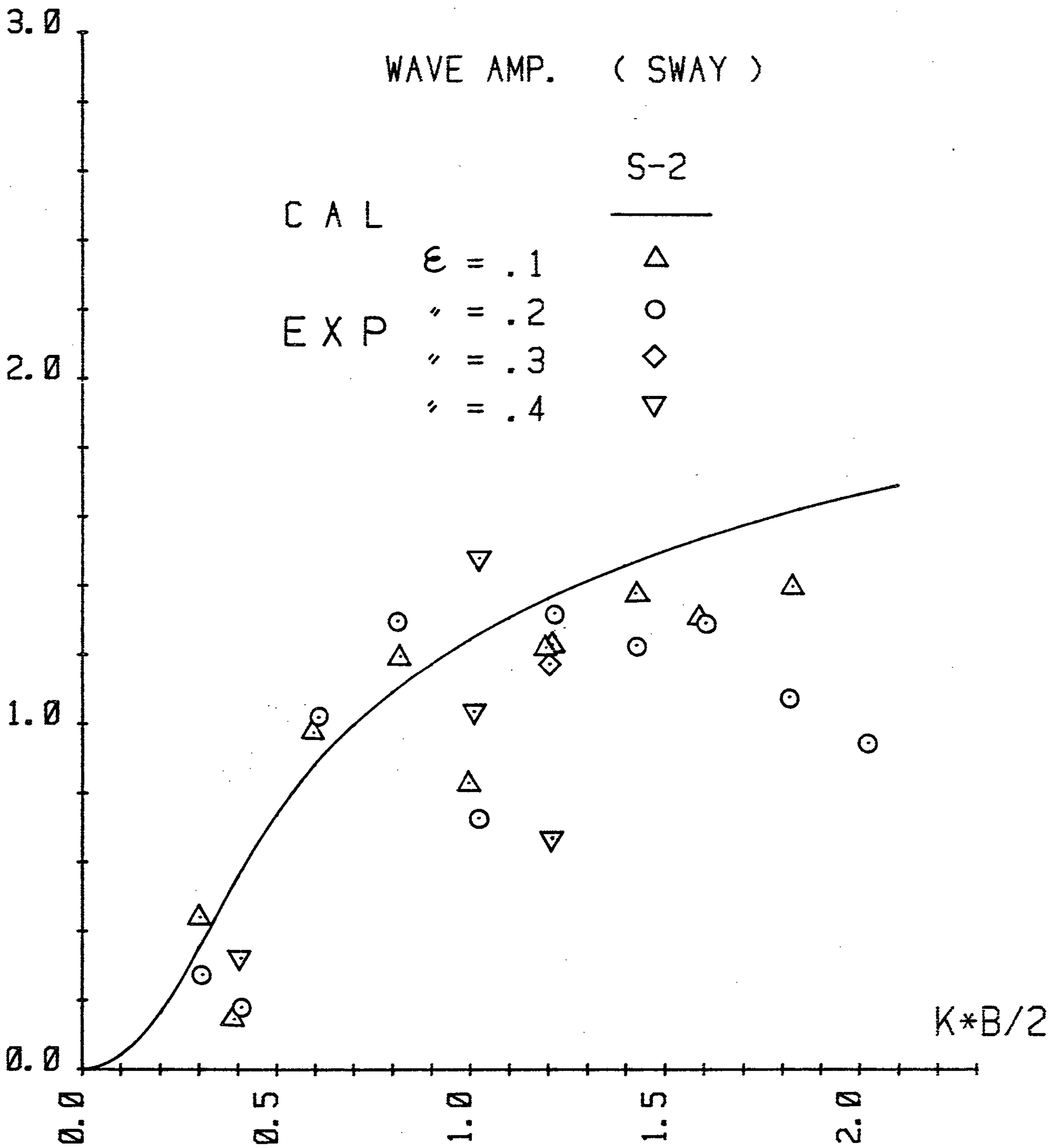


Fig. 3.2.10 Measured radiation-wave amplitude ratio of a swaying Lewis-form cylinder (S-2)

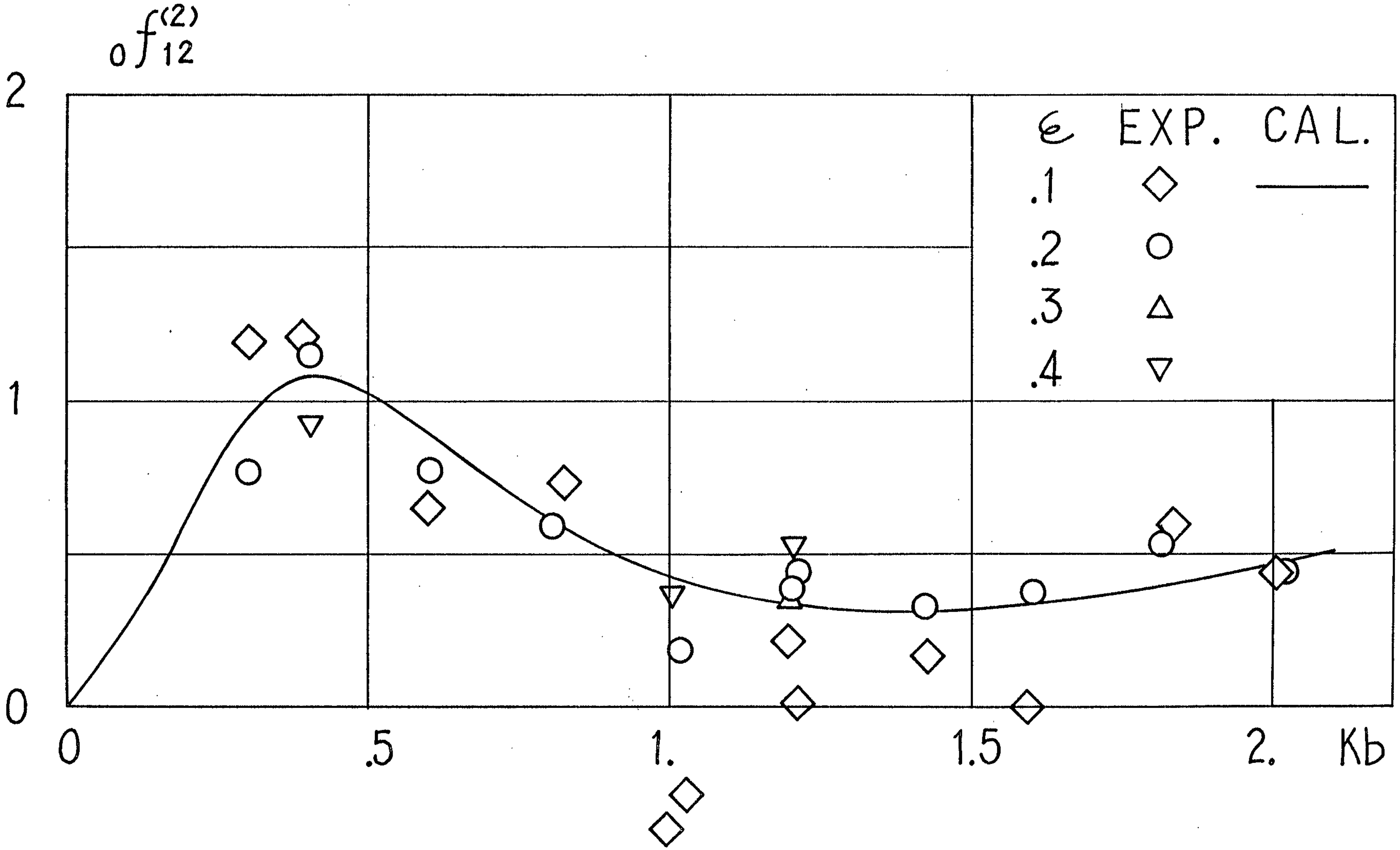


Fig. 3.2.11 Second-order vertical steady-force of a swaying Lewis-form cylinder (S-2)

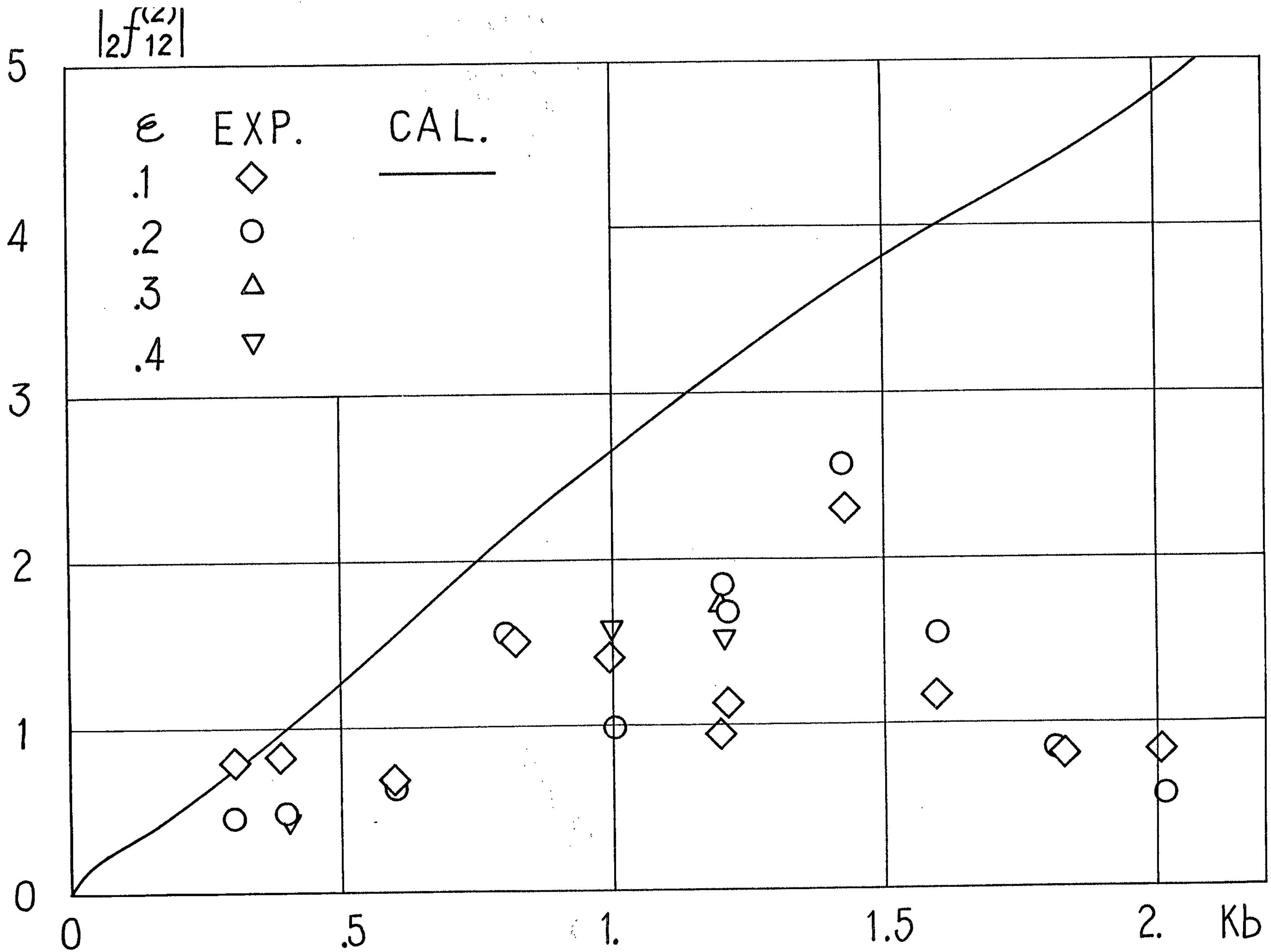


Fig. 3.2.12 Second-order vertical oscillating force of a swaying Lewis-form cylinder (S-2)

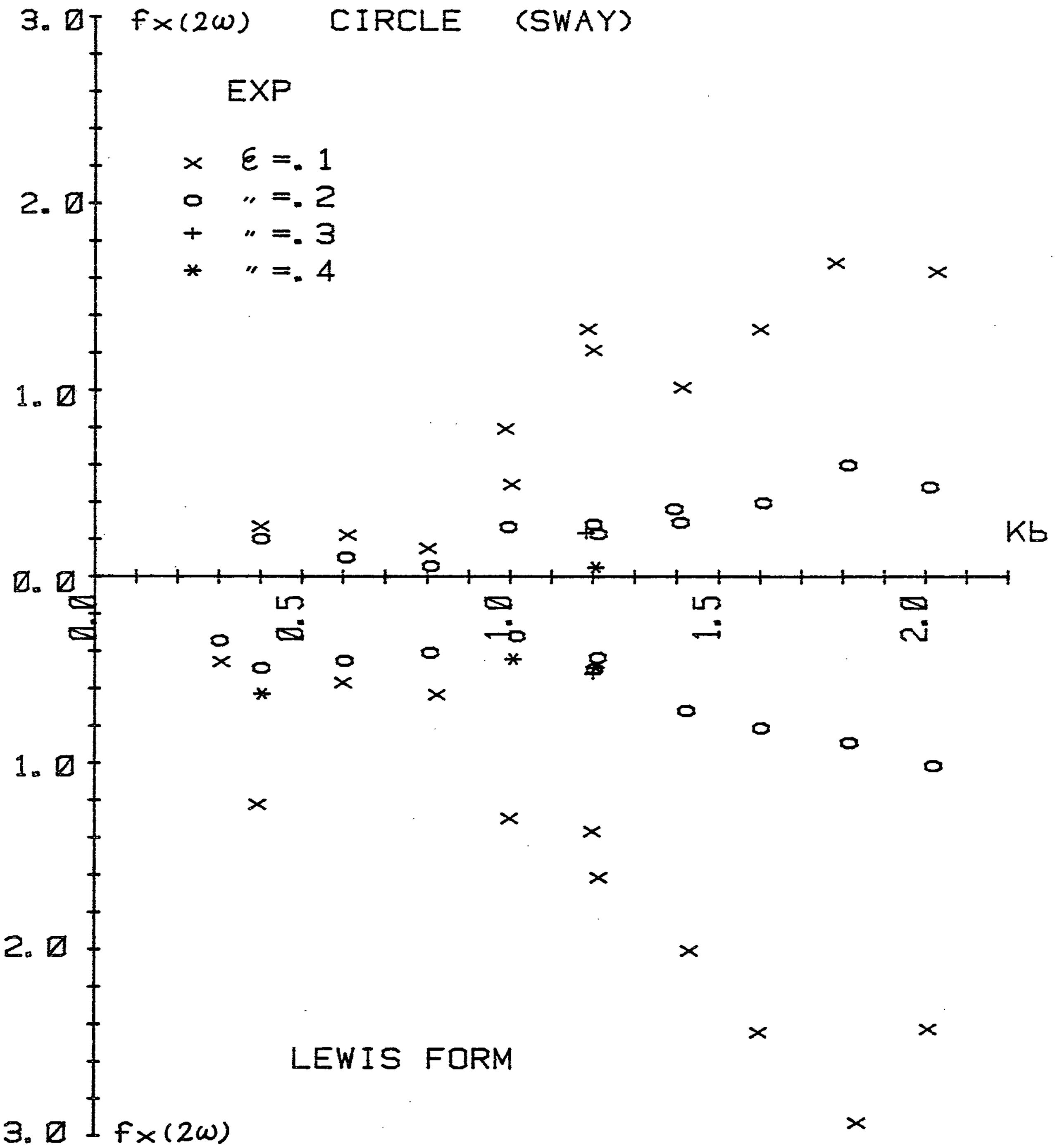


Fig. 3.2.13 Bi-harmonic component in horizontal force of swaying cylinders (S-1, S-2)

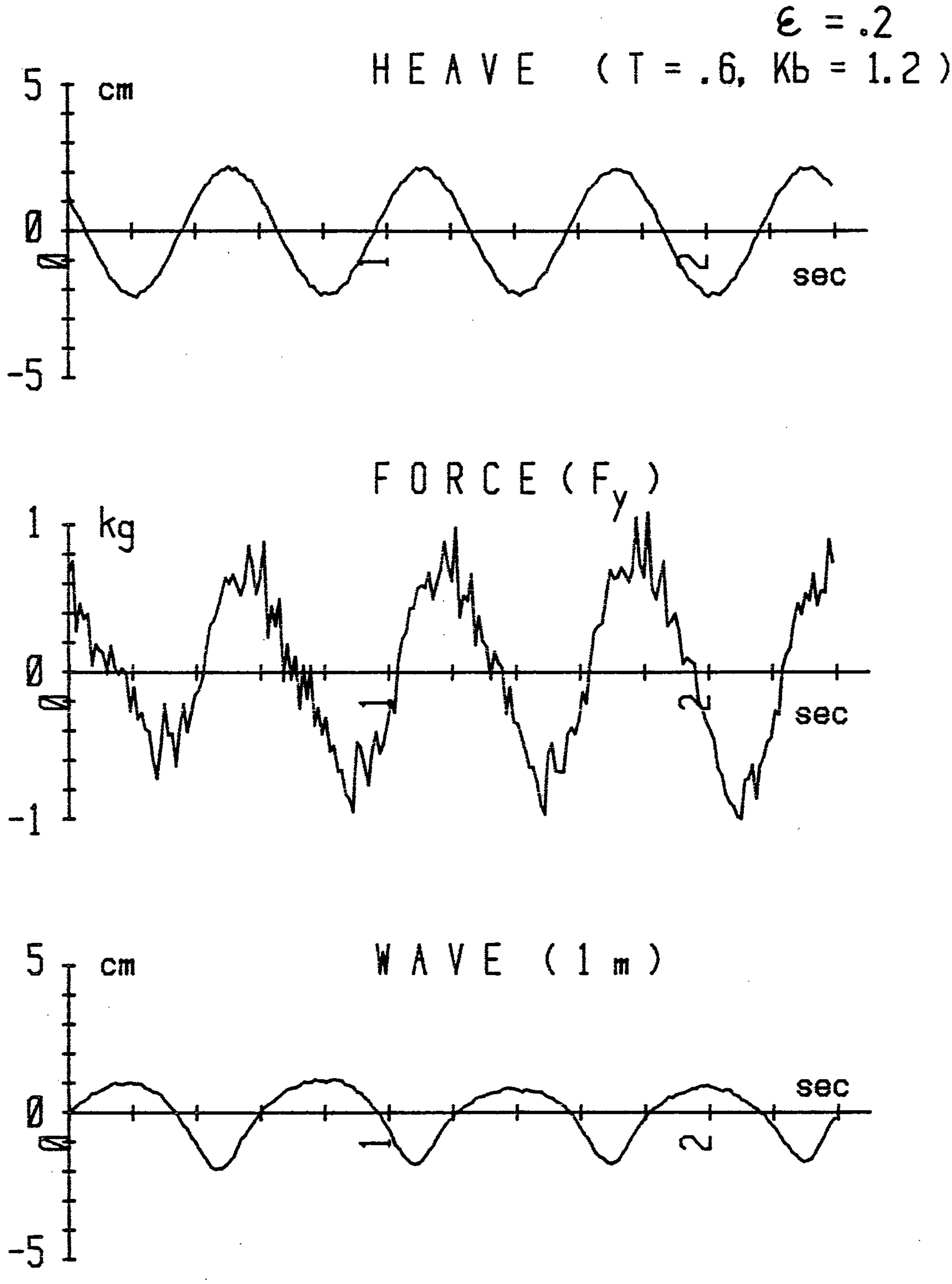


Fig. 3.3.1 An example of experimental records of a heaving circular cylinder (Kb=1.2)

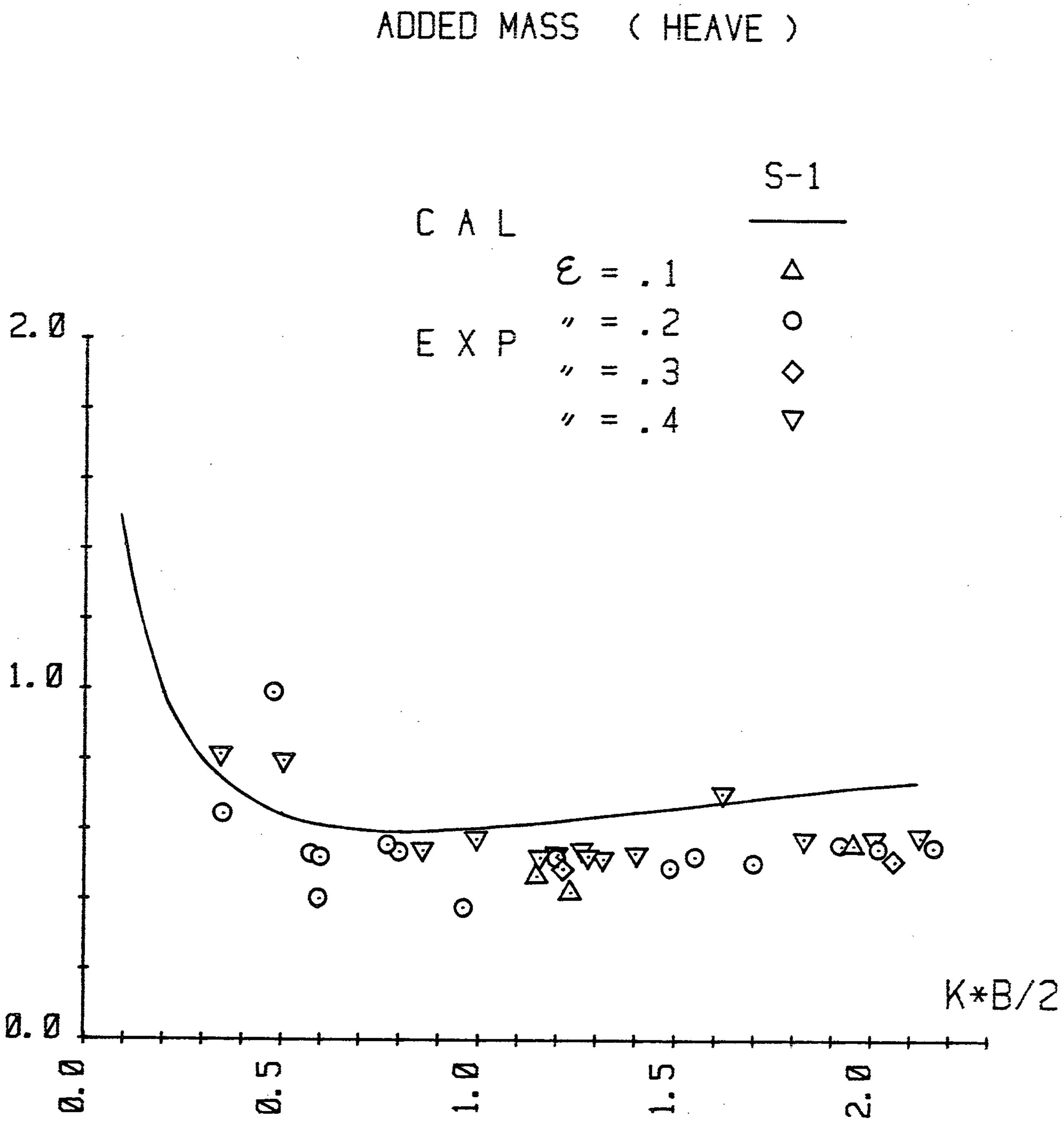


Fig. 3.3.2 Added-mass coefficient of a heaving circular cylinder

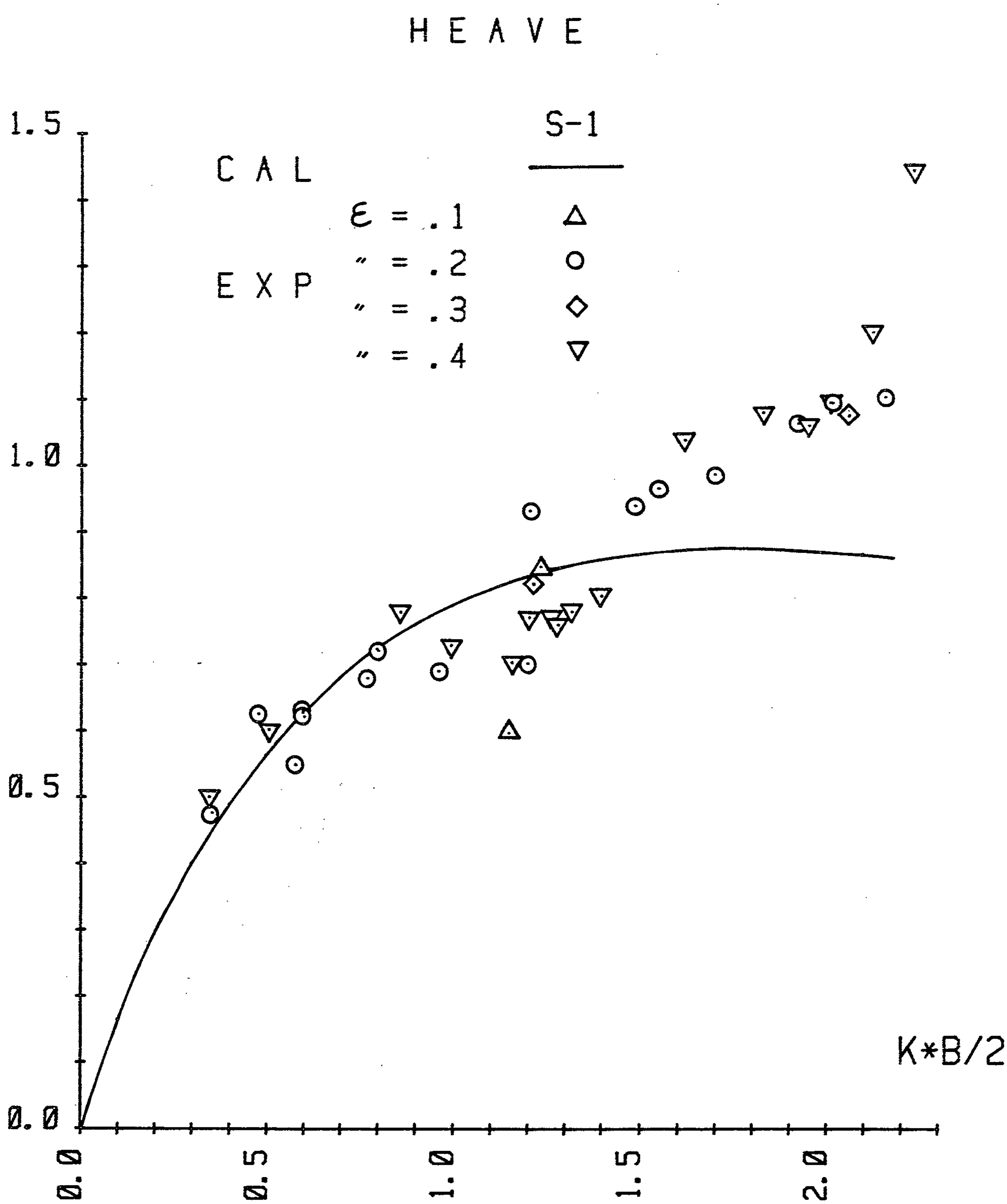


Fig. 3.3.3 Radiation-wave amplitude ratio obtained from the damping force of a heaving circular cylinder

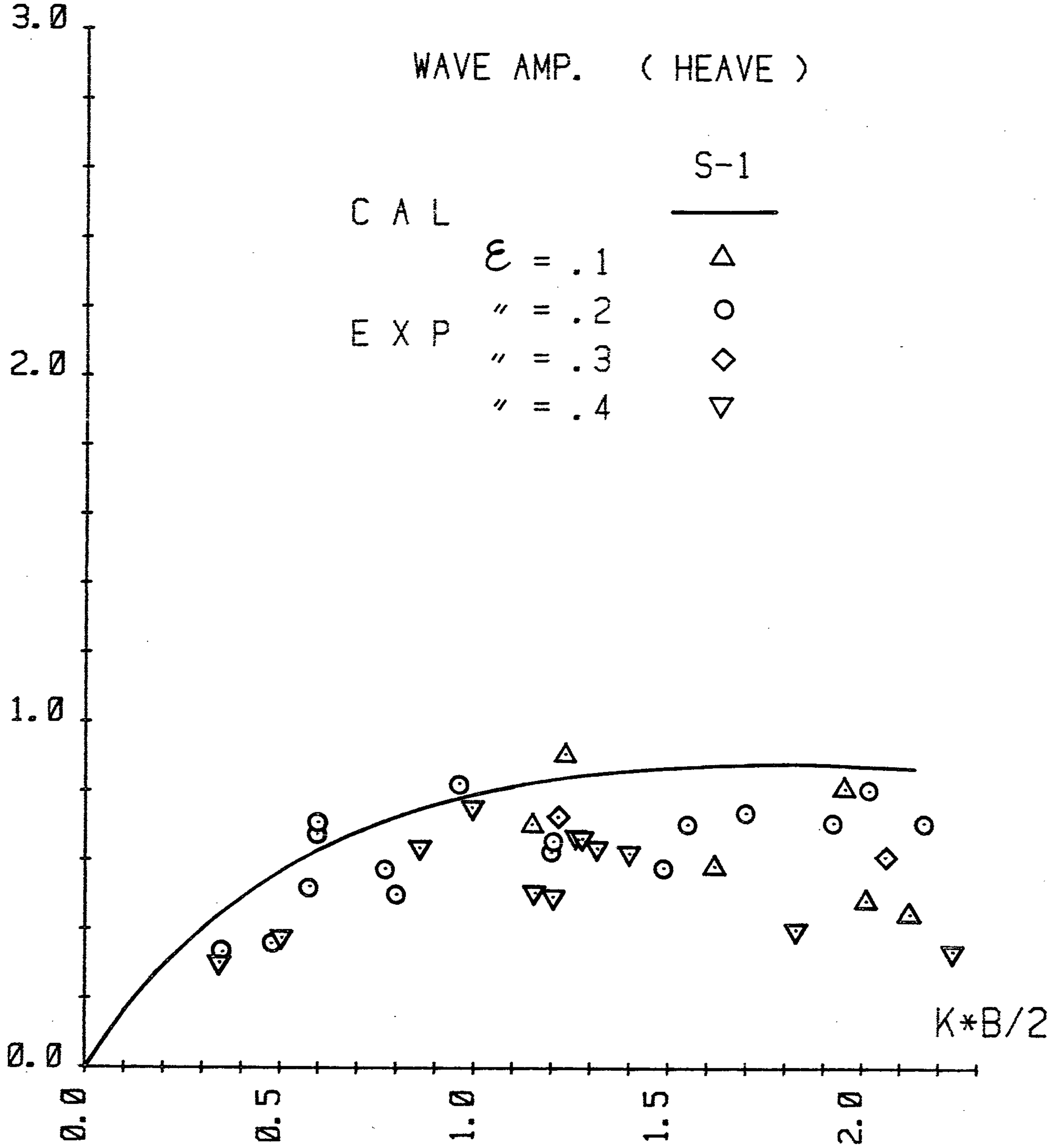


Fig. 3.3.4 Measured radiation-wave amplitude ratio of a heaving circular cylinder

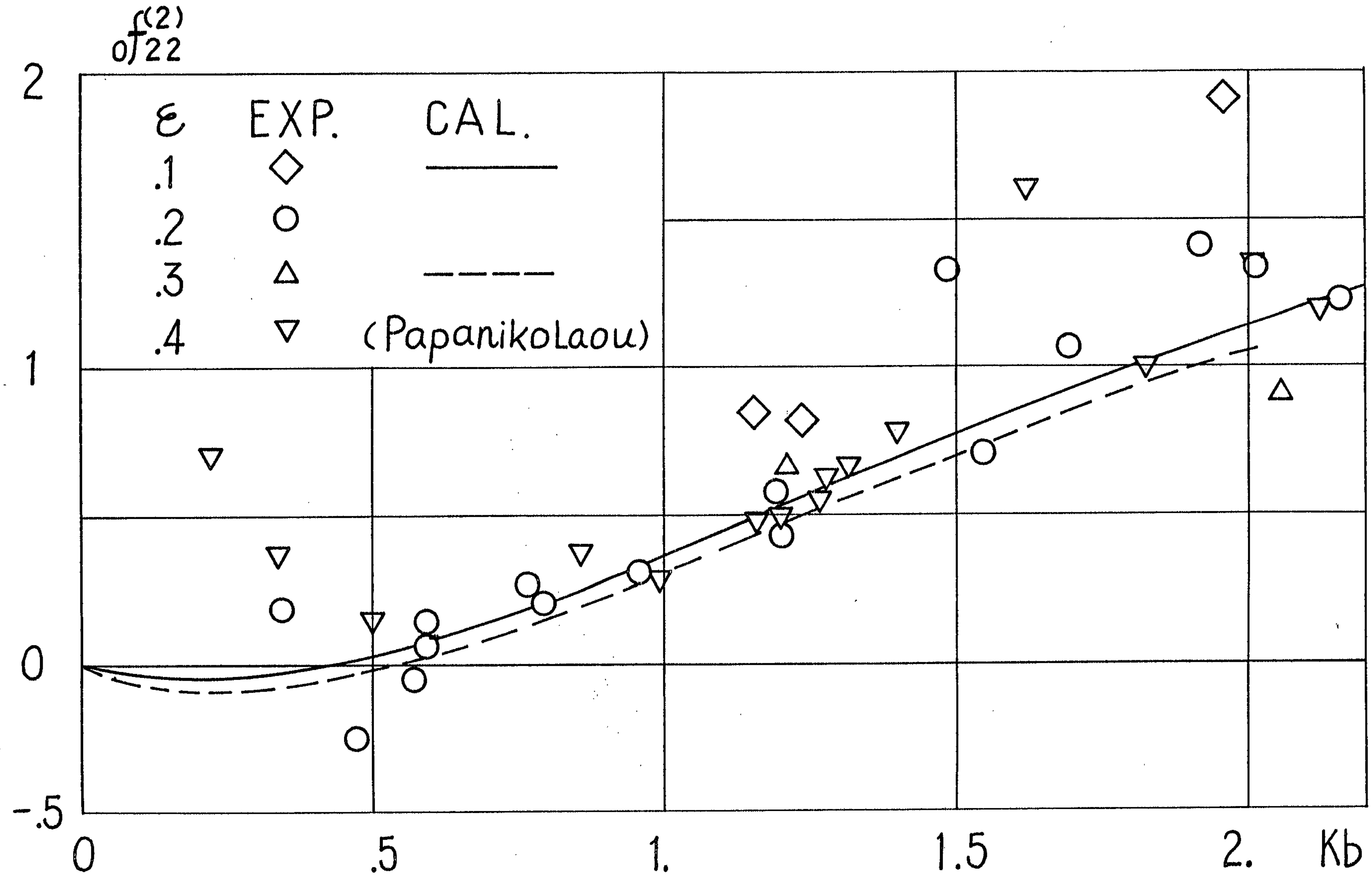


Fig. 3.3.5 Second-order vertical steady-force of a heaving circular cylinder

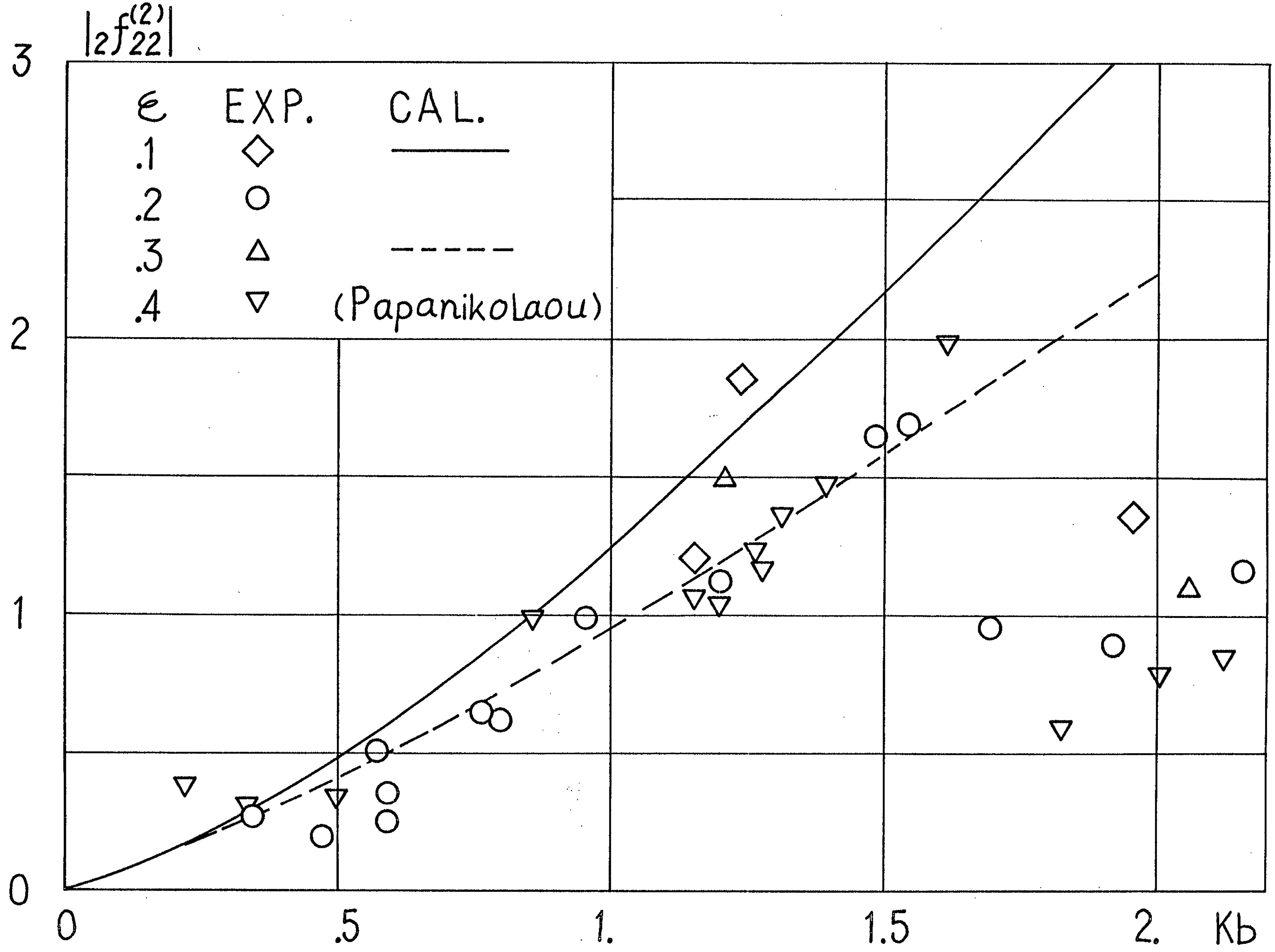


Fig. 3.3.6 Second-order oscillating force of a heaving circular cylinder

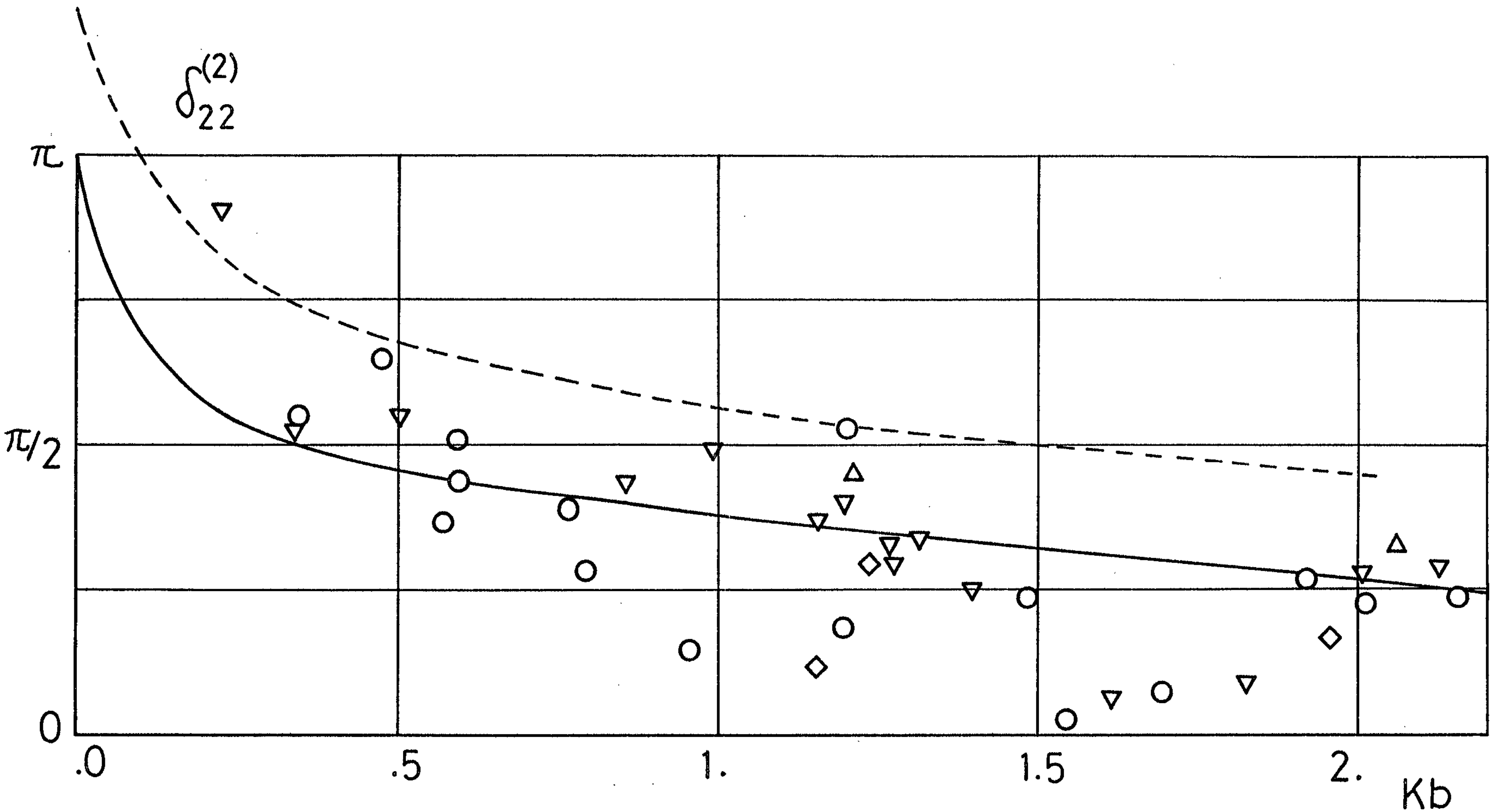


Fig. 3.3.7 Phase-difference of second-order oscillating force of a heaving circular cylinder

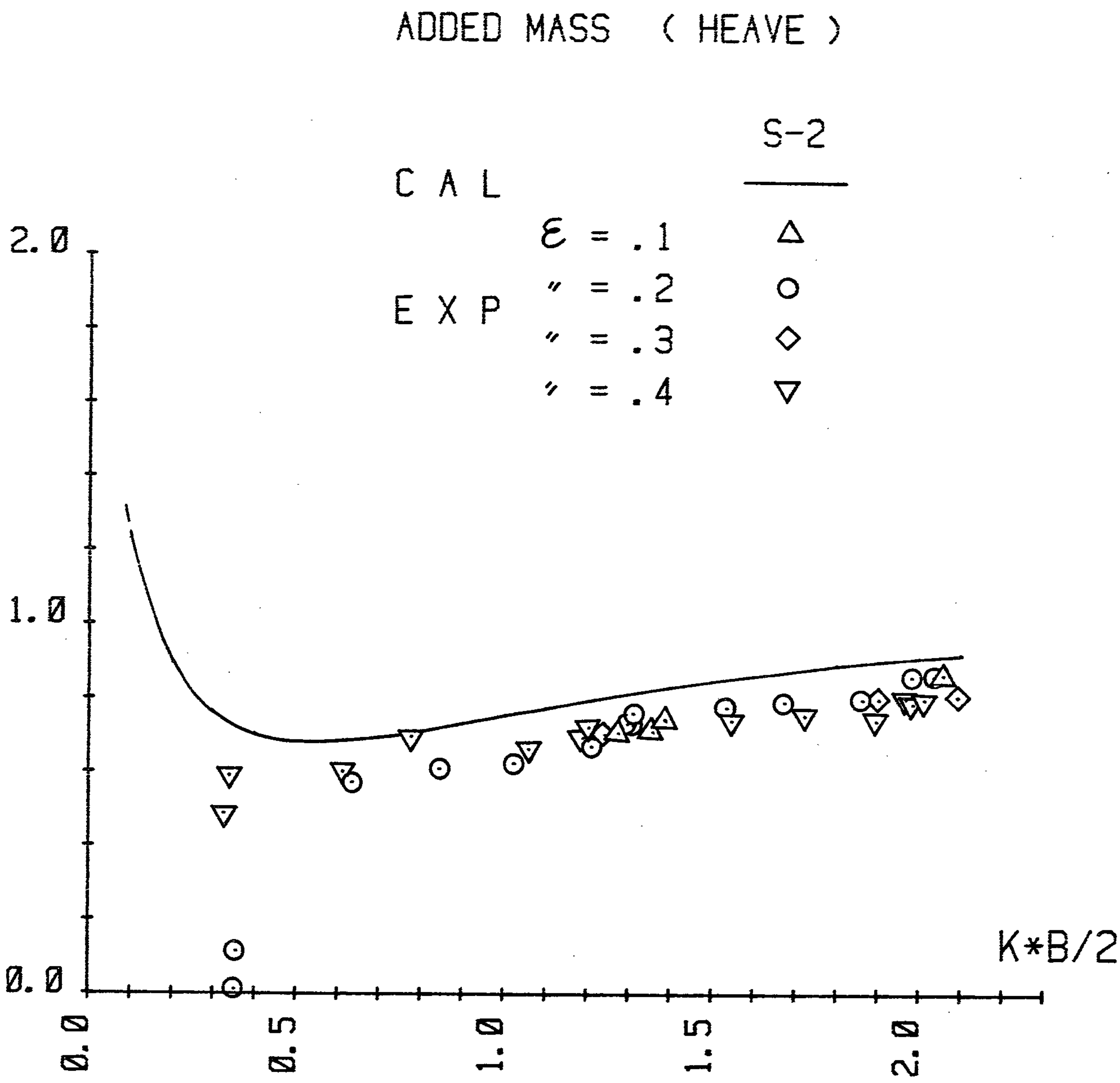


Fig. 3.3.8 Added-mass coefficient of a heaving Lewis-form cylinder (S-2)

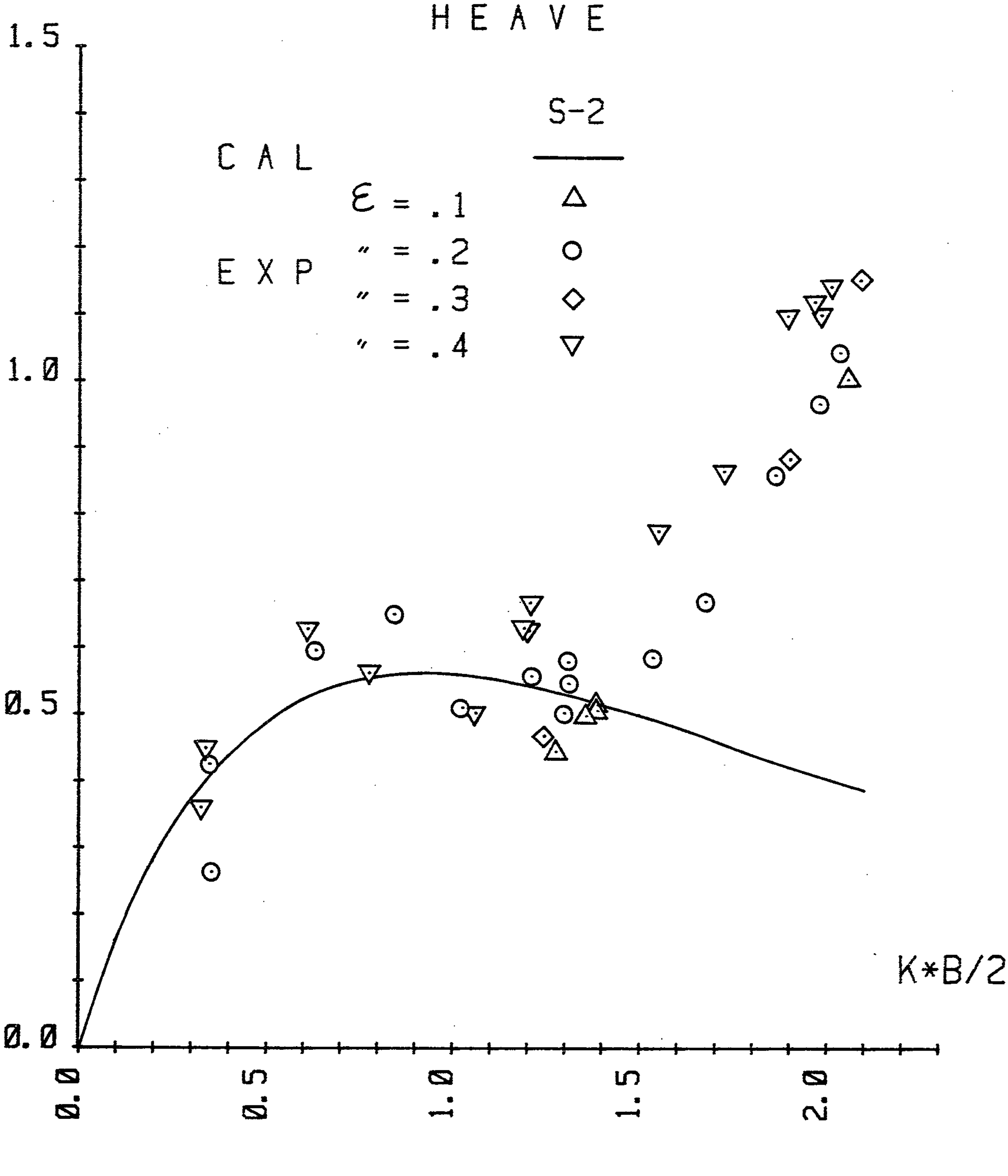


Fig. 3.3.9 Radiation-wave amplitude ratio obtained from the damping force of a heaving Lewis-form cylinder (S-2)

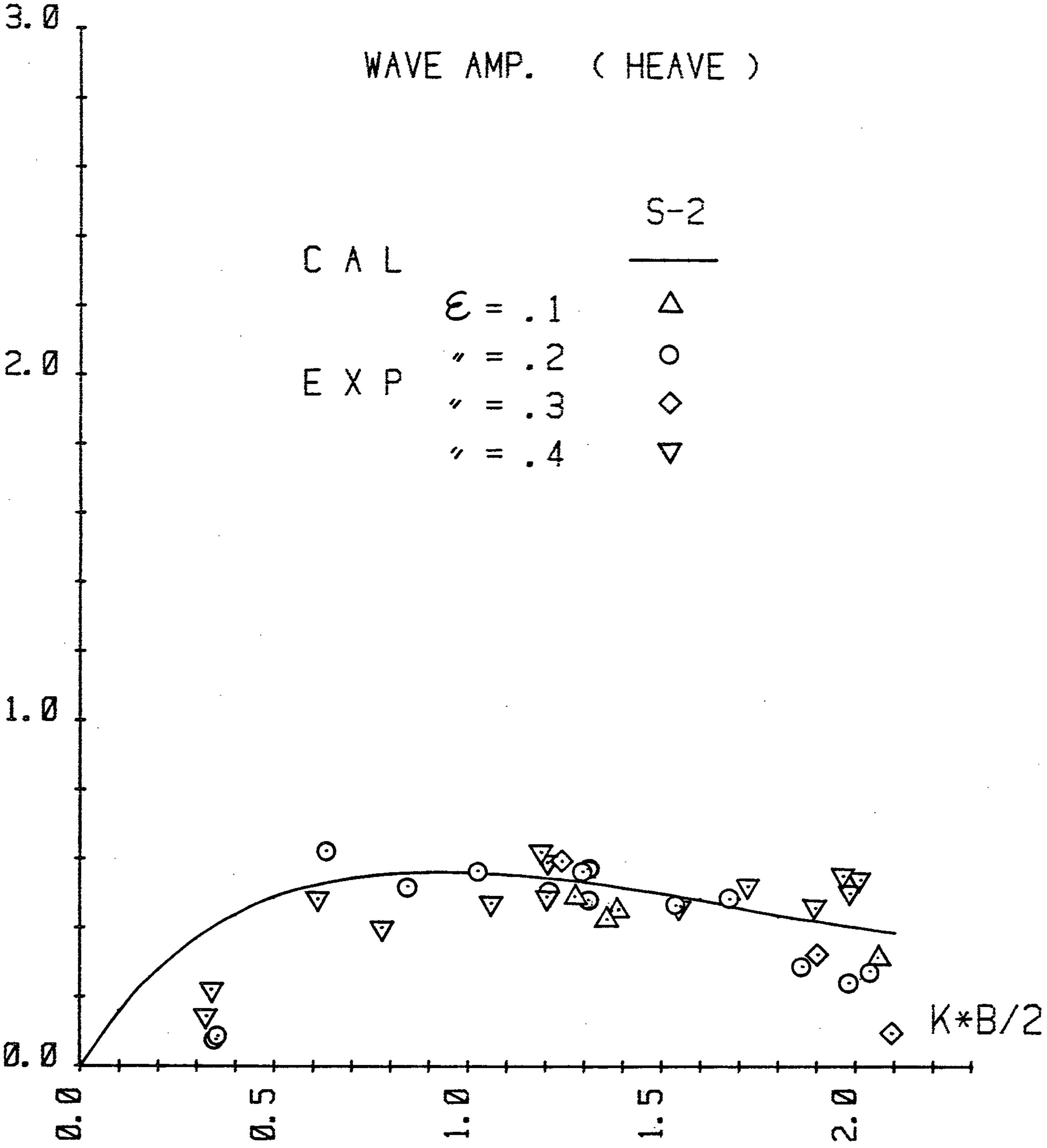


Fig. 3.3.10 Measured radiation-wave amplitude ratio of a heaving Lewis-form cylinder (S-2)

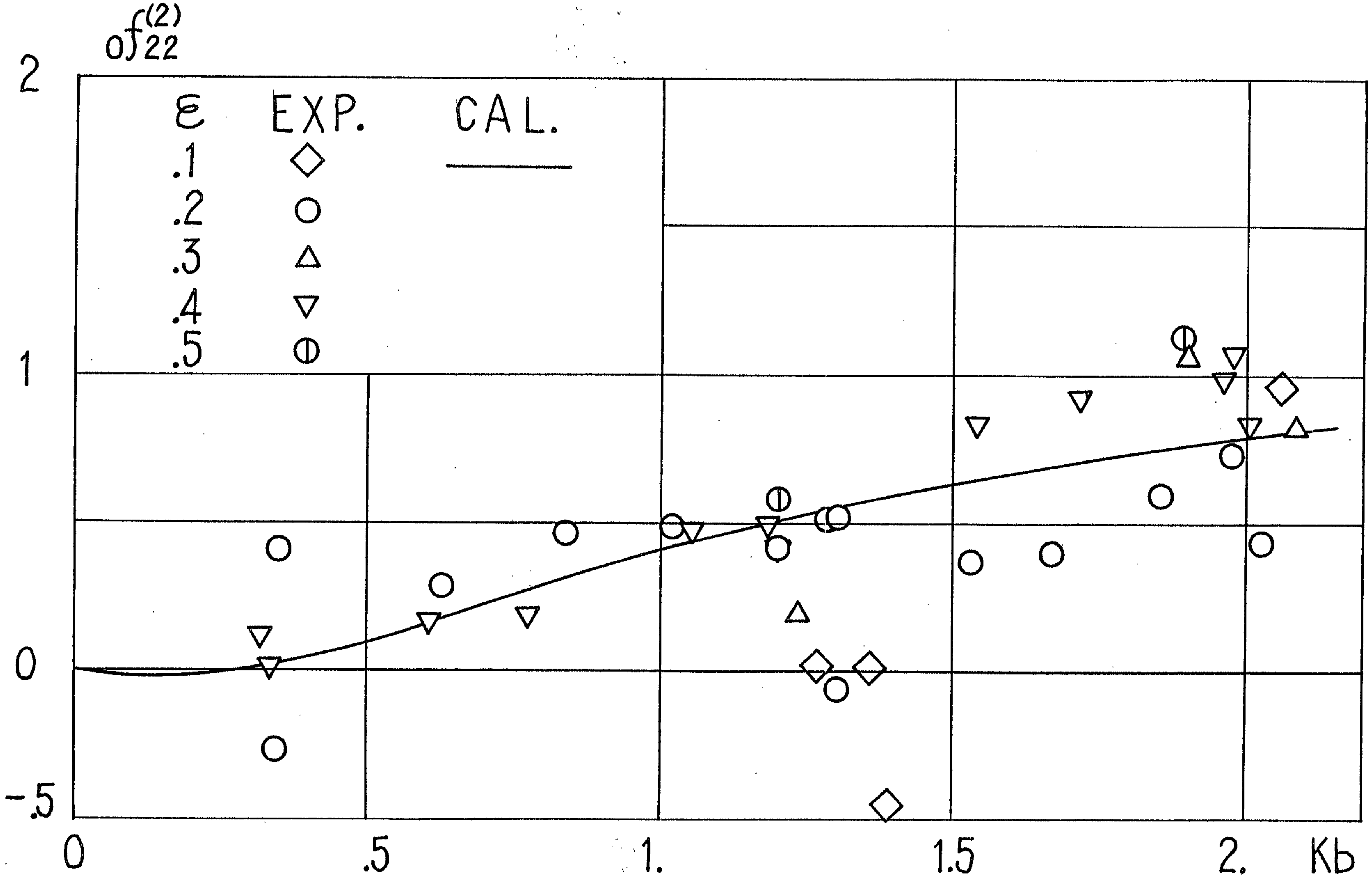


Fig. 3.3.11 Second-order vertical steady-force of a heaving Lewis-form cylinder (S-2)

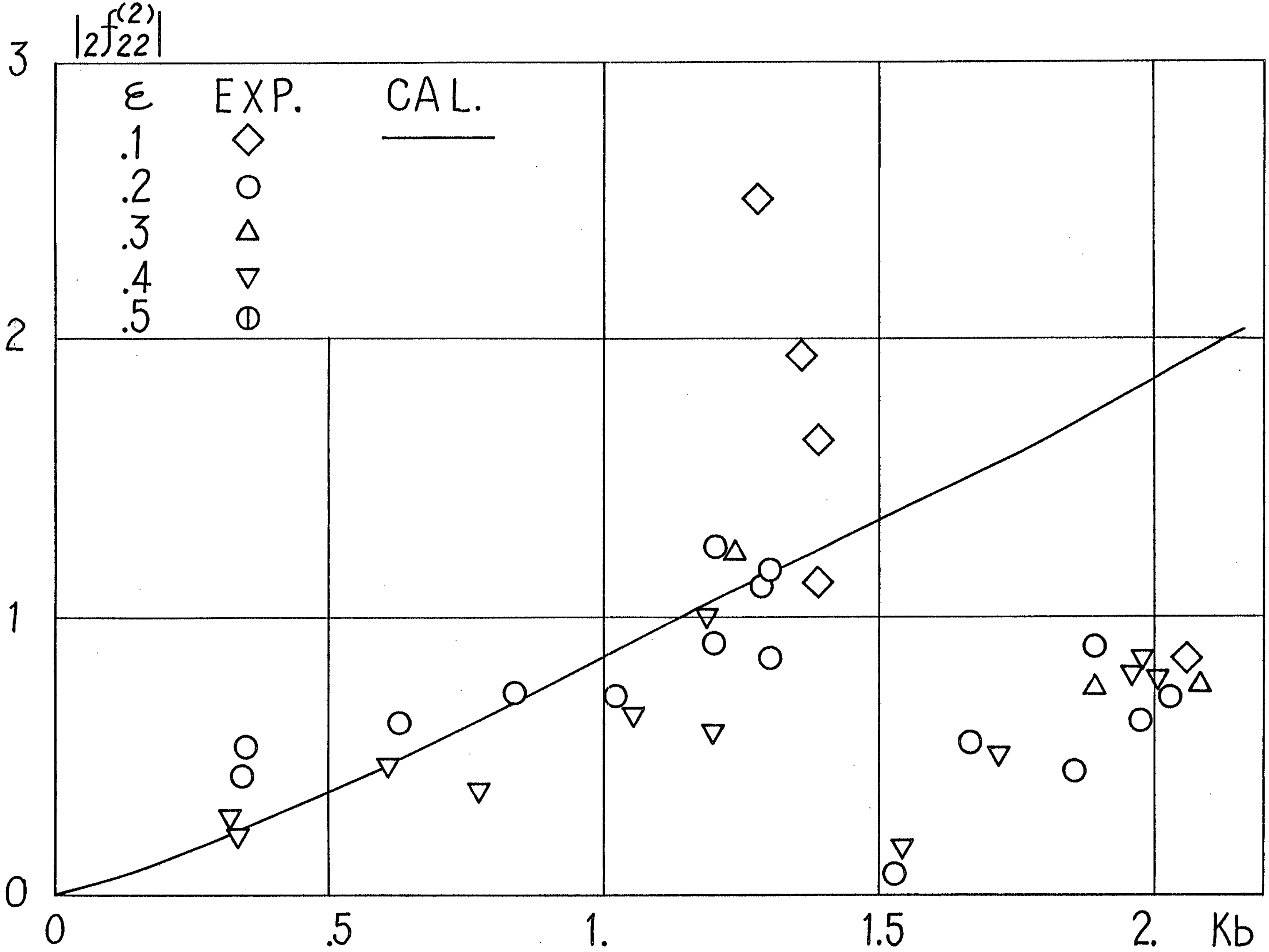


Fig. 3.3.12 Second-order Oscillating force of a heaving Lewis-form cylinder (S-2)

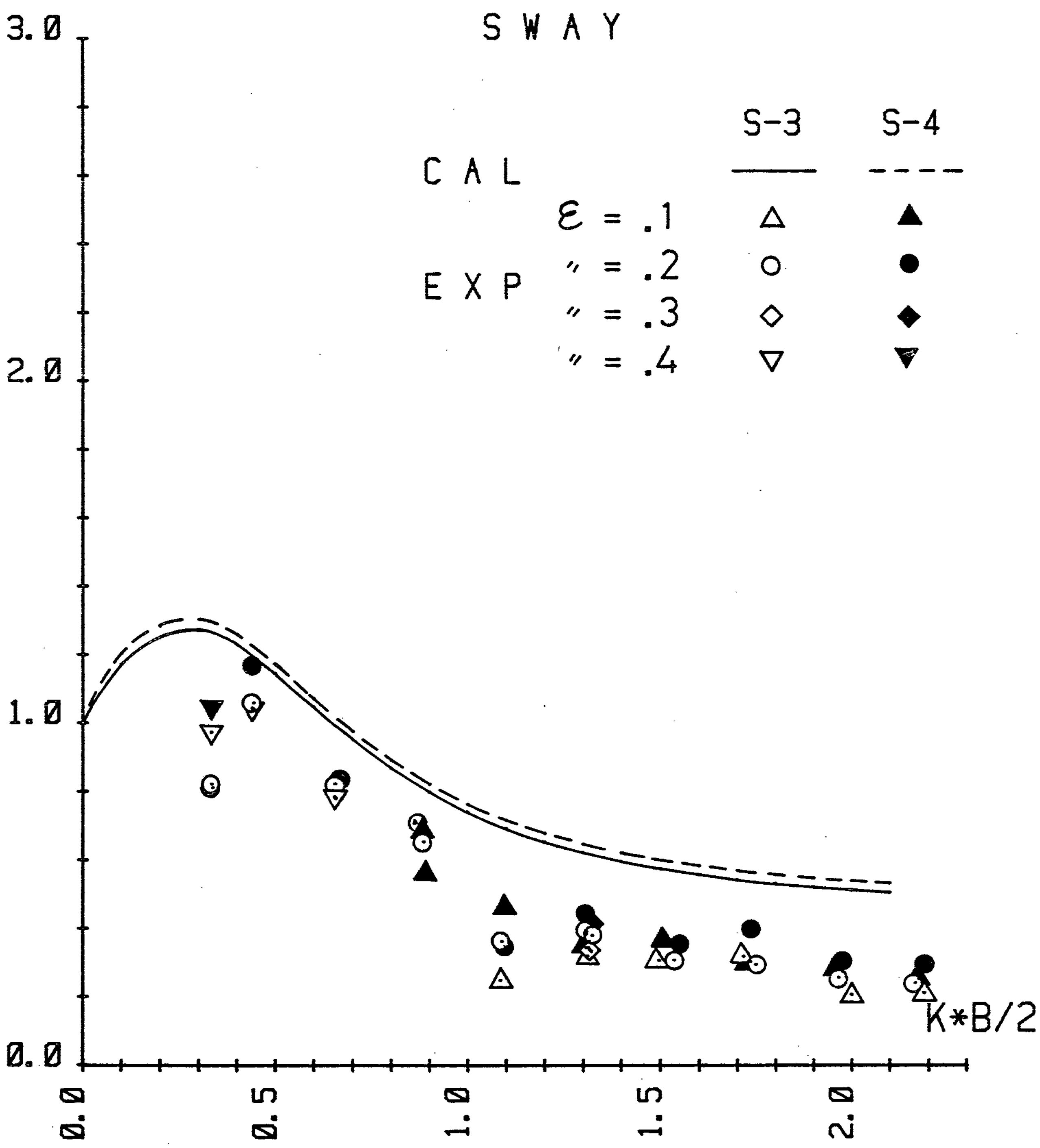


Fig. 3.4.1 Added-mass coefficient of swaying cylinders (S-3, S-4)

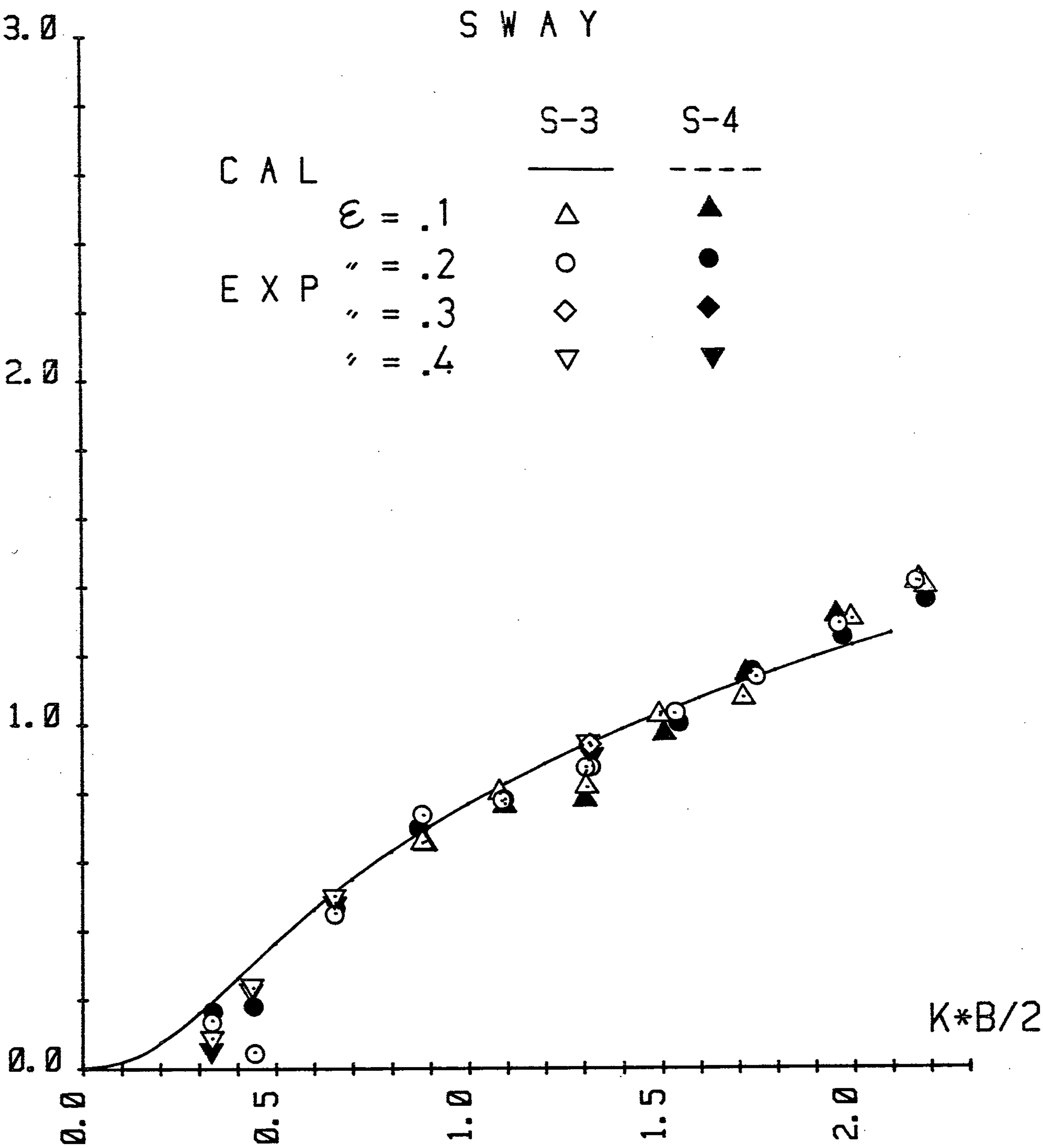


Fig. 3.4.2 Radiation-wave amplitude ratio obtained from the damping force of swaying cylinders (S-3, S-4)

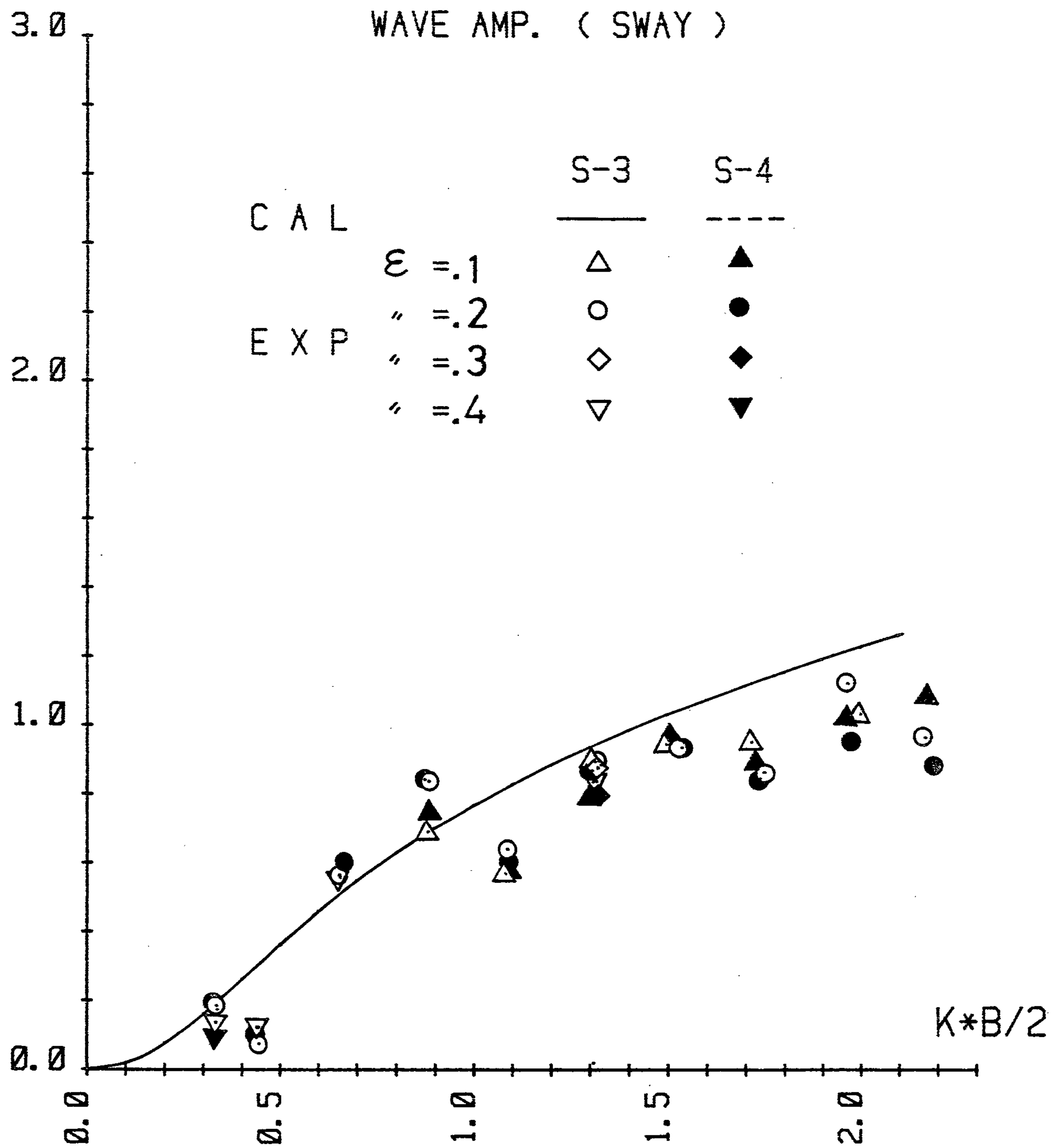


Fig. 3.4.3 Measured radiation-wave amplitude ratio of swaying cylinders (S-3, S-4)

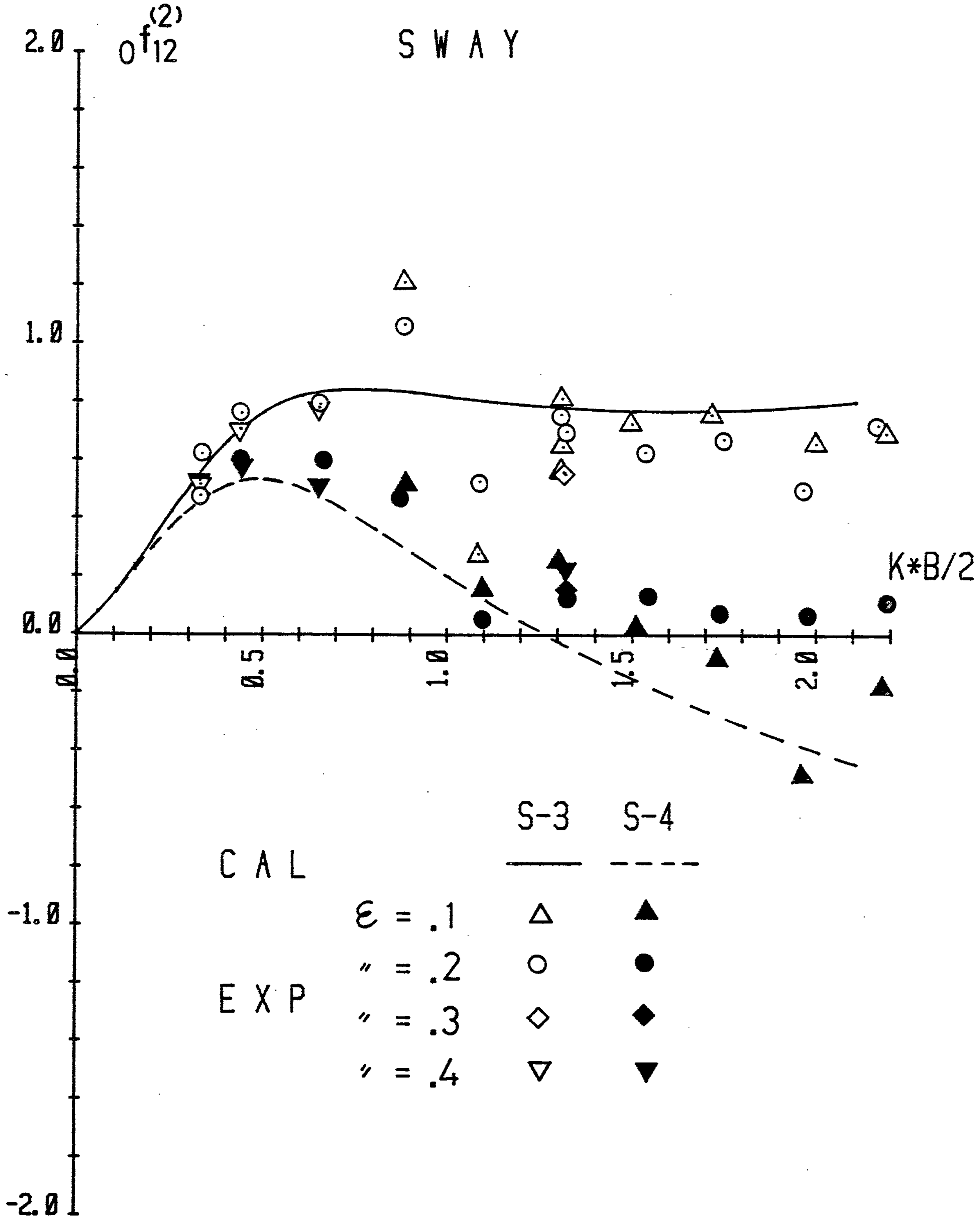


Fig. 3.4.4 Second-order vertical steady-force of swaying cylinders (S-3, S-4)

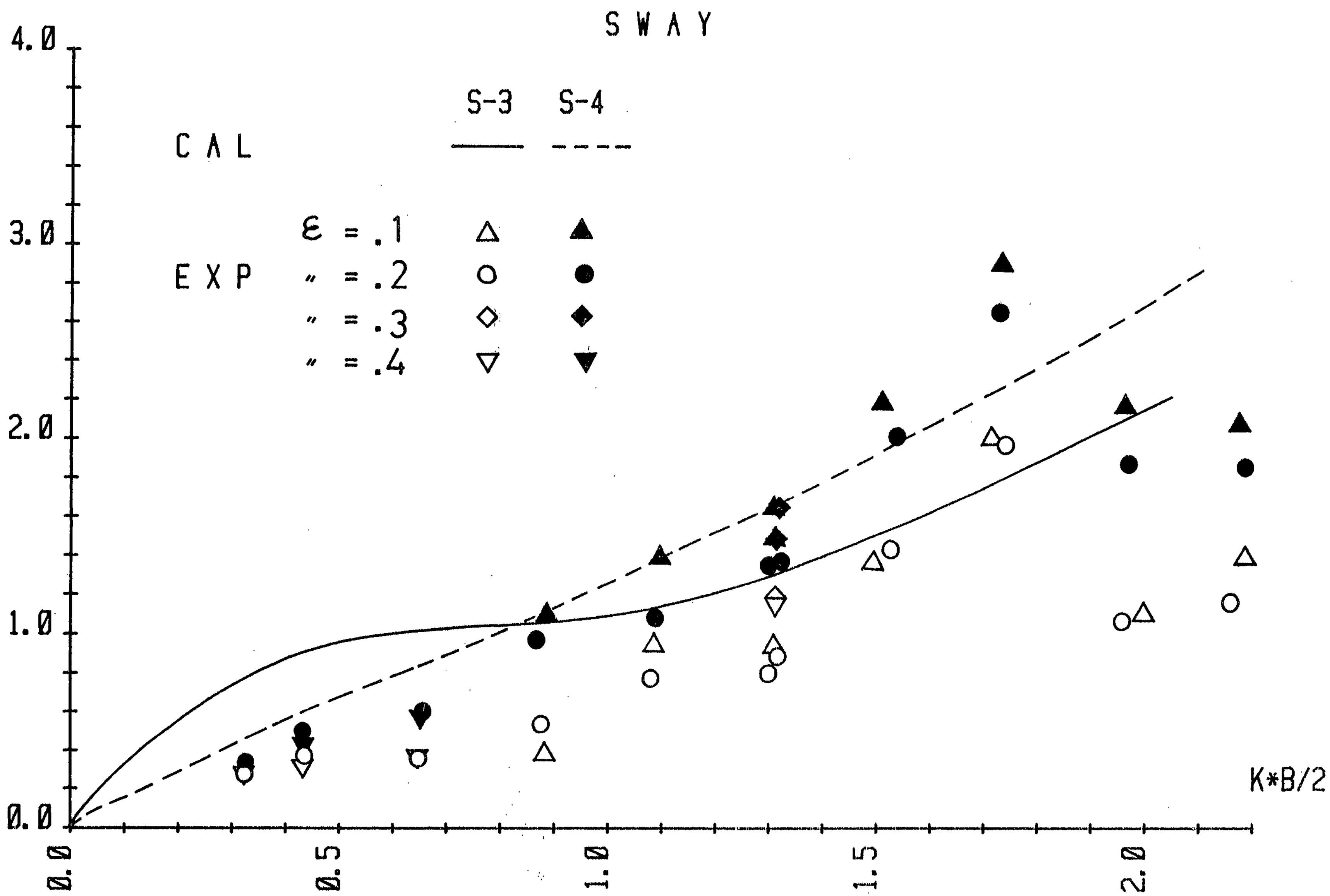


Fig. 3.4.5 Second-order vertical oscillating force of swaying cylinders (S-3, S-4)

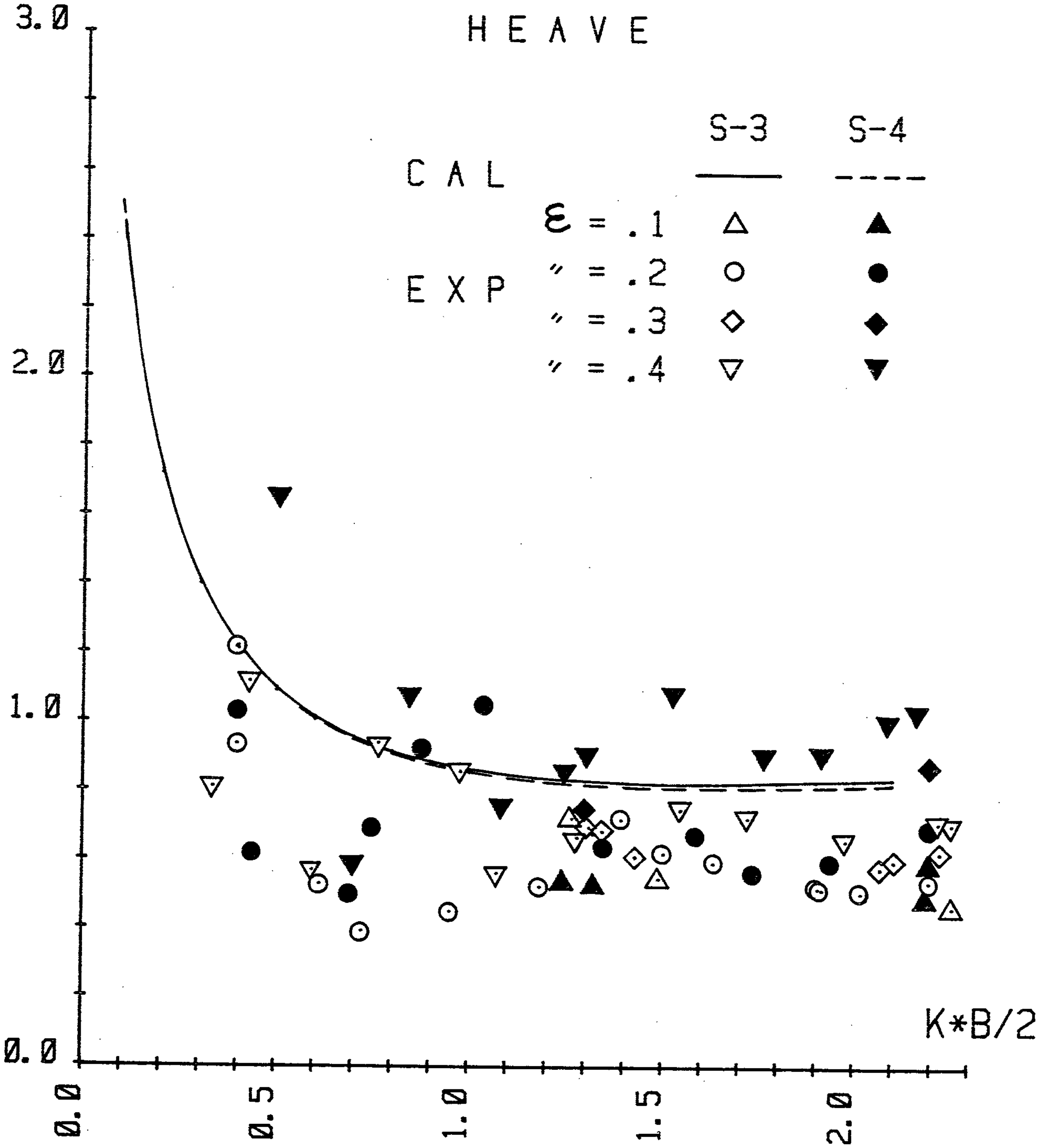


Fig. 3.4.6 Added-mass coefficient of heaving cylinders (S-3, S-4)

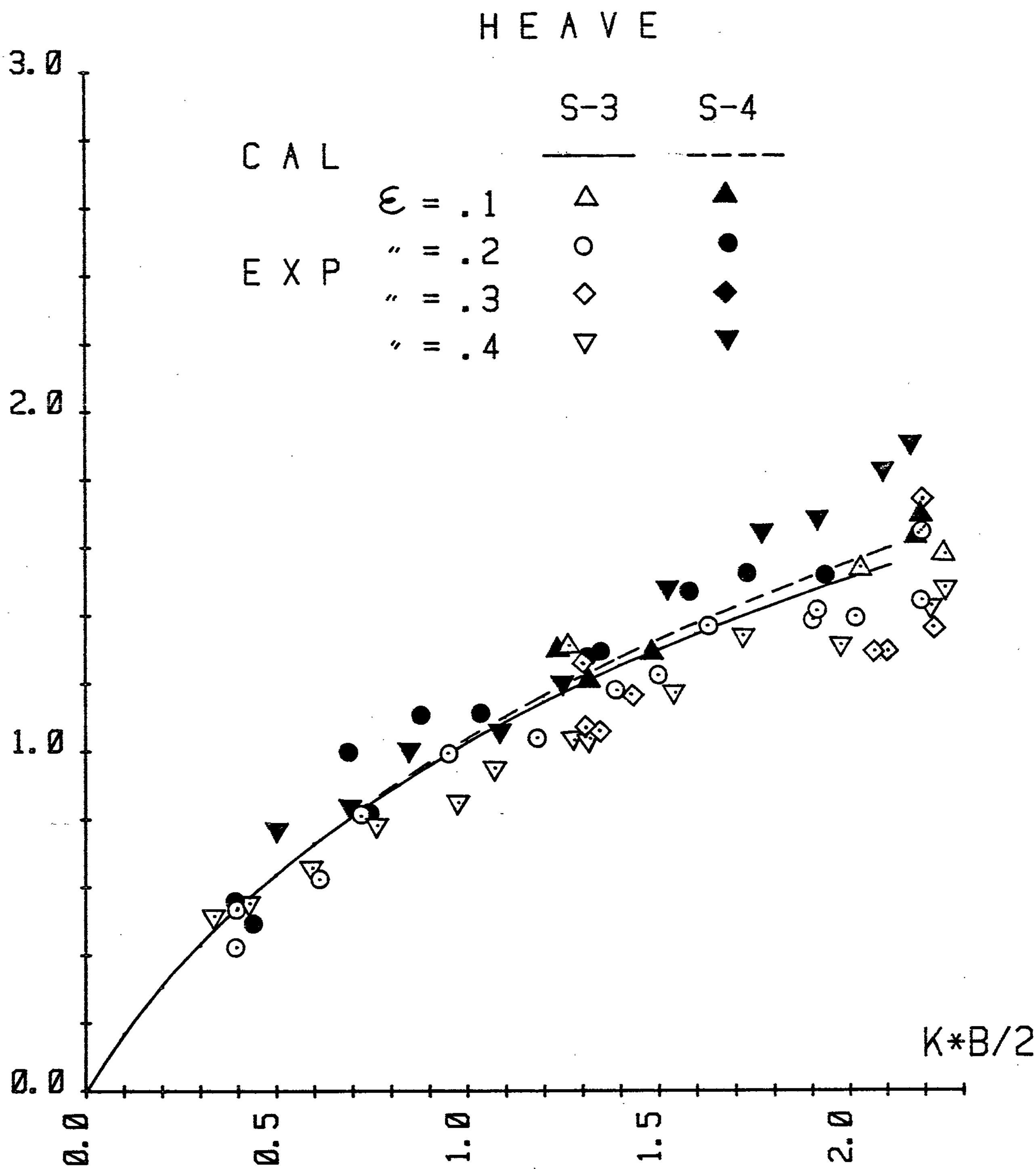


Fig. 3.4.7 Radiation-wave amplitude ratio obtained from the damping force of heaving cylinders (S-3, S-4)

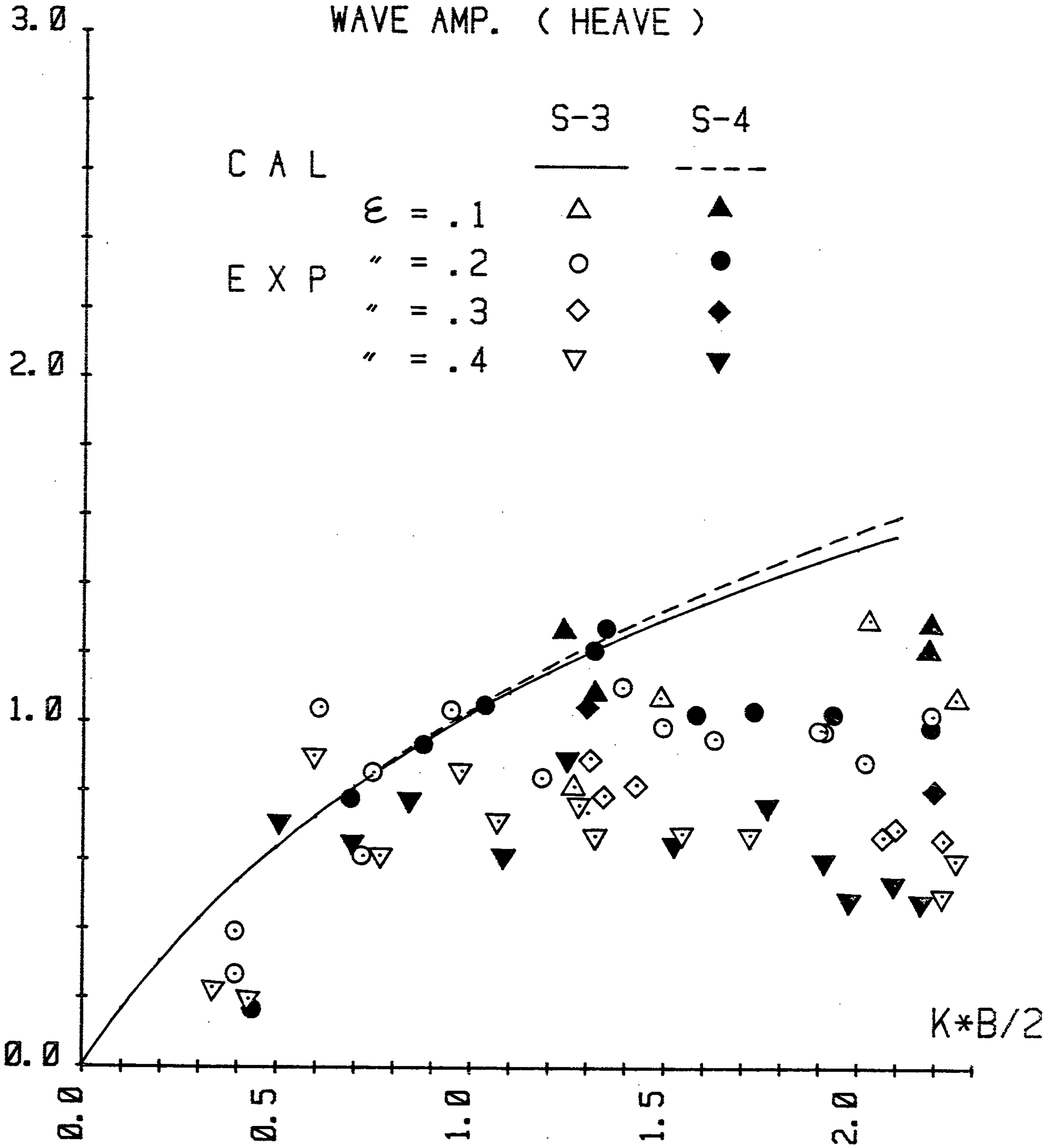


Fig. 3.4.8 Measured radiation-wave amplitude ratio of heaving cylinders (S-3, S-4)

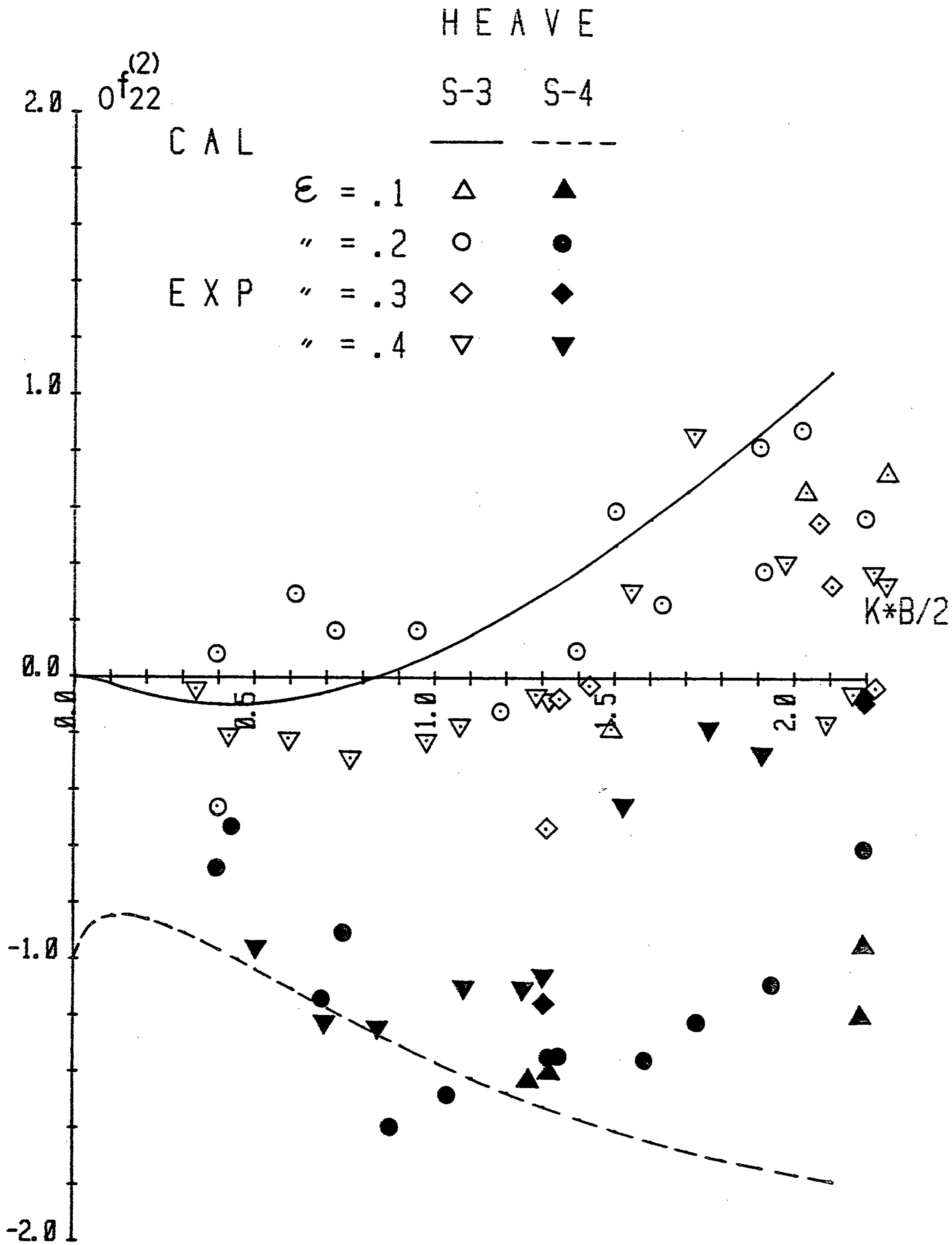


Fig. 3.4.9 Second-order vertical steady-force of heaving cylinders

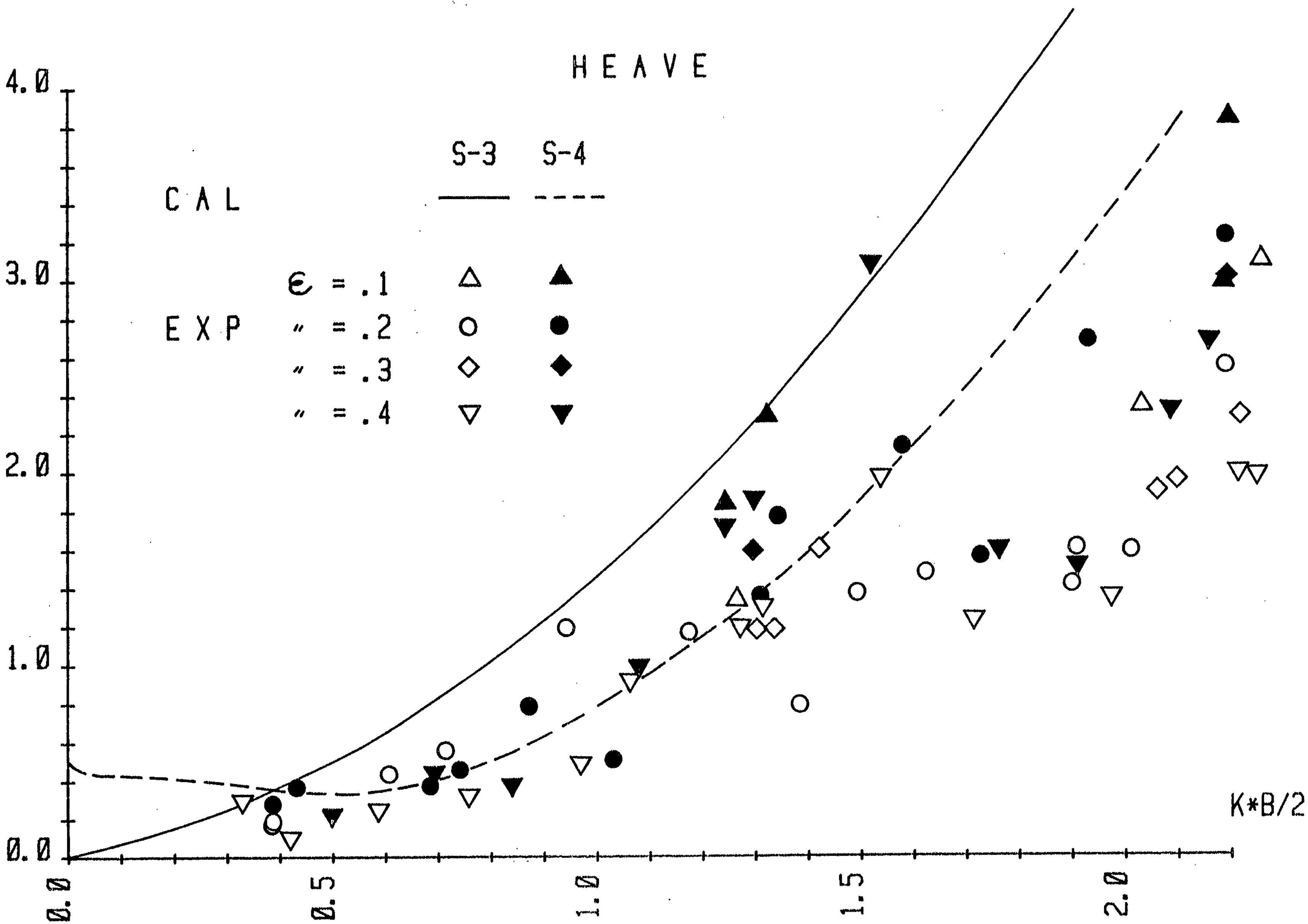


Fig. 3.4.10 Second-order oscillating force of heaving cylinders (S-3, S-4)

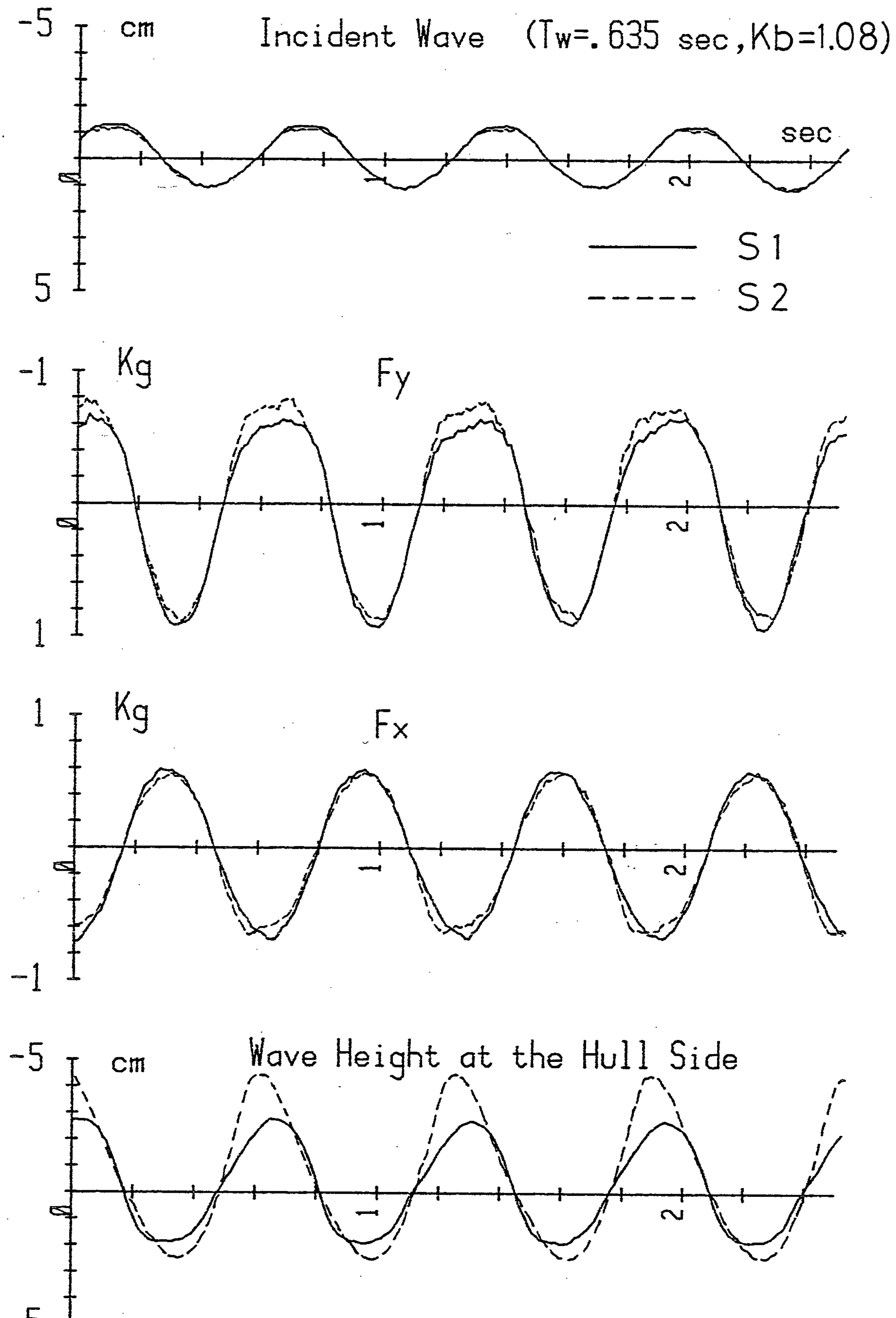


Fig. 3.4.11 An example of experimental records of the diffraction problem of fixed cylinders (S-3, S-4)

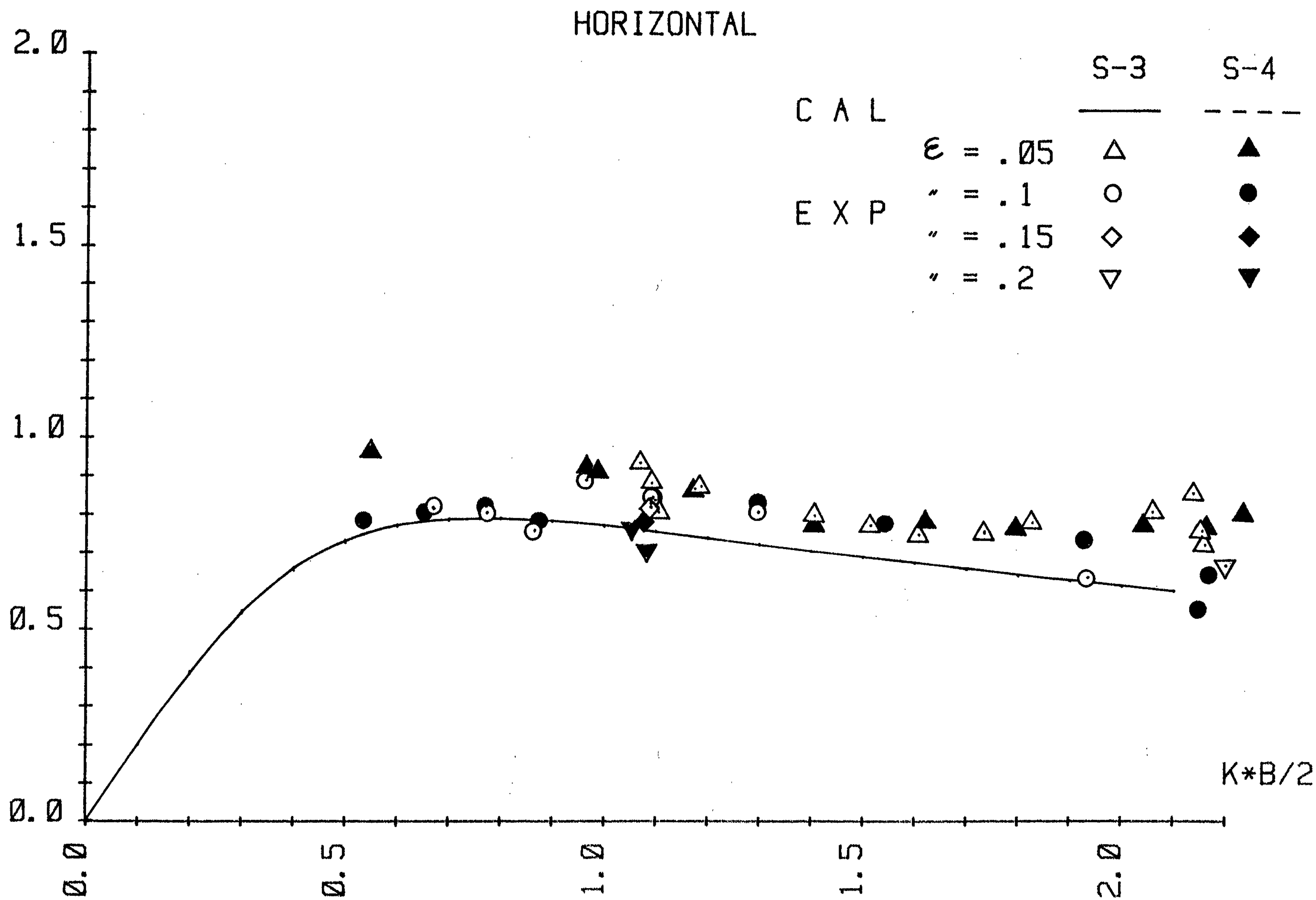


Fig. 3.4.12 First-order wave-exciting force in sway of fixed cylinders (S-3, S-4)

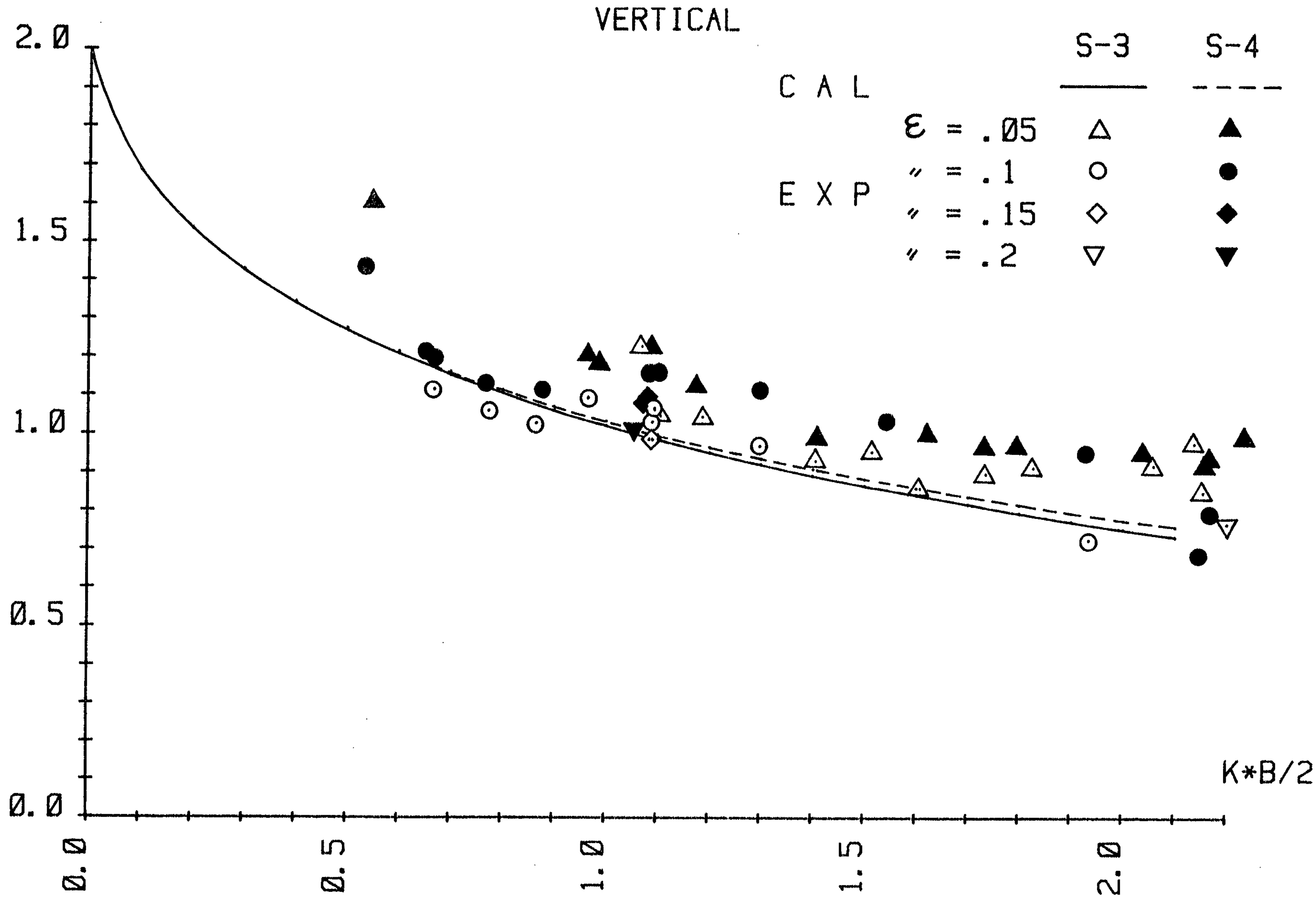


Fig. 3.4.13 First-order wave-exciting force in heave of fixed cylinders (S-3, S-4)

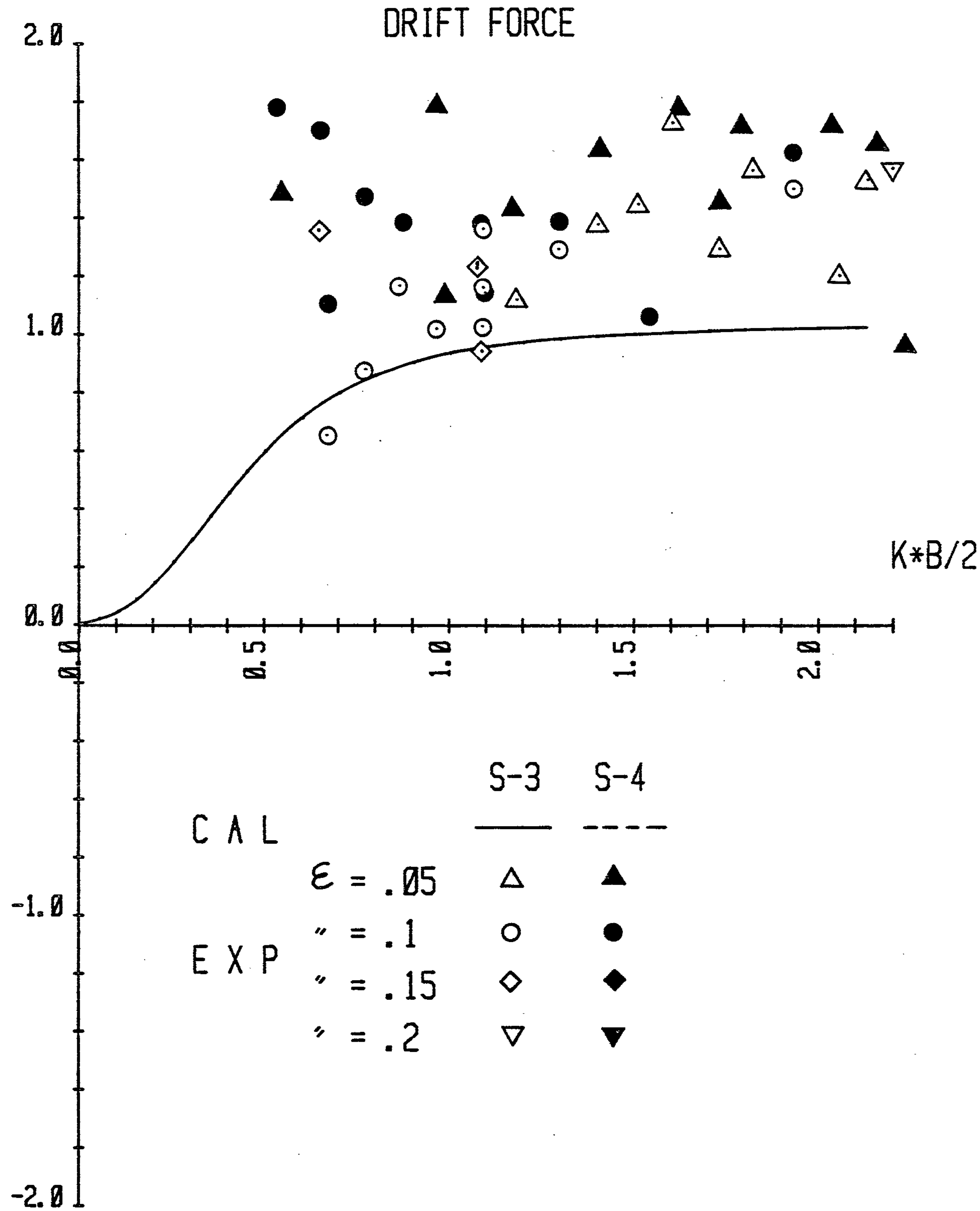


Fig. 3.4.14 Drifting-force of fixed cylinders (S-3, S-4)

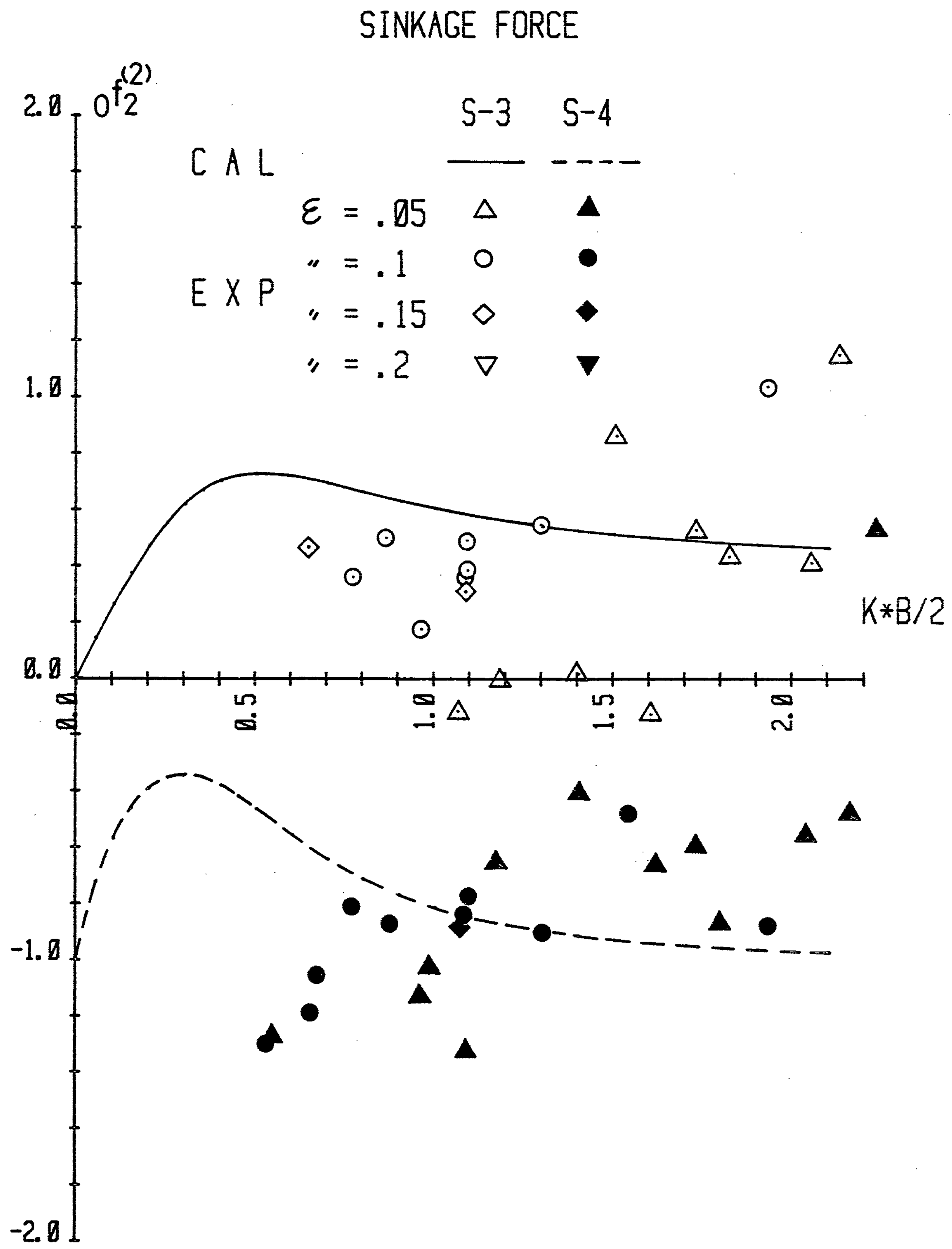


Fig. 3.4.15 Second-order vertical steady-force of fixed cylinders (S-3, S-4)

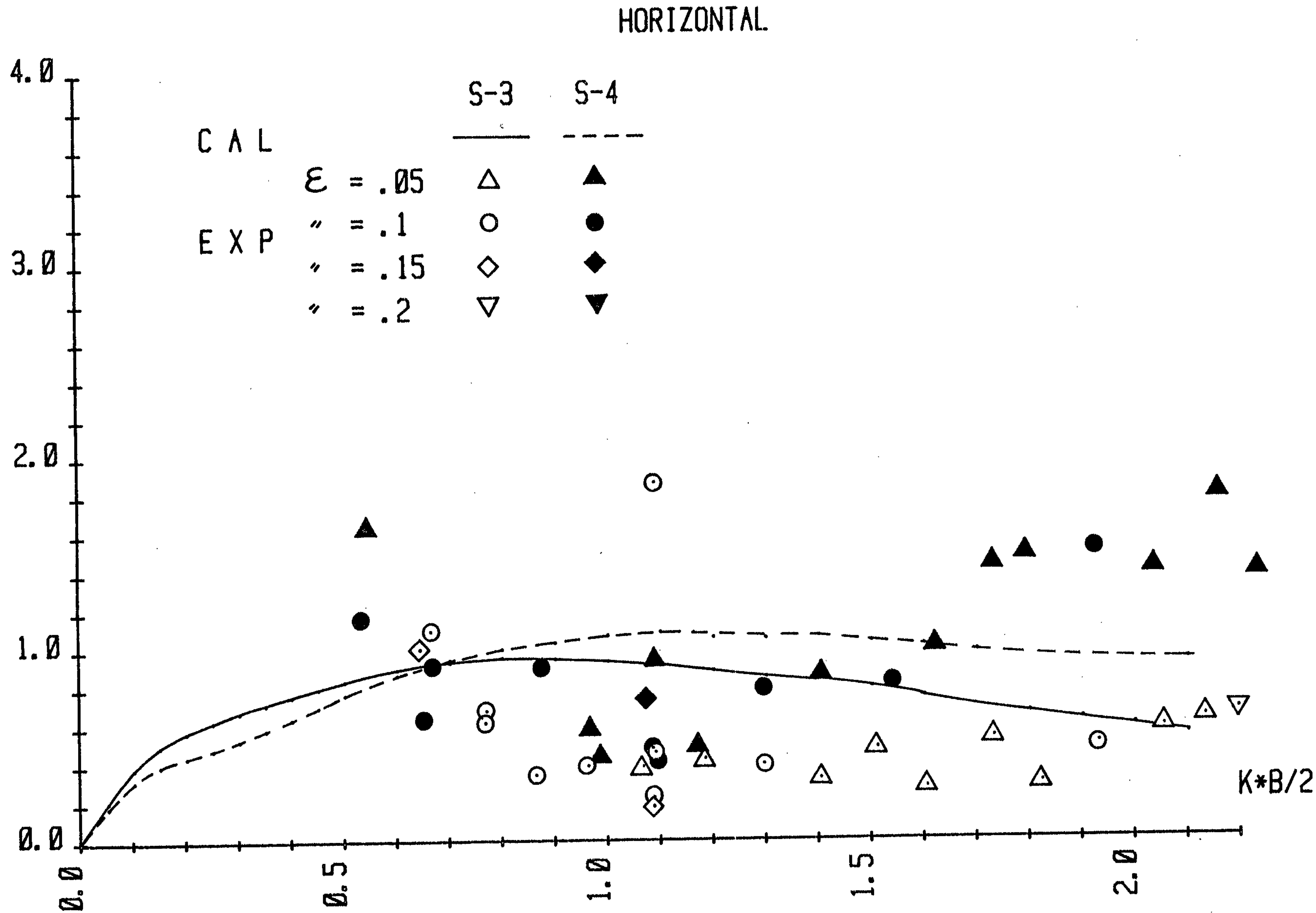


Fig. 3.4.16 Second-order horizontal oscillating force of fixed cylinders (S-3, S-4)

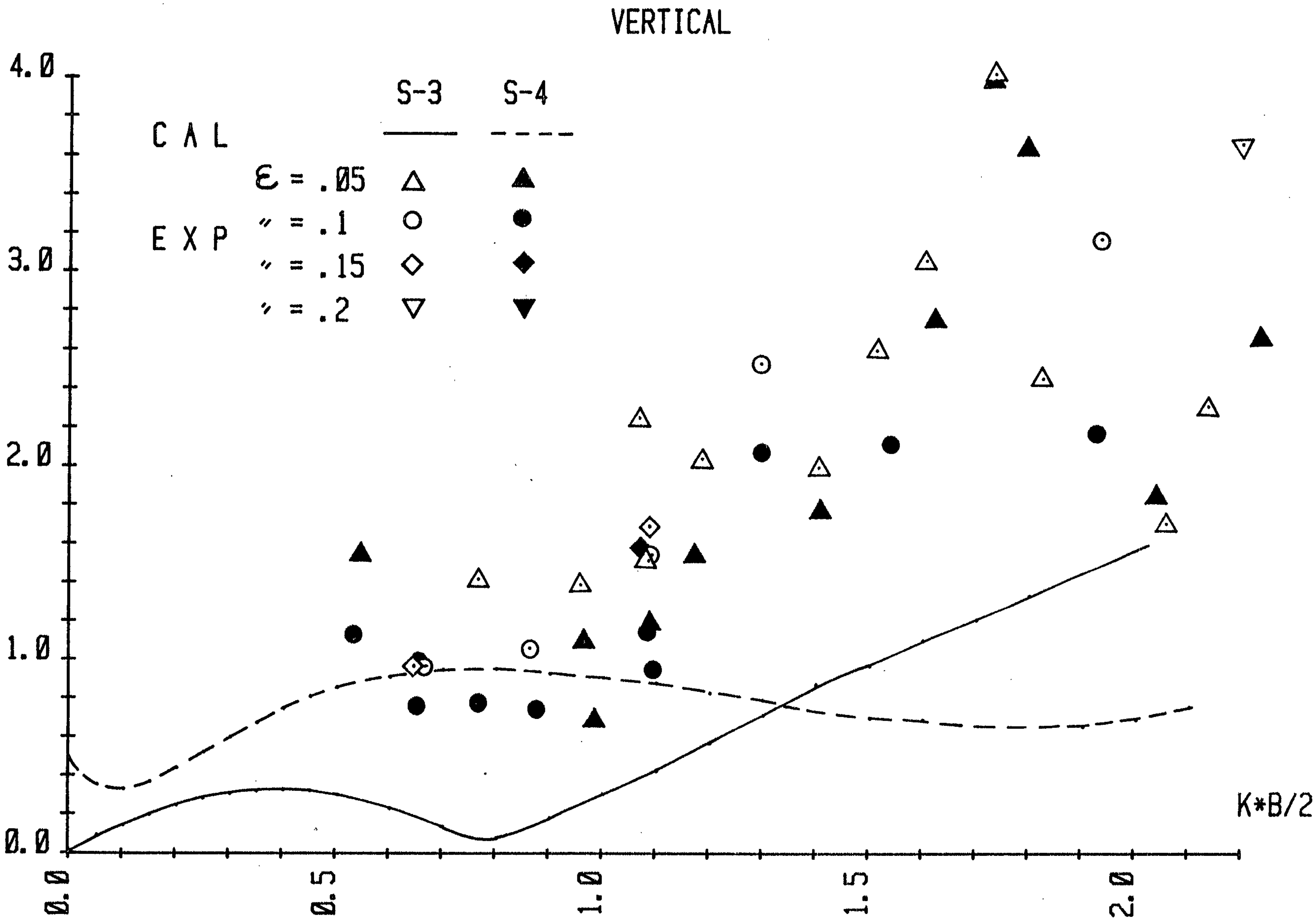


Fig. 3.4.17 Second-order vertical oscillating force of fixed cylinders (S-3, S-4)

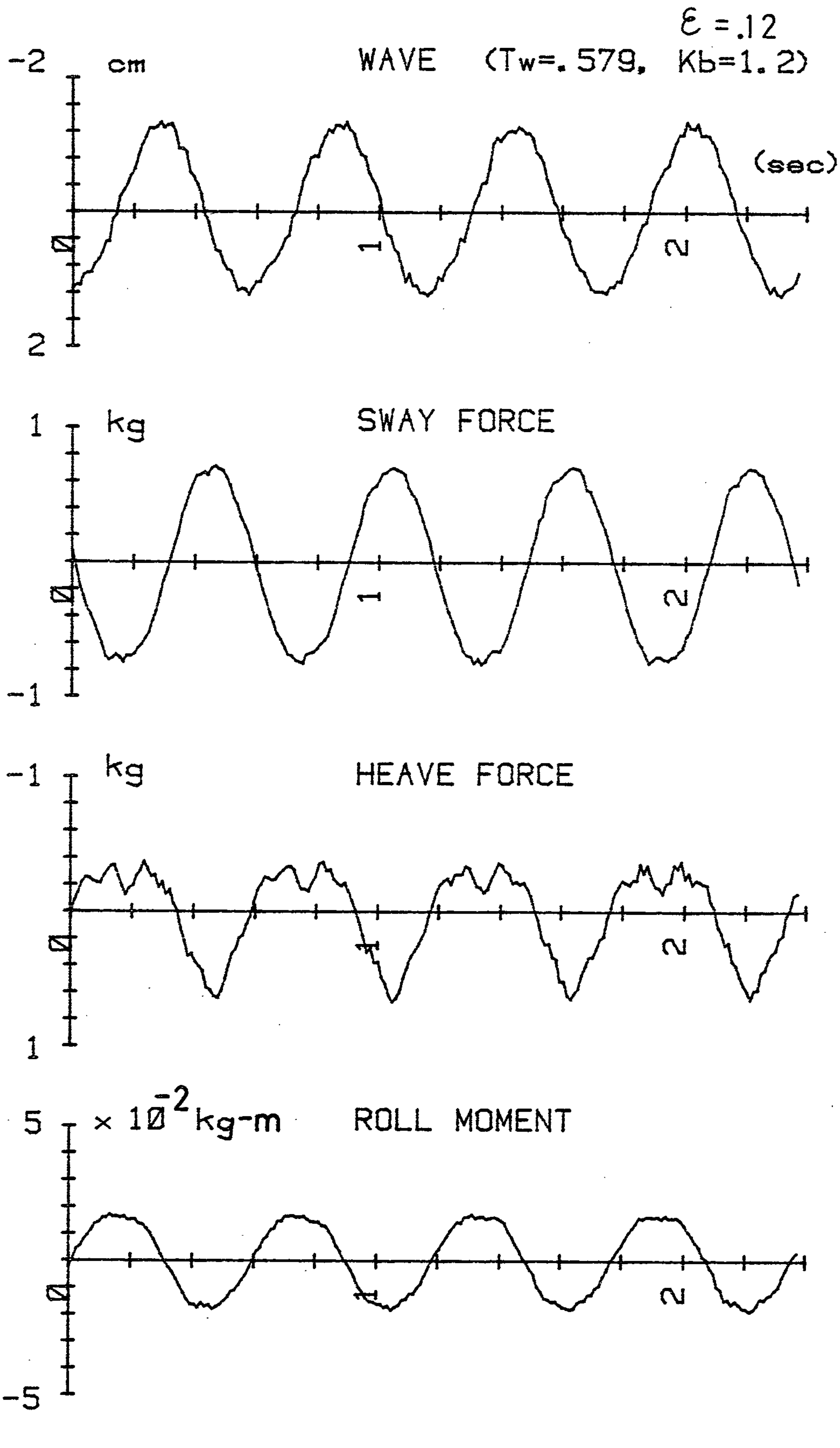


Fig. 3.5.1 An example of the experimental records of a fixed Lewis-form cylinder in waves (S-5)

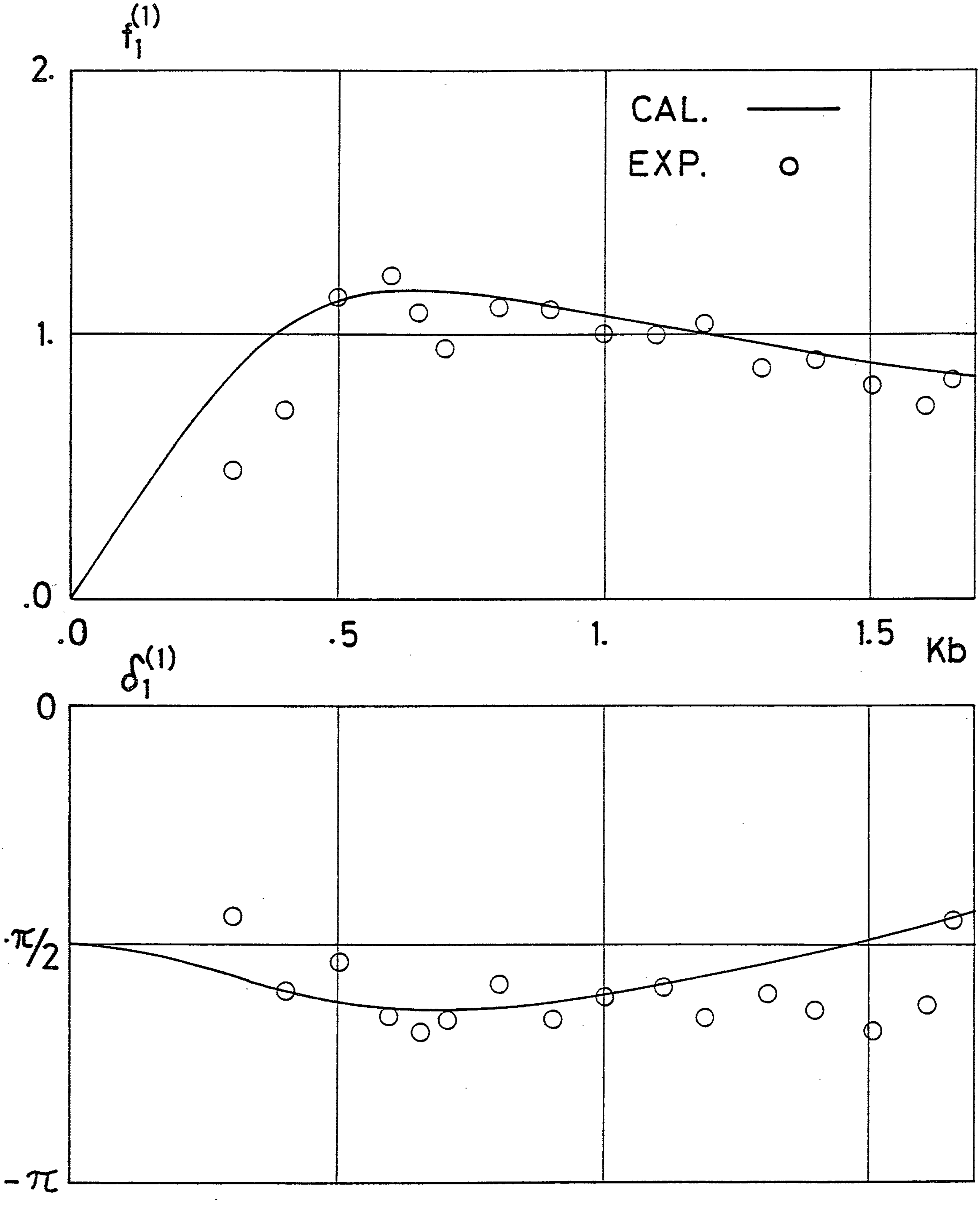


Fig. 3.5.2 First-order wave-exciting force in sway of a Lewis-form cylinder (S-5)

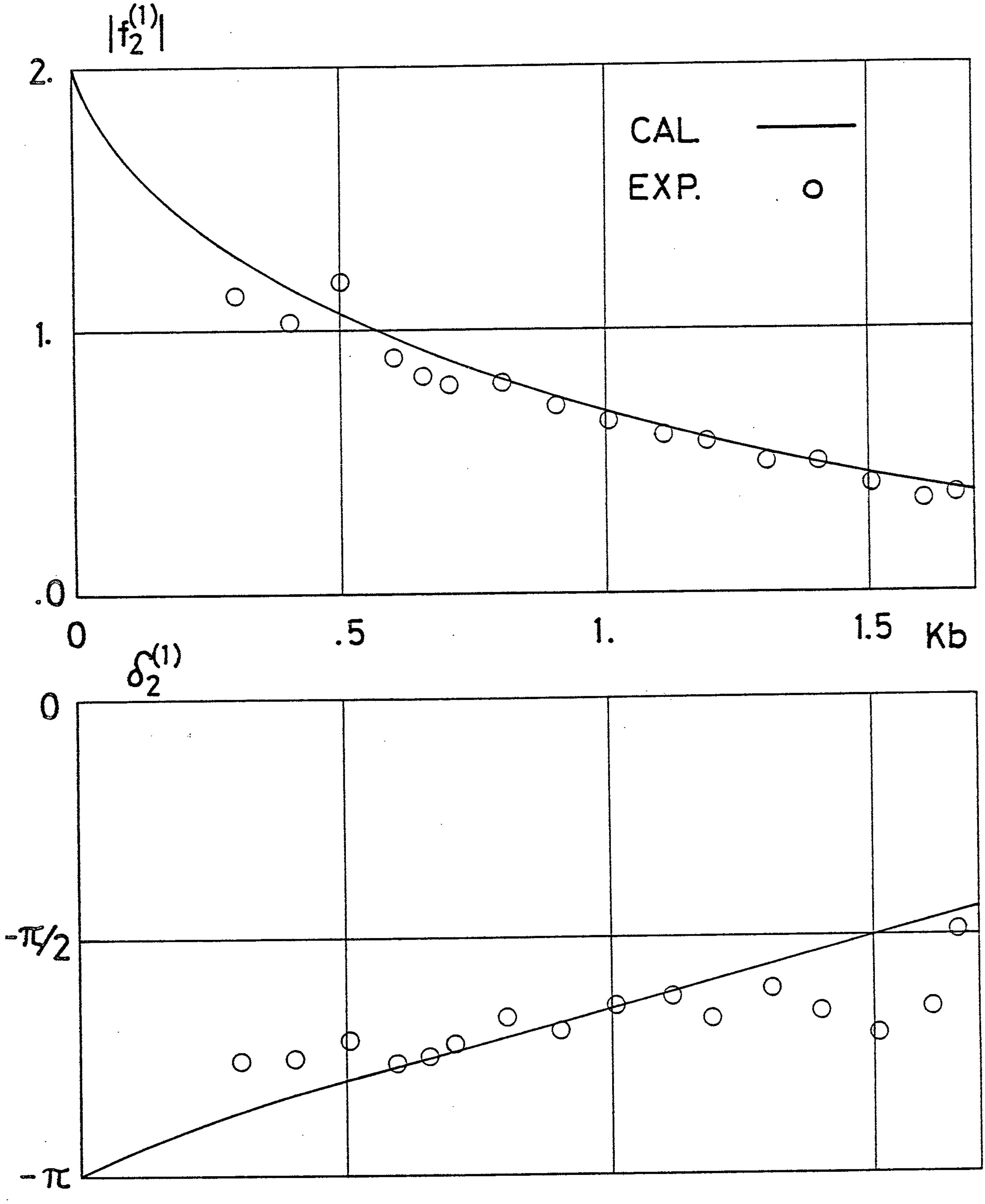


Fig. 3.5.3 First-order wave-exciting force in heave of a Lewis-form cylinder (S-5)

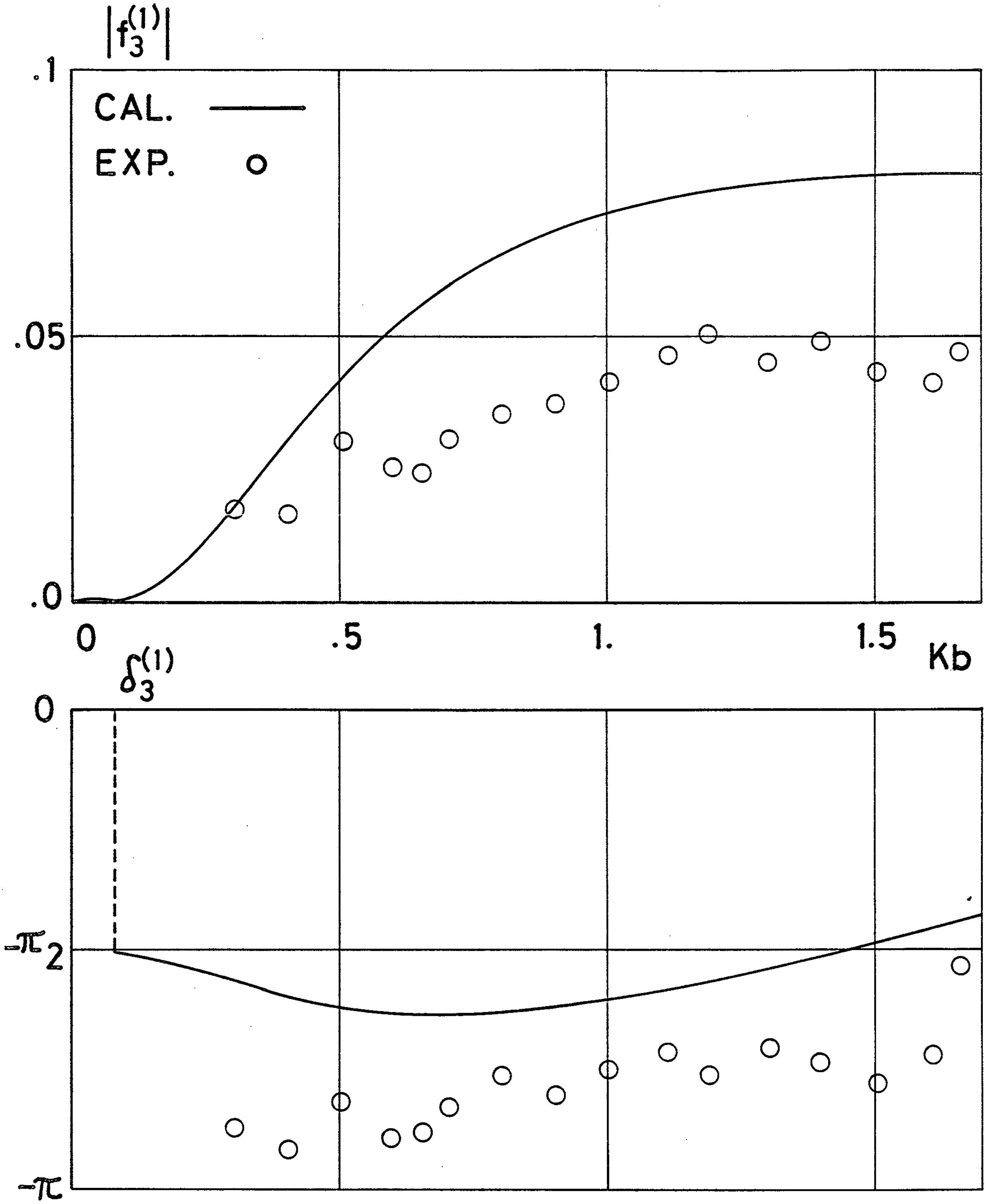


Fig. 3.5.4 First-order wave-exciting moment in roll of a Lewis-form cylinder (S-5)

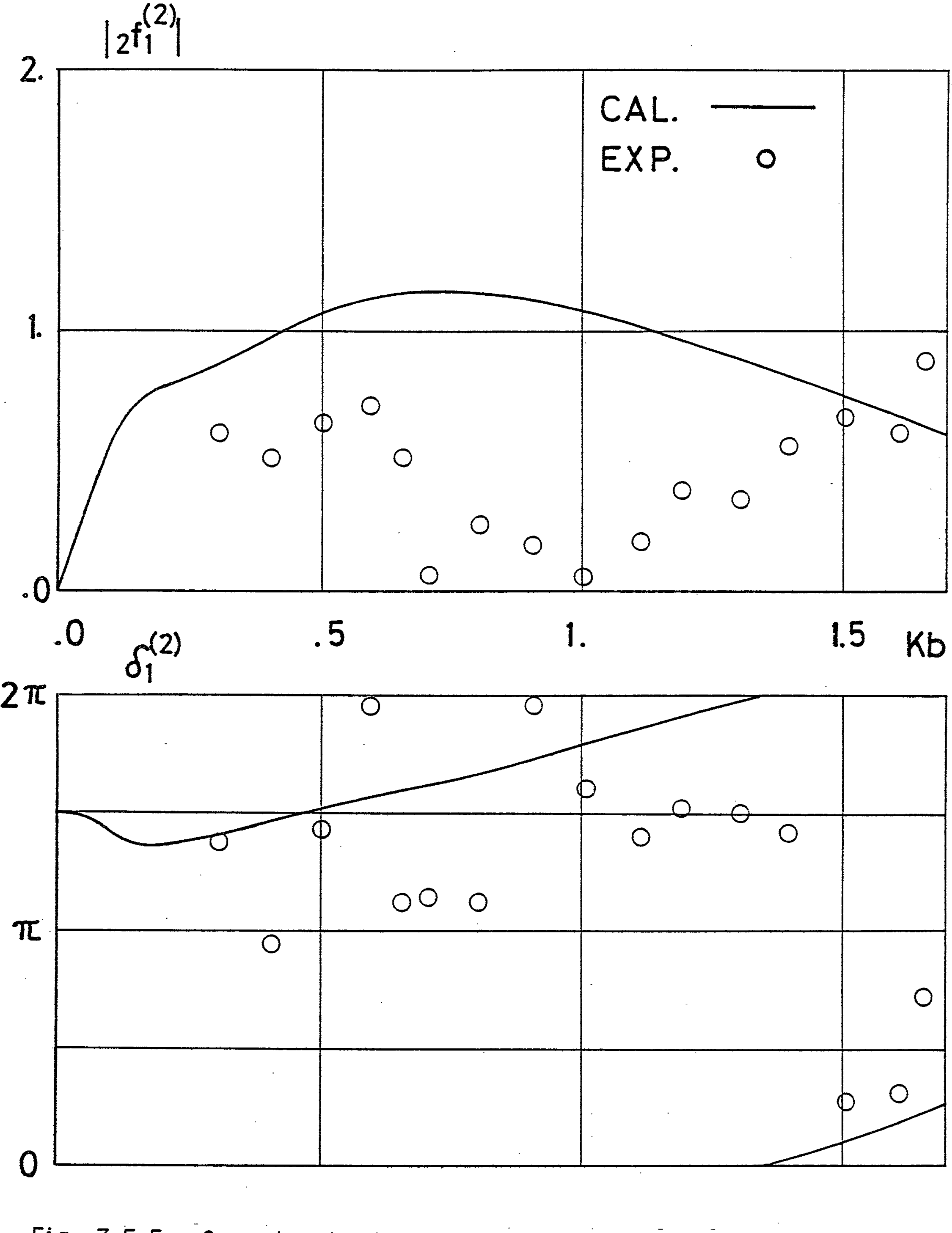


Fig. 3.5.5 Second-order horizontal bi-harmonics of a fixed Lewis-form cylinder in waves (S-5)

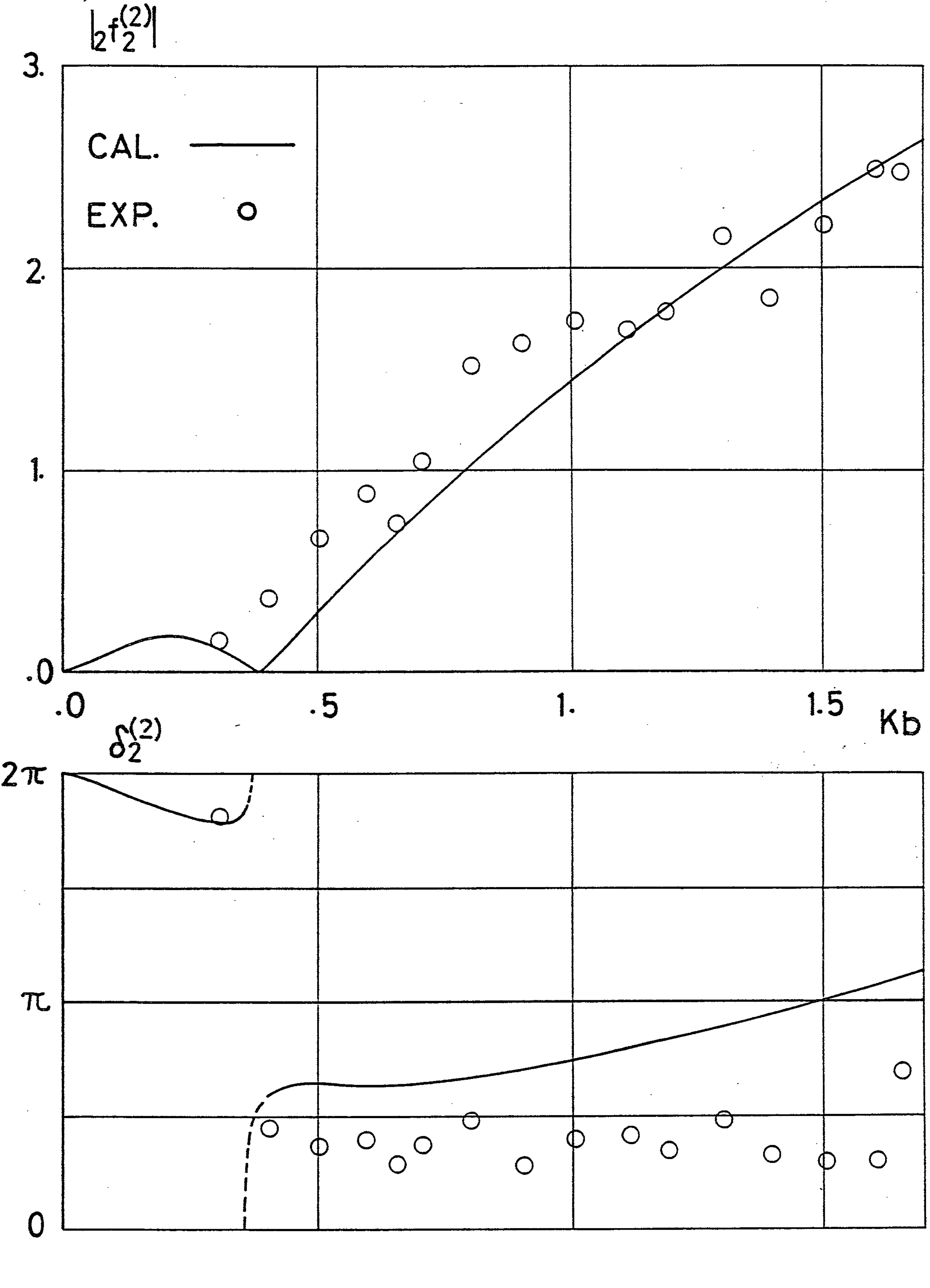


Fig. 3.5.6 Second-order vertical bi-harmonics of a fixed Lewis-form cylinder in waves (S-5)

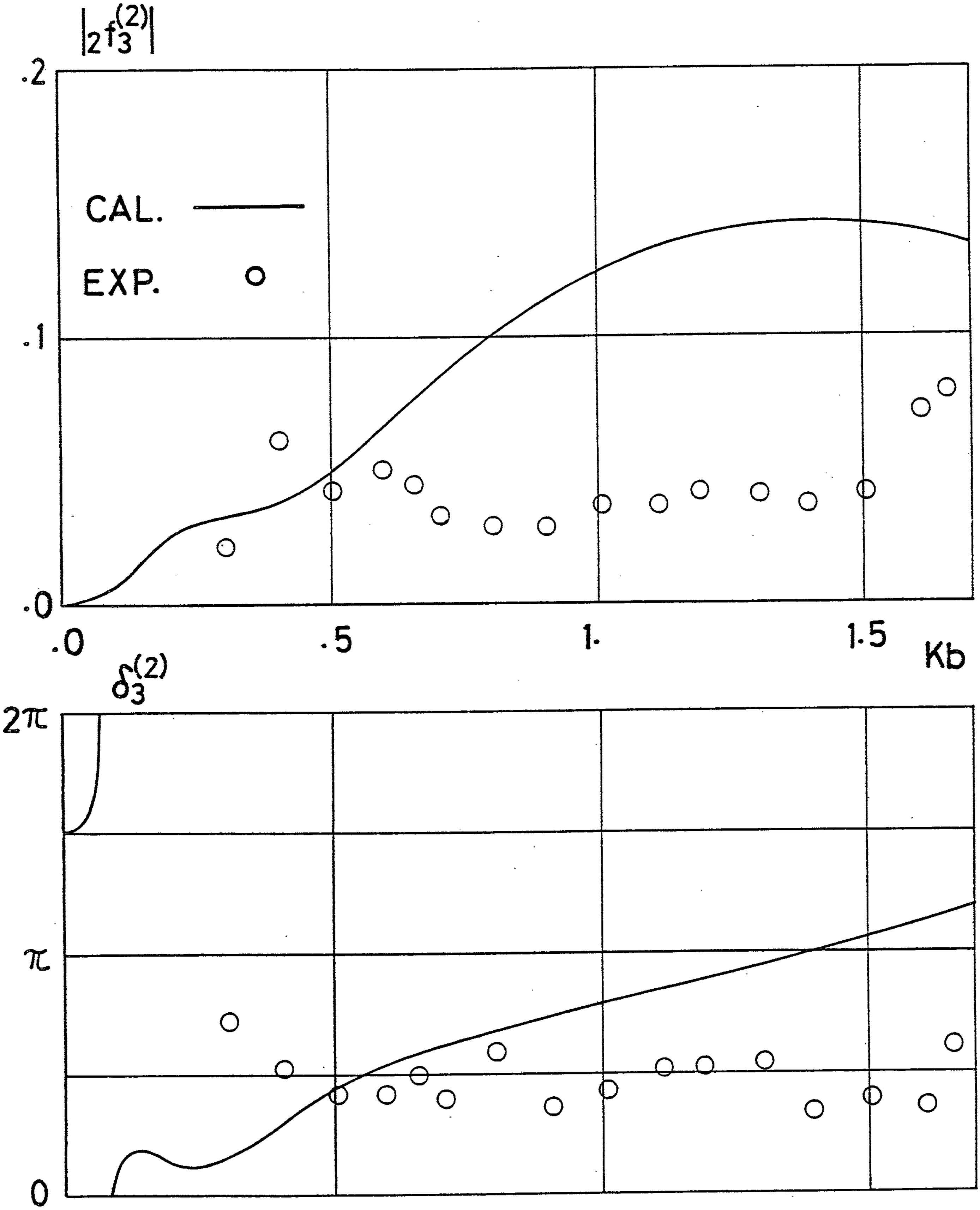


Fig. 3.5.7 Second-order rolling bi-harmonics of a fixed Lewis-form cylinder in waves (S-5)

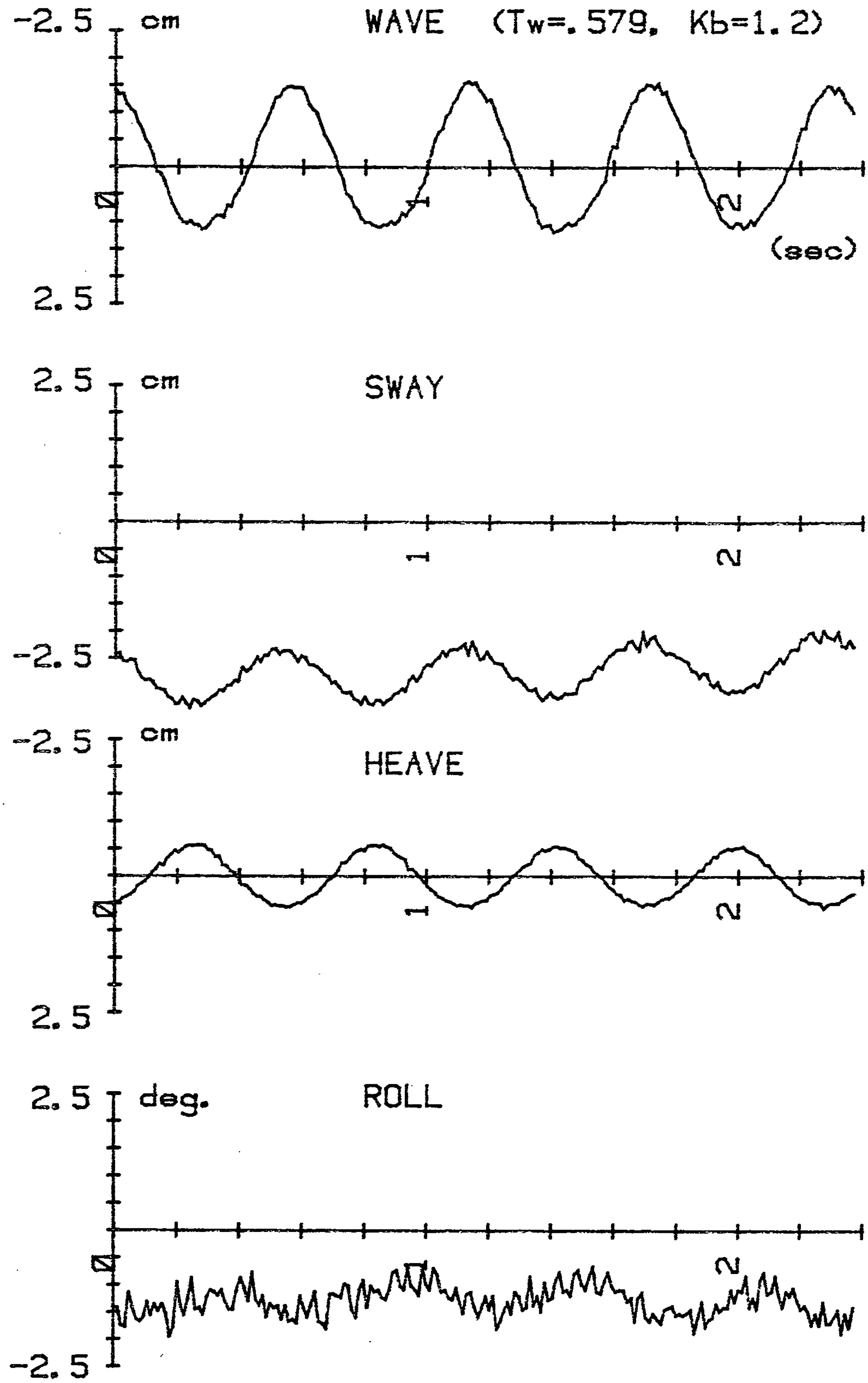


Fig. 3.5.8 An example of the experimental records of a free-floating Lewis-form cylinder in waves (S-5; C-1)

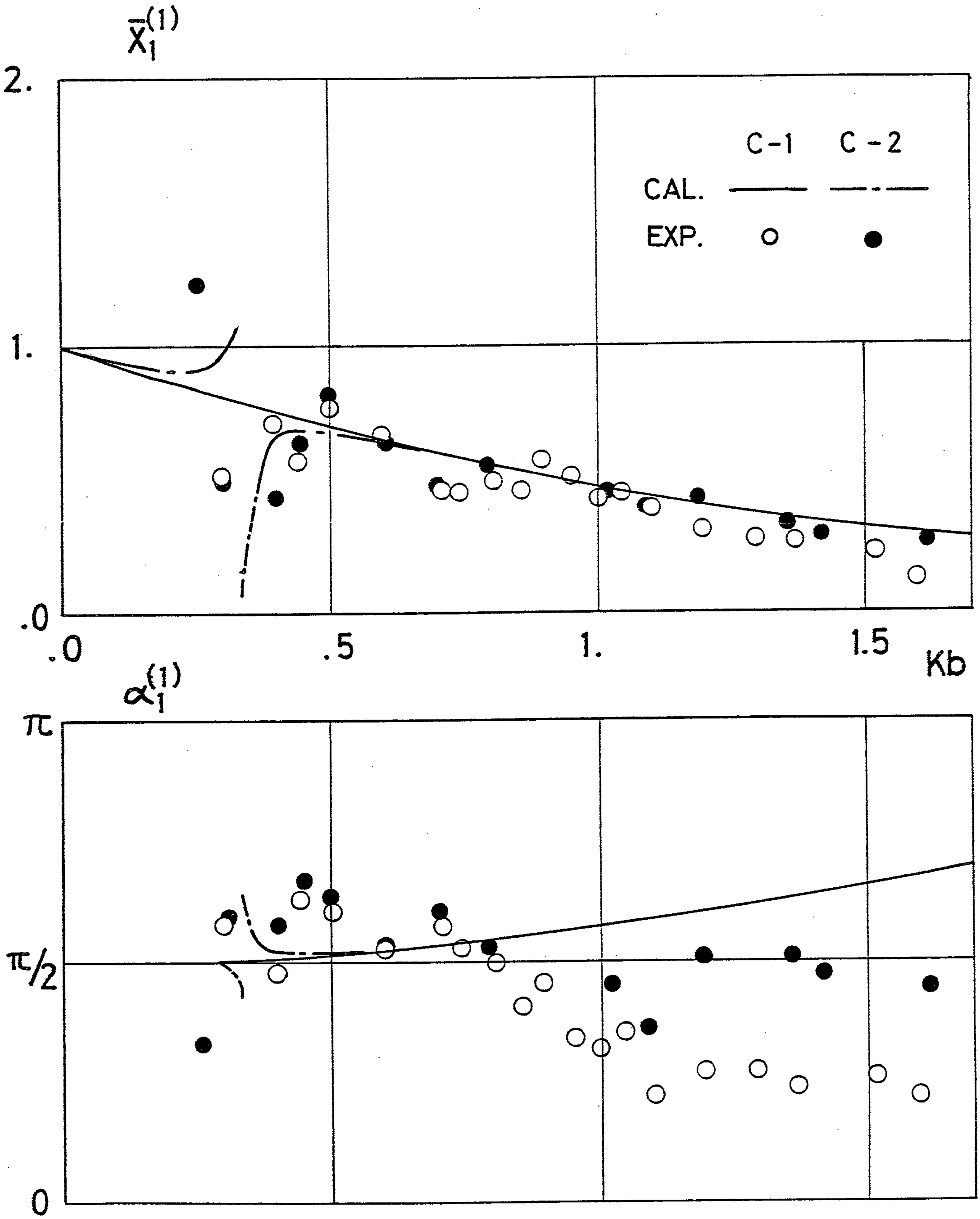


Fig. 3.5.9 First-order responses in sway of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

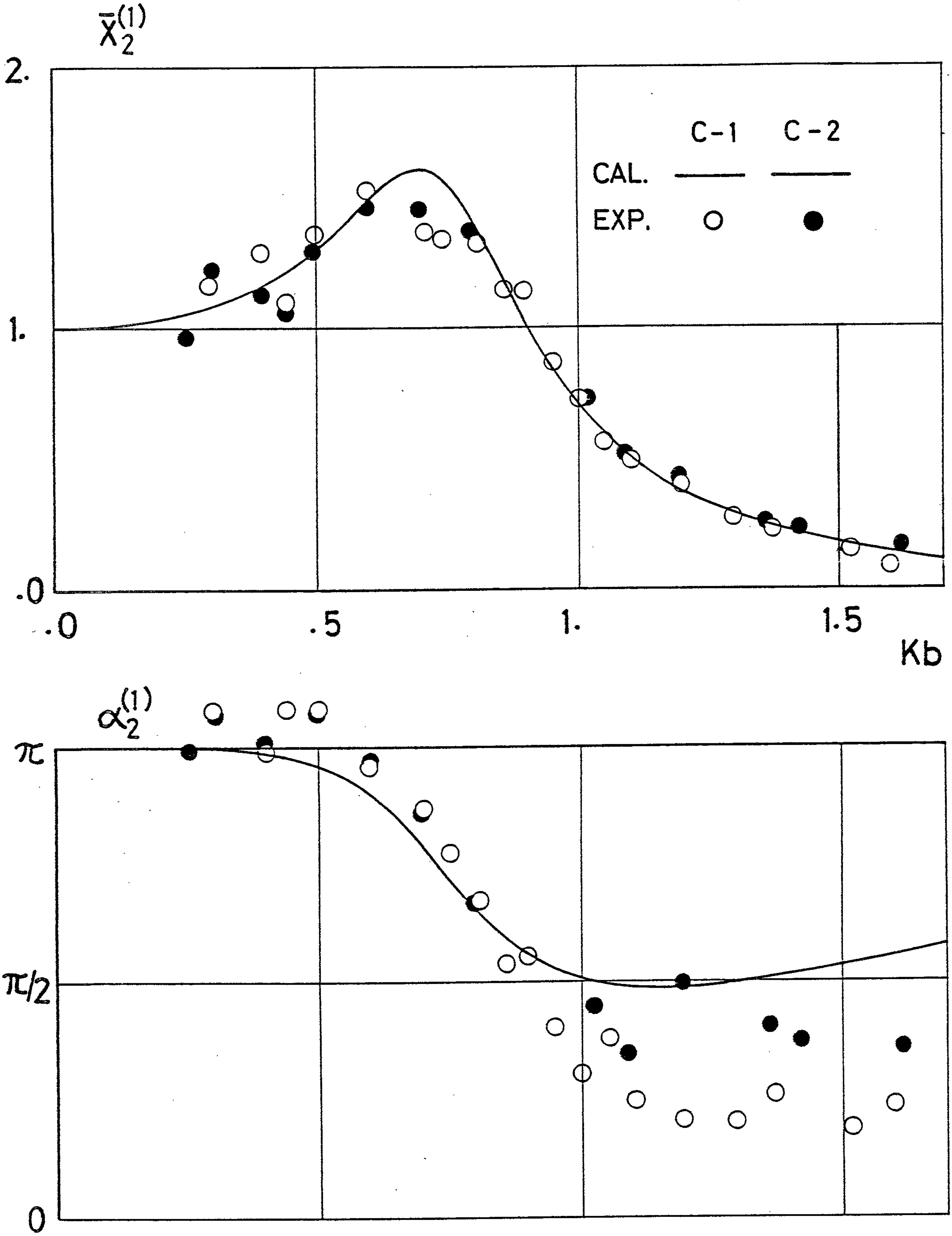


Fig. 3.5.10 First-order responses in heave of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

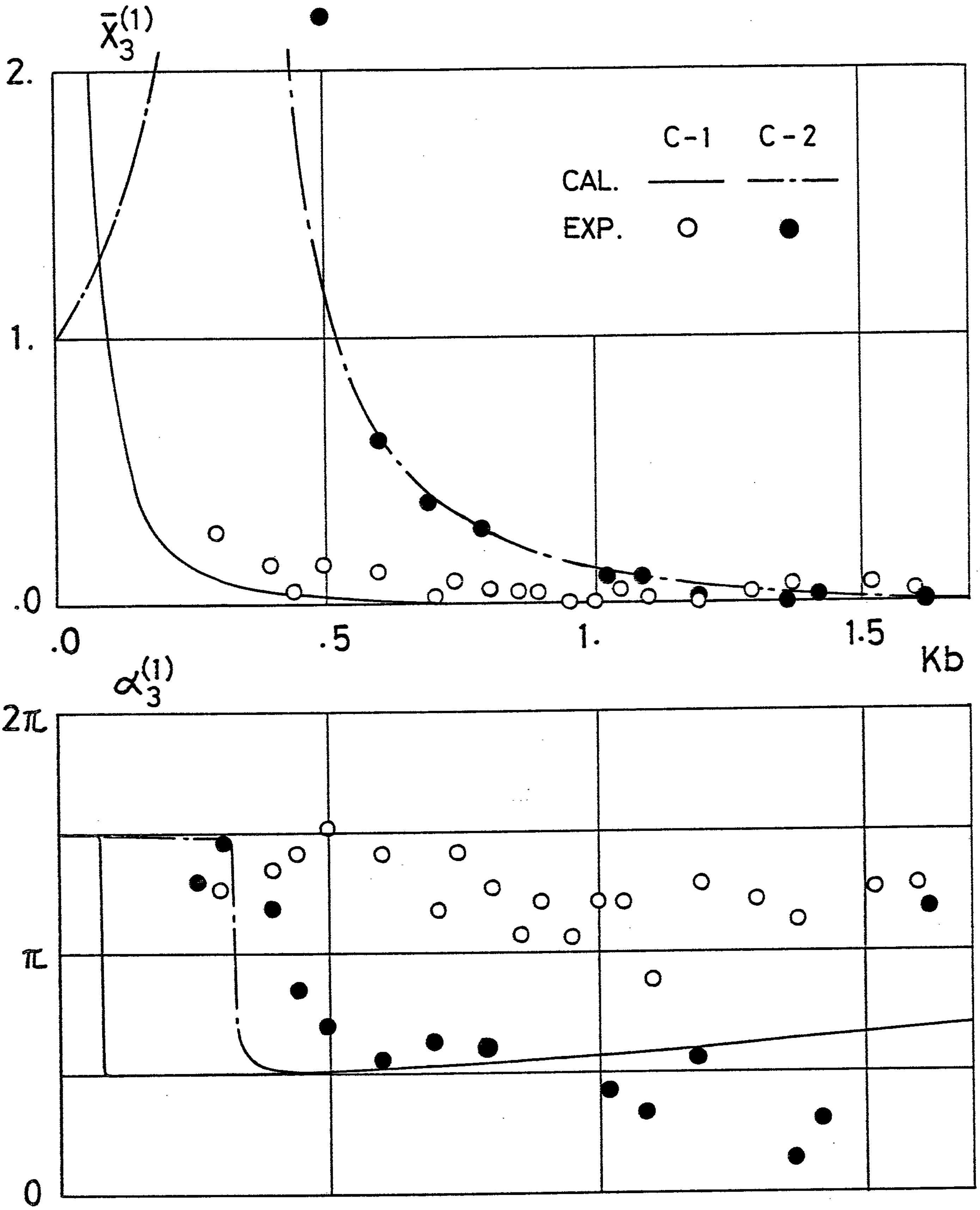


Fig. 3.5.11 First-order responses in roll of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

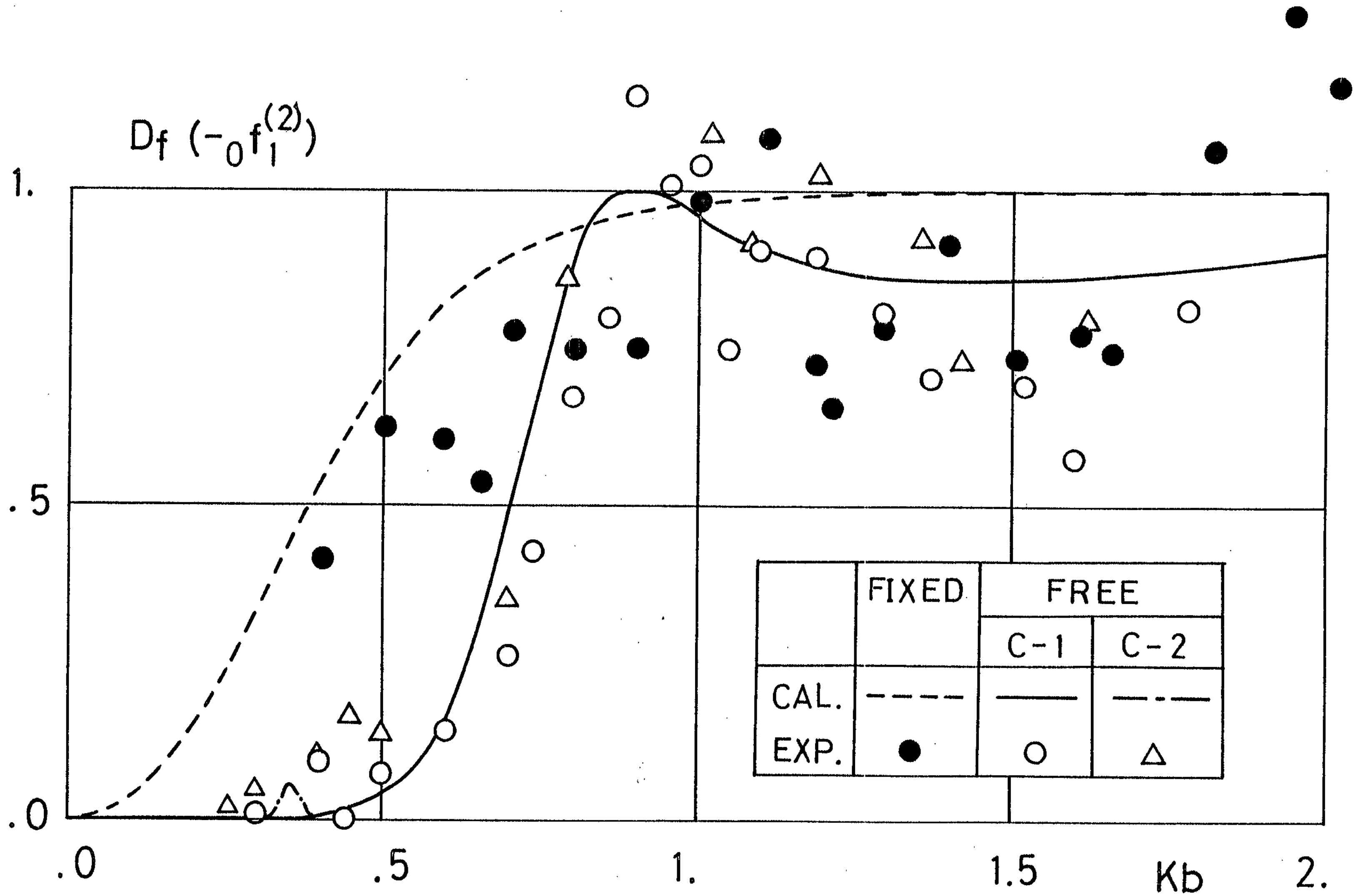


Fig. 3.5.12 Drifting-forces of a fixed and free-floating Lewis-form cylinder in waves (S-5)

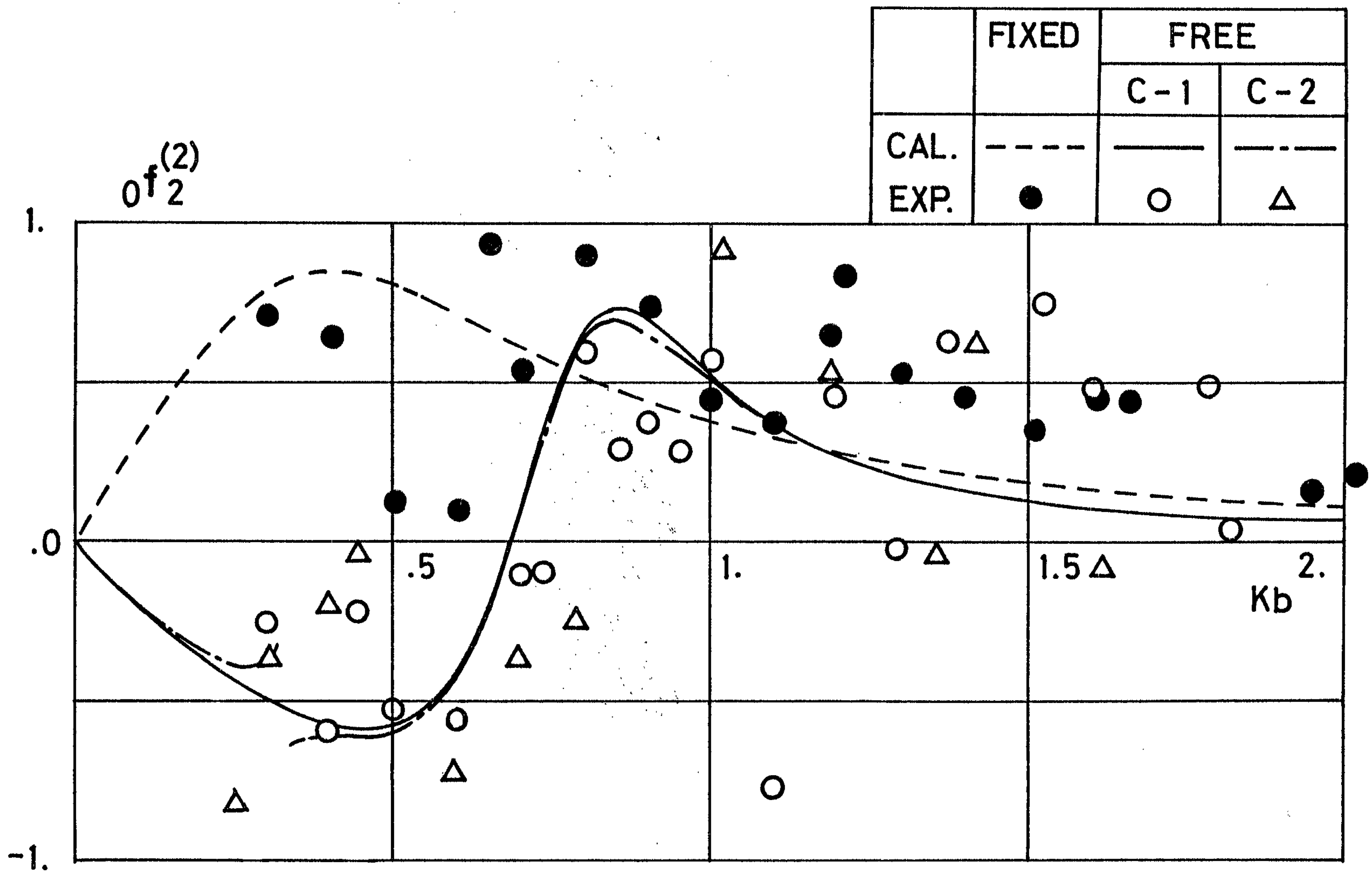


Fig. 3.5.13 Second-order vertical steady-force of a fixed and free-floating Lewis-form cylinder in waves (S-5)

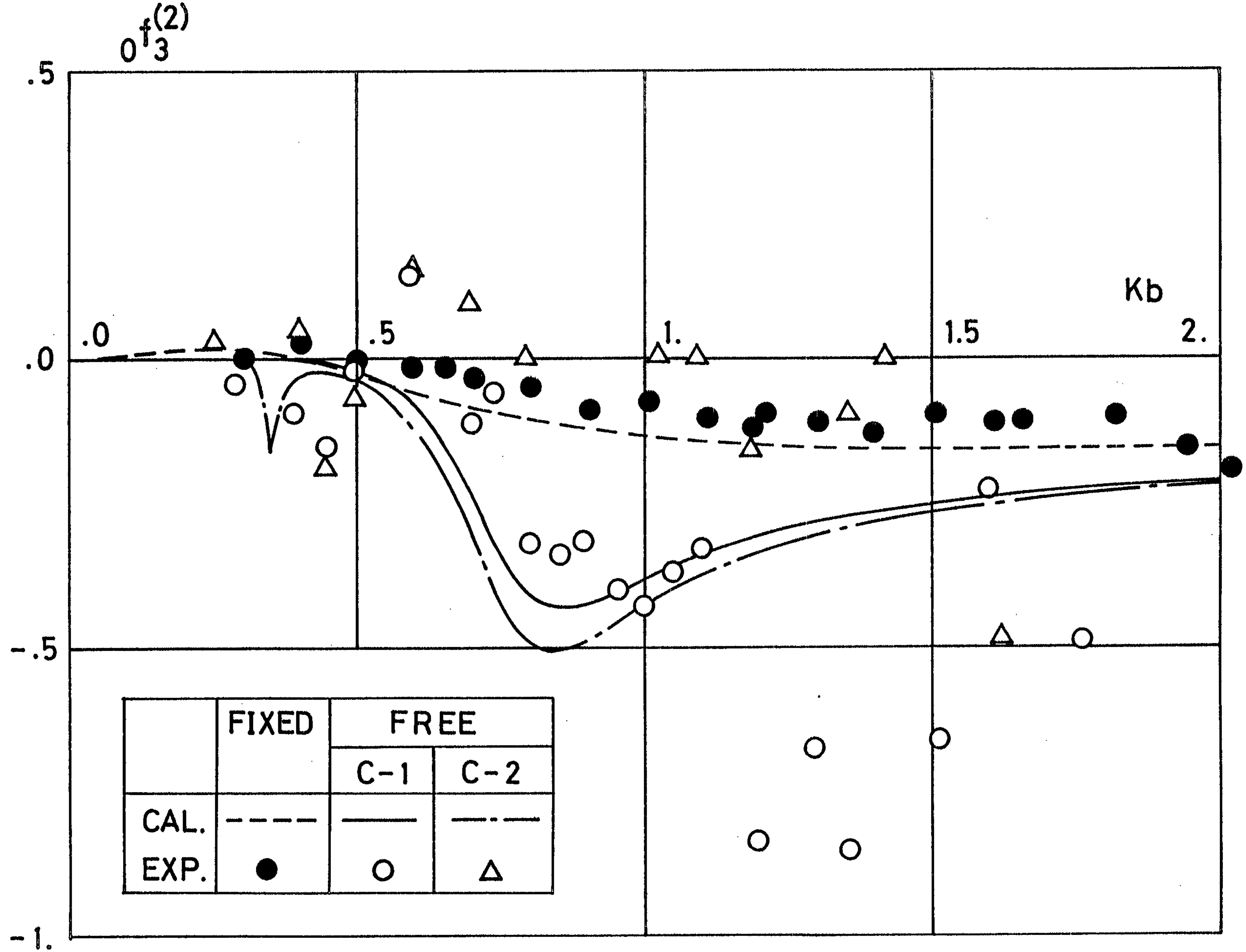


Fig. 3.5.14 Second-order heeling-moment of a fixed and free-floating Lewis-form cylinder in waves (S-5)

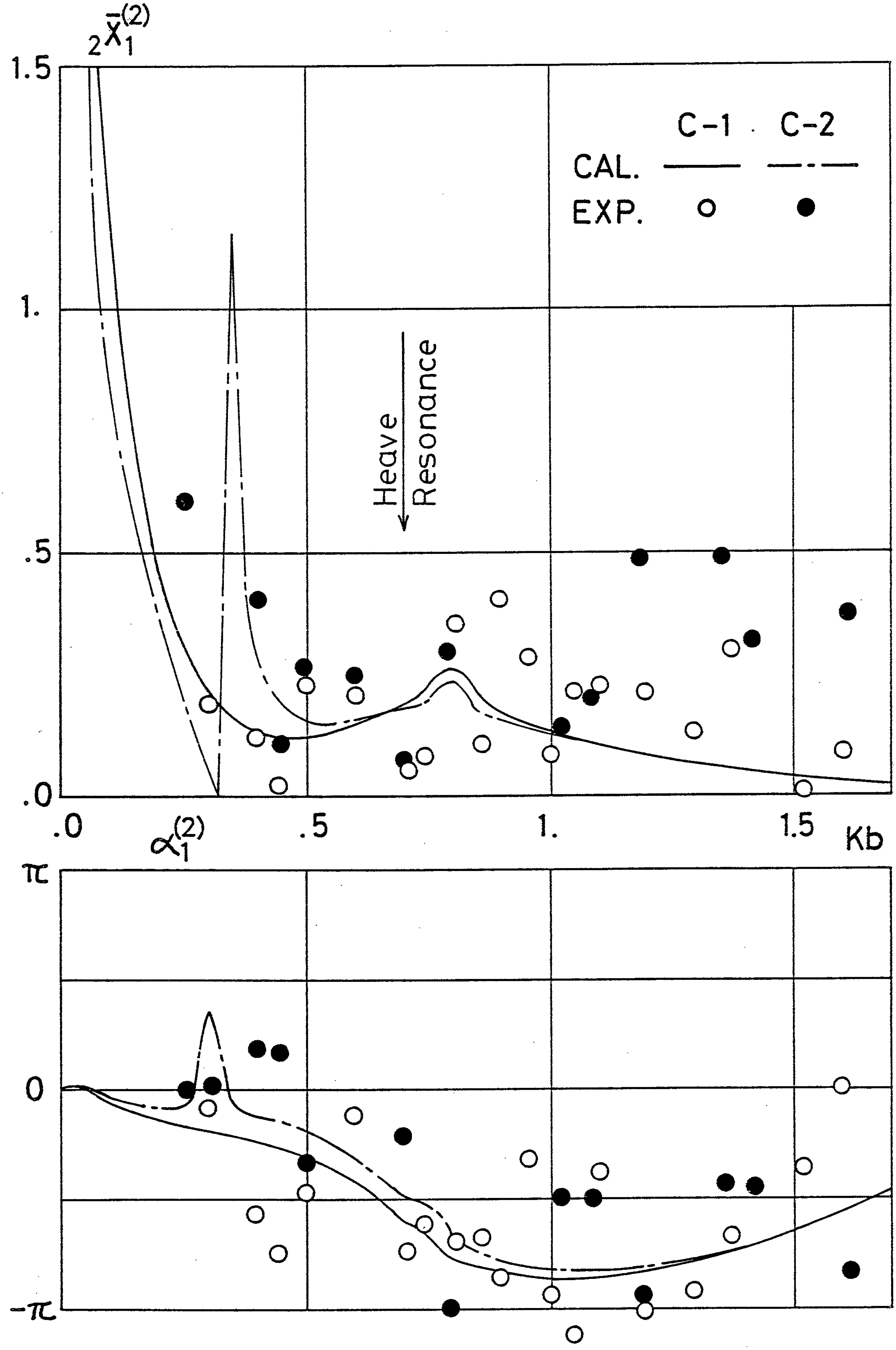


Fig. 3.5.15 Second-order responses in sway of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

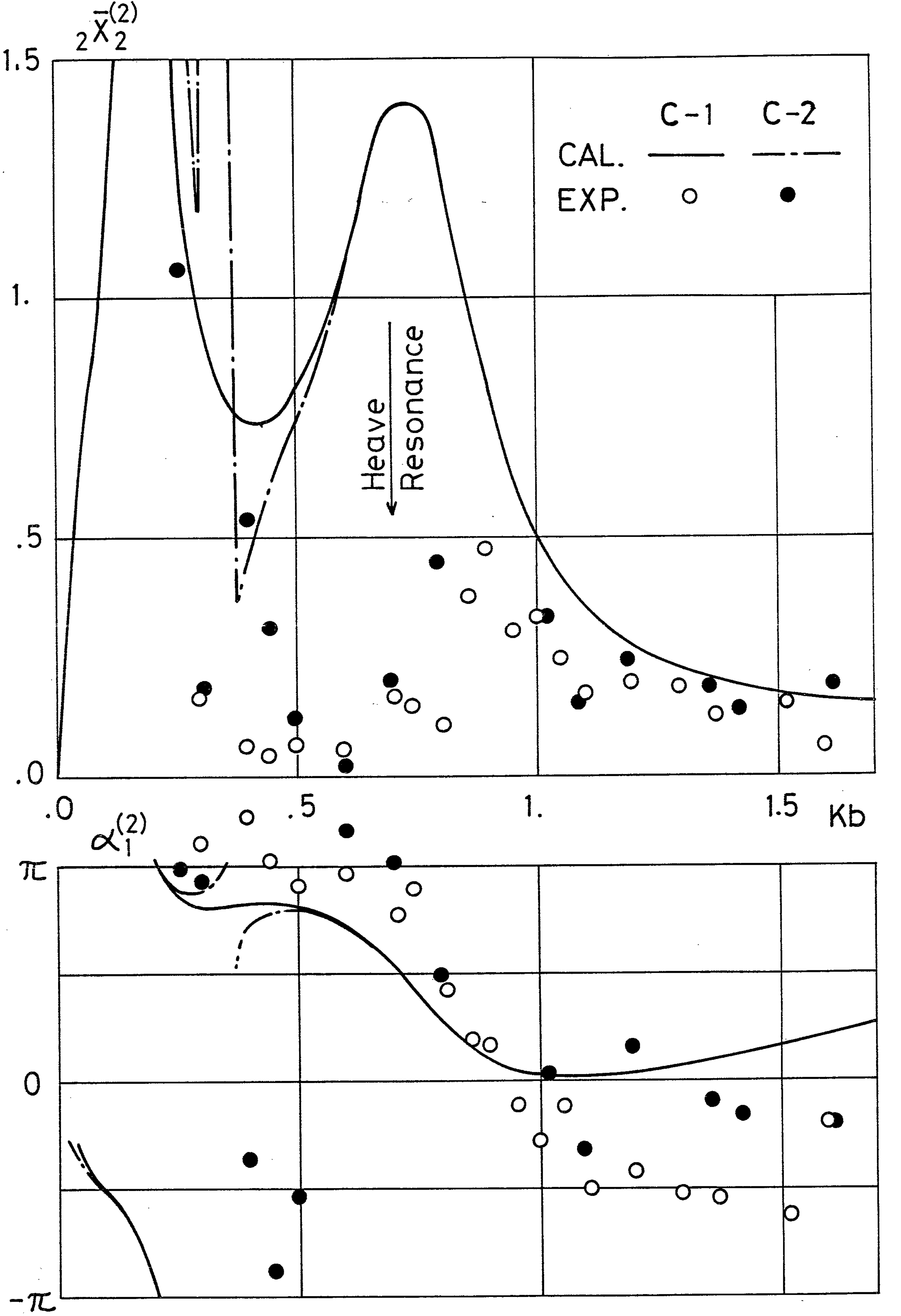


Fig. 3.5.16 Second-order responses in heave of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

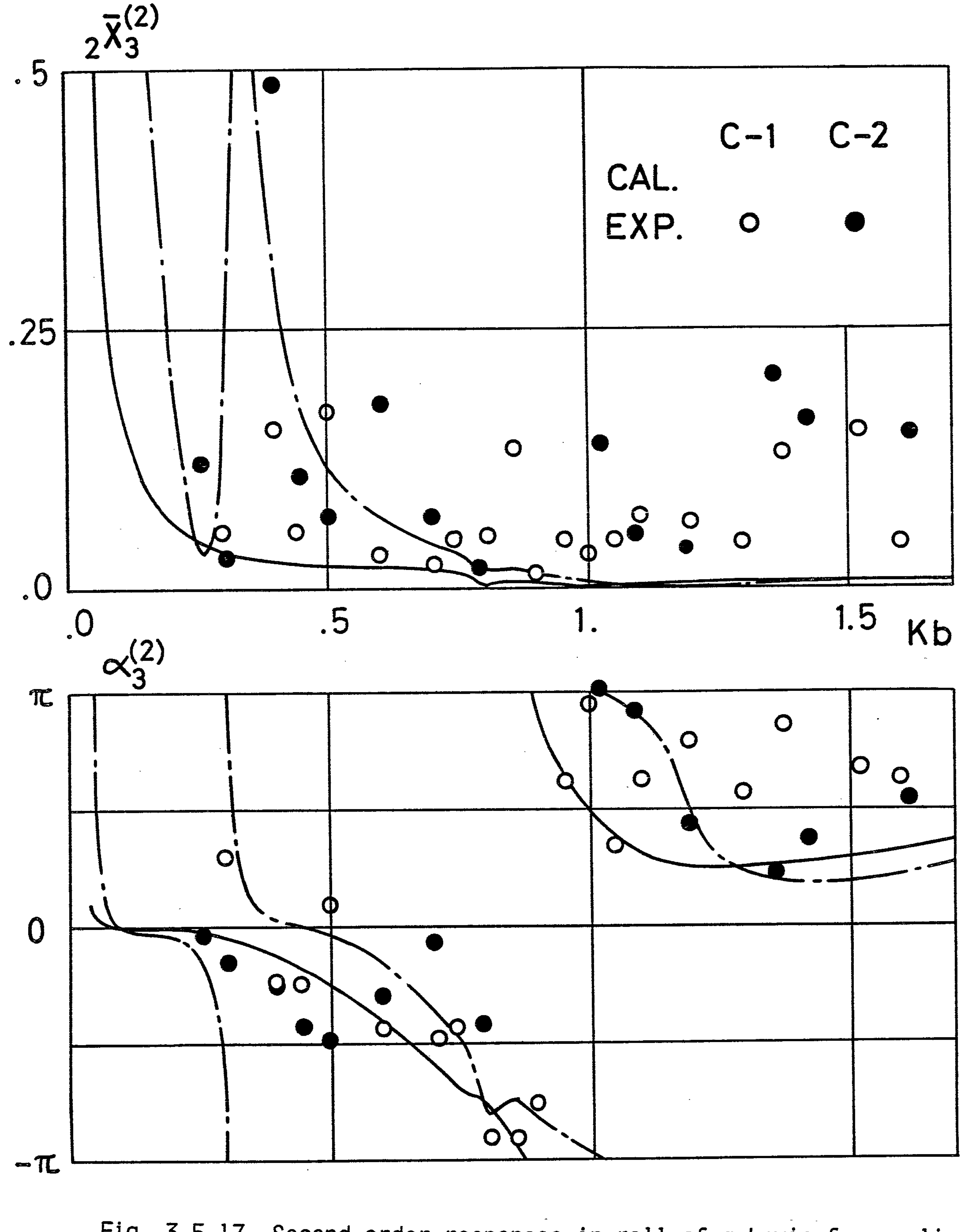


Fig. 3.5.17 Second-order responses in roll of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

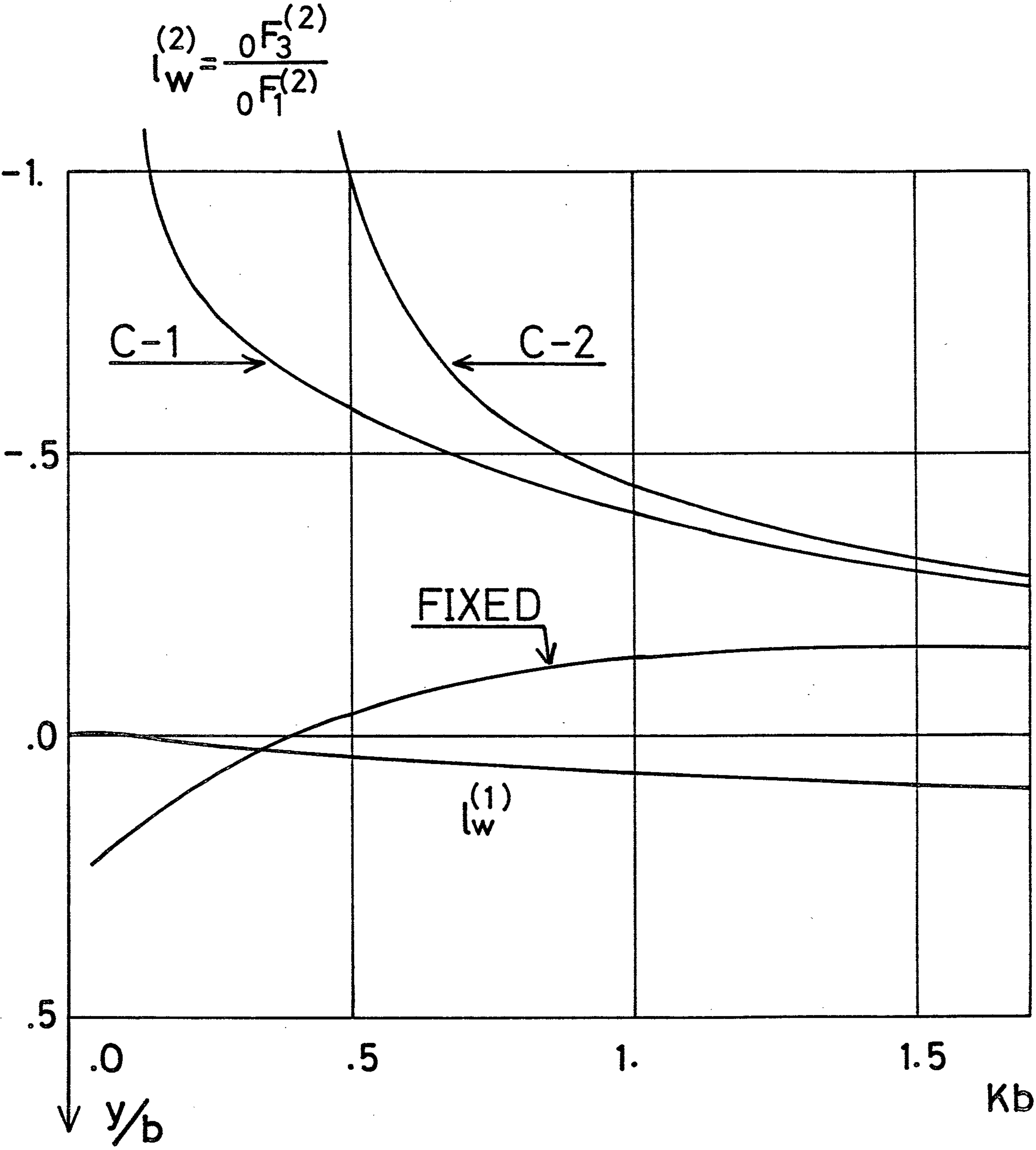


Fig. 3.5.18 Moment-levers of the steady-heeling-moment with respect to the drifting force of a Lewis-form cylinder in waves (S-5)

B ま
/