



Title	水平荷重による柱軸力を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱における弾性座屈性状の考察と座屈軸力算定手法の提案
Author(s)	高田, 明伸
Citation	大阪大学, 2014, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/34418
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

水平荷重による柱軸力を受ける
鋼構造ラーメン骨組中の柱における
弾性座屈性状の考察と座屈軸力算定手法の提案

高田 明伸

2013 年 12 月

大阪大学大学院工学研究科

第1章 序論

1.1 研究背景	
1.1.1 骨組中の柱の圧縮強度と座屈長さ	1-1
1.1.2 既往の研究	1-2
1.2 研究目的と本論の構成	1-3
1.3 関連する既往の研究	1-4

第2章 地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組の弾性座屈性状

2.1 序	2-1
2.2 骨組の設計方針と解析条件	
2.2.1 骨組の設計方針	2-1
2.2.2 解析条件	2-2
2.3 鉛直荷重分布と骨組の弾性座屈現象	2-4
2.4 地震時柱軸力相当荷重を受ける均等骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力	
2.4.1 解析対象骨組	2-8
2.4.2 各骨組の数値解析結果	2-8
2.4.3 考察	2-18
2.5 地震時柱軸力相当荷重を受ける吹抜骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力	
2.5.1 解析対象骨組	2-22
2.5.2 各骨組の数値解析結果	2-23
2.5.3 考察	2-26
2.6 地震時柱軸力相当荷重を受けるスパン長が不均一な骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力	
2.6.1 解析対象骨組	2-28
2.6.2 各骨組の数値解析結果	2-29
2.6.3 考察	2-33
2.7 柱の軸剛性が幾何学的非線形性を考慮した解析に与える影響	2-35
2.8 骨組の水平剛性と柱の弾性座屈時軸力の関係	2-37
2.9 結	2-38

第3章 地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組中の柱の座屈長さ算定図表

3.1 序	3-1
3.2 地震時柱軸力相当荷重に対する1層1スパン骨組の弾性座屈性状	
3.2.1 1層1スパン骨組の数値解析	3-1
3.2.2 座屈前変形と弾性座屈軸力の関係	3-5
3.2.3 簡略柱モデルによる解析的考察	3-7
3.2.4 1層1スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力の精解	3-9
3.3 骨組中の柱の座屈長さ算定図表	
3.3.1 作成方法	3-13
3.3.2 座屈長さ算定図表についての考察	3-15
3.3.3 座屈長さ算定図表の提案と数値解析結果との比較	3-19

3.4 結	3-21
-------	------

第4章 鋼構造ラーメン骨組中の柱の弾性座屈軸力算定手法の提案

4.1 序	4-1
4.2 先行研究と本章の関係	4-2
4.3 任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力算定式の誘導	
4.3.1 仮定する3つの座屈モード	4-3
4.3.2 仮想仕事の原理	4-4
4.3.3 弾性個材座屈軸力算定式	4-5
4.3.4 弾性中間座屈軸力算定式	4-8
4.3.5 弾性 sway 座屈軸力算定式	4-10
4.4 任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力算定式の比較	
4.4.1 既往の弾性座屈軸力算定式	4-13
4.4.2 個材座屈軸力算定式の比較および係数の調節	4-18
4.4.3 座屈たわみ角法による座屈条件式と提案式の比較	4-20
4.5 多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力算定手法の提案	
4.5.1 回転バネ剛性の評価方法	4-23
4.5.2 水平バネ剛性の評価方法	4-27
4.5.3 提案式を用いて骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定する手順	4-28
4.5.4 骨組の数値解析結果と提案手法の比較	4-29
4.5.5 実建物の柱の設計における提案手法の利用法	4-32
4.6 結	4-35

第5章 結論

5-1

付録1. 前載荷重を受ける構造物の線形座屈解析	A1-1
付録2. 部材の要素分割数が数値解析結果に与える影響	A2-1
付録3. 剛床仮定のモデル化の違いが数値解析結果に与える影響 -梁の軸剛性をほぼ剛にするモデルでの比較-	A3-1
付録4. 提案手法による計算例	A4-1
付録5. 発表論文一覧	A5-1

謝辞

第1章 序論

1.1 研究背景

1.1.1 骨組中の柱の圧縮強度と座屈長さ

鋼構造骨組中の柱は曲げ座屈に対する配慮が必要である。骨組中の柱の圧縮強度について、その一般的な算定方法の考え方を以下に示す。

Eulerによれば、図1.1に示す単純支持柱の弾性座屈軸力 N_e は次式である。

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1.1)$$

E : ヤング率

I : 断面2次モーメント

l : 部材長さ

これは、荷重の偏心や柱の元たわみなどの幾何学的初期不整、および残留応力などが存在しない理想状態を仮定して計算した弾性座屈軸力である。式(1.1)より、次式が得られる。

$$\sigma_e = \frac{N_e}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (1.2)$$

σ_e : 弾性座屈時平均応力度

A : 断面積

λ : 細長比, 式(1.3)

i : 座屈軸についての断面2次半径, 式(1.4)

$$\lambda = \frac{l}{i} \quad (1.3)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (1.4)$$

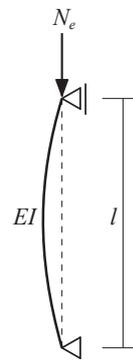


図1.1 単純支持柱

式(1.2)を図示すれば図1.2の細線になる。図1.2の縦軸は図1.1の単純支持柱の圧縮強度である。横軸は細長比 λ である。 σ_y は降伏応力度である。理想状態において、柱の圧縮強度は σ_y とEulerによる解(σ_e)の小さい方で決まる。しかし、実際に柱を圧縮する試験を行うと、図1.2に示す限界細長比 λ_1 よりも細長比 λ が小さい、すなわちより太短い柱では、実験結果が σ_y と σ_e よりも小さな値をとるようになる。細長比が λ_1 より小さい場合の柱の圧縮強度と細長比 λ の関係についてはいくつかの提案がなされているが、日本においてはJohnsonが示した実験式がよく知られている。また、図1.2は図1.3のように無次元化表示することができる。図1.3の縦軸は圧縮強度($N_c = \sigma_{cr} A$)を降伏軸力($N_y = \sigma_y A$)で除したものである。横軸は規準化細長比 $\bar{\lambda}$ であり、次式で定義される。

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_y}{N_e}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \cdot \frac{l}{i} \quad (1.5)$$

図1.3は、降伏軸力 N_y と弾性座屈軸力 N_e の関係から、圧縮強度 N_c が降伏軸力 N_y の何%に低減されるかを表している。すなわち、柱の弾性座屈軸力がわかれば、柱の圧縮強度を推定することができる。

骨組中の柱においても上記の方法と同様に考えて、その弾性座屈軸力 N_{cr} から圧縮強度 N_c を推定す

る方法がとられる。すなわち、式(1.5)の N_e の代わりに N_{cr} を用いる。ここで、骨組中の柱の弾性座屈軸力 N_{cr} と等しい弾性座屈軸力を有する単純支持柱の部材長を座屈長さ l_k と呼び、次式で定義する。

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(l_k)^2} \quad \Leftrightarrow \quad l_k = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{cr}}} \quad (1.6)$$

式(1.6)より、骨組中の柱の圧縮強度を算定する際には、図1.2あるいは図1.3において、 l のかわりに座屈長さ l_k を用いれば良いことがわかる。

1.1.2 既往の研究

鋼構造骨組中の柱の座屈長さについては、過去に様々な研究が行われている。節点の水平変位が拘束されていない均等ラーメン骨組における柱の座屈長さについて、その算定方法が鋼構造座屈設計指針などに示されている^{1.1)~1.4)}。その他にも、骨組中の柱の座屈長さを算定するための様々な研究が行

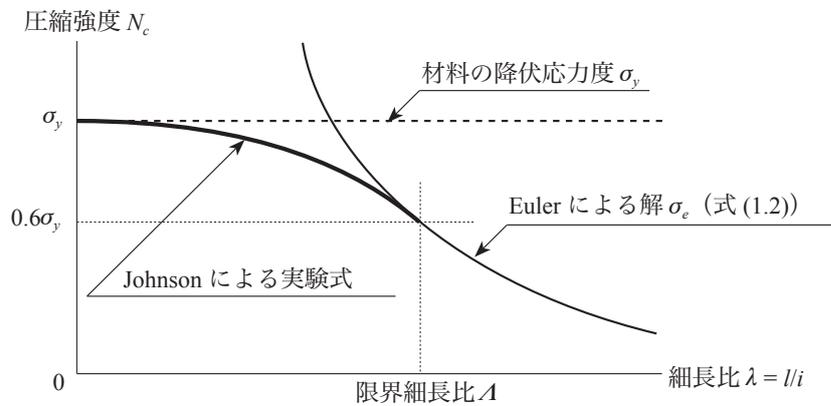


図 1.2 座屈強度曲線

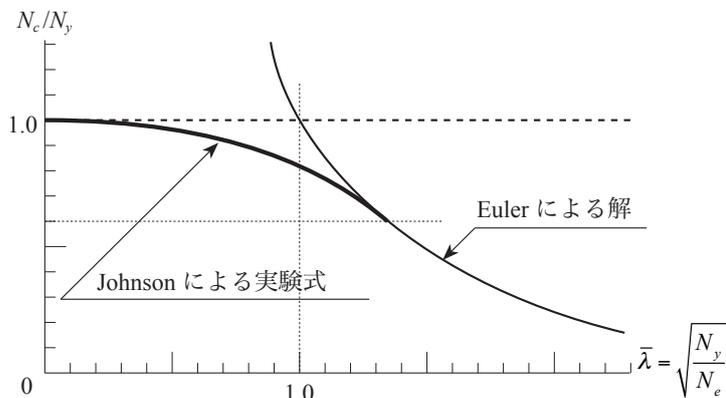


図 1.3 無次元化表示した座屈強度曲線

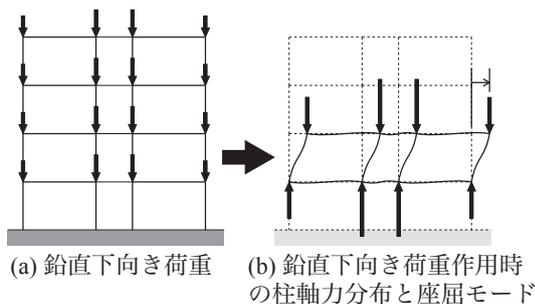


図 1.4 鉛直下向き荷重作用時の柱軸力と座屈モード

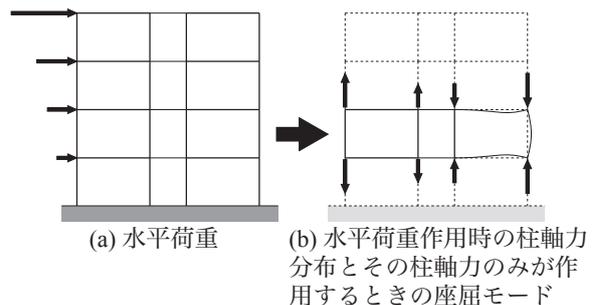


図 1.5 水平荷重作用時の柱軸力と座屈モード

われている^{1.5)~1.14)}。文献 1.1)~1.4) に示されている座屈長さ算定図表は、無限に均等な骨組中の柱が一樣に圧縮軸力を受け、全ての柱が同時に座屈することを想定している。文献 1.5)~1.9) は、文献 1.1)~1.4) の座屈長さ算定図表を不均等骨組に適用する際の精度を上げるための研究である。文献 1.5)~1.7) では、対象柱とその周辺部材の剛性比に関係する係数 G の評価を、対象柱と同時に周辺のどの柱が座屈するかによって変化させることで、精度を上げる方法を提案している。文献 1.8) では、スパン方向に不均等な骨組における坂本の修正法^{1.2)} と、Wood によるスパン方向に均等多層骨組の座屈荷重算定手法^{1.9)} を組合せることで、座屈長さ算定図表から得られる座屈長さを修正する方法を提案している。文献 1.10) では、文献 1.1)~1.4) に示されている座屈長さ算定図表で前提されている骨組内全柱の同時座屈が不均等骨組では生じず、骨組内の一部の柱のみが座屈する可能性があるとして、座屈しない柱による水平補剛効果を見込んだ座屈条件式を提示している。文献 1.11) および 1.12) では、節点の水平移動が拘束されていない場合および拘束されている場合の均等骨組に対する、エネルギー法を用いた座屈長さ係数算定式が提案されている。文献 1.13) では、不均等な骨組において、柱軸力を考慮した柱の水平剛性の、層での総和がゼロになるときにその層は不安定になるという考察から、弾性座屈荷重を計算する方法を提案している。文献 1.14) では、数値解析的手法を用いて、文献 1.1) に示されている座屈条件式から陽に解を求めることができる近似式を誘導している。また、骨組中の柱とその上下層の柱と梁を含めた系の座屈荷重は、系を柱ごとに 3 つに分離したそれぞれの単独座屈荷重の最小値と最大値の間にあるという考察から、単独座屈荷重から系の座屈荷重を推定する方法を示している。

以上の研究成果はいずれも図 1.4(a) の鉛直下向き荷重作用時を対象としたものである。ラーメン骨組がこの荷重を受けると、図 1.4(b) に示すような sway 座屈モードが生じ、その座屈長さは柱部材長以上になる。しかし、地震荷重が支配的な日本においては、図 1.5(a) に示す水平荷重作用時の柱軸力による座屈も考慮せねばならない。文献 1.15), 1.16) では、模型を用いて、転倒モーメント下での多層骨組外柱の座屈耐力について考察している。文献 1.17) では、水平荷重作用時に、図 1.5(b) の右外柱のようにより大きな圧縮軸力を受ける柱は、引張軸力や小さな圧縮軸力を受ける同一層の他の柱や梁によって層間水平変位を抑制されるので、その座屈長さは鉛直下向き荷重作用時よりも短くなると指摘されている。すなわちその圧縮強度は鉛直下向き荷重作用時よりも高くなるはずである。また骨組中の任意の柱をモデル化して考察し、水平荷重作用時に柱の座屈長さを柱部材長とできる条件が示されている。

以上のように、水平荷重作用時の柱軸力に対する骨組中の柱の座屈長さについてはまだ十分な知見が得られているとは言えず、一次設計用地震荷重作用時の許容圧縮応力度の算定においても、文献 1.1)~1.4) に示されている鉛直下向き荷重を対象とした座屈長さ算定図表を用いるのが一般的である。

1.2 研究目的と本論の構成

本論文は、一次設計用地震荷重作用時を念頭に置いて、文献 1.1)~1.4) に示されている座屈長さ算定図表と同様に、柱に軸方向荷重のみが作用する際の骨組の弾性座屈現象と柱の座屈長さについて考察するものである。すなわち、幾何学的に線形な解析において、 A_i 分布の地震層せん断力作用時(図 1.6(a)) と柱軸力分布が相似になる鉛直荷重群を地震時柱軸力相当荷重(図 1.6(b)) と定義し、この荷重群を用いて考察を行う。

第 2 章では、地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組の弾性座屈現象について、数値解析を用いて考察する。第 3 章では、地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組中の柱の座屈長さについて理論的に考察し、多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを簡易に推定できる設計図表を提案する。第 4 章では、地震時柱

軸力相当荷重作用時の骨組中の柱の座屈長さを、第3章の設計図表よりも厳密に算定する計算手法を示す。

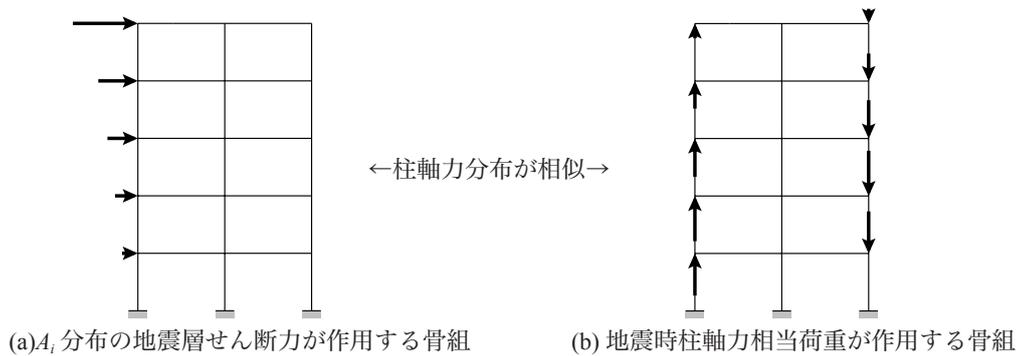


図 1.6 地震時柱軸力相当荷重

1.3 関連する既往の研究

本研究に関連する既往の研究の内容を以下に示す。

○鋼構造座屈設計指針などに示されている座屈長さ算定図表（文献 1.1）～ 1.4）

鋼構造座屈設計指針では、均等骨組に対する図表を用いた座屈長さ係数算定法が示されている。この図表は以下の3点の仮定を行い、図 1.7 に示す部分架構モデルを想定した上で、座屈たわみ角法によって求めた座屈条件式（式 (1.7)）を図示したものである。

- i) 1本の柱の座屈と同時に、骨組内のすべての柱が座屈する。
- ii) 梁の拘束モーメントはその上下の柱の剛度に応じて分配される。
- iii) 節点が水平移動する座屈モードでは、拘束する梁の両端の節点回転角は大きさが等しく、かつ向きが同じとする。

節点の水平移動が拘束されている骨組

$$\frac{G_A G_B \left(\frac{\pi}{\gamma}\right)^2}{4} + \left(\frac{G_A + G_B}{2}\right) \left\{ 1 - \frac{\pi/\gamma}{\tan(\pi/\gamma)} \right\} + \frac{\tan(\pi/2\gamma)}{\pi/2\gamma} = 1 \quad (1.7a)$$

節点の水平移動が拘束されていない骨組

$$\frac{G_A G_B (\pi/\gamma)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} = \frac{\pi/\gamma}{\tan(\pi/\gamma)} \quad (1.7b)$$

$$G = \frac{\sum(I_c/l_c)}{\sum(I_g/l_g)} \quad (1.7c)$$

ここで、 γ は座屈長さ係数である。G の添字の A, B は柱の2つの端部の節点を表し、 I, l は断面2次モーメントと長さ、 c, g は柱と梁を表す。また、 Σ は節点に集まる部材についての和を表している。柱の座屈長さ l_k は次式で与えられる。

$$l_k = \gamma l_c \quad (1.8)$$

式 (1.7) に示した座屈条件式の誘導過程を以下に示す^{1.18)}。

節点の水平移動が拘束されている骨組

- i) の仮定より、梁両端でのたわみ角は柱端部の回転角と大きさが等しく、方向が逆向きとする。こ

の仮定は、図 1.7(a) の記号を用いて次式で与えられる。

$$\theta_C = \theta_D = -\theta_A \quad , \quad \theta_E = \theta_F = -\theta_B \quad (1.9a, b)$$

座屈たわみ角法を用いれば、材端モーメントは次式になる。

$$M_{AC} = \frac{2EI_{gL}}{l_{gL}}(2\theta_A + \theta_C) = \frac{2EI_{gL}}{l_{gL}}\theta_A \quad (1.10)$$

$$M_{AD} = \frac{2EI_{gRT}}{l_{gR}}\theta_A \quad , \quad M_{BE} = \frac{2EI_{gLB}}{l_{gL}}\theta_B \quad , \quad M_{BF} = \frac{2EI_{gRB}}{l_{gR}}\theta_B \quad (1.11) \sim (1.13)$$

$$M_{AB} = \frac{EI_c}{l_c}(s\theta_A + sc\theta_B) \quad , \quad M_{BA} = \frac{EI_c}{l_c}(s\theta_B + sc\theta_A) \quad (1.14), (1.15)$$

ここで、 s と c は次式で定義される。 N は柱 AB の軸力である。

$$s = \frac{\psi \{ \sin(\psi) - \psi \cos(\psi) \}}{2 \{ 1 - \cos(\psi) \} - \psi \sin(\psi)} \quad (1.16)$$

$$c = \frac{\psi - \sin(\psi)}{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)} \quad (1.17)$$

$$\psi = l_c \sqrt{\frac{N}{EI_c}} = \frac{\pi}{\gamma} \quad (1.18)$$

ii) の仮定から次式が得られる。

$$M_{AB} + (M_{AC} + M_{AD}) \frac{I_c/l_c}{I_c/l_c + I_{cT}/l_{cT}} = 0 \quad (1.19)$$

$$M_{BA} + (M_{BE} + M_{BF}) \frac{I_c/l_c}{I_c/l_c + I_{cB}/l_{cB}} = 0 \quad (1.20)$$

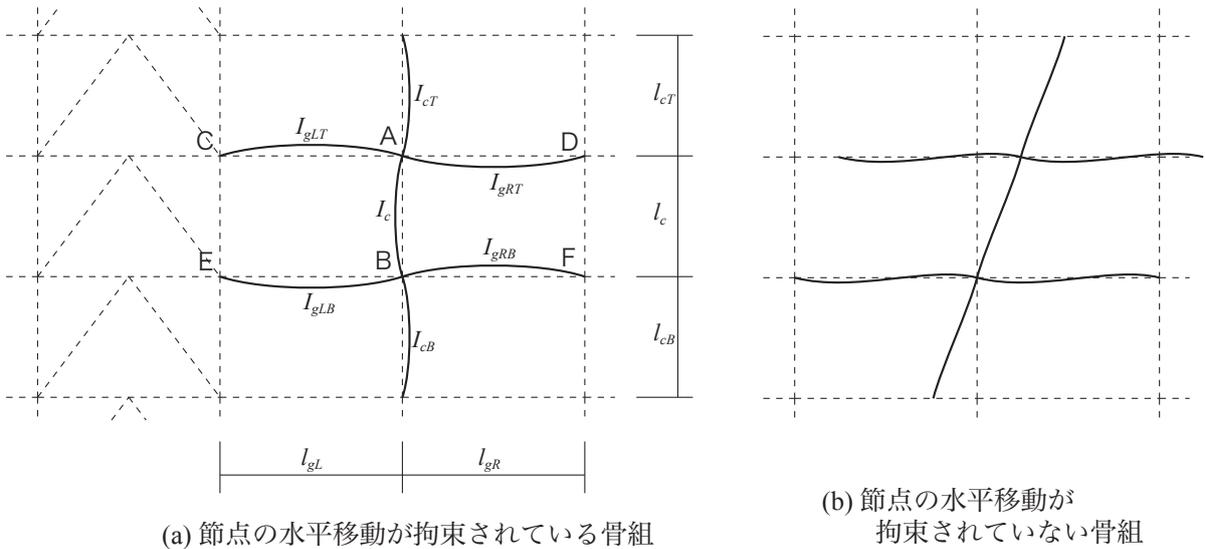


図 1.7 柱座屈長さ算定図表を求めるための骨組モデル

式 (1.19) に (1.10), (1.11), (1.14) を代入して変形すると次式が得られる.

$$\left(s + \frac{2}{G_A}\right)\theta_A + sc\theta_B = 0 \quad (1.21)$$

$$G_A = \frac{I_c/l_c + I_{cT}/l_{cT}}{I_{gL}/l_{gL} + I_{gRT}/l_{gR}} \quad (1.22)$$

同様に, 式 (1.20) に (1.12), (1.13), (1.15) を代入して変形すると次式が得られる.

$$sc\theta_A + \left(s + \frac{2}{G_B}\right)\theta_B = 0 \quad (1.23)$$

$$G_B = \frac{I_c/l_c + I_{cB}/l_{cB}}{I_{gLB}/l_{gL} + I_{gRB}/l_{gR}} \quad (1.24)$$

式 (1.21) と (1.23) を行列で表示すれば次式になる.

$$\begin{pmatrix} s + \frac{2}{G_A} & sc \\ sc & s + \frac{2}{G_B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

よって, 座屈条件式は次式である.

$$\begin{vmatrix} s + \frac{2}{G_A} & sc \\ sc & s + \frac{2}{G_B} \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad s(1-c^2)\frac{G_A G_B}{4} + \frac{G_A + G_B}{2} + \frac{1}{s} = 0 \quad (1.26)$$

式 (1.26) に式 (1.16) と (1.17) を代入して変形すれば式 (1.7a) が得られる.

節点の水平移動が拘束されていない骨組

iii) の仮定を式で表現すれば次式である.

$$\theta_C = \theta_D = \theta_A \quad , \quad \theta_E = \theta_F = \theta_B \quad (1.27)$$

図 1.7(b) を参考にすれば材端モーメントは以下の式になる. R は部材角である.

$$M_{AC} = \frac{2EI_{gL}}{l_{gL}}(2\theta_A + \theta_C) = \frac{6EI_{gL}}{l_{gL}}\theta_A \quad (1.27)$$

$$M_{AD} = \frac{6EI_{gRT}}{l_{gR}}\theta_A \quad , \quad M_{BE} = \frac{6EI_{gLB}}{l_{gL}}\theta_B \quad , \quad M_{BF} = \frac{6EI_{gRB}}{l_{gR}}\theta_B \quad (1.28) \sim (1.30)$$

$$M_{AB} = \frac{EI_c}{l_c}\{s\theta_A + sc\theta_B - s(1+c)R\} \quad , \quad M_{BA} = \frac{EI_c}{l_c}\{s\theta_B + sc\theta_A - s(1+c)R\} \quad (1.31), (1.32)$$

先ほどと同様に, 仮定 ii) より式 (1.19) と (1.20) が得られる. 式 (1.19) に (1.27), (1.28), (1.31) を代入して変形すると次式が得られる.

$$\left(s + \frac{6}{G_A}\right)\theta_A + sc\theta_B - s(1+c)R = 0 \quad (1.33)$$

また, 式 (1.20) に (1.29), (1.30), (1.32) を代入して変形すると次式が得られる.

$$sc\theta_A + \left(s + \frac{6}{G_B}\right)\theta_B - s(1+c)R = 0 \quad (1.34)$$

骨組には鉛直方向力しか作用していないので、次式が得られる。

$$\frac{M_{AB} + M_{BA}}{l_c} + NR = 0 \quad (1.35)$$

式 (1.35) に (1.31), (1.32) を代入して変形すれば次式が得られる。

$$s(1+c)\theta_A + s(1+c)\theta_B + \{\psi^2 - 2s(1+c)\}R = 0 \quad (1.36)$$

式 (1.33), (1.34), (1.36) より、座屈条件式は次式である。

$$\begin{vmatrix} s + \frac{6}{G_A} & sc & -s(1+c) \\ sc & s + \frac{6}{G_B} & -s(1+c) \\ s(1+c) & s(1+c) & \psi^2 - 2s(1+c) \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-G_A G_B \psi^2 s^2 (1-c^2)}{\psi^2 - 2s(1+c)} - 36 = \frac{s\{\psi^2 - s(1-c^2)\}}{\psi^2 - 2s(1+c)} \quad (1.37)$$

式 (1.37) に式 (1.16) と (1.17) を代入して変形すれば式 (1.7b) が得られる。

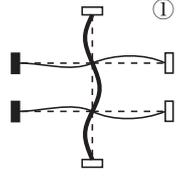
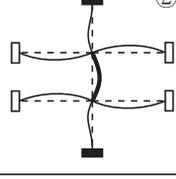
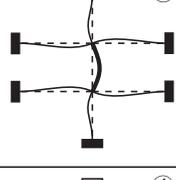
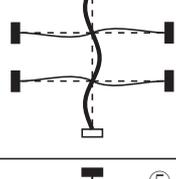
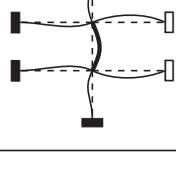
○三谷らの一連の研究 (文献 1.5 ~ 1.7))

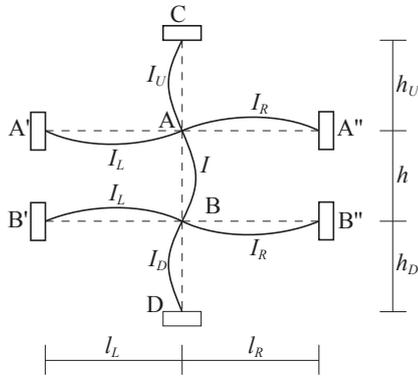
文献 1.19) において、骨組が sway 座屈する場合には、各柱の弾性 sway 座屈軸力の合計値で骨組の弾性座屈荷重を予測できることが示されている。一方で、節点の水平移動が拘束されていない骨組においても、吹抜けを有するような不均等骨組においては吹抜け柱の単独座屈が発生する可能性がある。すなわち、不均等骨組においては、式 (1.7b) を用いて計算した各柱の弾性 sway 座屈軸力の層での和と、柱が単独座屈する場合の層での作用軸力の和を比較し、その小さい方で骨組の座屈荷重が決まると考えられる。後者は、座屈する柱の単独座屈軸力と、そのときの同一層の他の柱の作用軸力の和という意味である。

層内で柱が単独座屈する場合には、部材角が生じない座屈モードとなる。すなわち、節点の水平移動が拘束されている。式 (1.7a) はその場合の座屈条件式であるが、骨組中の全ての柱が同時に座屈することを想定しているため、これをそのまま用いることはできない。そこで、文献 1.5) ~ 1.7) では、端部の拘束条件を表す係数 G の評価方法を変えることで、単独座屈する柱の座屈軸力を算定する手法を示している。具体的には、単独座屈する柱と同時に座屈しない上下層の柱は単独座屈する柱の拘束材となることと、単独座屈する柱と同時に同一層の左右の柱が座屈しない場合には梁の他端を固定と考えて剛性 (I_g/l_g) に 2 を乗じることの 2 つの方法を採用している。 G の評価式を表 1.1 に示す。記号は図 1.8 に示す。表 1.1 で梁端部の ■ は固定端を表し、□ は回転角の大きさが柱端部と等しく向きが逆であることを表している。柱端部の ■ は対象柱と同時に上下の柱が座屈しないことを意味しており、□ は同時に座屈することを表している。

文献 1.5) ~ 1.7) は鉛直下向き荷重を対象としているが、載荷能力に余裕のある柱が単独座屈する柱

表 1.1 各座屈変形時における G

座屈変形	拘束度に関する係数 G
	$G_A = \frac{\frac{I}{h} + \frac{I_U}{h_U}}{\frac{2I_L}{l_L} + \frac{I_R}{l_R}}$
	$G_A = \frac{\frac{I}{h}}{\frac{I_L}{l_L} + \frac{I_R}{l_R} + \frac{\alpha_U I_U}{h_U}}$
	$G_A = \frac{\frac{I}{h}}{\frac{2I_L}{l_L} + \frac{2I_R}{l_R} + \frac{\alpha_U I_U}{h_U}}$
	$G_A = \frac{\frac{I}{h} + \frac{I_U}{h_U}}{\frac{2I_L}{l_L} + \frac{2I_R}{l_R}}$
	$G_A = \frac{\frac{I}{h}}{\frac{2I_L}{l_L} + \frac{I_R}{l_R} + \frac{\alpha_U I_U}{h_U}}$



I, I_U, I_D : それぞれ, 検討柱, 上柱, 下柱の断面 2 次モーメント
 I_R, I_L : 左梁, 右梁の断面 2 次モーメント
 h : 座屈柱の節点間長 h_U, h_D : 上下層の高さ
 l_L, l_R : 左梁, 右梁のスパン長
 α_U, α_D : それぞれ, 上柱, 下柱の軸力に関する座屈たわみ角法の係数 (安定関数)

図 1.8 解析モデルと記号

の sway 変位を拘束する座屈モードを想定しており, 地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組にも適用可能である. ただし, 式 (1.7) から明らかなように解を陽に求めることができない.

○不均等長方形骨組の弾性座屈荷重略算法 (文献 1.8))

不均等長方形骨組の弾性座屈軸力の略算法について研究されたものである. 節点の水平移動が拘束されていない骨組の座屈長さ算定図表が不均等骨組に適用された際の誤差を修正することを目的に, 坂本^{1,2)}と Wood^{1,9)}の方法を組み合わせた弾性座屈軸力略算法を提案している. 坂本の手法はスパン方向に不均等な 1 層骨組の弾性座屈軸力を修正する方法であり, Wood の手法はスパン方向に均等な多層骨組の弾性座屈軸力算定法である. まず, 多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを式 (1.7b) あるいはそれをもとにした図表から計算し, 作用軸力と弾性座屈軸力の比が最も大きい柱を基準柱とする. 次に, 坂本の方法で各層ごとに座屈長さを修正する. そして, 修正後の基準柱と座屈長さが等しくなるように対称 1 スパン骨組を作成し, この骨組に Wood の方法を適用して骨組の座屈荷重を求める. また, この手順を簡略化する手法についても検討されている.

文献 1.8) は不均等骨組に式 (1.7b) を適用することを試みた研究であり, 鉛直下向き荷重を対象とした場合には有用である. しかし, 骨組中の柱が同時に座屈することを想定しているため, 地震時柱軸力相当荷重によって圧縮側外柱のみが座屈する場合には適用できない.

○水平補剛剛性を考慮した骨組内柱材の座屈解析（文献 1.10）

解析対象柱以外の骨組の部材が対象柱に与える水平補剛剛性や上下柱材の拘束効果，部材端部境界条件を考慮した不均等骨組の部分骨組座屈についての論文である．文献 1.5)～1.7)と同様に，対象柱と同時に骨組内の他の柱が座屈するか否かを係数 G の評価に反映する手法を示している．また，柱頭の水平移動がない場合と同等の座屈長さになるための必要水平補剛剛性については論じられている．水平補剛剛性の具体的な算定方法は示されていない．文献 1.10) は全ての柱が同時に座屈しない骨組中の柱の座屈長さを算定する手法を示した研究である．ただし，文献 1.1)～1.4)の手法と同様に解を陽に得ることはできない．

○節点移動のある均等な骨組の柱材の実用座屈長さ評価式（文献 1.11）

節点移動のない均等な骨組の柱材の実用座屈長さ評価式（文献 1.12）

エネルギー法を用いた座屈長さ係数評価法を示し，それを多少修正することで，より精度の良い陽解法の座屈長さ係数評価法を提案している．解析対象として，座屈条件式が鋼構造座屈設計指針に示されている式 (1.7) と同じになる対称口型骨組（均等骨組）を用い，この骨組の柱頭に鉛直下向きに荷重がかかる場合を想定している．すなわち，式 (1.7) と置き換えることが可能な陽解法の式である．

節点の水平移動がある場合もない場合も，式 (1.7) と比較して非常に精度が良い．節点の水平移動が拘束される場合の提案式は，地震時柱軸力相当荷重によって圧縮側外柱のみが座屈する場合にも適用できる．ただし，骨組中の柱が全て同時に座屈することを想定している点は鋼構造座屈設計指針の座屈条件式と同じである．

○吹き抜け柱の座屈長さ（文献 1.13）

骨組中の柱の水平剛性が柱軸力に影響されることを座屈たわみ角法によって考慮し，層での水平剛性の和が 0 になるときにその層が sway 座屈するという考察に基づいて，弾性座屈軸力の近似解を陽に求める方法を示している．つまり，各柱の作用軸力の比がその弾性座屈軸力の比とは一致し得ないために，同一層の柱の間で拘束が生じる効果を考慮しており，sway 座屈モードの弾性座屈軸力を考察する上では非常に有用な研究である．なお，非 sway 座屈モードの弾性座屈軸力の算定には，文献 1.12) の手法を用いている．

○水平移動が拘束される骨組内柱の単独座屈及び連成座屈荷重の近似評価法（文献 1.14）

数値解析的手法を用いて，文献 1.1) に示されている座屈条件式から陽に解を求めることができる近似式を誘導している．また，骨組中の柱とその上下層の柱と梁を含めた系の座屈荷重は，系を柱ごとに 3 つに分離したそれぞれの単独座屈荷重の最小値と最大値の間にあるという考察から，単独座屈荷重から系の座屈荷重を推定する方法を示している．

式 (1.7) の近似解を陽に求めることができる式を提案している点は文献 1.12) と同じである．また，その式を，骨組中の全ての柱が同時に座屈しない場合にも適用できるような手法の提案がなされている．これは，文献 1.5)～1.7) と同じ着眼点である．

○地震転倒モーメント下での骨組外柱の圧縮耐力に関する 2 つの実験的研究（文献 1.15), 1.16）

どちらも多層骨組の 1 層目を想定した模型を作製し，柱に入力する水平荷重を制御することで転倒モーメント下での骨組の座屈現象を発生させ，その座屈耐力について考察している．図 1.9 は文献 1.16)

の試験装置である。中柱は軸力を受けず、外柱は両端固定である。中柱によって層の水平変位と外柱に作用する水平力を抑制し、圧縮側外柱の曲げ座屈が発生することを意図している。

鉛直下向き荷重を想定した場合よりも、地震水平荷重作用時の柱軸力分布に対する座屈耐力が高くなることに着目し、実験によってこれを確認した点がこれらの文献の特長である。

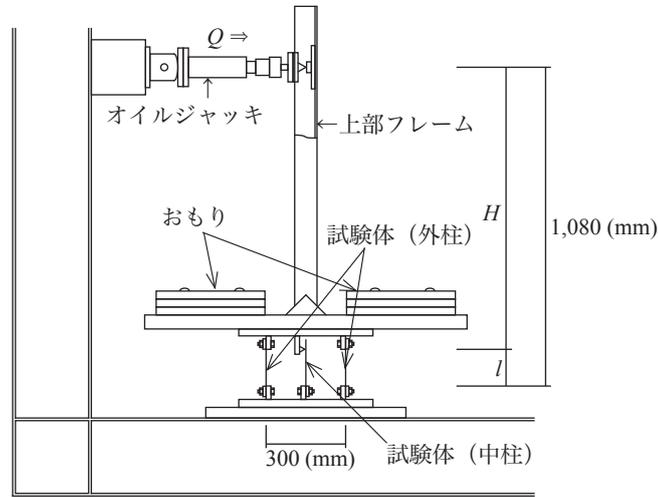


図 1.9 実験装置

○鋼柱の座屈長さに関する一考察 (文献 1.17)

文献 1.17) の序では次のように述べられている。

「地震荷重時に座屈を検討すべき柱は、転倒モーメントで発生する柱軸力を考慮の対象にすべきである.. (中略).. 転倒モーメントによって同一層の柱群に圧縮と引張が生じ、層全体の柱軸力変動量は合計がゼロになる。すなわち,.. (中略).. 大きな圧縮軸力を受ける柱は、他の圧縮軸力が小さい柱や引張軸力を受ける柱から横移動拘束を受けることにより、座屈長さは鉛直荷重時の場合より短くなるはずである。」

また、骨組中の柱を図 1.10 のようにモデル化し、座屈長さが部材長になる条件について考察している。

「図 1.10 に示す柱モデルの上下の回転バネはそれぞれに接続する梁や柱による回転拘束を表すもので、柱頭の水平バネは、同一層ないし複数層の他の柱や梁による横移動拘束を表している。対象とする柱に接続する梁端に塑性ヒンジが生じて回転拘束が喪失し、さらに上下に接続する柱の拘束を無視すれば、図 1.10 の問題は図 1.11 の問題に帰することができる。図 1.11 の問題は、水平バネ剛性 K_H の大きさによって図 1.11(a), (b) に示す 2 種類の座屈モードに分けられる。水平荷重 H は水平バネに伸びを生じさせ、柱をわずかに傾けるが、傾きが微小であれば座屈荷重

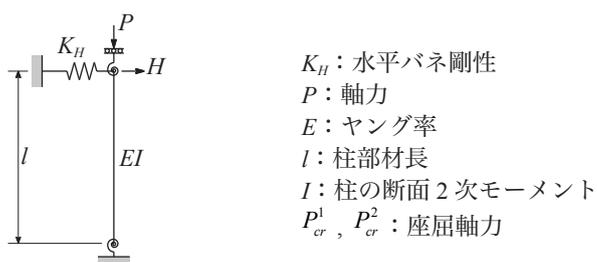


図 1.10 骨組中の柱の詳細モデル

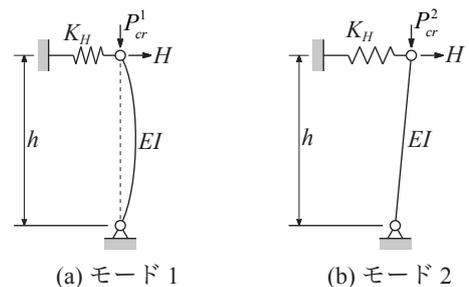


図 1.11 簡略柱モデルの座屈モード

に影響を及ぼさない。図 1.11(a), (b) の各モードに対応する座屈荷重は、

$$\text{モード 1 : } P_{cr}^1 = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1.38a)$$

$$\text{モード 2 : } P_{cr}^2 = K_H l = \frac{\pi^2 EI}{(l_k)^2} \quad (1.38b)$$

式 (1.38) の l_k はモード 2 に対応する座屈長さを表す。」

式 (1.38) より、モード 1 になって座屈長さが部材長になる条件は次式である。

$$P_{cr}^1 \leq P_{cr}^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi^2 EI}{l^2} \leq K_H l \quad \Rightarrow \quad k_H \geq \frac{\pi^2}{12} = 0.82 \quad (1.39)$$

ただしここで、 k_H は次式で定義される。

$$k_H = \frac{K_H}{12EI/l^3} \quad (1.40)$$

文献 1.17) では、地震水平荷重作用時の骨組中の柱の座屈長さが部材長になる条件が式 (1.39) に示されている。ただし、一般的な骨組がこの条件を満たすかどうかについて具体的な考察がなされているわけではない。

○文献 1.17) は、本論文の第 3 章に示す、骨組中の柱の座屈長さ算定図表と関係が深い研究である。また、文献 1.5) ~ 1.7) と 1.10), 1.14) は、本論文の第 4 章に示す弾性座屈軸力算定式と関係が深い研究である。

参考文献

- 1.1) 日本建築学会：鋼構造設計規準，11.5 節 ラーメンの柱材の座屈長さ，pp.88 - 90，2005.9
- 1.2) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，8.2.2 項 骨組の中の柱材の座屈長さ，pp.261 - 266，2009.11
- 1.3) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説，付 3. 曲げ座屈長さ，pp.78 - 80，1998.10
- 1.4) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，節 6.5 柱の座屈長さ，pp.112 - 117，2010.2
- 1.5) 三谷 勲，片平 崇，大谷恭弘，林原光司郎：長柱が混在する純ラーメンの座屈荷重，日本建築学会構造系論文集，No.557，pp.161 - 166，2002.7
- 1.6) 三谷 勲，片平 崇，大谷恭弘：柱の単独座屈に支配される純ラーメンの非弾性座屈荷重，日本建築学会構造系論文集，No.562，pp.167 - 173，2002.12
- 1.7) 三谷 勲，片平 崇：長柱を含む純ラーメンの座屈設計法に関する一検討，鋼構造年次論文報告集，第 10 卷，pp.479 - 484，2002.11
- 1.8) 鈴木博子，森野捷輔，川口 淳：不均等長方形骨組の弾性座屈荷重略算法，鋼構造年次論文報告集，第 1 卷，pp.257 - 264，1993.7
- 1.9) R.H.Wood：Effective Lengths of Columns in Multi-storey Buildings, The Structural Engineer, Vol.52, pp.235 - 244, 1974.7
- 1.10) 五十嵐 規矩夫，佐藤 圭一：水平補剛性を考慮した骨組内柱材の座屈解析，日本建築学会構造系論文集，No.633，pp.2009 - 2017，2008.11
- 1.11) 津田恵吾：節点移動のある均等な骨組の柱材の実用座屈長さ評価式，日本建築学会構造系論文集，No.545，pp.151 - 155，2001.7
- 1.12) 津田恵吾：節点移動のない均等な骨組の柱材の実用座屈長さ評価式，日本建築学会構造系論文集，No.553，pp.129 - 134，2002.3
- 1.13) 柴田道生：吹き抜け柱の座屈長さ，日本建築学会構造系論文集，No.567，pp.133 - 139，2003.5
- 1.14) 王 韜，五十嵐 規矩夫：水平移動が拘束される骨組内柱の単独座屈及び連成座屈荷重の近似評価法，日本建築学会構造系論文集，No.661，pp.675 - 684，2011.3
- 1.15) 寺田岳彦，宇野寿郎，矢部喜堂，真瀬伸治，兼光知巳，堀江竜巳，大竹章夫：地震水平力を受ける鋼構造骨組の座屈実験（その 1．実験概要および結果），日本建築学会学術講演梗概集，C，構造 II，pp.1387-1388，1990.10
- 1.16) 秋山宏，原田幸博：地震時転倒モーメント下における骨組の外柱の座屈耐力，日本建築学会構造系論文集，No.463，pp.85 - 93，1994.9
- 1.17) 井上一朗，多田元英：鋼柱の座屈長さに関する一考察，日本建築学会近畿支部研究報告集，第 47 号・構造系，pp.193 - 196，2007.6
- 1.18) Theodore V. Galambos 著，福本昉士，西野文雄 共訳：鋼構造部材と骨組 -強度と設計-，4.3 節 骨組の弾性座屈，pp.185-189，1970.10
- 1.19) Yura, A：The Effective Length of Columns in Unbraced Frames, AISC Engineering Journal, Vol.8, No.2, April, 1971

第2章 地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組の弾性座屈性状

2.1 序

本章では、線材解析プログラムの CLAP.f^{2.1)} を用いて、多層多スパン骨組の弾性座屈現象と、その骨組中の柱の弾性座屈時軸力について考察する。解析手法は、線形座屈解析と、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析（以下「釣合経路解析」）の2つである。線形座屈解析の詳細については付録1で述べるが、以下に簡単に説明する。骨組の初期剛性行列を $[K_0]$ とし、この骨組に単位の荷重が作用したときの初期応力行列を $[K_G]$ とする。ここで、初期応力行列が荷重係数 λ に比例するので、次の式が成り立つときに剛性行列が逆行列を持たない、すなわち変位が不定になる。

$$[[K_0] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (2.1.1)$$

このことから、線形座屈解析は不安定問題を解析するための手法であるが、幾何学的には線形な解析である。よって、座屈前の変形が大きくなる構造物に適用すれば、誤差が大きくなるおそれがある。

2.2節では、骨組の設計方針、解析条件の説明と用語の定義を行う。2.3節では、5層2スパン骨組を用いて、鉛直下向き荷重作用時と地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象を比較する。2.4節では、均等骨組を用いて考察を行う。2.5節では、吹抜け柱を含む骨組を用いて考察を行う。2.6節では、左右でスパン長が異なる5層2スパン骨組を用いて考察を行う。2.7節では、柱の軸剛性が、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析の結果に与える影響について考察する。2.8節では、骨組全体の水平剛性の変化が、柱の座屈時軸力に影響するかを考察する。

2.2 骨組の設計方針と解析条件

2.2.1 骨組の設計方針

全ての骨組で柱部材長(階高)は $h = 4$ (m) とする。CLAP.fを用いて幾何学的に線形な弾性解析を行い、建築基準法施行令の一次設計用地震荷重に対する最大層間変形角が $1/200$ (rad) となるように部材の断面2次モーメントを決定する。ただし、2.7節は例外である。柱と梁の断面2次モーメント I_c と I_b はそれぞれ全層で同一とする。材料のヤング係数は $E = 2.05 \times 10^5$ (N/mm²) である。なお、骨組の設計を行う際には剛床仮定を適用して各層の柱梁節点の水平変位を等置するが、2.3節以降の解析を行う際には梁の変位等置は行わずに梁の断面積を十分に大きくすることで剛床仮定をモデル化する。これは、幾何学的非線形性を考慮した解析では変形が大きくなり、梁の傾きや曲げ変形に伴う節点間の変位が拘束されてしまうためである。

地震層せん断力の計算に用いる数値を以下に示す。

- (i) 固定荷重と積載荷重は梁上の等分布荷重を $q = 50,000$ (N/m) として計算する。すなわち、 i 層の重量 W_i は次式で計算する。

$$W_i = qL_i \quad (2.2.1)$$

L_i : i 層の梁の全長、すなわち骨組の幅

- (ii) 標準せん断力係数は $C_0 = 0.2$ とする。
- (iii) 地震地域係数は $Z = 1.0$ とする。
- (iv) 地盤種別は第2種地盤とし、地盤の固有周期には $T_c = 0.6$ (s) を用いる。
- (v) 骨組の高さを H (単位は m) とし、骨組の固有周期は $T = 0.03H$ (単位は s) とする。

(vi) 地震入力の低減係数 R_t は次式で計算する.

$$T < T_c \quad : \quad R_t = 1 \quad (2.2.2a)$$

$$T_c \leq T < 2T_c \quad : \quad R_t = 1 - 0.2 \left(\frac{T}{T_c} - 1 \right)^2 \quad (2.2.2b)$$

$$2T_c \leq T \quad : \quad R_t = 1.6 \frac{T_c}{T} \quad (2.2.2c)$$

(vii) 分布係数 A_i は次式で計算する.

$$A_i = 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a_i}} - a_i \right) \frac{2T}{1 + 3T} \quad (2.2.3)$$

$$a_i = \frac{\sum_{k=i}^n W_k}{W_1} \quad (2.2.4)$$

n : 骨組の層数

i 層の地震層せん断力は次式で計算する.

$$Q_i = C_0 \cdot Z \cdot R_t \cdot A_i \cdot \sum_{k=i}^n W_k \quad (2.2.5)$$

2.2.2 解析条件

本論文において, 5層2スパンで, スパン長 l と柱部材長 h の比が ($\alpha = l/h = 1.5$), 梁柱曲げ剛性比が ($\beta/\alpha = 0.4$), よって梁の断面2次モーメント I_b と柱の断面2次モーメント I_c の比が ($\beta = I_b/I_c = 0.6$) となる骨組を基準骨組 (図 2.2.1) と呼ぶ. 文献 2.2) の設計例によれば, 5あるいは10層のオフィス建築の場合に, 鋼構造ラーメン骨組の梁柱曲げ剛性比 (β/α) は (0.28 ~ 0.80) である. I_b, I_c , および柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E を以下に示す. N_E の定義式は以下の式 (2.2.6) に示す.

基準骨組 1 (柱脚固定)

$$I_b = 6.153 \times 10^8 \text{ (mm}^4\text{)}, \quad I_c = 10.26 \times 10^8 \text{ (mm}^4\text{)}, \quad N_E = 130 \times 10^6 \text{ (N)}$$

基準骨組 2 (柱脚ピン)

$$I_b = 14.52 \times 10^8 \text{ (mm}^4\text{)}, \quad I_c = 24.21 \times 10^8 \text{ (mm}^4\text{)}, \quad N_E = 306 \times 10^6 \text{ (N)}$$

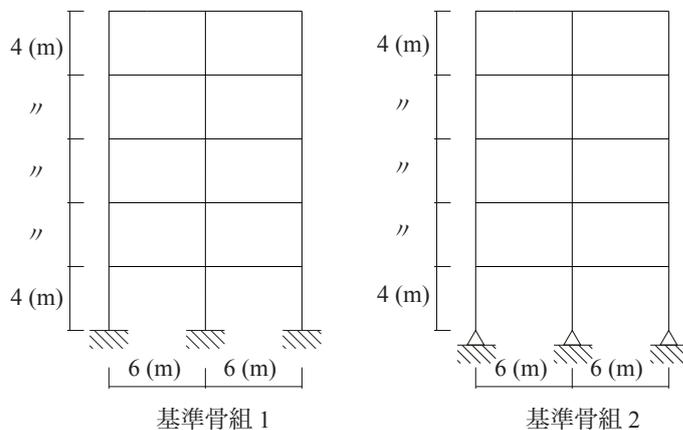


図 2.2.1 基準骨組

$$N_E = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \quad (2.2.6)$$

本章における荷重条件は、一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重である(図 2.2.2)。ただし、2.3 節では鉛直下向き荷重のみを作用させた解析も行う。本研究は、地震水平荷重作用時の座屈長さについて考察するものなので、荷重は全て柱梁節点に作用させる。線形座屈解析においては、図 2.2.2 に示す長期荷重を作用させて釣合経路解析を行った直後の剛性行列を $[K_0]$ とし、その状態での地震時柱軸力相当荷重に対する初期応力行列を $[K_G]$ とする。釣合経路解析では、図 2.2.2 の荷重に対して変位制御で解析を行う。図 2.2.2 の長期荷重は、梁上の等分布荷重を 50,000 (N/m) と考えて、梁の支配長さを乗じた集中荷重として各柱梁節点に作用させる。地震時柱軸力相当荷重は、断面設計を行った際の数値解析結果から得られる上下層の柱軸力の差を、その柱梁節点の鉛直方向外力とした荷重群である。

柱、梁ともに材軸方向に 5 要素に分割してモデル化する。付録 2 に、分割数がこれ以上増えても解析結果に有意な差異が生じないことを示す。部材の軸変形と曲げ変形を考慮し、せん断変形を無視する。剛床仮定を適用して、梁断面積 A_b は十分に大きく設定する。具体的には、FA ランクの上限の幅厚比と仮定して計算したときの 10^4 倍とする^{付録 3}。柱は幅厚比が 48 の角形鋼管として断面積 A_c を算定する^{注)}。角形鋼管柱の A_c, I_c の計算式を以下に示す。 B は柱幅で t は柱の板厚である。

$$A_c = B^2 - (B - 2t)^2 = B^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2t}{B} \right)^2 \right\} \quad (2.2.7)$$

$$I_c = \frac{B^4}{12} - \frac{(B - 2t)^4}{12} = \frac{B^4}{12} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2t}{B} \right)^4 \right\} \quad (2.2.8)$$

また、この 2 式から式 (2.2.9) が得られ、 A_c と I_c の比率は幅厚比によって決まることがわかる。

$$A_c = \frac{1 - (1 - 2t/B)^2}{\sqrt{1 - (1 - 2t/B)^4}} \sqrt{12I_c} \quad (2.2.9)$$

釣合経路解析で座屈現象を生じさせるために、柱は初期不整として (1/20,000) 傾けてモデル化する。本研究は柱の座屈長さ (弾性座屈軸力) についての知見を得ることが目的である。現実の柱に生じる

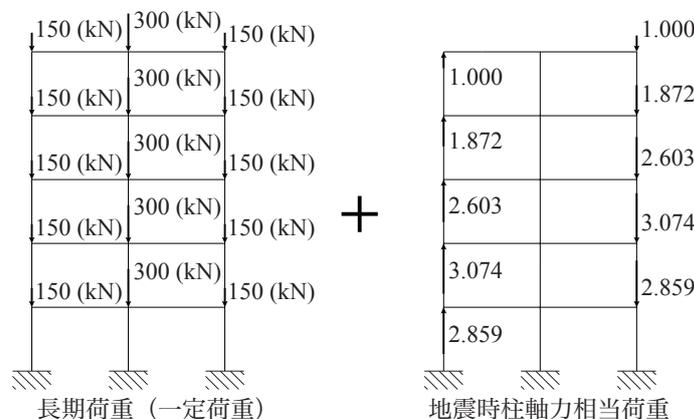


図 2.2.2 基準骨組 1 に対する荷重条件

注) 第 3 章において、幾何学的非線形性を考慮する場合には、柱の軸方向変形が解析結果に有意な影響を与える可能性があることが示されるので、特に幅厚比が大きい柱断面としている。

幾何学的な初期不整と軸方向力の正規位置からのずれおよび残留応力などの影響は、細長比と座屈耐力の関係を表した座屈曲線を作成する際に考慮されている。よって、本研究ではそれらの初期不整がない理想状態で解析を行うのが妥当である。ただし、それでは釣合経路解析で座屈現象を表現できない恐れがある。解析条件をそろえるために、線形座屈解析でもこのようにモデル化する。

2.3 鉛直荷重分布と骨組の弾性座屈現象

基準骨組を用いて、鉛直下向き荷重（図 2.3.1）と地震時柱軸力相当荷重（図 2.2.2）に対する多層多スパン骨組の弾性座屈現象を比較する。鉛直下向き荷重に対する弾性座屈現象を考察する場合に、外柱節点と内柱節点の鉛直荷重の比率は、床の支配面積を考慮して (1:2) とする。

解析結果を図 2.3.2 ~ 2.3.5 に示す。図 2.3.2, 2.3.4 が柱脚固定の基準骨組 1 で、図 2.3.3, 2.3.5 が柱脚ピンの基準骨組 2 の解析結果である。また、図 2.3.2, 2.3.3 は鉛直下向き荷重（図 2.3.1）のみが作用する場合であり、図 2.3.4, 2.3.5 は地震時柱軸力相当荷重（図 2.2.2）に対する解析結果である。それぞれの (a), (b) 図中の細実線が右外柱 1 層目で、太実線が 2 層目の釣合経路解析結果である。縦軸は右外柱の軸力 N_i を N_E で除したものである。 i は層数である。本論文において柱軸力は、柱脚での鉛直方向の材端力と定義する。(a) 図の横軸は i 層目右外柱の材軸方向縮み δ_i を柱部材長 h で除したもので、(b) 図の横軸は i 層での右外柱の部材角 R_i である。 N_i , δ_i , R_i の定義式は本節の最後に示す。釣合経路解析においては、図 2.3.2(a) のように $(N_i/N_E - \delta_i/h)$ 関係の剛性が急変する軸力レベルが分岐荷重、すなわち柱の弾性座屈時軸力にあたと推定できる。二点鎖線は線形座屈解析による右外柱の弾性座屈時軸力 $_{eig}N_{icr}$ を N_E で除したもので、釣合経路解析結果と良い対応を示している。 N_E は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力である。

図 2.3.2, 2.3.3 の (a) 図より、鉛直下向き荷重に対するラーメン骨組中の柱の弾性座屈時軸力は N_E を下回っている。 N_E の定義より、弾性座屈時軸力が N_E を下回っているということは、座屈長さが柱部材長以上という意味になる。なお、図 2.3.1 からわかるように、中柱の軸力は外柱の 2 倍であるが、それでも骨組が座屈するときの軸力は N_E 以下である。また、図 2.3.2, 2.3.3 の、(c) 図は線形座屈解析から得られる座屈モードであり、(d) 図は釣合経路解析で下層部の柱軸剛性が低下して以降の変形図である。どちらも大きな軸力が作用する下層部が特に大きく水平方向に変形する sway モードで座屈していることがわかる。

図 2.3.4, 2.3.5 は、図 2.2.2 に示す一定の長期荷重を作用させた後、地震時柱軸力相当荷重を作用させた場合の数値解析結果である。(a) ~ (d) 図の区別や縦横軸は図 2.3.2 と同じである。(a) 図より、ど

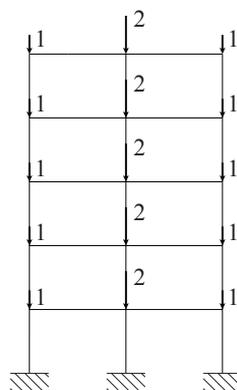


図 2.3.1 鉛直下向き荷重に対する弾性座屈時柱軸力考察用

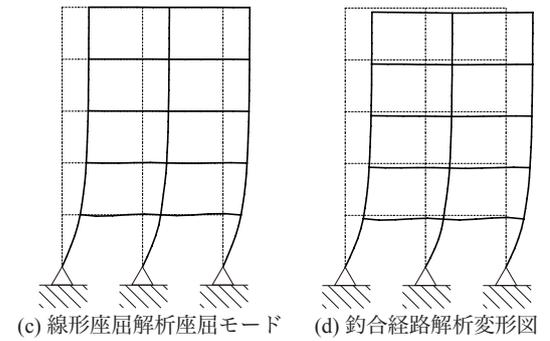
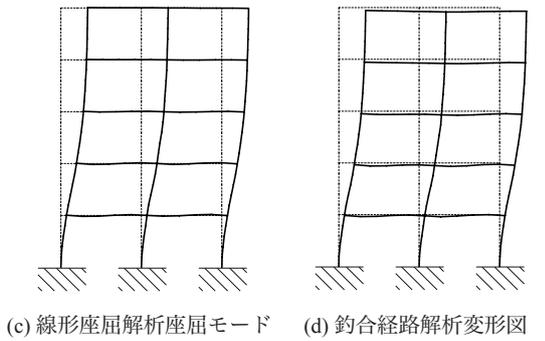
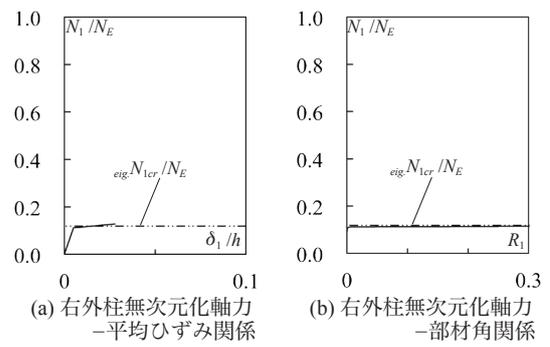
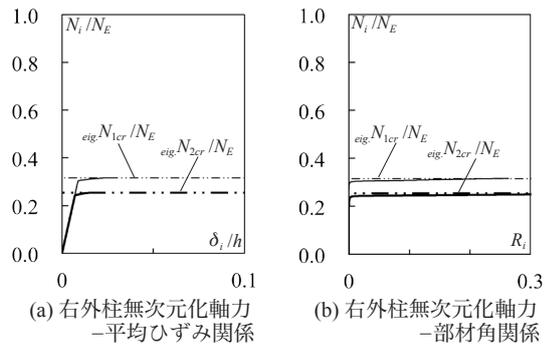
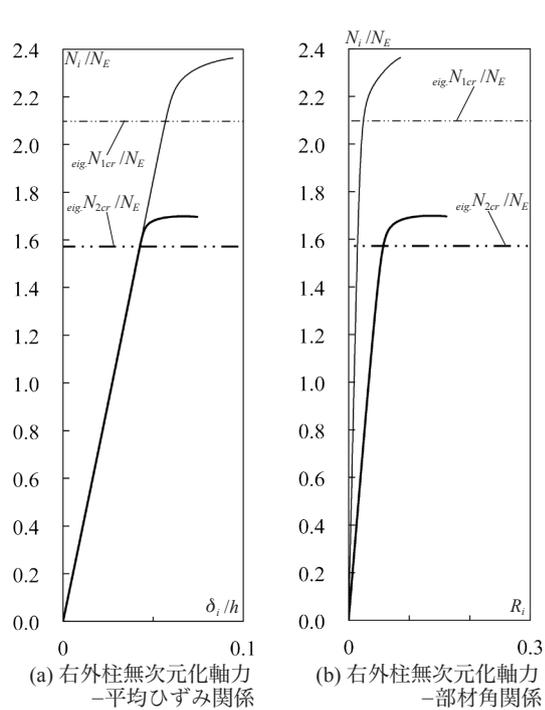


図 2.3.2 鉛直下向き荷重に対する数値解析結果 (基準骨組 1)

図 2.3.3 鉛直下向き荷重に対する数値解析結果 (基準骨組 2)



N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈荷重
 【釣合経路解析結果】
 N_i : i 層目右外柱軸力
 δ_i : i 層目右外柱軸縮み
 R_i : i 層目右外柱部材角
 — : N_1/N_E
 — : N_2/N_E
 【線形座屈解析結果】
 $eig.N_{1cr}$: 骨組座屈時 i 層目右外柱軸力
 - - - : $eig.N_{1cr}/N_E$
 - · - · : $eig.N_{2cr}/N_E$

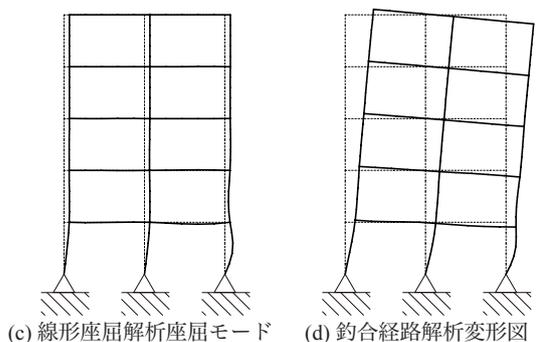
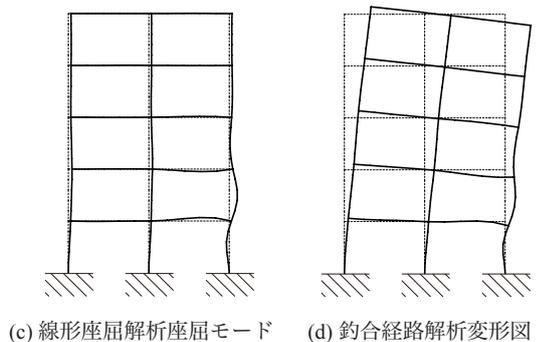
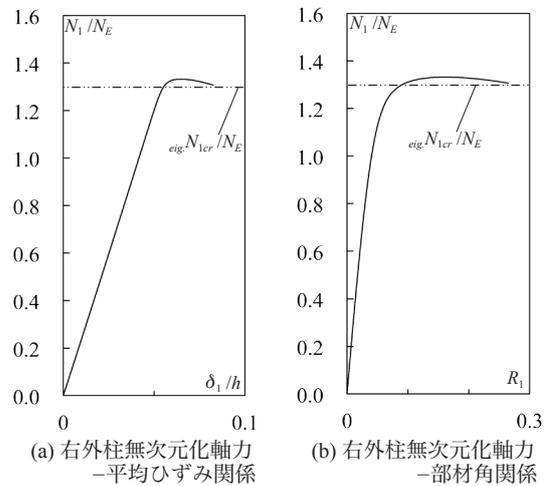


図 2.3.4 長期荷重+地震時柱軸力相当荷重に対する数値解析結果 (基準骨組 1)

図 2.3.5 長期荷重+地震時柱軸力相当荷重に対する数値解析結果 (基準骨組 2)

これらの基準骨組においても、 $(eig.N_{icr}/N_E)$ は 1 を上回っている。図 2.3.4, 2.3.5 の (c), (d) 図から、地震時柱軸力相当荷重作用時には、圧縮側になる右外柱の下層部が数層にわたって個材座屈することがわかる。これは、圧縮軸力を受けていない左外柱と中柱および梁に加えて、左側柱に作用している引張軸力が層の水平変位を抑制するためである。そして、変形が抑制されて個材座屈モードになるために、弾性座屈時軸力が鉛直下向き荷重作用時よりも大きくなると考えられる。

鋼構造座屈設計指針など^{1.1)~1.4)}には、ラーメン骨組中の柱の座屈長さを算定するための図表が示されており、節点の水平移動が拘束されていない場合に座屈長さが部材長以上になる。これらは全ての柱が圧縮軸力を受けて同時に座屈することを想定している。本論に示した数値解析結果では、鉛直下向き荷重を作用させた場合(図 2.3.2, 2.3.3)に全ての柱に圧縮軸力が作用し、座屈長さは部材長以上になる。一方で図 2.3.4, 2.3.5 は、地震時柱軸力相当荷重に対して、ラーメン骨組中の柱の座屈長さが部材長以下になることを示している。

図 2.3.2, 2.3.3 の (c), (d) 図より、基準骨組において鉛直下向き荷重によって sway 座屈する場合には、層の水平変位に伴って 2, 3 層床梁が S 字に変形する。一方で、地震時柱軸力相当荷重によって圧縮側柱の各層が上下層とは逆向きに弓なりに変形する場合、すなわち個材座屈する場合(図 2.3.4, 2.3.5)には、2, 3 層床梁が上あるいは下に凸に変形することを確認している。なお、図 2.3.4, 2.3.5 の (c) 図と (d) 図を比較すると、線形座屈解析と釣合経路解析では変形状態が少し異なる。ただしこれは、釣合経路解析が幾何学的非線形性を考慮しているため、圧縮側柱の縮みと引張側柱の伸びによって骨組全体の曲げ変形が生じるためであり、圧縮側柱下層部各層の弓なりの変形とそれに伴う梁の変形からして、座屈モードは線形座屈解析結果と同じと考えられる。

○柱軸力

本論文において柱軸力とは、鉛直方向の反力とする。例えば、図 2.3.6 に示すように部材角を生じている i 層の柱の軸力 N_i は以下のように計算する。まず、柱脚の要素に着目し、その回転角 θ を次式で計算する。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_x^{j+1} - \delta_x^j}{l_m + \delta_z^{j+1} - \delta_z^j} \right) \quad (2.3.1)$$

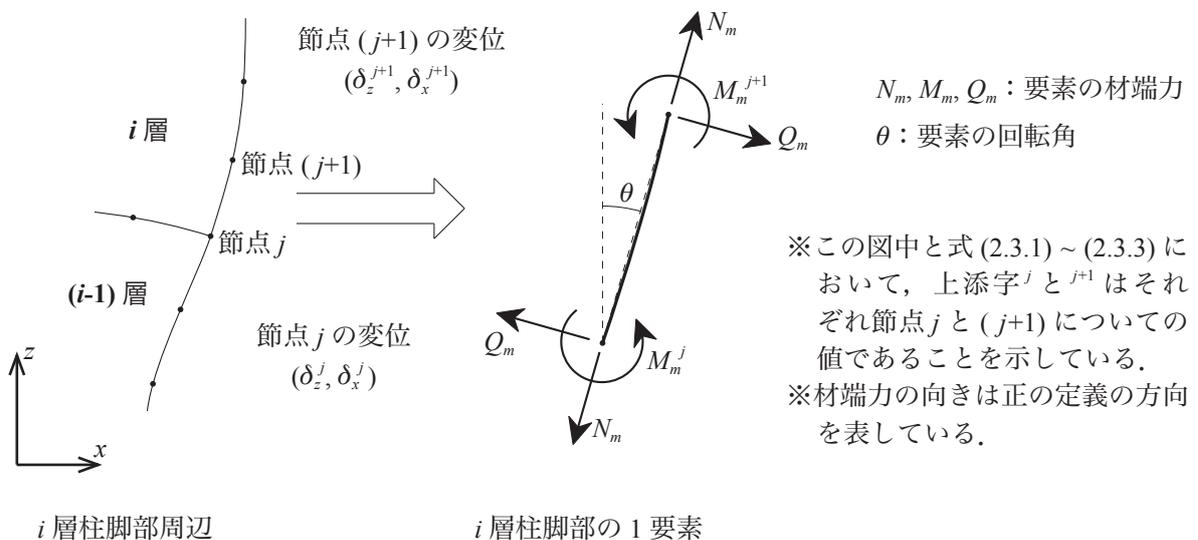


図 2.3.6 柱軸力計算に用いる柱脚の 1 要素の材端力

$\delta_z^{j+1}, \delta_x^{j+1}$: 要素の上端の鉛直, 水平変位

δ_z^j, δ_x^j : 要素の下端の鉛直, 水平変位

l_m : 変形前の要素の長さ

CLAP.f では要素の材端力として, 軸力 N_m と曲げモーメント M_m が出力されるので, M_m を用いてせん断力 Q_m を次式で計算する.

$$Q_m = \frac{M_m^{j+1} + M_m^j}{l'_m} \quad (2.3.2)$$

l'_m : 変形後の要素の長さ

変形後の要素の長さ l'_m は次式で計算する.

$$l'_m = \sqrt{(l_m + \delta_z^{j+1} - \delta_z^j)^2 + (\delta_x^{j+1} - \delta_x^j)^2} \quad (2.3.3)$$

i 層の柱の軸力 N_i は次式で定義する.

$$N_i = -N_m \cos \theta + Q_m \sin \theta \quad (2.3.4)$$

○各柱の変形量

柱の軸縮み量 δ_i は以下の式で計算する. ただしここで, $\delta_z^t, \delta_z^b, \delta_x^t, \delta_x^b$ は柱の両端の変位であり, 要素の変位ではない.

$$\delta_i = h - \sqrt{(h + \delta_z^t - \delta_z^b)^2 + (\delta_x^t - \delta_x^b)^2} \quad (2.3.5)$$

δ_z^t : t は柱上端, b は下端を表し, z は鉛直変位, x は水平変位を表す.

層間変形角 R_i の定義は次式に示す.

$$R_i = \sin^{-1} \left(\frac{\delta_x^t - \delta_x^b}{h + \delta_z^t - \delta_z^b} \right) \quad (2.3.6)$$

2.4 地震時柱軸力相当荷重を受ける均等骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力

2.4.1 解析対象骨組

2.2節に示した基準骨組を基準として様々な骨組を設定し、図2.2.2に示す「長期荷重（一定荷重）+地震時柱軸力相当荷重」を作用させて数値解析を行う。そして、各パラメータが地震時柱軸力相当荷重に対する骨組の弾性座屈現象に与える影響を考察する。パラメータは、層数 n 、スパン数 s 、梁柱曲げ剛性比 (β/α) である。

解析条件は2.2節に示した基準骨組と同じである。ただし、15層骨組の10層より上の床梁と、8スパン骨組の中央2スパンの柱と梁については、部材ごとに1要素の線材でモデル化している。地震時柱軸力相当荷重において、8スパン骨組の中央2スパンの柱には、外柱と比較して鉛直方向荷重がほとんど作用しない。柱部材長は全て $(h = 4 \text{ m})$ である。解析対象骨組の一覧を図2.4.1と表2.4.1に示す。図2.4.1には柱脚固定の骨組だけを示しているが、柱脚ピンの骨組についても同様に解析を行い、考察する。2.2節の基準骨組1は図2.4.1の中央と表2.4.1(a)に示す52A15B06fixである。また、基準骨組2は表2.4.1(b)の52A15B06pinである。図2.4.1と表2.4.1のSeries Aは層数 n の影響を考察するためのものである。Series Bはスパン数 s の影響を考察するためのものである。また、Series Cは梁柱曲げ剛性比 (β/α) の影響を考察するためのものである。

2.4.2 各骨組の数値解析結果

全ての骨組の数値解析結果を図2.4.2~2.4.31に示す。

(a) 図は軸力変位関係である。縦軸は i 層の柱軸力 N_i である。柱脚ピン支持の骨組では最も大きな軸力を受ける最下層の柱の柱脚がピン支持なので、骨組が座屈するときに圧縮側最下層の柱が最も大きくなる。よって、柱脚ピン支持の骨組では全て N_1 の値のみを示す。柱脚固定の骨組については、柱脚ピンの骨組と同様に1層目柱の軸力が骨組中で最大になるが、1層目は下端の回転が拘束されているので、2層目あるいは3層目柱の座屈時軸力を考察対象とすべき場合もあると考えられる。柱脚固定骨組では基本的に1層目と2層目柱に関する諸量を示しているが、7層以上の骨組では3層目柱も、15層骨組では4層目柱の結果も示している。(a)図の横軸は、各層の柱の縮み δ_i と層間水平変位 u_i である。 δ_i は縮みを正とし、 u_i は右方向へ柱が傾く場合を正とする。破線は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E である。二点鎖線は線形座屈解析による右外柱の弾性座屈時軸力 ${}_{eig}N_{icr}$ である。○は釣合経路解析における弾性座屈時柱軸力 N_{icr} である。本論文において釣合経路解析では、各柱ごとに $(N_i - \delta_i)$ 関係の剛性が初期剛性の0.2倍になった時点を座屈と定義する。

(b) 図は無次元化した軸力変位関係である。これは図2.3.2における(a)図と(b)図に相当し、 (N_{icr}/N_E) または $({}_{eig}N_{icr}/N_E)$ が1を超えれば座屈長さが部材長 h 以下になる。

(c) 図は線形座屈解析での座屈モードである。

(d) 図は N_{icr} が作用しているときの、釣合経路解析での骨組の変形図である。

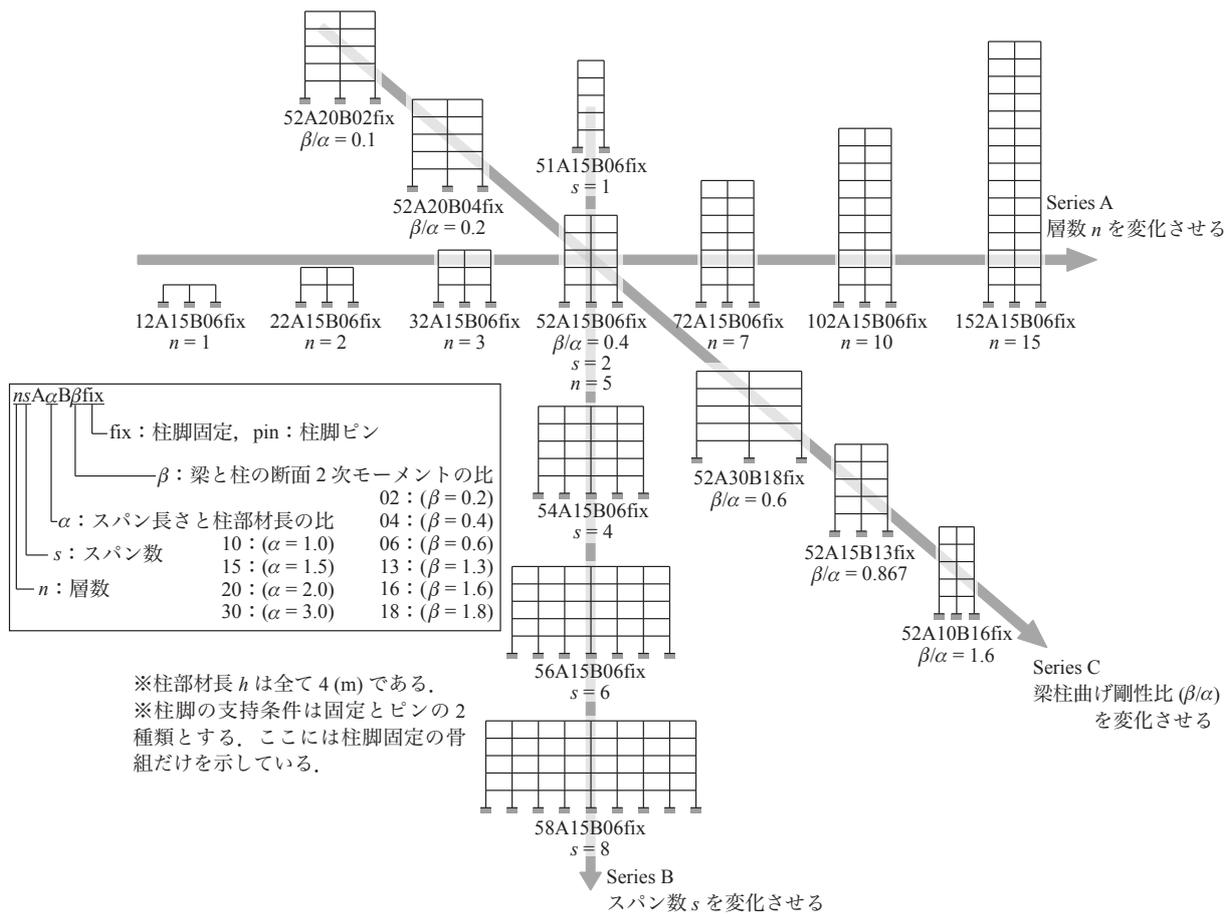


図 2.4.1 解析骨組の位置づけ

表 2.4.1 解析骨組の断面諸量など

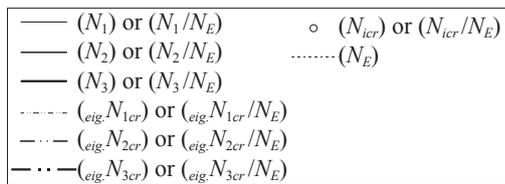
(a) 柱脚固定の骨組

Series	名称	n	s	β	α	β/α	I_c ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	I_b ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	A_c ($\times 10^4 \text{ mm}^2$)	N_E ($\times 10^6 \text{ N}$)
A	12A15B06fix	1	2	0.6	1.5	0.4	0.9139	0.5483	0.6830	11.6
	22A15B06fix	2					2.586	1.551	1.149	32.7
	32A15B06fix	3					5.062	3.037	1.607	64.0
	52A15B06fix	5					10.26	6.153	2.288	130
	72A15B06fix	7					15.33	9.199	2.797	194
	102A15B06fix	10					20.23	12.14	3.214	256
	152A15B06fix	15					23.87	14.32	3.490	302
B	51A15B06fix	1	5	0.6	1.5	0.4	9.321	5.593	2.181	118
	54A15B06fix	4					10.79	6.473	2.347	136
	56A15B06fix	6					10.98	6.587	2.367	139
	58A15B06fix	8					11.08	6.645	2.378	140
C	52A20B02fix	5	2	0.2	2	0.1	35.09	7.017	4.232	444
	52A20B04fix			0.4	2	0.2	21.21	8.485	3.290	268
	52A30B18fix			1.8	3	0.6	15.75	28.35	2.835	199
	52A15B13fix			1.3	1.5	0.87	6.504	8.456	1.822	82.2
	52A10B16fix			1.6	1	1.6	3.314	5.302	1.300	41.9

(b) 柱脚ピンの骨組

Series	名称	n	s	β	α	β/α	I_c ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	I_b ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	A_c ($\times 10^4 \text{ mm}^2$)	N_E ($\times 10^6 \text{ N}$)
A	12A15B06pin	1	2	0.6	1.5	0.4	4.226	2.535	1.469	53.4
	22A15B06pin	2					8.748	5.249	2.113	111
	32A15B06pin	3					13.84	8.304	2.658	175
	52A15B06pin	5					24.21	14.52	3.515	306
	72A15B06pin	7					33.60	20.16	4.141	425
	102A15B06pin	10					40.59	24.35	4.552	513
	152A15B06pin	15					41.65	24.99	4.610	527
B	51A15B06pin	1	5	0.6	1.5	0.4	21.19	12.70	3.286	268
	54A15B06pin	4					26.22	15.73	3.658	332
	56A15B06pin	6					27.01	16.21	3.713	342
	58A15B06pin	8					27.44	16.46	3.742	347

n : 層数
 s : スパン数
 $\beta = I_b/I_c$
 $\alpha = l/h$
 l : スパン長
 h : 柱部材長
 I_b, I_c : 梁と柱の断面 2 次モーメント
 A_c : 柱断面積
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈荷重



N_i : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{1cr} : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 $eig.N_{1cr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

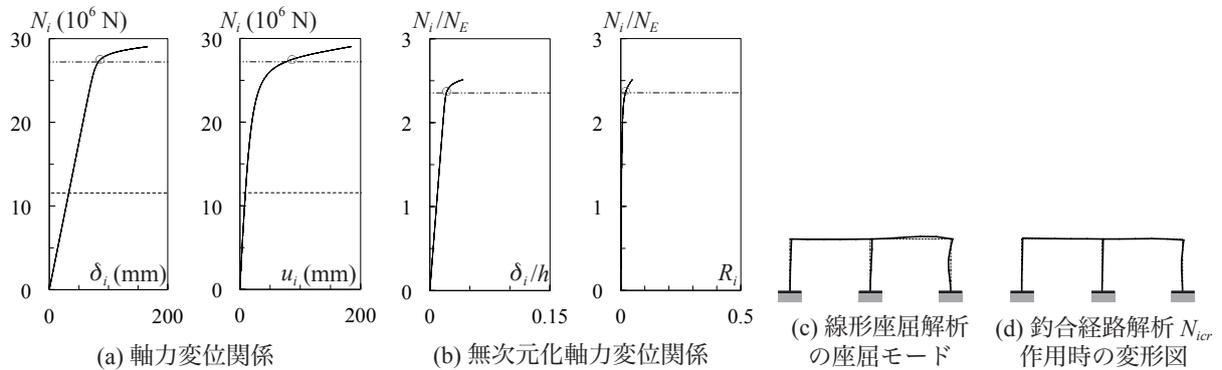


図 2.4.2 12A15B06 柱脚固定の解析結果

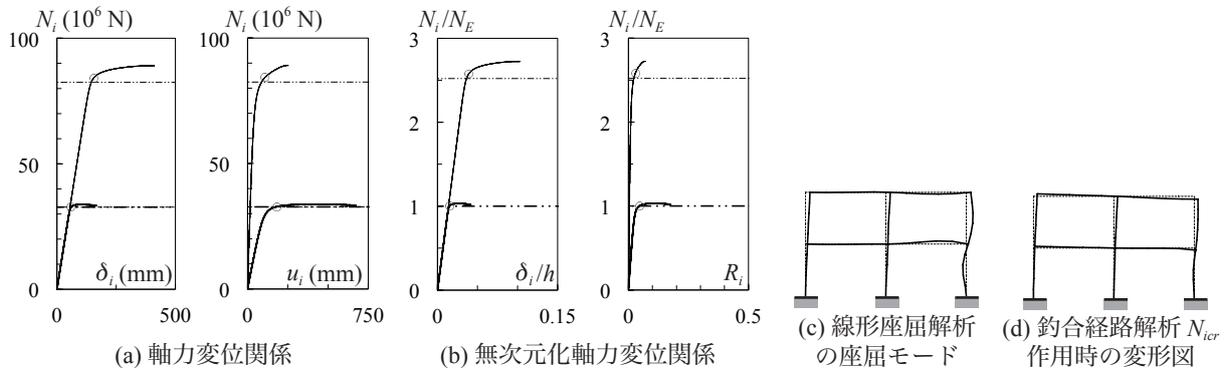


図 2.4.3 22A15B06 柱脚固定の解析結果

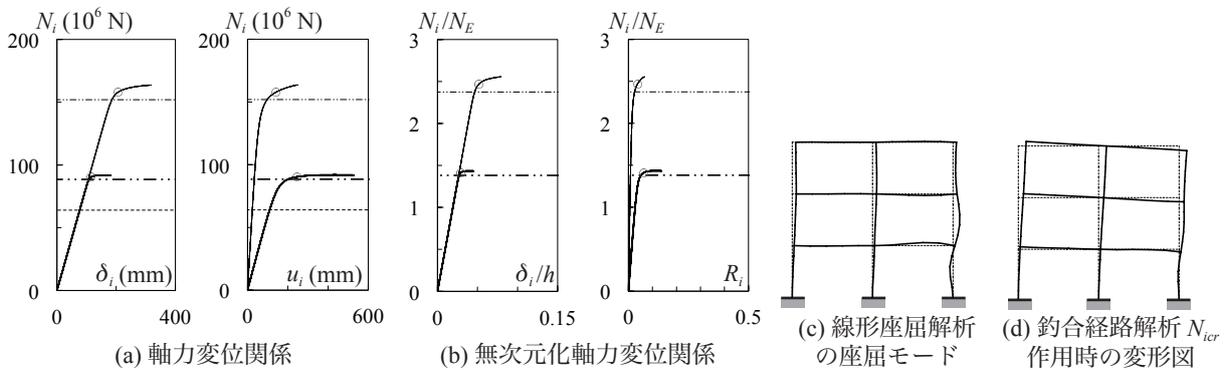


図 2.4.4 32A15B06 柱脚固定の解析結果

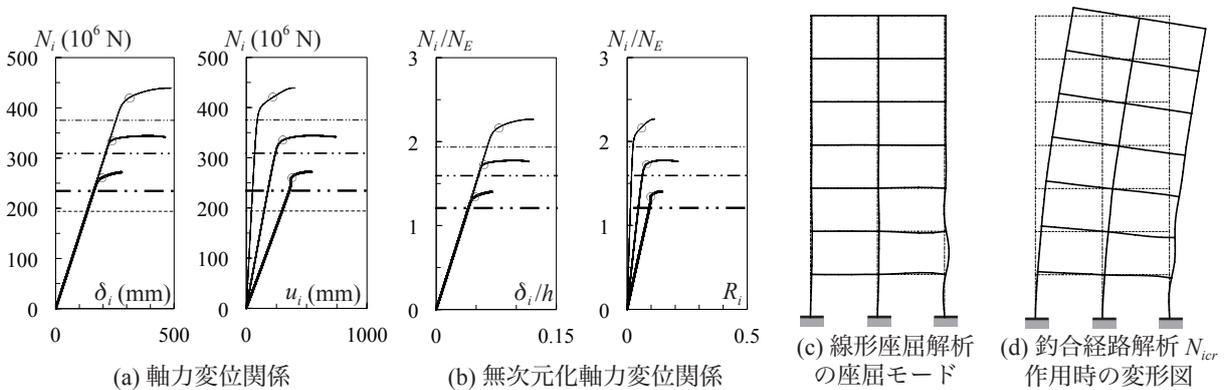


図 2.4.5 72A15B06 柱脚固定の解析結果

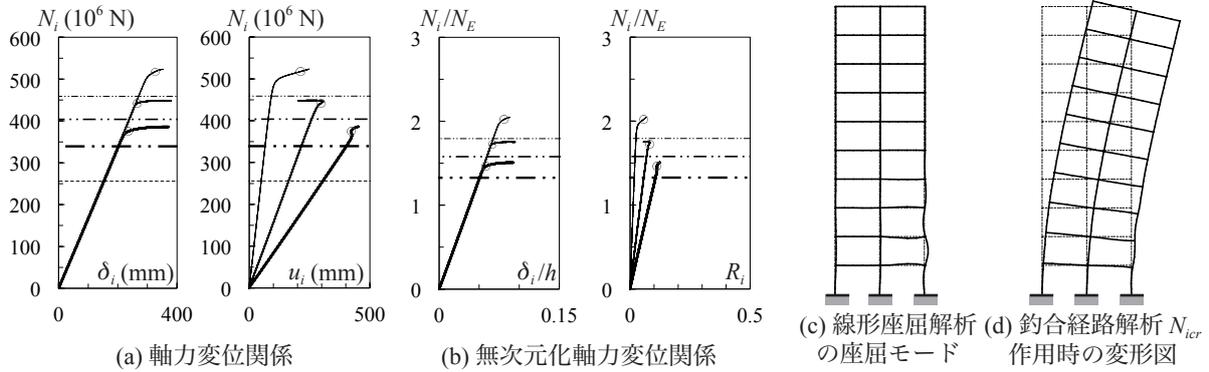
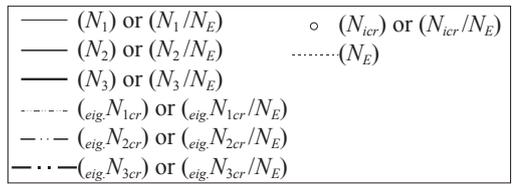


図 2.4.6 102A15B06 柱脚固定の解析結果

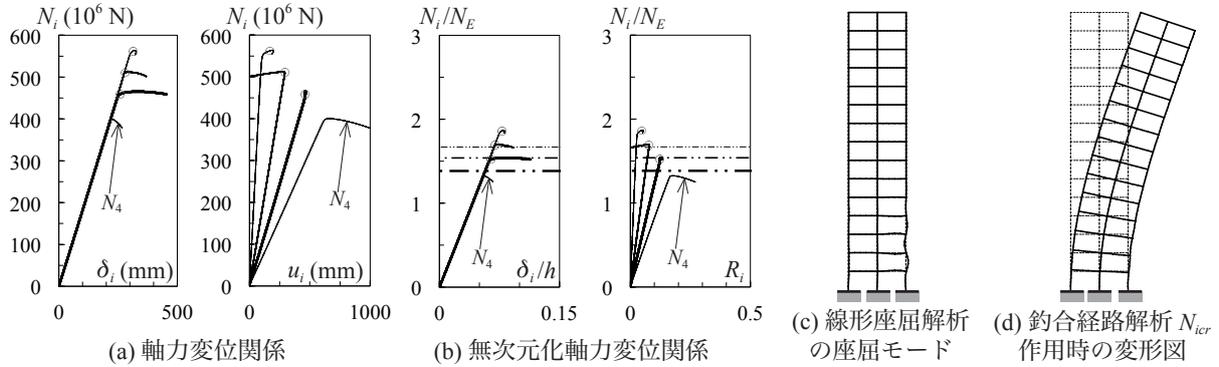


図 2.4.7 152A15B06 柱脚固定の解析結果

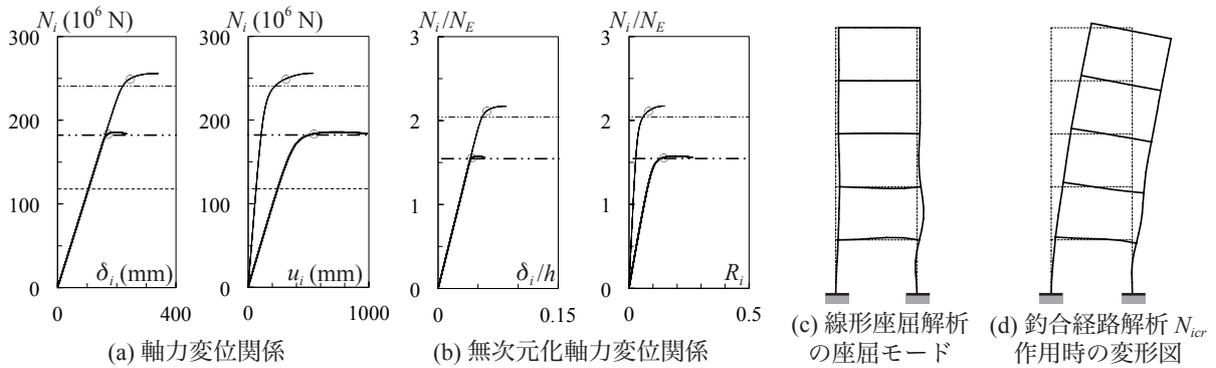


図 2.4.8 51A15B06 柱脚固定の解析結果

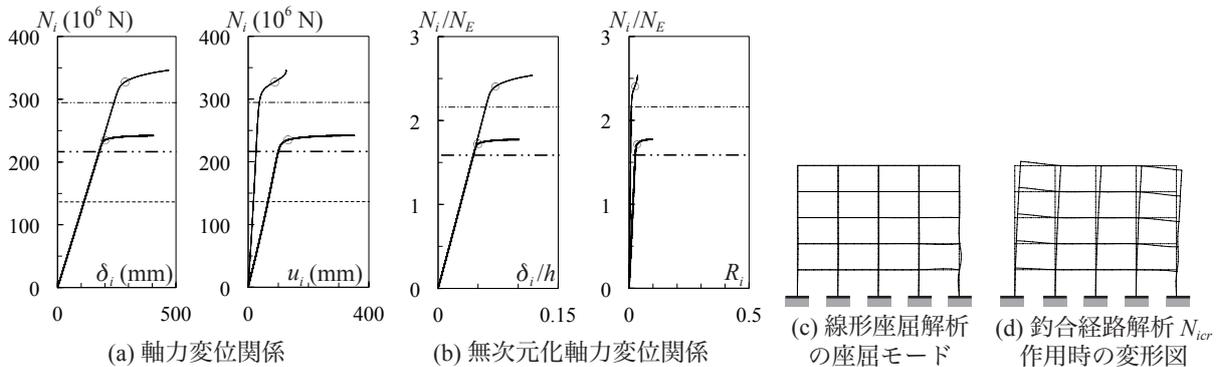


図 2.4.9 54A15B06 柱脚固定の解析結果

N_i : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{icr} : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 $^{eig}N_{icr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

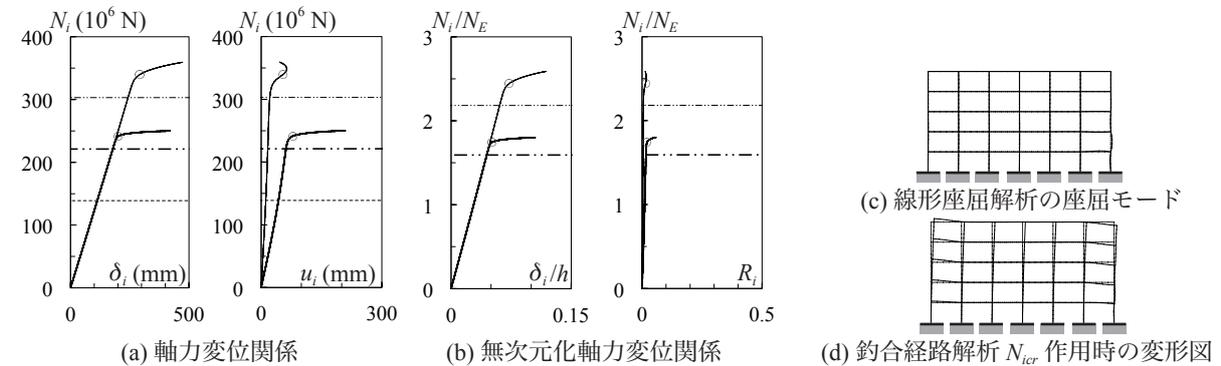


図 2.4.10 56A15B06 柱脚固定の解析結果

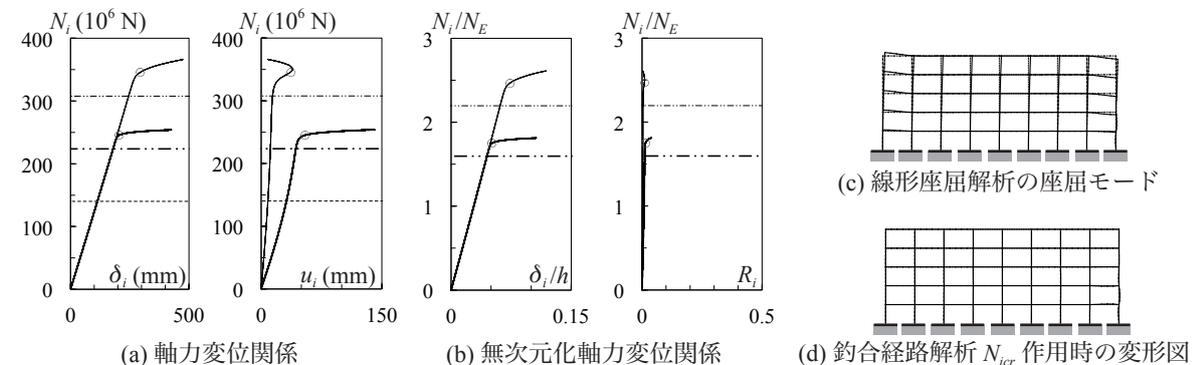


図 2.4.11 58A15B06 柱脚固定の解析結果

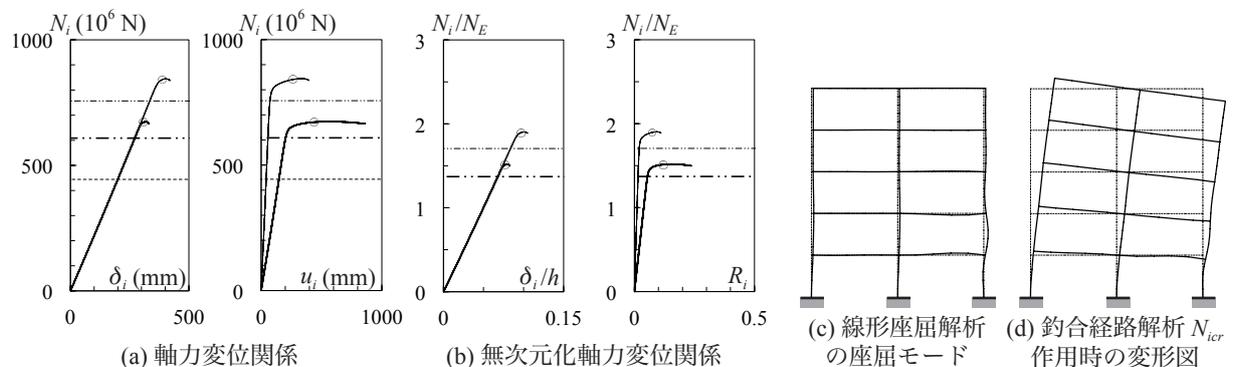


図 2.4.12 52A20B02 柱脚固定の解析結果

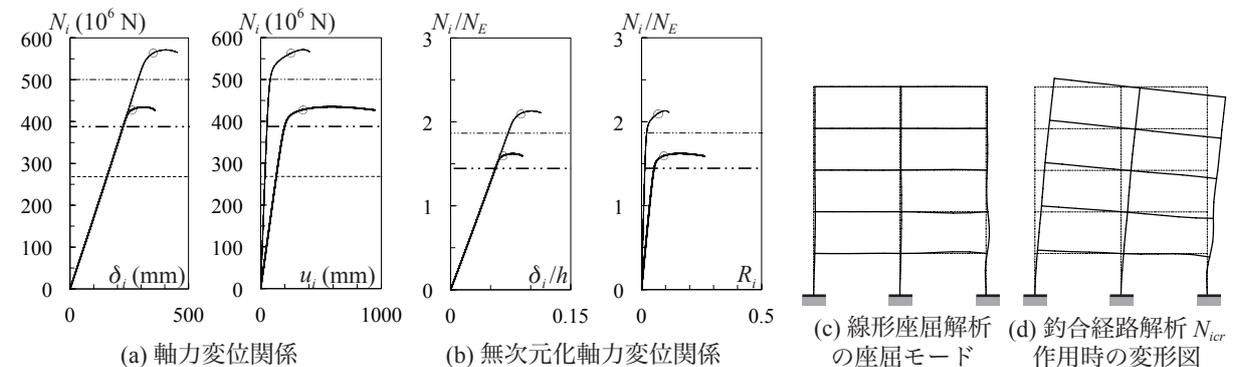


図 2.4.13 52A20B04 柱脚固定の解析結果

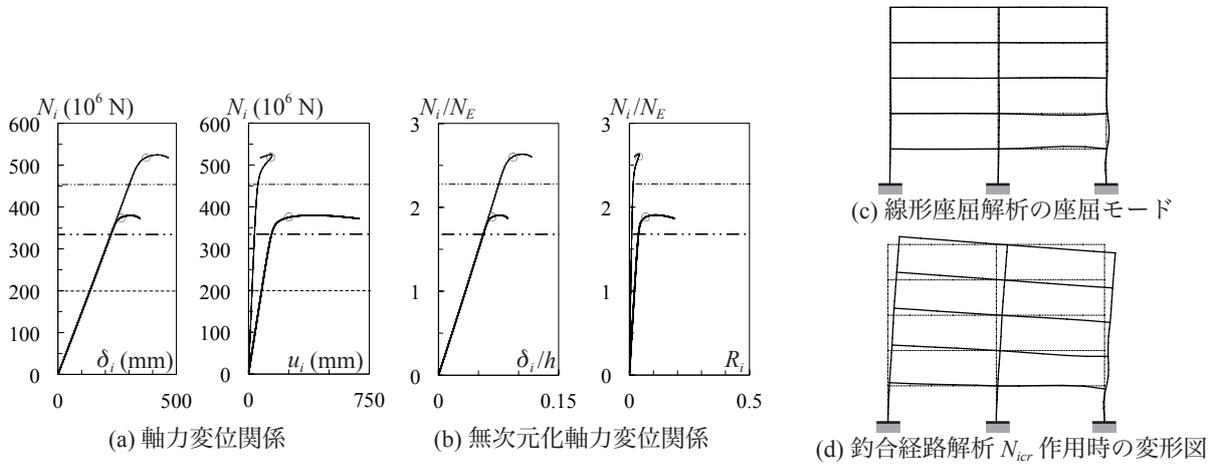
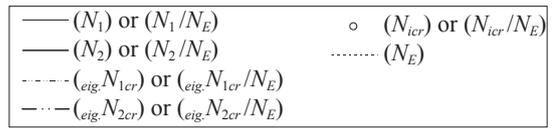


図 2.4.14 52A30B18 柱脚固定の解析結果

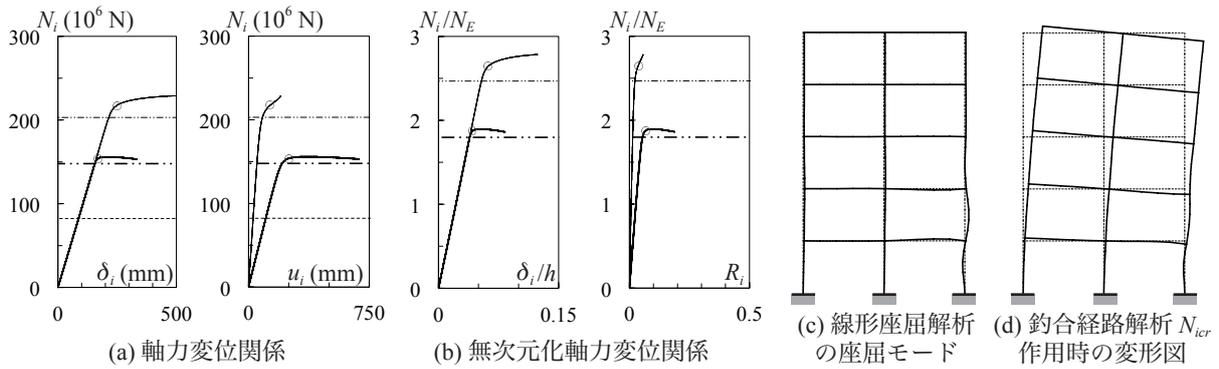


図 2.4.15 52A15B13 柱脚固定の解析結果

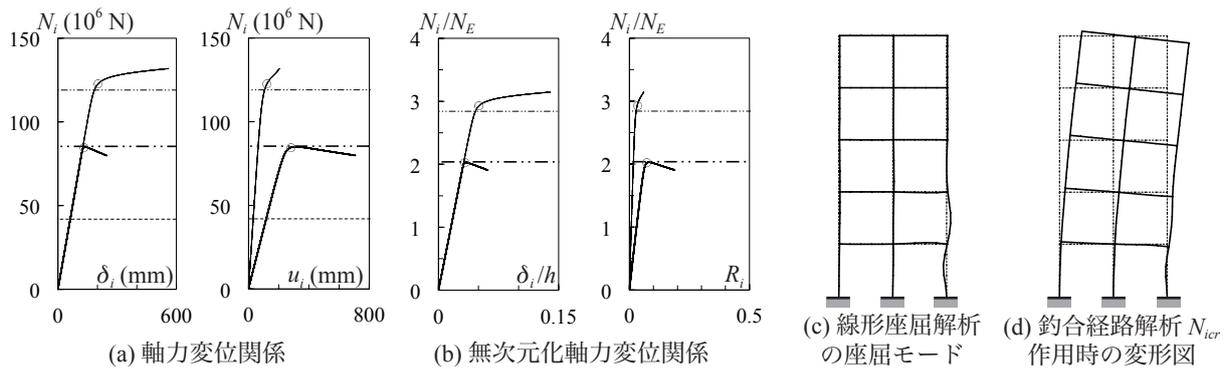


図 2.4.16 52A10B16 柱脚固定の解析結果

N_i : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{icr} : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 $^{eig}N_{icr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

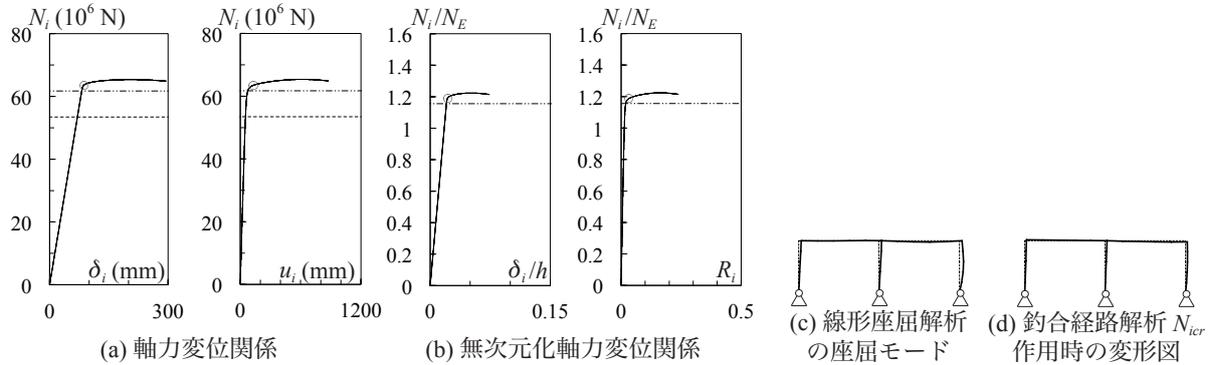


図 2.4.17 12A15B06 柱脚ピンの解析結果

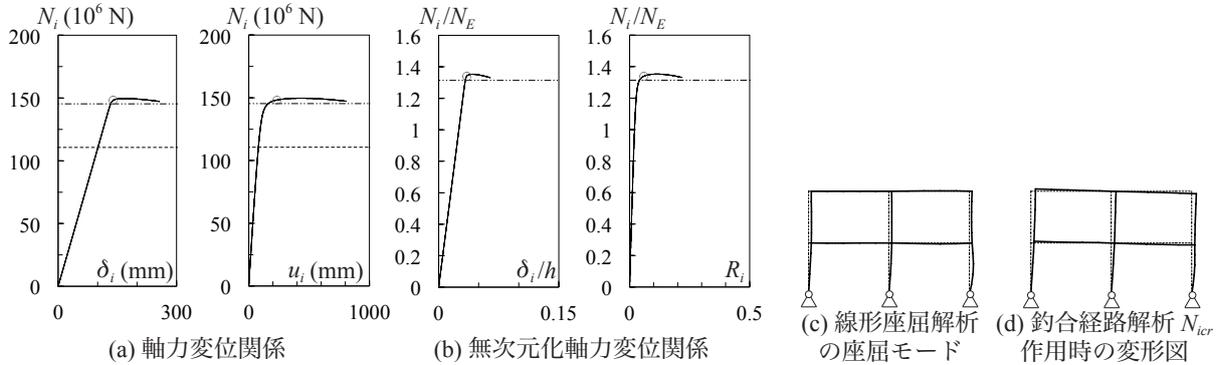


図 2.4.18 22A15B06 柱脚ピンの解析結果

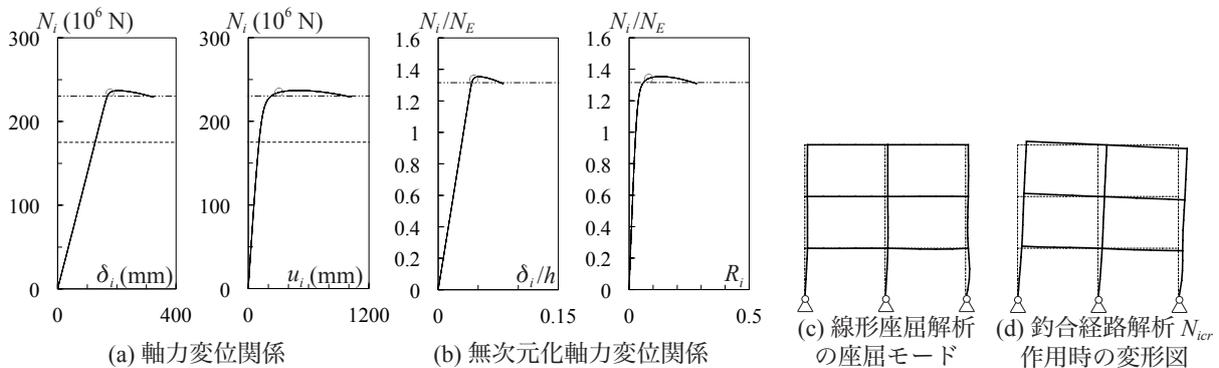


図 2.4.19 32A15B06 柱脚ピンの解析結果

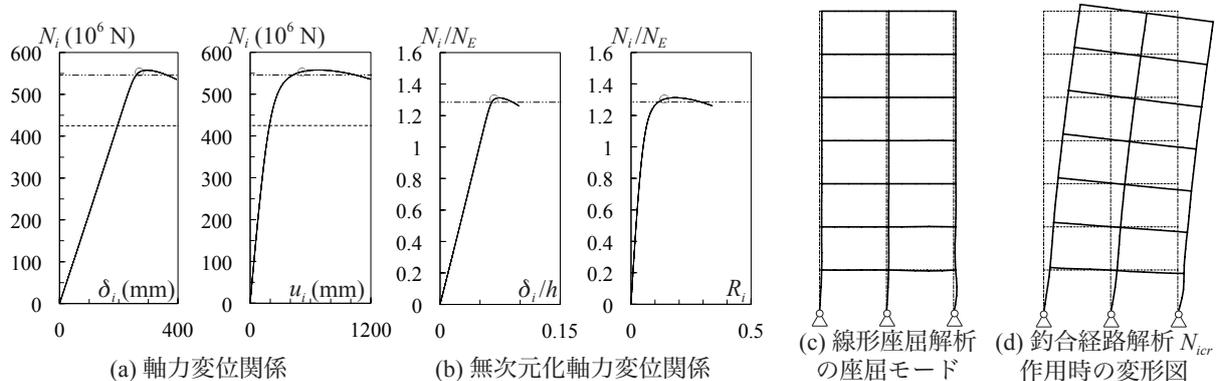


図 2.4.20 72A15B06 柱脚ピンの解析結果

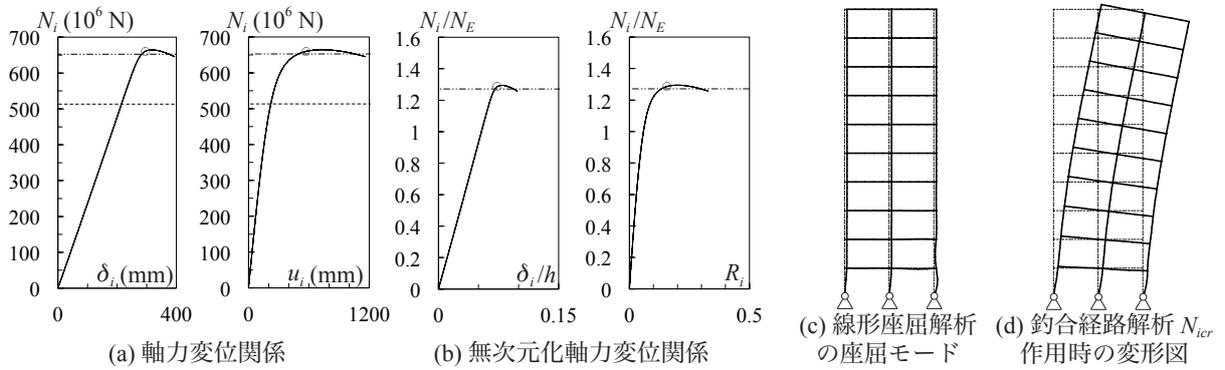


図 2.4.21 102A15B06 柱脚ピンの解析結果

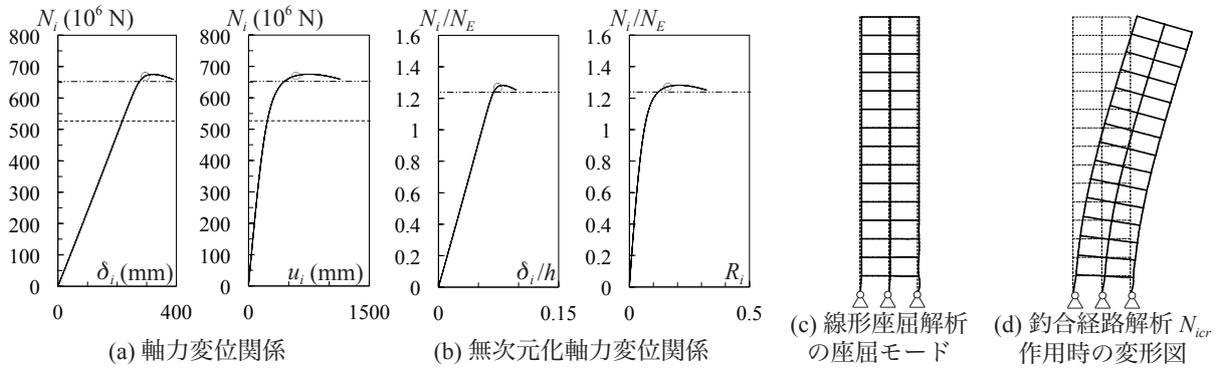


図 2.4.22 152A15B06 柱脚ピンの解析結果

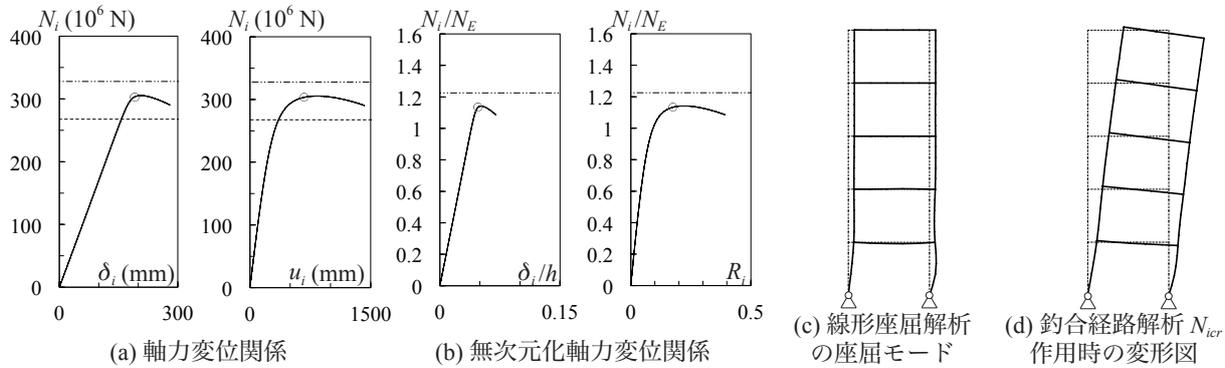


図 2.4.23 51A15B06 柱脚ピンの解析結果

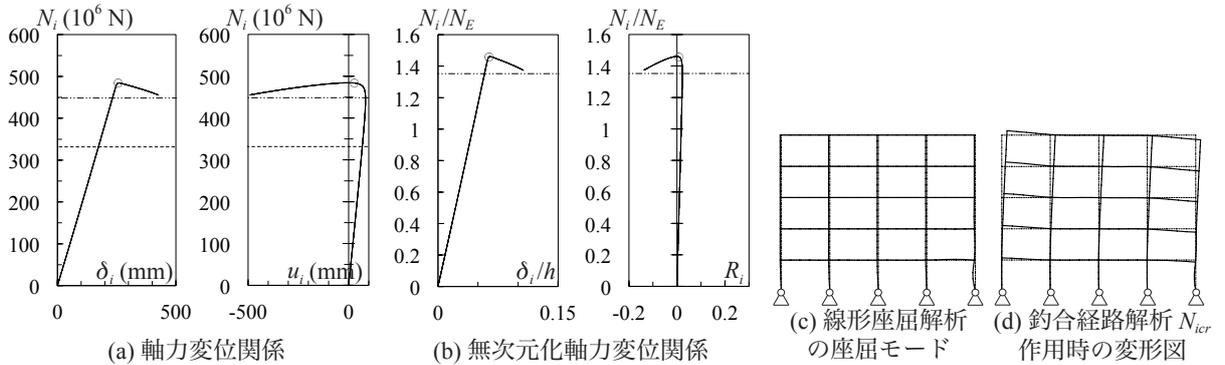


図 2.4.24 54A15B06 柱脚ピンの解析結果

N_i : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 $N_{i,cr}$: 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 $^{eig}N_{i,cr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

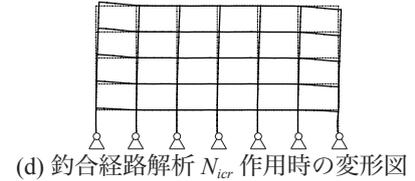
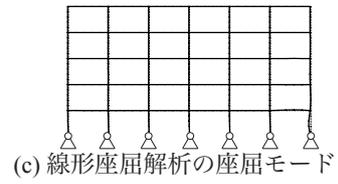
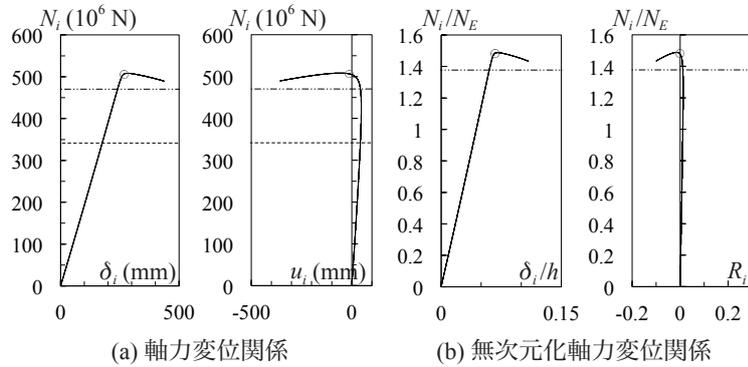


図 2.4.25 56A15B06 柱脚ピンの解析結果

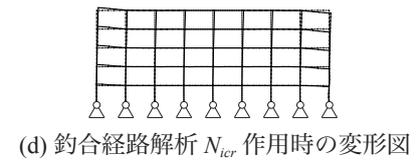
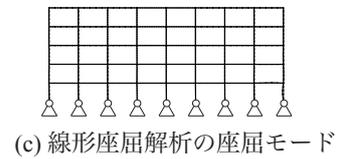
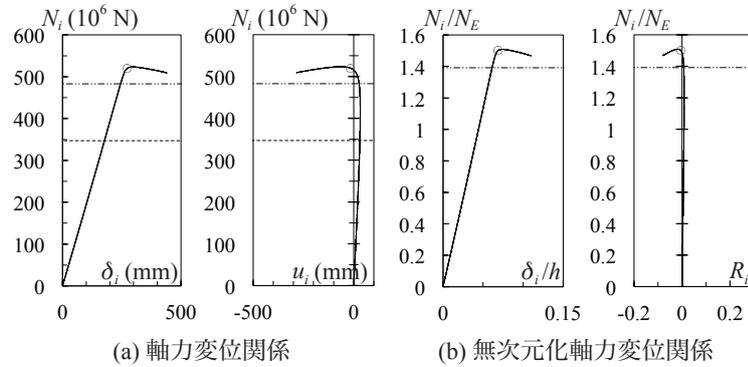


図 2.4.26 58A15B06 柱脚ピンの解析結果

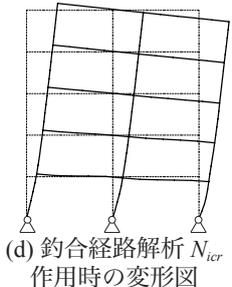
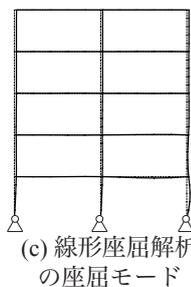
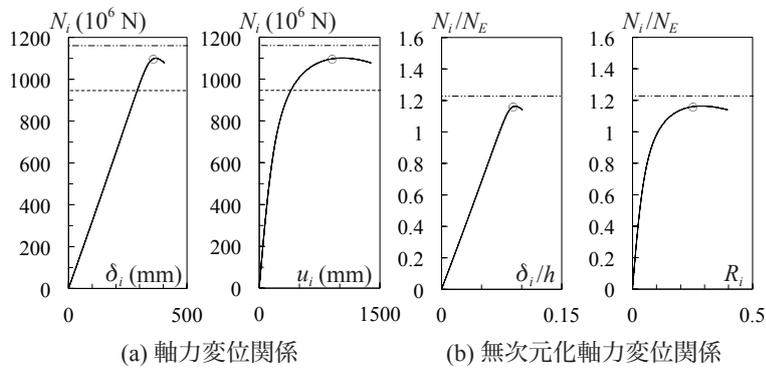


図 2.4.27 52A20B02 柱脚ピンの解析結果

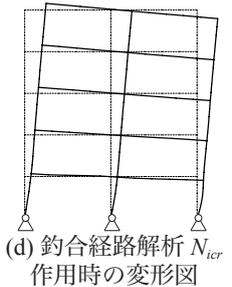
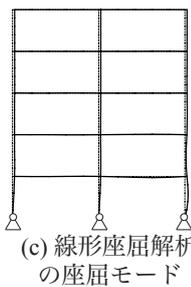
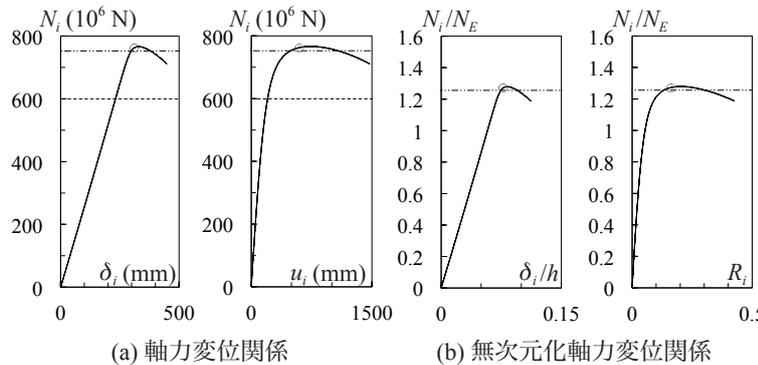
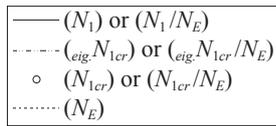


図 2.4.28 52A20B04 柱脚ピンの解析結果



N_i : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{1cr} : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 $eig.N_{1cr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

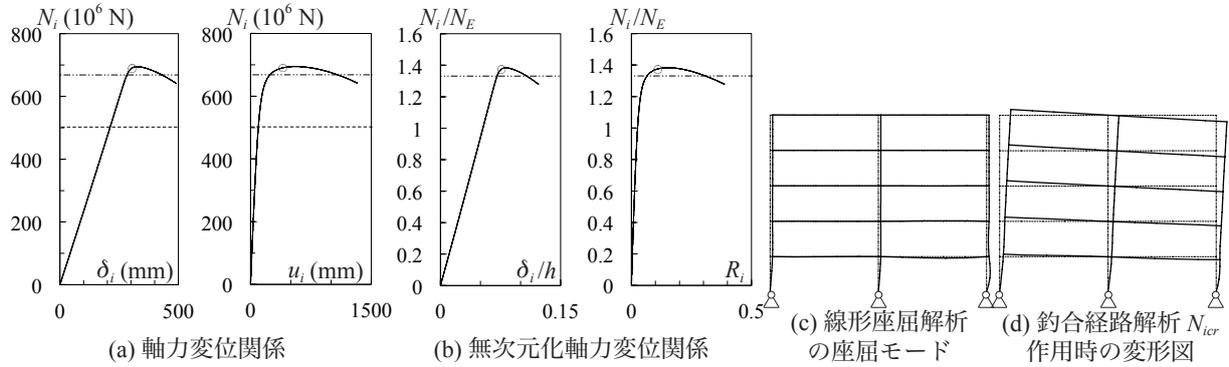


図 2.4.29 52A30B18 柱脚ピンの解析結果

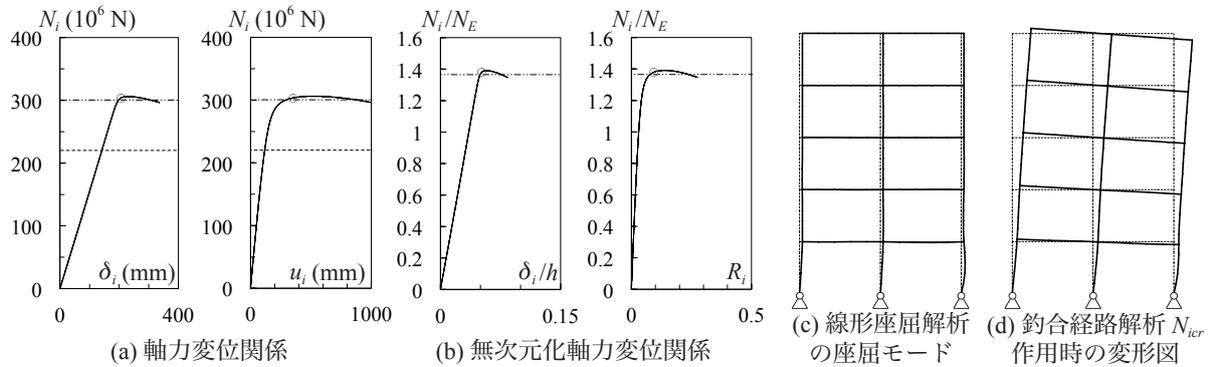


図 2.4.30 52A15B13 柱脚ピンの解析結果

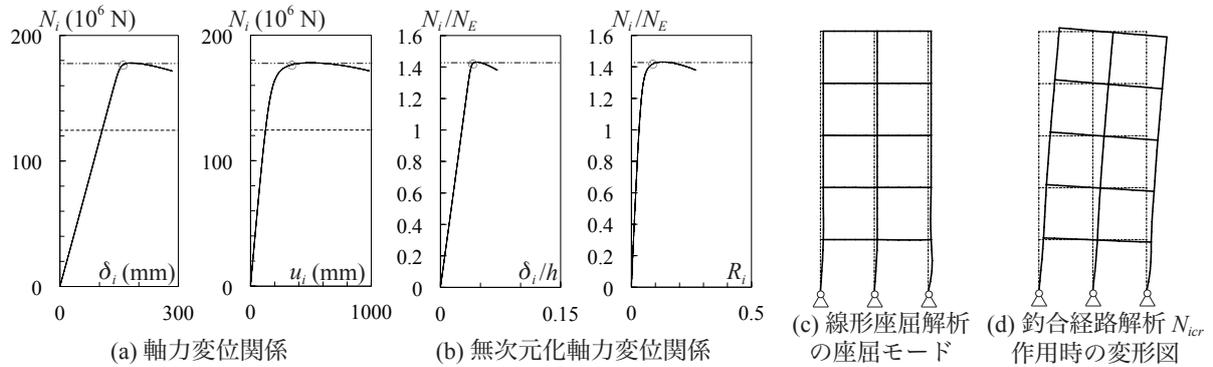


図 2.4.31 52A10B16 柱脚ピンの解析結果

2.4.3 考察

○層数の影響

図 2.4.1 と表 2.4.1 の Series A の骨組は、柱部材長 h が 4 (m)、スパン長 l が 6 (m) で、梁柱曲げ剛性比 (β/α) が 0.4 の多層 2 スパン骨組である。これらの骨組を用いて、層数が地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象に与える影響を考察する。

図 2.4.2 ~ 2.4.7 と図 2.4.17 ~ 2.4.22 の (c), (d) 図より、いずれの骨組においても右外柱の下層部が層ごとに弓なりに変形し、それにともなって下層部右側スパンの梁が上または下に凸に変形することを確認している。つまり、図 2.3.4, 2.3.5 に示した基準骨組と同様に、圧縮側柱が個材座屈している。

図 2.4.32, 2.4.33 には 1 ~ 15 層までの骨組の線形座屈解析結果を示す。縦軸は右外柱の弾性座屈時軸力 ${}_{eig}N_{1cr}$ を N_E で除したもので、以下では無次元化座屈時軸力と呼ぶ。◆は右外柱 1 層目の無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$)、◇はその 2 層目、◆は 3 層目である。横軸は層数 n である。

柱脚固定骨組の数値解析結果である図 2.4.32 では、座屈変形がどの層の柱に集中しているかを記号 (◆, ◇, ◆) の大きさに表現した。ここでは、釣合経路解析における座屈後から解析終了までの (δ_i/h) の増加量の全層での和に対する、当該層の割合で大きさを決めている。この割合の具体的な数値は表 2.4.3 に示している。釣合経路解析では、柱の軸剛性、つまり ($N_i/N_E - \delta_i/h$) 関係の接線剛性が、初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈と定義する。図 2.4.32 より、2 層骨組では 1 層目柱に座屈変形、つまりたわみにともなう座屈後の軸縮みが集中し、(${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) が 1 層骨組よりも大きい。これは、1 層骨組には存在しない 2 層目柱が、1 層目柱の変形を抑制するためと考えられる。2 層以上の骨組では、骨組の層数が増えるほど 1 層目の座屈変形の全層に占める割合が低下し、無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) も低下する。骨組の層数が増えると、地震時柱軸力相当荷重の分布形状が変わり、下層部各層の柱軸力の差が小さくなる。本論文では部材の断面諸量を全層にわたって一定にしているので、骨組下層部の軸力の差がなくなると、1 層目だけでなく 2 層目柱、さらには 3 層目柱にも座屈変形が大きくなる。(${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) が次第に低下するのは、2 層目柱が 1 層目柱の拘束材として期待できず、むしろ 2 層目床梁の曲げ剛性の一部が 2 層目柱の変形を抑制するために使われるためと考えることができる。7 層骨組になると 2 層目柱の座屈変形が最も大きい。そして 10 層と 15 層骨組では 3 層目柱の座屈変形が最も大きく、1 層目柱のそれは相対的にかなり小さくなる。図 2.4.32 より、1 層骨組を例外として、1 層目柱の座屈変形が全層に占める割合と無次元座屈時軸力は、どちらも 2 層骨組で最も大きい。また、2 層目柱における両者は 7 層骨組で最も大きく、3 層目柱における両者は 15 層骨組で最も大きい。これは、ある層が単独で座屈する場合、つまりその層に座屈変形が集中する場合には上下層の柱がその拘束材と見なせるが、連成座屈する場合、つまり上下層の柱にも座屈変形が大きくなる場合には拘束が弱まり、無次元化座屈時軸力が低下することを意味している。なお、図 2.4.6 に示した 10 層骨組などでは、釣合経路解析で軸剛性が急激に変化する荷重レベルと、線形座屈解析で得られる結果に明らかな差異が存在する。これについては 2.6 節で考察する。

図 2.4.33 は柱脚ピンの骨組の数値解析結果であり、横軸が層数 n 、縦軸は 1 層目柱の無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) である。柱脚ピンの場合には、全ての骨組において最下層の柱に座屈変形が集中し、他層の柱にはほとんどそれが生じないことを確認している。図 2.4.33 からわかるように、柱脚ピンの多層骨組の (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) は 1 層骨組のそれを下回ることがない。これは、2 層目床梁に加えて 2 層目以上の柱と梁が 1 層目柱の座屈変形を抑制する部材と見なせるからである。

Series A : 梁柱曲げ剛性比 0.4, 多層 2 スパン骨組, パラメータは層数

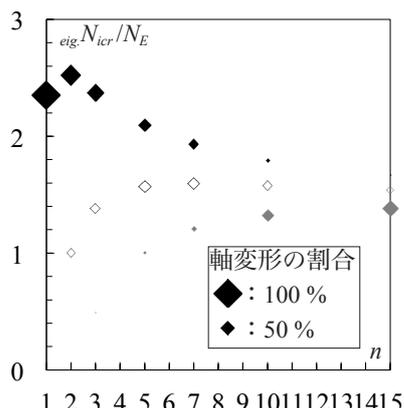


図 2.4.32 層数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

表 2.4.2 層数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

名称	n	線形座屈解析			NE (10 ⁶ N)
		eig.N _{1cr} /NE	eig.N _{2cr} /NE	eig.N _{3cr} /NE	
12A15B06fix	1	2.354			11.56
22A15B06fix	2	2.521	1.001		32.70
32A15B06fix	3	2.373	1.382	0.495	64.01
52A15B06fix	5	2.097	1.572	1.007	129.7
72A15B06fix	7	1.935	1.594	1.209	193.9
102A15B06fix	10	1.793	1.578	1.326	255.8
152A15B06fix	15	1.669	1.539	1.384	301.8

解析結果は図 2.3.4 と図 2.4.2~2.4.7

n : 骨組の層数

グラフの凡例

	線形座屈解析
1層目	◆ : eig.N _{1cr} /NE
2層目	◇ : eig.N _{2cr} /NE
3層目	◇ : eig.N _{3cr} /NE

eig.N_icr : 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
NE : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

表 2.4.3 柱脚固定多層 2 スパン骨組における軸方向変形の割合 (%)

柱の位置	n						
	1	2	3	5	7	10	15
4層目				1.4	3.2	8.7	12.9
3層目			3.9	9.9	18.0	41.3	54.5
2層目		29.1	34.9	41.9	41.6	33.1	25.4
1層目	100	70.9	61.1	46.7	36.3	14.4	4.9

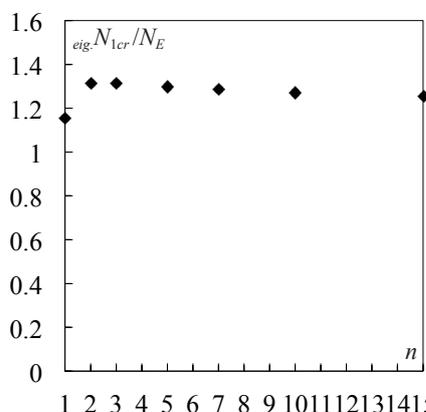


図 2.4.33 層数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

表 2.4.4 層数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

名称	n	線形座屈解析	NE (10 ⁶ N)
		eig.N _{1cr} /NE	
12A15B06pin	1	1.155	53.44
22A15B06pin	2	1.314	110.6
32A15B06pin	3	1.316	175.0
52A15B06pin	5	1.298	306.1
72A15B06pin	7	1.285	424.9
102A15B06pin	10	1.271	513.3
152A15B06pin	15	1.256	526.7

解析結果は図 2.3.5 と図 2.4.17~2.4.22

n : 骨組の層数

○スパン数の影響

図 2.4.1 と表 2.4.1 の Series B の骨組は、柱部材長 h が 4 (m), スパン長 l が 6 (m) で、梁柱曲げ剛性比 (β/α) が 0.4 の 5 層多スパン骨組である。これらの骨組を用いて、スパン数が地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象に与える影響を考察する。

図 2.4.8 ~ 2.4.11 と図 2.4.23 ~ 2.4.26 の (c), (d) 図より、いずれの骨組でも圧縮側柱の下層部が層ごとに弓なりに変形する個材座屈モードになることがわかる。図 2.4.8(a) と図 2.4.11(a) を比較すればわかるように、1 スパン骨組に比べて 8 スパン骨組はほとんど水平変位が生じずに個材座屈する。また、

図 2.4.26 の 8 スパン骨組において、1 層目右外柱の頭部が最終的に左側、つまり骨組の内側に変位するのは、骨組の全体曲げにともなう部材角 R_i が小さいので、他の 8 本の柱を引き連れて右に変位するよりも、2 層目床梁を曲げながら左に変位するほうが容易なためと考えられる。

図 2.4.34, 2.4.35 には 1 ~ 8 スパン骨組の線形座屈解析結果を示す。縦軸は右外柱の弾性座屈時軸力 $_{\text{eig.}}N_{\text{icr}}$ を N_E で除したもの（無次元化座屈時軸力）で、横軸はスパン数 s である。柱脚固定の骨組では、1, 2 層目柱に座屈変形が集中することを確認しているため、この 2 層の結果を示している。図 2.4.34, 2.4.35 より、スパン数が増えるほど、わずかではあるが、無次元化座屈時軸力が増加する。本論文に示す均等骨組において、水平荷重による付加軸力は外柱ほど大きく、地震時柱軸力相当荷重の荷重分布も同様である。よって、スパン数が増えるほど、圧縮側柱の水平変位を抑制する余裕を持つ柱、および梁の本数が増える。すなわち、最大圧縮力を受ける右外柱と比較して、骨組のその他の部分の水平剛性が高くなり、無次元化座屈時軸力が増加する。

○梁柱曲げ剛性比の影響

図 2.4.1 と表 2.4.1 の Series C の骨組は、柱部材長 h が 4 (m) の 5 層 2 スパン骨組である。これらの

$_{\text{eig.}}N_{\text{icr}}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

グラフの凡例

線形座屈解析	
1 層目	◆ : $_{\text{eig.}}N_{1\text{cr}}/N_E$
2 層目	◇ : $_{\text{eig.}}N_{2\text{cr}}/N_E$

Series B : 梁柱曲げ剛性比 0.4, 2 層多スパン骨組, パラメータはスパン数

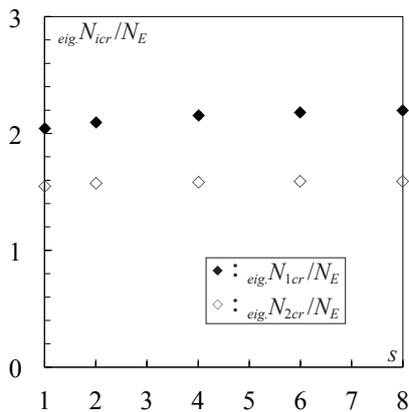


表 2.4.5 スパン数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

名称	s	線形座屈解析		N_E (10^6 N)
		$_{\text{eig.}}N_{1\text{cr}}/N_E$	$_{\text{eig.}}N_{2\text{cr}}/N_E$	
51A15B06fix	1	2.042	1.545	117.9
52A15B06fix	2	2.097	1.572	129.7
54A15B06fix	4	2.159	1.586	136.4
56A15B06fix	6	2.183	1.592	138.8
58A15B06fix	8	2.196	1.596	140.1

解析結果は図 2.3.4 と図 2.4.8 ~ 2.4.11
 s : 骨組のスパン数

図 2.4.34 スパン数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

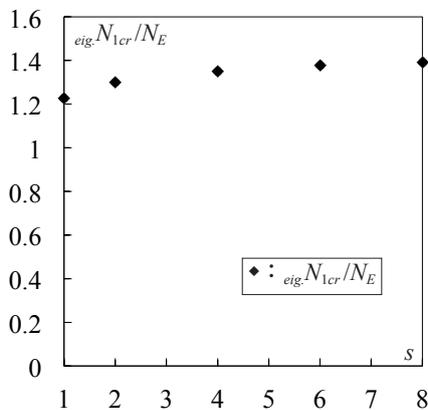


表 2.4.6 スパン数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

名称	s	線形座屈解析	N_E (10^6 N)
		$_{\text{eig.}}N_{1\text{cr}}/N_E$	
51A15B06pin	1	1.225	267.6
52A15B06pin	2	1.298	306.1
54A15B06pin	4	1.352	331.6
56A15B06pin	6	1.377	341.6
58A15B06pin	8	1.391	347.0

解析結果は図 2.3.5 と図 2.4.23 ~ 2.4.26
 s : 骨組のスパン数

図 2.4.35 スパン数と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

骨組を用いて梁柱曲げ剛性比 (β/α) が地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象に与える影響を考察する。

図 2.4.12 ~ 図 2.4.16 の (c), (d) 図より, 柱脚固定の骨組では, 圧縮側柱の個材座屈が確認できる。解析対象骨組の中で最も (β/α) が小さく, 柱脚がピンの骨組である 52A20B02pin の数値解析結果を図 2.4.27 に示す。この骨組では (β/α) が 0.1 であるから, 文献 2.1) の設計例と比較すれば, 通常よりもかなり (β/α) が小さい骨組と考えられる。図 2.4.27(d) に示すように, 鈎合経路解析において圧縮側柱が層ごとに弓なりに変形する様子がほとんど見られず, 梁は S 字に変形している。つまり, (d) 図は図 2.3.2, 2.3.3 の (d) 図と同じく, 骨組の sway 座屈モードになっている。ただし, 図 2.4.27(a) より, 鈎合経路解析で軸剛性が急変する荷重レベルは N_E を上回っている。

図 2.4.36, 2.4.37 には, 梁柱曲げ剛性比 (β/α) が 0.1 ~ 1.6 までの骨組の線形座屈解析結果を示す。縦軸は右外柱の弾性座屈時軸力 $_{eig}N_{1cr}$ を N_E で除したもので, 横軸は (β/α) である。どちらの図からも, (β/α) が大きいほど無次元化座屈時軸力は大きくなるのがわかる。これは, 柱から見て梁の曲げ剛性が高いほど, 柱端部の拘束が強くなるためと考えられる。

○まとめ

図 2.4.2 ~ 2.4.31 より, 梁柱曲げ剛性比が ($\beta/\alpha = 0.1$) で柱脚ピンの 5 層 2 スパン骨組を除いて, 全ての骨組で圧縮側柱の個材座屈モードになる。また, 本節で示した範囲の均等ラーメン骨組において, 座屈変形が集中する圧縮側柱下層部の座屈時軸力は, 全て N_E を上回る。

Series C : 5 層 2 スパン骨組, パラメータは梁柱曲げ剛性比

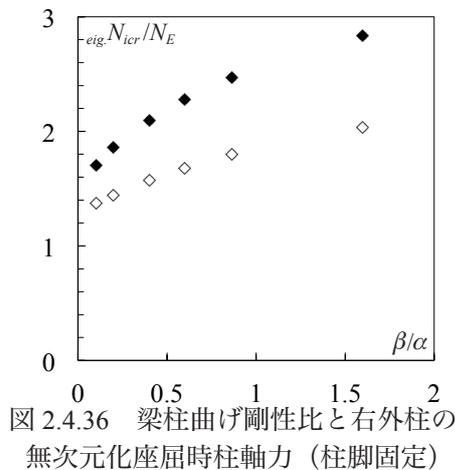


図 2.4.36 梁柱曲げ剛性比と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

表 2.4.7 梁柱曲げ剛性比と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚固定)

名称	β/α	線形座屈解析		N_E (10^6 N)
		$_{eig}N_{1cr}/N_E$	$_{eig}N_{2cr}/N_E$	
52A20B02fix	0.1	1.705	1.371	443.7
52A20B04fix	0.2	1.865	1.446	268.2
52A15B06fix	0.4	2.097	1.572	129.7
52A30B18fix	0.6	2.277	1.679	199.2
52A15B13fix	0.867	2.468	1.798	82.25
52A10B16fix	1.6	2.840	2.037	41.91

解析結果は図 2.3.4 と図 2.4.12 ~ 2.4.16
 β/α : 梁柱曲げ剛性比

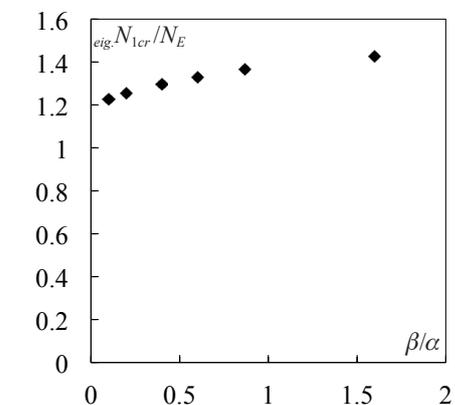


図 2.4.37 梁柱曲げ剛性比と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

表 2.4.8 梁柱曲げ剛性比と右外柱の無次元化座屈時柱軸力 (柱脚ピン)

名称	β/α	線形座屈解析	N_E (10^6 N)
		$_{eig}N_{1cr}/N_E$	
52A20B02pin	0.1	1.227	945.9
52A20B04pin	0.2	1.256	599.1
52A15B06pin	0.4	1.298	306.1
52A30B18pin	0.6	1.331	502.2
52A15B13pin	0.867	1.365	220.2
52A10B16pin	1.6	1.427	124.4
52A05B30pin	6	1.539	54.02

解析結果は図 2.3.5 と図 2.4.27 ~ 2.4.31
 β/α : 梁柱曲げ剛性比

2.5 地震時柱軸力相当荷重を受ける吹抜骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力

2.5.1 解析対象骨組

吹抜けを有する骨組に一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重を作用させる数値解析を行い、その弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察する。解析対象骨組を図 2.5.1 に示す。固定柱脚の 5 層 2 スパン骨組の床梁を抜く位置をパラメータとする。吹抜柱の部材長は ($h = 8 \text{ m}$)、その他の柱の部材長は ($h = 4 \text{ m}$) とする。スパン長は ($l = 8 \text{ m}$) とするので、吹抜柱以外の柱とその周辺の梁において ($\alpha = l/h = 2$) である。部材断面は梁、柱ともに全層で同一とし、吹抜柱の断面も他の柱と同じとする。そして、梁と柱の断面 2 次モーメントの比を ($\beta = I_b/I_c = 0.4$) とするので、吹抜柱以外の柱とその周辺の梁における梁柱曲げ剛性は ($\beta/\alpha = 0.2$) である。前節では、地震時柱軸力相当荷重作用時にほとんどの均等骨組で圧縮側柱下層部が各層ごとに大きくたわむ個材座屈モードになるが、($\beta/\alpha = 0.1$) で柱脚ピンの骨組において釣合経路解析を行った場合にのみ、骨組の sway 座屈モードになることを示した。よって、本節は柱脚固定骨組を用いた検討であるが、(β/α) が小さいほど sway 座屈モードになる可能性があるため、現実の骨組ではかなり梁の曲げ剛性が柱よりも低い部類と考えられる ($\beta/\alpha = 0.2$) を用いる。本節では、幾何学的に線形な解析において、図 2.5.2 の左から右へ向けて A_i 分布による地震水平力が作用するときと比較して、柱軸力分布が相似になる鉛直荷重群を地震時柱軸力相当荷重とする (図 2.5.1)。よって、左床吹抜骨組は吹抜柱が引張側になる場合で、右床吹抜骨組は吹抜柱が圧縮側になる場合である。骨組の設計方針と上記以外の解析条件は 2.2 節に示した通りである。表 2.5.1 には、解析対象骨組の断面諸量などを示す。

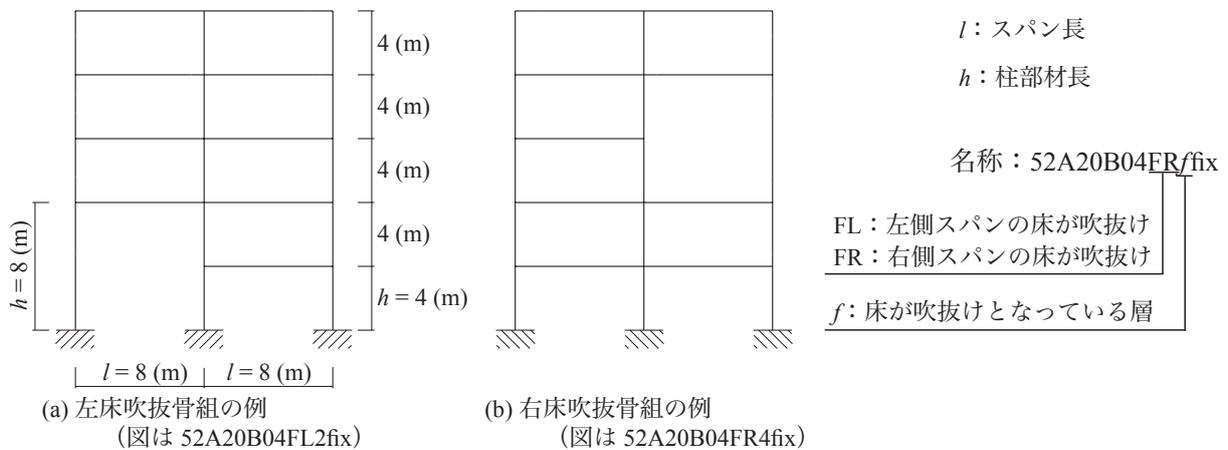


図 2.5.1 吹抜けを有する解析対象骨組

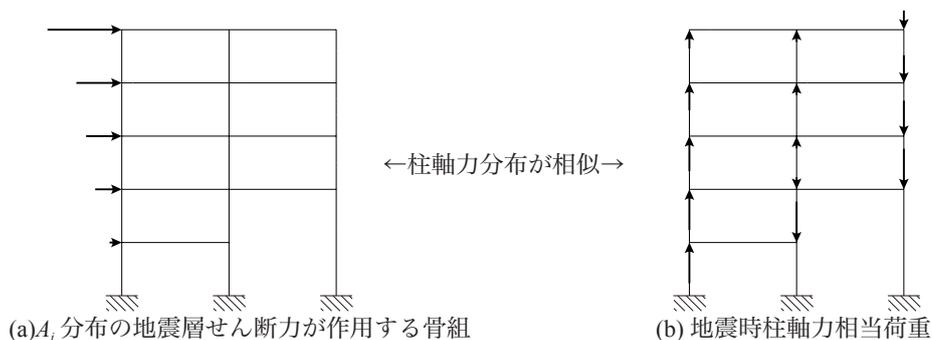


図 2.5.2 吹抜骨組に対する地震時柱軸力相当荷重

表 2.5.1 吹抜骨組の断面諸量など

名称	吹抜け 位置	I_c ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	I_b ($\times 10^8 \text{ mm}^4$)	A_c ($\times 10^4 \text{ mm}^2$)	N_E ($\times 10^6 \text{ N}$)	N_{EF} ($\times 10^6 \text{ N}$)
52A20B04FL2fix	2層目左床	23.02	9.208	3.428	291.1	72.77
52A20B04FL3fix	3層目左床	24.06	9.624	3.505	304.2	76.06
52A20B04FL4fix	4層目左床	22.73	9.092	3.406	287.4	71.86
52A20B04FL5fix	5層目左床	19.05	7.620	3.118	240.9	60.22
52A20B04FR2fix	2層目右床	23.02	9.208	3.428	291.1	72.77
52A20B04FR3fix	3層目右床	24.06	9.624	3.505	304.2	76.06
52A20B04FR4fix	4層目右床	22.73	9.092	3.406	287.4	71.86
52A20B04FR5fix	5層目右床	19.05	7.620	3.118	240.9	60.22

全て柱脚固定の5層2スパン骨組で、 $(\beta/\alpha = 0.2)$ である。

$\beta = I_b/I_c$ I_b, I_c : 梁と柱の断面2次モーメント
 $\alpha = l/h$ A_c : 柱断面積
 l : スパン長 N_E : 吹抜柱以外の柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 h : 柱部材長 N_{EF} : 吹抜柱の部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

2.5.2 各骨組の数値解析結果

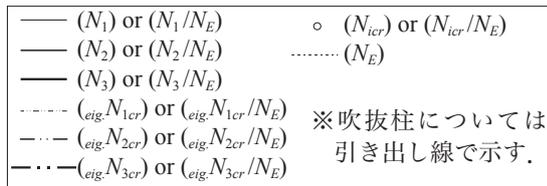
全ての骨組の数値解析結果を図 2.5.3~2.5.10 に示す。

(a) 図は軸力変位関係である。縦軸は i 層右外柱の軸力 N_i である。吹抜柱の軸力は、例えば2層床吹抜骨組ならば $N_{1,2}$ と表記する。(a) 図の横軸は、各柱の縮み δ_i あるいは各柱両端の相対水平変位 u_i である。 δ_i は縮みを正とし、 u_i は右方向へ柱が傾く場合を正とする。実線が釣合経路解析の結果で、黒実線の細い方から太くなるにつれて1層目、2層目、... とより上層の柱の結果を表す。吹抜柱の場合は灰色にしている。○は釣合経路解析における弾性座屈時柱軸力 N_{icr} である。本論文において、釣合経路解析では、各柱ごとに $(N_i - \delta_i)$ 関係の剛性が初期剛性の0.2倍になった時点を座屈と定義する。(a) 図には、吹抜柱よりも上層にあり、なおかつ座屈後の軸方向縮みがほとんど生じない柱の結果は原則のせていない。黒の破線は吹抜柱以外の柱の部材長である ($h = 4 \text{ m}$) を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E である。灰色の破線は吹抜柱の部材長である ($h = 8 \text{ m}$) を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_{EF} である。二点鎖線は線形座屈解析による右外柱の弾性座屈時軸力 ${}_{eig.}N_{icr}$ で、黒色が吹抜柱以外の柱であり、灰色が吹抜柱である。

(b) 図は無次元化した軸力変位関係である。縦軸は各柱軸力あるいは座屈時軸力を各柱の N_E 、つまり吹抜柱では N_{EF} で除したものである。(b) 図の横軸は (δ_i/h) あるいは部材角 R_i である。 δ_i, R_i の定義式は2.3節に示している。 h の値は、吹抜柱以外が ($h = 4 \text{ m}$)、吹抜柱が ($h = 8 \text{ m}$) である。(b) 図の (N_{icr}/N_E) または $({}_{eig.}N_{icr}/N_E)$ が1を超えれば座屈長さが部材長 h 以下になる。

(c) 図は線形座屈解析での座屈モードである。

(d) 図は N_{icr} が作用しているときの、釣合経路解析での骨組の変形図である。



N_i : 鈎合経路解析における i 層右外柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{1cr} : 鈎合経路解析における 1 層右外柱の座屈時軸力
 $eig.N_{1cr}$: 線形座屈解析における 1 層右外柱の座屈時軸力
 N_E : 吹抜柱以外の柱の部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 N_{EF} : 吹抜柱の部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

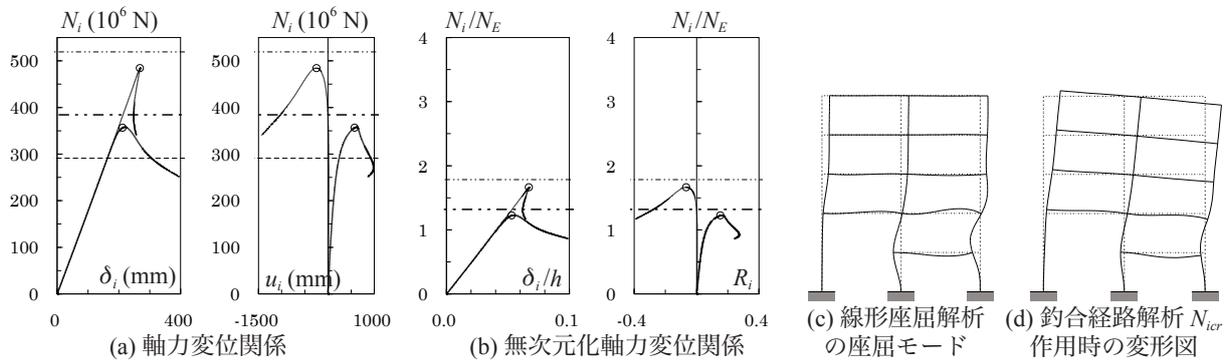


図 2.5.3 52A20B04FL2fix の解析結果

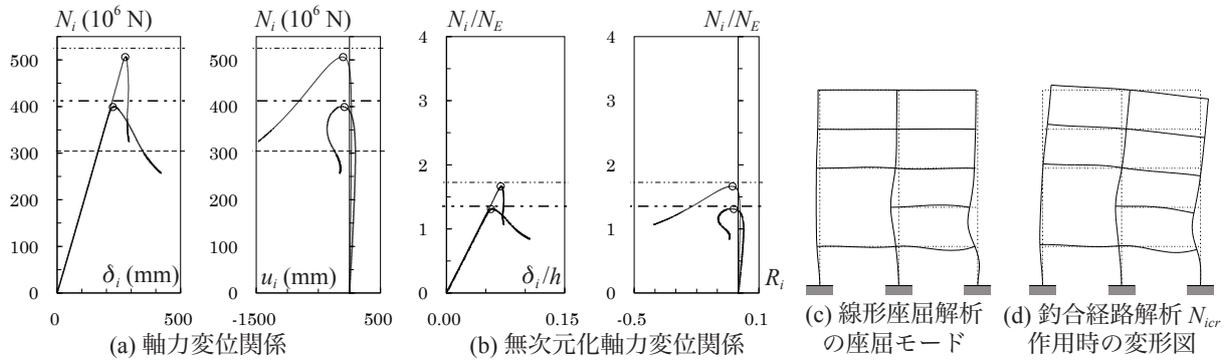


図 2.5.4 52A20B04FL3fix の解析結果

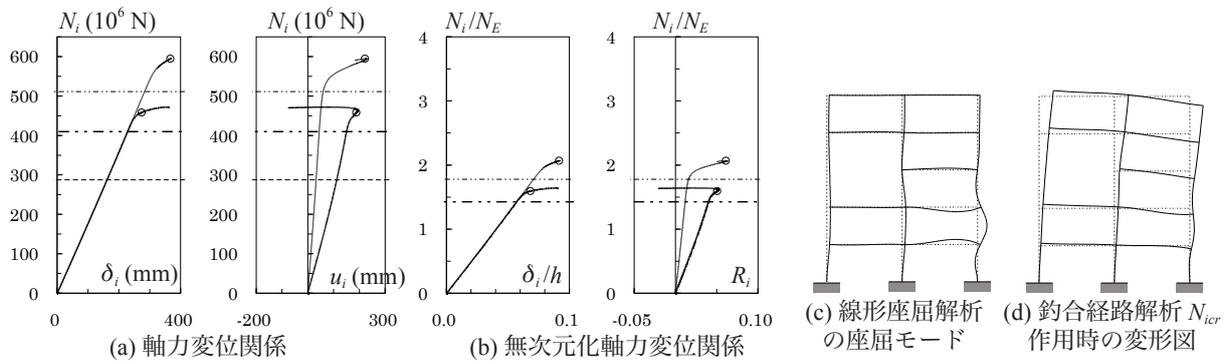


図 2.5.5 52A20B04FL4fix の解析結果

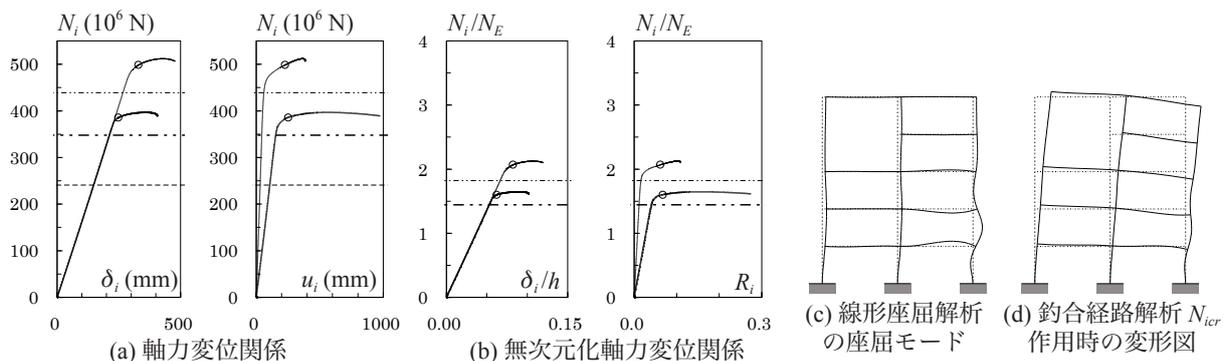


図 2.5.6 52A20B04FL5fix の解析結果

u_i : i 層右外柱両端の相対水平変位
 δ_i : i 層右外柱の軸方向縮み
 R_i : i 層右外柱の部材角

※ i 層床吹抜骨組の吹抜柱の場合には、添字が $[(i-1)-i]$ となる。例えば 2 層床吹抜骨組の吹抜柱の軸力は $N_{1,2}$ である。

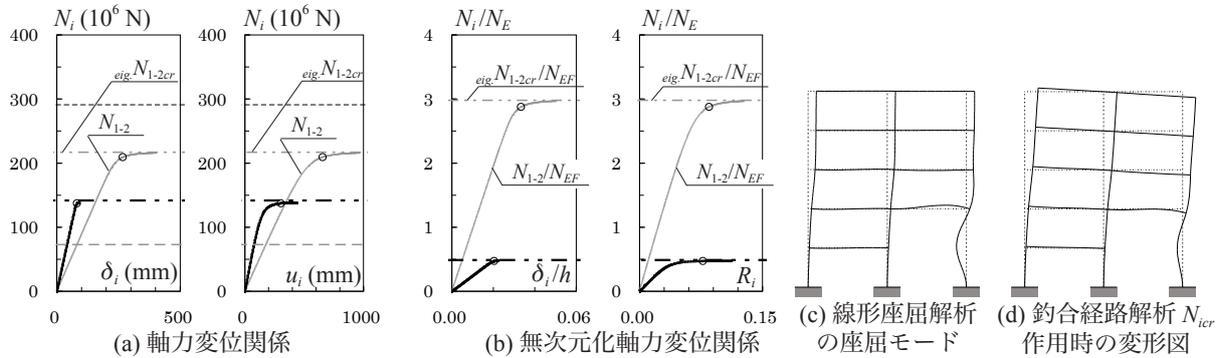


図 2.5.7 52A20B04FR2fix の解析結果

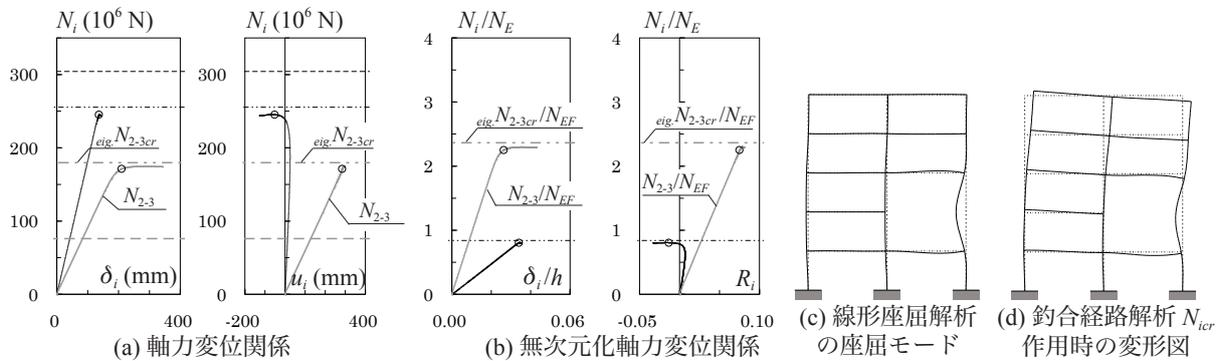


図 2.5.8 52A20B04FR3fix の解析結果

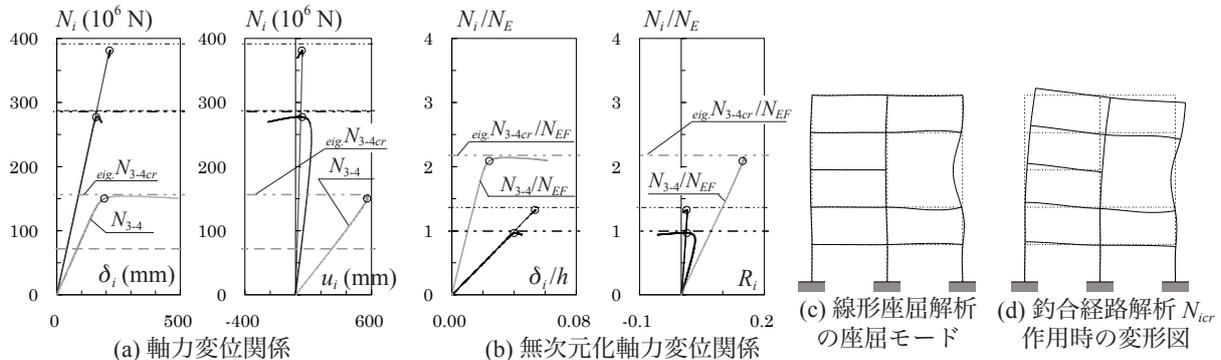


図 2.5.9 52A20B04FR4fix の解析結果

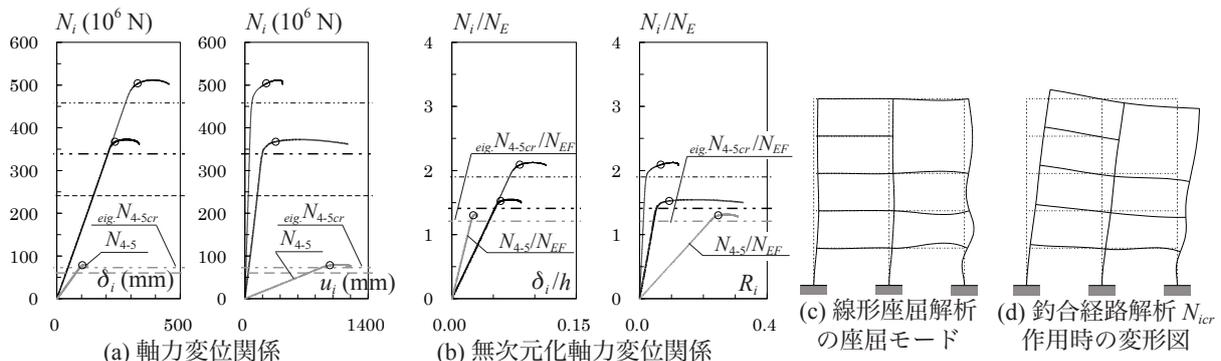


図 2.5.10 52A20B04FR5fix の解析結果

2.5.3 考察

2 頁前に示しているのは、左側スパンの梁が吹抜け、地震時柱軸力相当荷重作用時に吹抜け柱が引張側になる骨組である。図 2.5.3(c), (d) と図 2.5.4(c), (d) より、2 層目あるいは 3 層目の左側の床が吹抜けしている場合には、吹抜け柱と同一層内にある右外柱のたわみが大きくなる。また、それぞれの (b) 図の左側のグラフに示している $(N_i/N_E - \delta_i/h)$ 関係より、特に 2 層目の右外柱に座屈後の軸方向変形が集中していることがわかる。4 層目あるいは 5 層目の左側の床が吹抜けしている場合には、吹抜け柱と同一層内にある 3 層目以上の右外柱の軸力が下層部の柱よりも小さい。本節では部材断面を全層で同一にしているので、図 2.5.5(c), (d) と図 2.5.6(c), (d) より、この場合には吹抜け柱と同一層にある柱ではなく、1 層目と 2 層目の右外柱に座屈変形が集中している様子が分かる。図 2.5.11 と表 2.5.1 には、左床吹抜骨組および 2.4 節に示した均等骨組 (52A20B04fix) での 1, 2 層目右外柱の線形座屈解析結果 ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) の比較を示す。◆が 1 層目柱で◇が 2 層目柱の結果である。2 あるいは 3 層目の左側スパンの床が吹抜けしている骨組では、座屈変形が集中する右外柱 2 層目と同一層内にある床梁が 1 本少なくなるので、均等骨組と比較して ($_{eig}N_{2cr}/N_E$) の値が少し低い。また、吹抜ける床梁の位置が 4 層目、5 層目と上層にいくほど右外柱 1, 2 層目に対する吹抜け層の影響が小さくなると思われる。そのためにこれらの骨組の ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) の値は吹抜けが上層に移行するほど均等骨組の値に近づく。

表 2.5.1 左床吹抜骨組の右外柱下層部の座屈時軸力

名称	吹抜け位置	$_{eig}N_{1cr}/N_E$	$_{eig}N_{2cr}/N_E$	N_E ($\times 10^6$ N)
52A20B04FL2fix	2層目左床	1.784	1.320	291.1
52A20B04FL3fix	3層目左床	1.726	1.354	304.2
52A20B04FL4fix	4層目左床	1.779	1.425	287.4
52A20B04FL5fix	5層目左床	1.822	1.444	240.9
52A20B04fix	均等骨組	1.865	1.446	266.1

$_{eig}N_{1cr}$: 線形座屈解析における骨組座屈時の右外柱 1 層目の軸力
 $_{eig}N_{2cr}$: 線形座屈解析における骨組座屈時の右外柱 2 層目の軸力
 N_E : 吹抜け柱以外の柱の部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

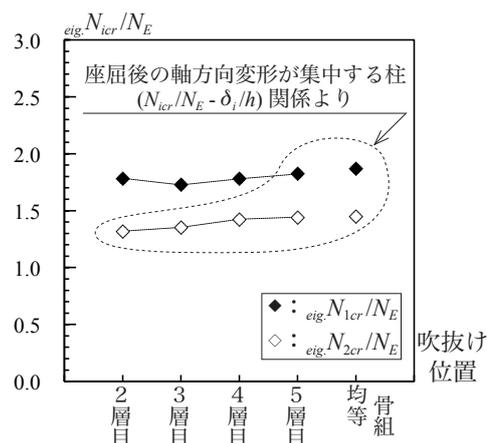


図 2.5.11 左床吹抜骨組の右外柱下層部の座屈時軸力

1 頁前に示しているのは、右側スパンの梁が吹抜け、地震時柱軸力相当荷重作用時に吹抜け柱が圧縮側になる骨組である。図 2.5.7 ~ 2.5.9 の (c), (d) 図より、2 ~ 4 層目の右側の床がそれぞれ吹抜けしている場合には、吹抜け柱のたわみが大きくなる。それぞれの (b) 図の左側のグラフに示している $(N_i/N_E - \delta_i/h)$ 関係からも、吹抜け柱の座屈後の軸方向変形が大きく、他の柱は座屈後にほとんど軸方向変形が進んでいないことがわかる。5 層目の右側の床が吹抜けしている場合には、吹抜け柱の軸力が下層部の柱よりもかなり小さい。本節では部材断面を全層で同一にしているので、図 2.5.10(c), (d) より、この場合には 1 層目と 2 層目の右外柱に座屈変形が集中している様子が分かる。図 2.5.12 と表 2.5.2 には、右床吹抜骨組および 2.4 節に示した均等骨組 (52A20B04fix) での 1, 2 層目右外柱と吹抜け柱の線形座屈解析結果 ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) の比較を示す。◆が 1 層目柱、◇が 2 層目柱、○が吹抜け柱の結果である。2 ~ 4 層目の右側スパンの床がそれぞれ吹抜けしている骨組では、座屈変形が集中する吹抜け柱の無次元化座屈時軸力 ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) が、均等骨組の ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) と比較して高くなる。本節では、吹抜け柱も含めて部材断面を全層で同

一にしている。吹抜柱では部材長が他の柱の2倍なのでそれだけ曲げ剛性 (EI_c/h) が低く、吹抜柱以外の柱と比べて、周辺部材と吹抜柱の曲げ剛性比は2倍になる。よって、吹抜柱に座屈後の軸方向変形が集中する場合、すなわち吹抜柱の座屈が骨組全体の座屈性状に大きな影響を与えていると考えられる場合には、その無次元化座屈時柱軸力が均等骨組の場合よりも大きくなる。2~4層の右床がそれぞれ吹抜けている骨組において、吹抜けが上層にあるほど (${}_{eig}N_{icr}/N_{EF}$) が小さいのは、固定端である柱脚から離れて行くことと、吹抜柱より下層にある柱がより大きな軸力を受けるようになることが影響している。図 2.5.12 において、3層右床吹抜骨組と比較して4層右床吹抜骨組で◆と○の値がより近づくのは、◆で示した1層目柱と比較して、○で示した吹抜柱の軸力の比率が低下していくことを意味している。5層目の右側スパンの床梁が吹抜けている骨組では、図 2.5.10 からわかるように吹抜柱の軸方向変形が座屈後にはほとんど増えず、図 2.4.13 に示した均等骨組の場合と同様に、1, 2層目柱右外柱に座屈後の軸方向線形が集中する。そして、図 2.5.12 と表 2.5.2 に示すように、1, 2層目右外柱の (${}_{eig}N_{icr}/N_E$) は均等骨組の値とあまり変わらない。

以上より吹抜骨組においても、柱の弾性座屈時軸力は柱と周辺部材の剛性比および柱軸力分布が大きく影響すると考えられる。

表 2.5.2 右床吹抜骨組の右外柱の座屈時軸力

名称	吹抜け位置	${}_{eig}N_{1cr}/N_E$	${}_{eig}N_{2cr}/N_E$	${}_{eig}N_{icr}/N_{EF}$ 吹抜柱	N_E ($\times 10^6$ N)	N_{EF} ($\times 10^6$ N)
52A20B04FR2fix	2層目右床			2.980	291.1	72.77
52A20B04FR3fix	3層目右床	0.839		2.363	304.2	76.06
52A20B04FR4fix	4層目右床	1.362	0.994	2.175	287.4	71.86
52A20B04FR5fix	5層目右床	1.900	1.408	1.207	240.9	60.22
52A20B04fix	均等骨組	1.865	1.446		266.1	

N_{EF} : 吹抜柱の部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

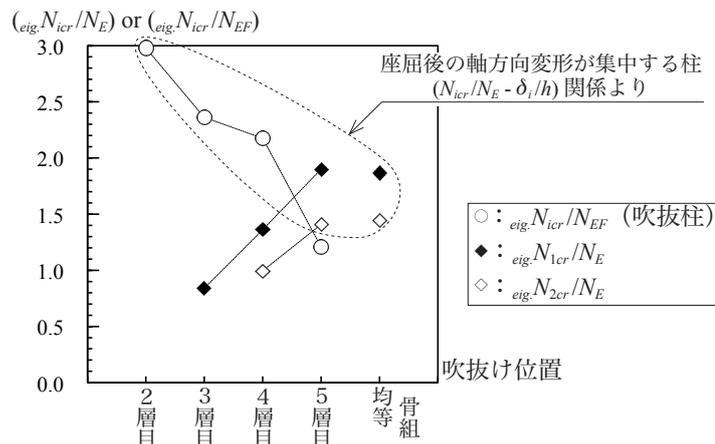


図 2.5.12 右床吹抜骨組の右外柱の座屈時軸力

2.6 地震時柱軸力相当荷重を受けるスパン長が不均一な骨組の弾性座屈性状と座屈時柱軸力

2.6.1 解析対象骨組

左右のスパン長が異なる5層2スパン骨組に一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重を作用させる数値解析を行い、その弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察する。解析対象骨組を図2.6.1に示す。固定柱脚の5層2スパン骨組の右側スパンの長さ l_R をパラメータとする。左側スパンの長さを l_L とし、($l_R/l_L = 0.5, 0.75, 1.25, 1.5, 2.0, 3.0$)と変化させる。 $(l_R/l_L = 1)$ は図2.4.13に示した均等骨組(52A20B04fix)である。左側スパンの長さは($l_L = 8\text{ m}$)、柱の部材長は($h = 4\text{ m}$)とする。梁と柱の断面2次モーメントの比を($\beta = I_b/I_c = 0.4$)とするので、左側スパンにおいて($\alpha_L = l_L/h = 2.0$)であり、梁柱曲げ剛性は($\beta/\alpha_L = 0.2$)である。本節では、幾何学的に線形な解析において、図2.6.1の左から右へ向けて A_i 分布による地震水平力が作用するときと比較して、柱軸力分布が相似になる鉛直荷重群を地震時柱軸力相当荷重とする。骨組の設計方針と上記以外の解析条件は2.2節に示した通りである。表2.6.1には、解析対象骨組の断面諸量などを示す。なお、右側のスパンが無い場合である1スパン骨組(51A20B04fix)の数値解析も行い、考察に用いる。

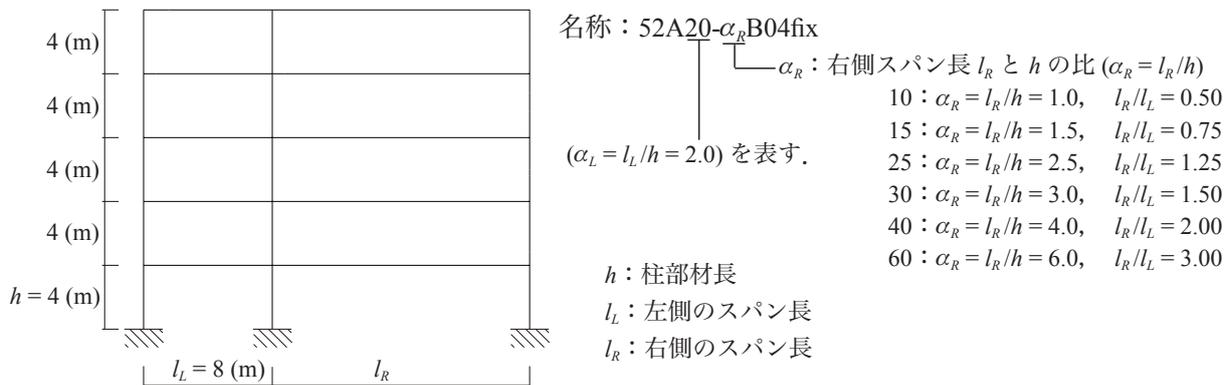


図 2.6.1 左右のスパン長が異なる5層2スパン骨組

表 2.6.1 左右のスパン長が異なる骨組の断面諸量など

名称	l_R/l_L	α_R (l_R/h)	β/α_R	I_c ($\times 10^8\text{ mm}^4$)	I_b ($\times 10^8\text{ mm}^4$)	A_c ($\times 10^4\text{ mm}^2$)	N_E ($\times 10^6\text{ N}$)
51A20B04fix	1スパン骨組			19.25	7.700	3.134	243.4
52A20-10B04fix	0.50	1.0	0.400	12.82	5.128	2.558	162.1
52A20-15B04fix	0.75	1.5	0.267	16.92	6.767	2.939	214.0
52A20-25B04fix	1.25	2.5	0.160	25.36	10.14	3.598	320.7
52A20-30B04fix	1.50	3.0	0.133	29.88	11.95	3.905	377.8
52A20-40B04fix	2.00	4.0	0.100	41.13	16.45	4.582	520.1
52A20-60B04fix	3.00	6.0	0.067	58.54	23.42	5.466	740.3

51A20B04fix 以外は全て柱脚固定の5層2スパン骨組で、($\beta = 0.4$)、($\alpha_L = l_L/h = 2.0$)、($\beta/\alpha_L = 0.2$)である。

$$\beta = I_b/I_c$$

$$\alpha_R = l_R/h$$

h : 柱部材長

l_L : 左側のスパン長

l_R : 右側のスパン長

I_b, I_c : 梁と柱の断面2次モーメント

A_c : 柱断面積

N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

2.6.2 各骨組の数値解析結果

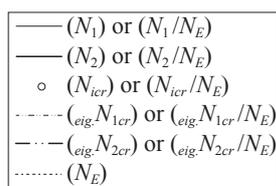
全ての骨組の数値解析結果を図 2.6.2 ~ 2.6.8 に示す。

(a) 図は軸力変位関係である。縦軸は i 層の柱軸力 N_i である。横軸は、各層の柱の縮み δ_i と層間水平変位 u_i である。 δ_i は縮みを正とし、 u_i は右方向へ柱が傾く場合を正とする。全ての骨組で右外柱の結果を示しているが、($l_R/l_L \geq 1.25$) の骨組では右外柱だけでなく内柱でも軸力が圧縮になるので、これらの骨組では内柱の結果も示している。また、図 2.4.12 ~ 2.4.16 に示した柱脚固定の均等 5 層 2 スパン骨組に倣い、大きな圧縮軸力を受けて座屈後の軸方向変形が集中する 1 層目と 2 層目の結果のみを示す。破線は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E である。二点鎖線は線形座屈解析による弾性座屈時軸力 ${}_{eig}N_{icr}$ である。○は釣合経路解析における弾性座屈時柱軸力 N_{icr} である。本論文において釣合経路解析では、各柱ごとに ($N_i - \delta_i$) 関係の剛性が初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈と定義する。

(b) 図は無次元化した軸力変位関係である。 (N_{icr}/N_E) または $({}_{eig}N_{icr}/N_E)$ が 1 を超えれば座屈長さが部材長 h 以下になる。

(c) 図は線形座屈解析での座屈モードである。

(d) 図は N_{icr} が作用しているときの、釣合経路解析での骨組の変形図である。



N_i : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{icr} : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 ${}_{eig}N_{icr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

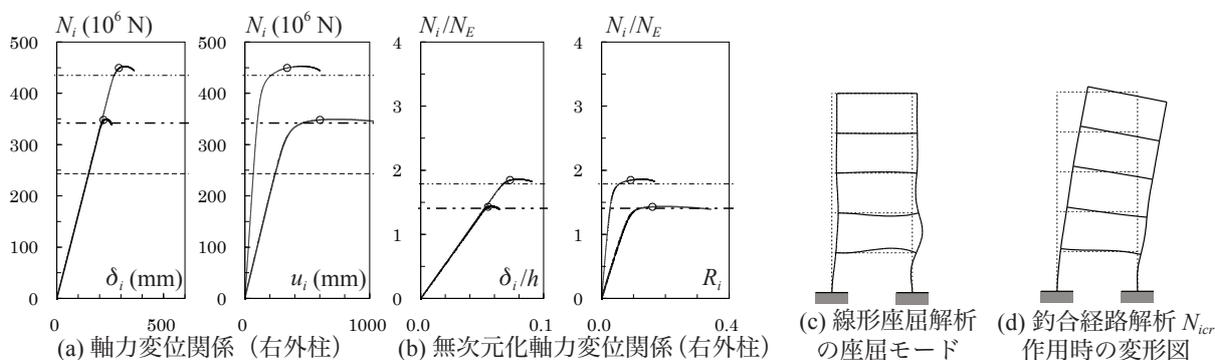


図 2.6.2 51A20B04fix の解析結果

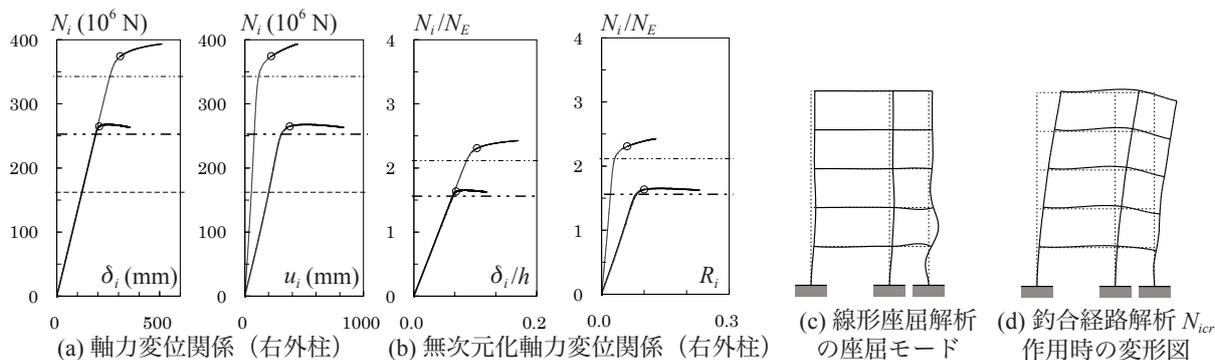


図 2.6.3 52A20-10B04ix の解析結果 ($l_R/l_L = 0.5$)

N_i : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{icr} : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 ${}_{eig}N_{icr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角

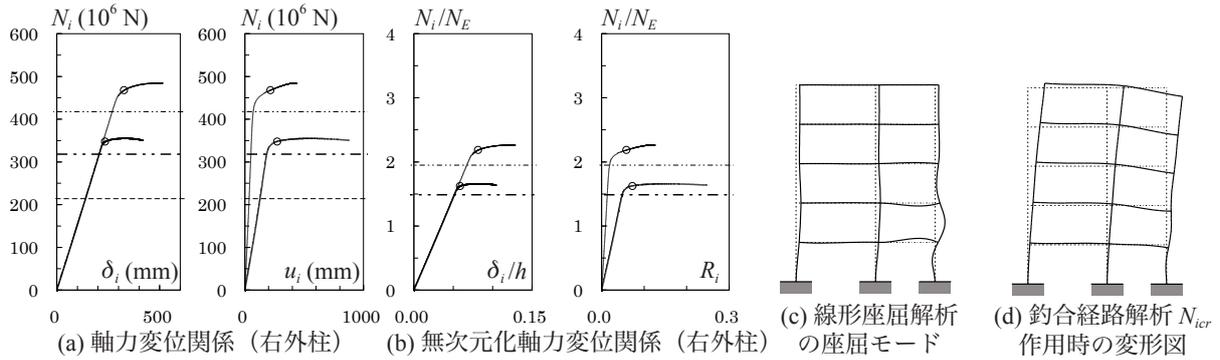


図 2.6.4 52A20-15B04fix の解析結果 ($l_R/l_L = 0.75$)

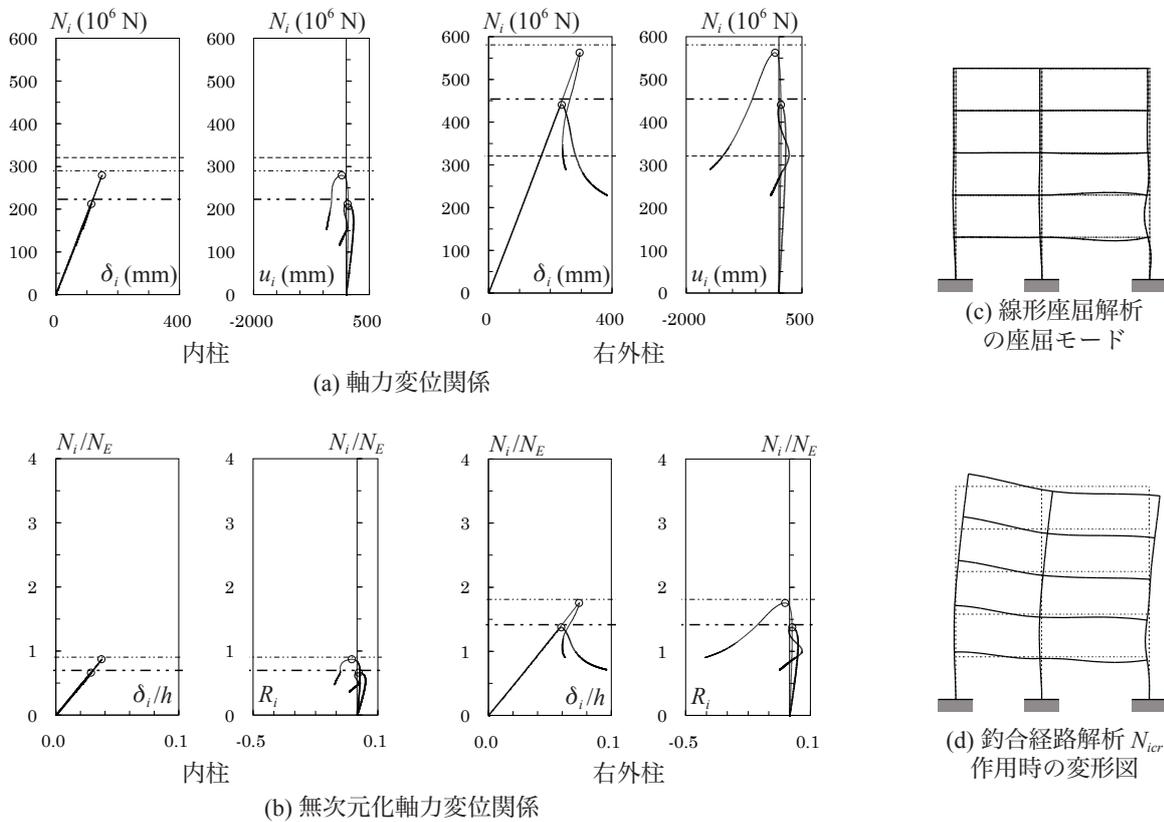


図 2.6.5 52A20-25B04fix の解析結果 ($l_R/l_L = 1.25$)

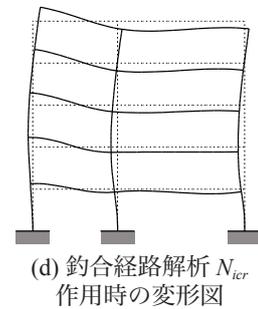
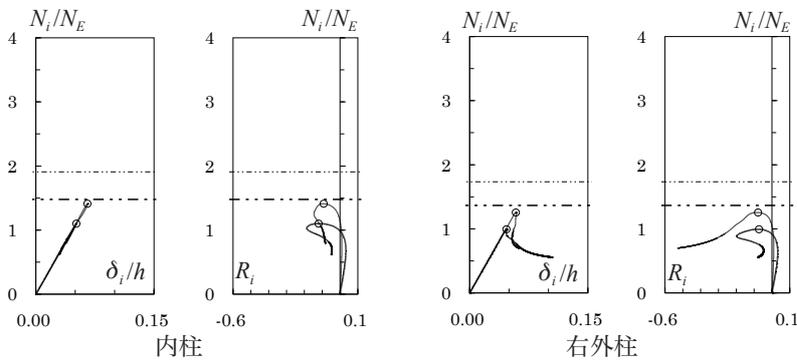
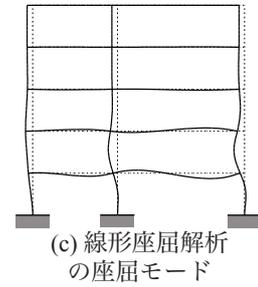
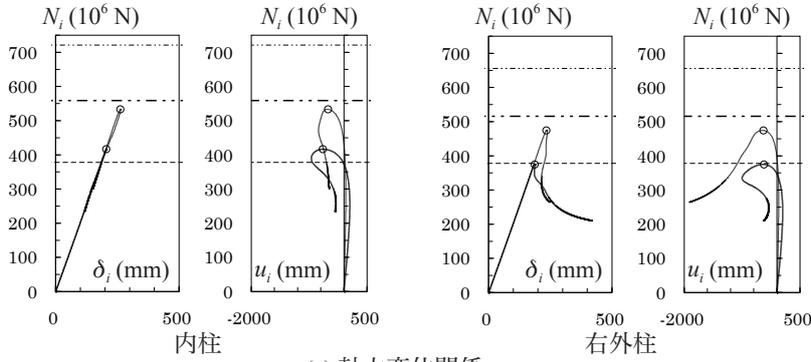
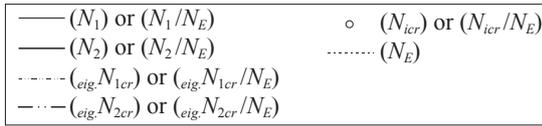


図 2.6.6 52A20-30B04fix の解析結果 ($l_R/l_L = 1.5$)

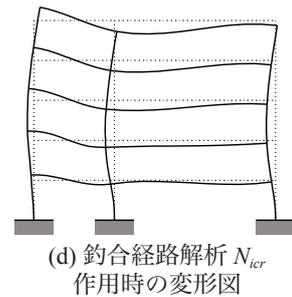
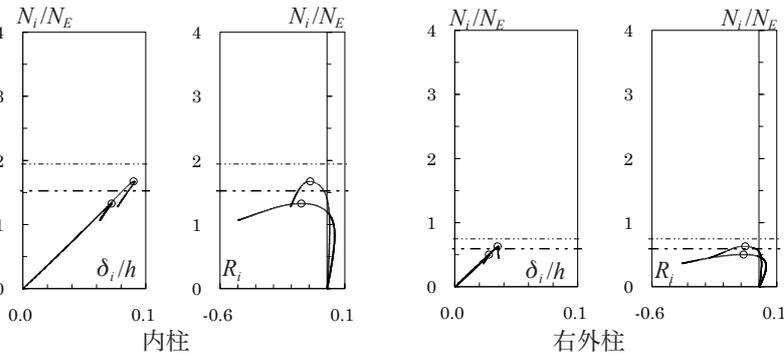
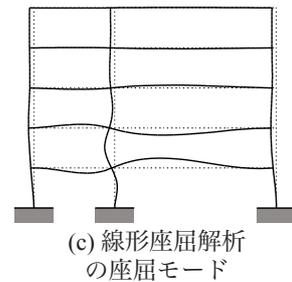
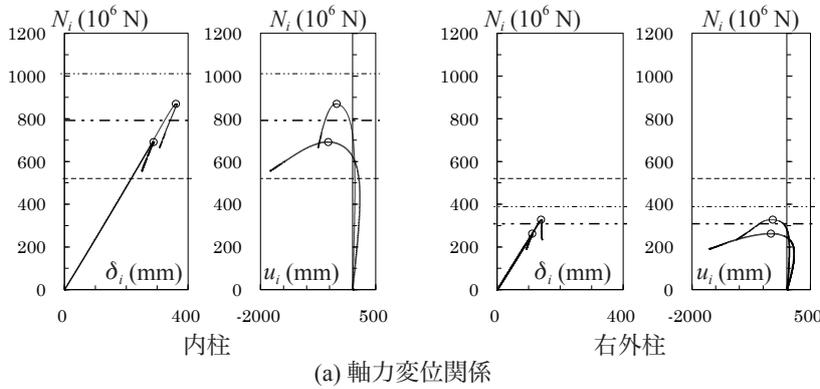
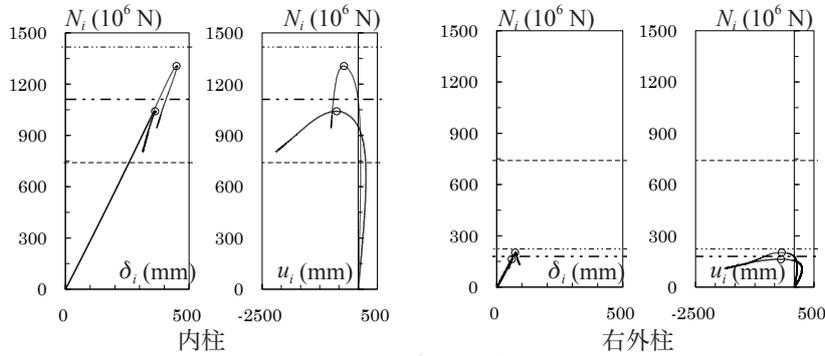
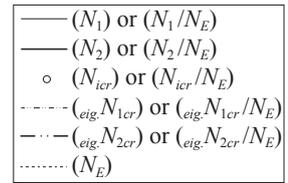
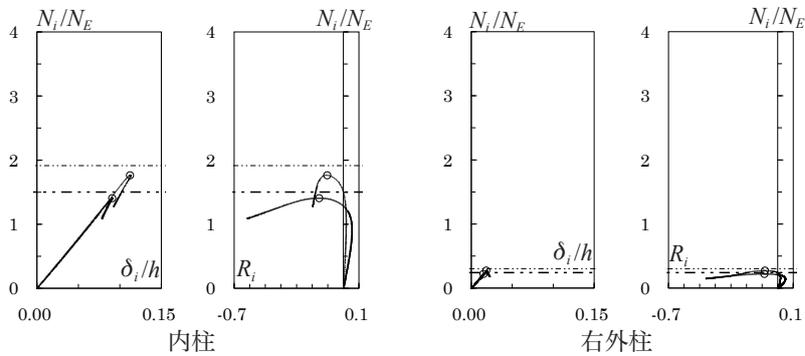


図 2.6.7 52A20-40B04fix の解析結果 ($l_R/l_L = 2.0$)

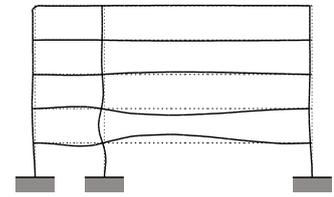
N_i : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{icr} : 鈎合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 ${}^{eig}N_{icr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 u_i : i 層の圧縮側柱の層間水平変位
 δ_i : i 層の圧縮側柱の軸方向縮み
 R_i : i 層の圧縮側柱の部材角



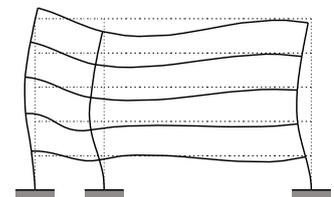
(a) 軸力変位関係



(b) 無次元化軸力変位関係



(c) 線形座屈解析の座屈モード



(d) 鈎合経路解析 N_{icr} 作用時の変形図

図 2.6.8 52A20-60B04fix の解析結果 ($l_R/l_L = 3.0$)

2.6.3 考察

まずは線形座屈解析の結果について考察する。図 2.6.2 ~ 2.6.5 の (c) 図より、1 スパン骨組および ($l_R/l_L \leq 1.25$) の 2 スパン骨組では右外柱の下層部のみが各層ごとに大きくたわむ個材座屈モードになることがわかる。また、図 2.6.6(c) より、($l_R/l_L = 1.5$) の 2 スパン骨組では右外柱と内柱の下層部がともに各層ごとに大きくたわんでいることがわかる。そして、図 2.6.7, 2.6.8 の (c) 図より、($l_R/l_L \geq 2.0$) の 2 スパン骨組では内柱の下層部が各層ごとに大きくたわんでいることがわかる。表 2.6.1(a) には各骨組の 2 層目柱の座屈時軸力を N_E で除したものを、表 2.6.1(b) には 1 層目柱の座屈時軸力を N_E で除したものを示す。また、図 2.6.9 には、表 2.6.1 に示した数値のうち、線形座屈解析による結果のみを示している。◆が 1 層目、◇が 2 層目を表し、◆、◇を結んでいて線が破線ならば内柱、実線ならば右外柱を表している。図 2.6.9 より、($l_R/l_L \leq 1.25$) の範囲では右外柱が大きな軸力を受けており、($l_R/l_L = 1.5$) では右外柱と内柱が同程度の大きさの軸力を受け、($l_R/l_L \geq 2.0$) では内柱が大きな軸力を受けていることがわかる。このように、図 2.6.9 中で骨組の座屈時に大きな軸力を受けている柱と、図 2.6.2 ~ 2.6.8 の (c) 図で下層部のたわみが大きくなる柱が一致している。図 2.6.9 より、右外柱の下層部のみが個材座屈する ($l_R/l_L \leq 1.25$) の範囲では、(l_R/l_L) が大きくなるほど右外柱の無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{icr}/N_E$) が低下していることがわかる。本節では、部材断面を左右のスパン及び全層で同一とした上で、スパン長が変化しない左側梁に対する梁柱曲げ剛性比 (β/α_L) を一定値の 0.2 としている。よって表 2.6.1 に示しているように、(l_R/l_L) が大きくなるほど、つまり右側のスパン長 l_R が長くなるほど右側梁に対する梁柱曲げ剛性比 (β/α_R) が低下する。そのために、右側梁と接続している右外柱の無次元化座屈時軸力が低下すると考えられる。($l_R/l_L \geq 2.0$) では、1 スパン骨組 (51A20B04fix) の右側に、あまり水平剛性を負担しないスパンが一つ増えたものと見なせるので、内柱の無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{icr}/N_E$) は 1 スパン骨組の右外柱の値よりも少し大きい程度になる。

図 2.6.10 には、線形座屈解析での無次元化座屈時軸力 (${}_{eig}N_{icr}/N_E$) と、釣合経路解析の結果 (N_{icr}/N_E) を示している。2 層目柱についてのみ示しており、△が釣合経路解析の結果である。この図より、($l_R/l_L \leq 1.0$) の範囲の 2 スパン骨組では、(l_R/l_L) が大きくなるに従って右外柱の (${}_{eig}N_{icr}/N_E$) と (N_{icr}/N_E) がともに徐々に低下して行くが、($l_R/l_L = 1.0$) から ($l_R/l_L = 2.0$) にかけて釣合経路解析での右外柱の (N_{icr}/N_E) の低下具合が線形座屈解析結果と比較して急激である。この差異は変形図にも現れている。図 2.6.3, 2.6.4 および図 2.4.13 の (c) 図と (d) 図を比較すると、($l_R/l_L \leq 1.0$) で線形座屈解析と釣合経路解析の座屈モードはおおむね一致していることがわかる。($l_R/l_L = 1.25$) の解析結果である図 2.6.5 の (c) 図と (d) 図を比較すると、2 つの解析の座屈モードはおおむね一致しているものの、釣合経路解析では内柱が全層にわたってたわんでいるようにも見える。($l_R/l_L \geq 1.5$) ではその傾向が顕著になり、図 2.6.6(d) より、($l_R/l_L = 1.5$) では柱の下層部が各層ごとにたわむ様子は見られず、右外柱と内柱が全層にわたってたわみ、引張軸力を受けている左側外柱もそれにつられて変形している。($l_R/l_L > 1.5$) でも同様である。このことは、幾何学的非線形性を考慮することで、骨組の座屈モードが変化することを示している。ただし、表 2.6.1 からわかるように、($l_R/l_L \geq 1.25$) では、右側スパンの梁に対する梁柱曲げ剛性比 (β/α_R) が 0.16 以下である。これほど梁の曲げ剛性が相対的に低い骨組は現実にはあまり存在しないと考えられる。よって今後、より現実的な条件での考察を行う必要がある。例えば、左側スパンの柱に対する (β/α_L) を 0.8 程度にしておく、あるいは (β/α_L) を一定にするのではなく、スパン長を伸ばす右側スパンの梁に対する (β/α_R) を一定にするなどである。また、部材断面を左右のスパンで同一にせず、スパン長が変化しても (β/α_R) と (β/α_L) が一定になるように骨組を設計するという条件も考えられる。

表 2.6.1 左右のスペン長が異なる骨組の座屈時軸力

(a) 2 層目柱

名称	l_r/l_L	β/α_R	${}_{eig}N_{2cr}/N_E$		N_{2cr}/N_E		N_E ($\times 10^6$ N)
			内柱	右外柱	内柱	右外柱	
51A20B04fix	1スパン骨組			1.405		1.431	243.4
52A20-10B04fix	0.50	0.400	引張	1.559	引張	1.635	162.1
52A20-15B04fix	0.75	0.267	引張	1.487	引張	1.625	214.0
52A20B04fix	1.00	0.200	0	1.446	0	1.596	266.1
52A20-25B04fix	1.25	0.160	0.696	1.416	0.662	1.374	320.7
52A20-30B04fix	1.50	0.133	1.478	1.365	1.102	0.992	377.8
52A20-40B04fix	2.00	0.100	1.524	0.594	1.328	0.504	520.1
52A20-60B04fix	3.00	0.067	1.501	0.242	1.406	0.221	740.3

l_L : 左側のスペン長

l_R : 右側のスペン長

β/α_R : 右側スペンの梁に対する梁柱曲げ剛性比

N_{2cr} : 釣合経路解析における 2 層目柱の座屈時軸力

${}_{eig}N_{2cr}$: 線形座屈解析における 2 層目柱の座屈時軸力

N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力

(b) 1 層目柱

名称	l_r/l_L	β/α_R	${}_{eig}N_{1cr}/N_E$		N_{1cr}/N_E		N_E ($\times 10^6$ N)
			内柱	右外柱	内柱	右外柱	
51A20B04fix	1スパン骨組			1.787		1.847	243.4
52A20-10B04fix	0.50	0.400	引張	2.114	引張	2.309	162.1
52A20-15B04fix	0.75	0.267	引張	1.950	引張	2.187	214.0
52A20B04fix	1.00	0.200	0	1.865	0	2.099	266.1
52A20-25B04fix	1.25	0.160	0.903	1.811	0.871	1.755	320.7
52A20-30B04fix	1.50	0.133	1.908	1.735	1.412	1.255	377.8
52A20-40B04fix	2.00	0.100	1.943	0.747	1.672	0.630	520.1
52A20-60B04fix	3.00	0.067	1.914	0.302	1.764	0.273	740.3

N_{1cr} : 釣合経路解析における 1 層目柱の座屈時軸力

${}_{eig}N_{1cr}$: 線形座屈解析における 1 層目柱の座屈時軸力

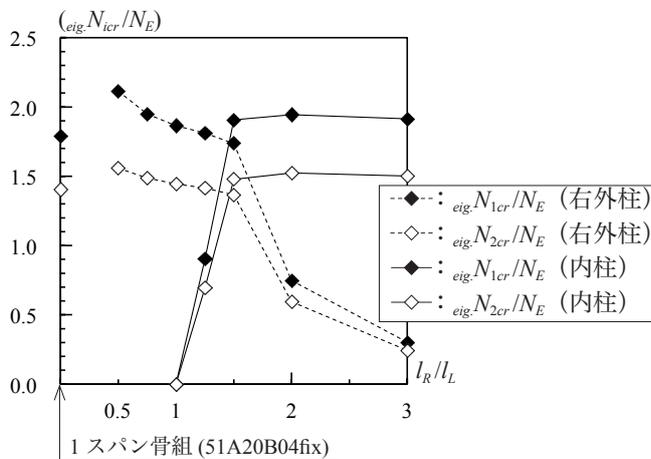


図 2.6.9 スパン不均等骨組の座屈時軸力
線形座屈解析における (l_r/l_L) との関係

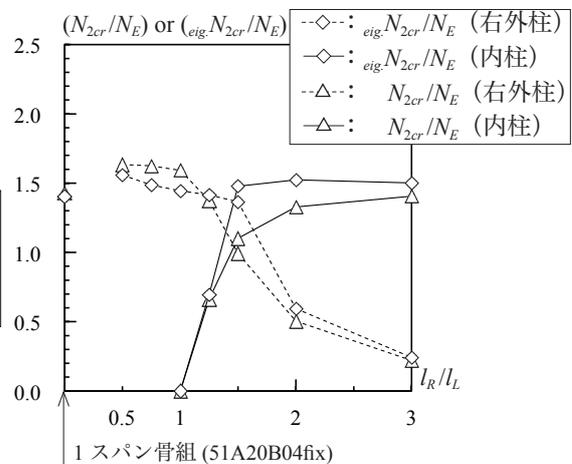


図 2.6.10 スパン不均等骨組の座屈時軸力
線形座屈解析と釣合経路解析結果の比較

2.7 柱の軸剛性が幾何学的非線形性を考慮した解析に与える影響

2.4～2.6節では、多層多スパン骨組を用いて、線形座屈解析と、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析を行い、パラメータと骨組の弾性座屈現象および圧縮側柱の座屈時軸力について考察した。この際、例えば図2.4.12に示す52A20B02fixのように、2つの解析の座屈モードが同じでも、線形座屈解析から得られる右外柱の座屈時軸力と、釣合経路解析で軸剛性が急変する軸力レベルが一致しない場合があった。また、図2.4.27に示した52A20B02pinでは、2つの解析の座屈モードが一致していない。線形座屈解析は圧縮軸力を受ける柱の弾性座屈解析に有効であるが、座屈前変形が大きい場合に、座屈軸力を過大あるいは過小評価する恐れがある。

本節では、2.4節に示した均等多層多スパン骨組と、その柱断面を中実正方形に変更した骨組の解析結果を比較することで、柱の軸剛性が多層骨組の弾性座屈性状と圧縮側柱の座屈時軸力に与える影響を考察する。

図2.7.1には、52A20B02fixの柱断面を中実正方形にした場合の数値解析結果を示す。線形座屈解析結果については、座屈軸力(${}_{eig}N_{icr}$)と座屈モードが柱断面によってほぼ変化しないことを確認している。柱が幅厚比48の中実正方形断面である図2.4.12と比較すると、(a)図より、柱の軸剛性が高くなり、それに伴って水平変位 u_i も小さくなっている。そして、釣合経路解析での座屈時軸力(N_{icr})と線形座屈解析結果(${}_{eig}N_{icr}$)の差異も小さくなっている。図2.7.2には、52A20B02pinの柱断面を中実正方形

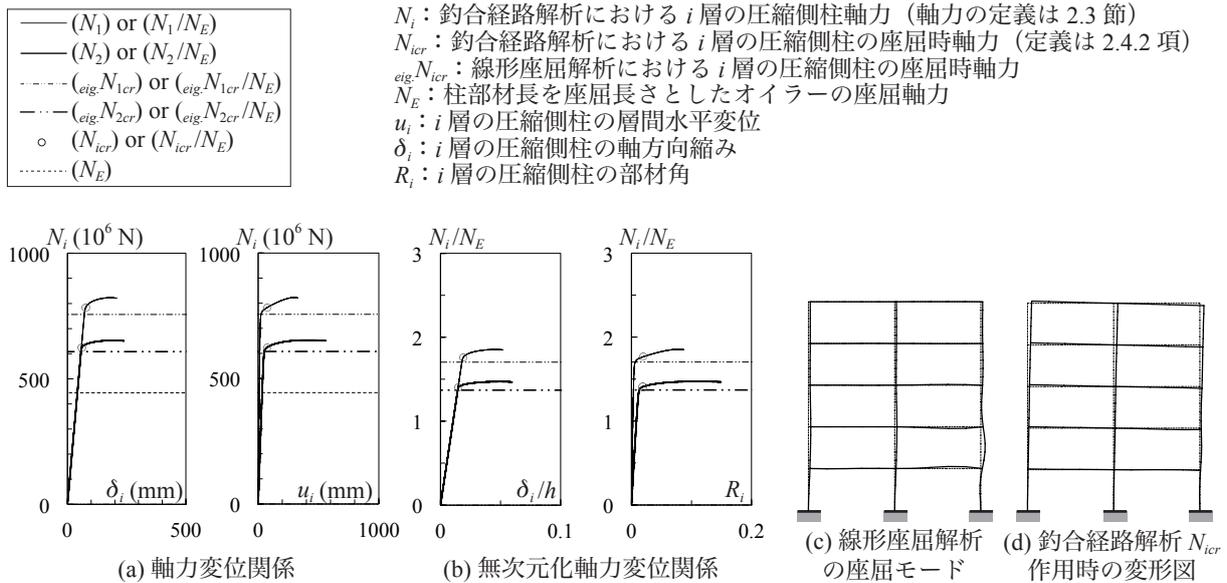


図 2.7.1 52A20B02fix の解析結果 ($\beta/\alpha = 0.1$, 柱が中実正方形)

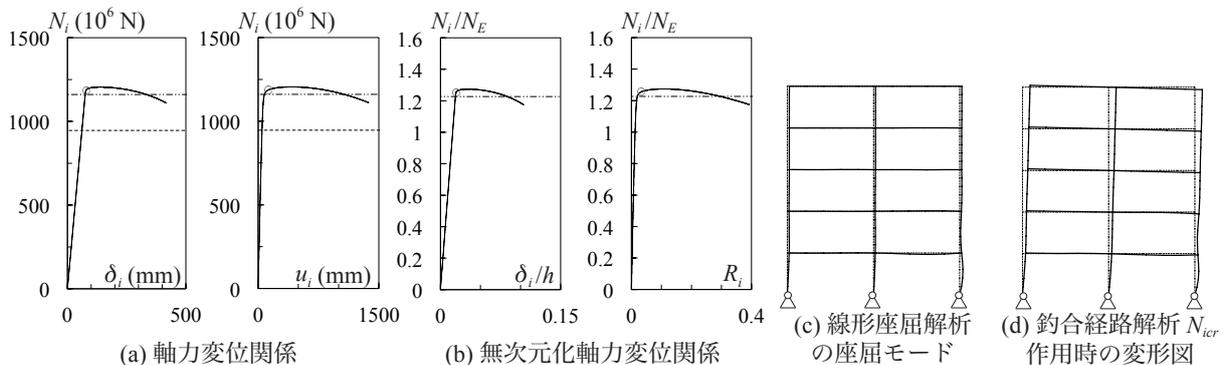
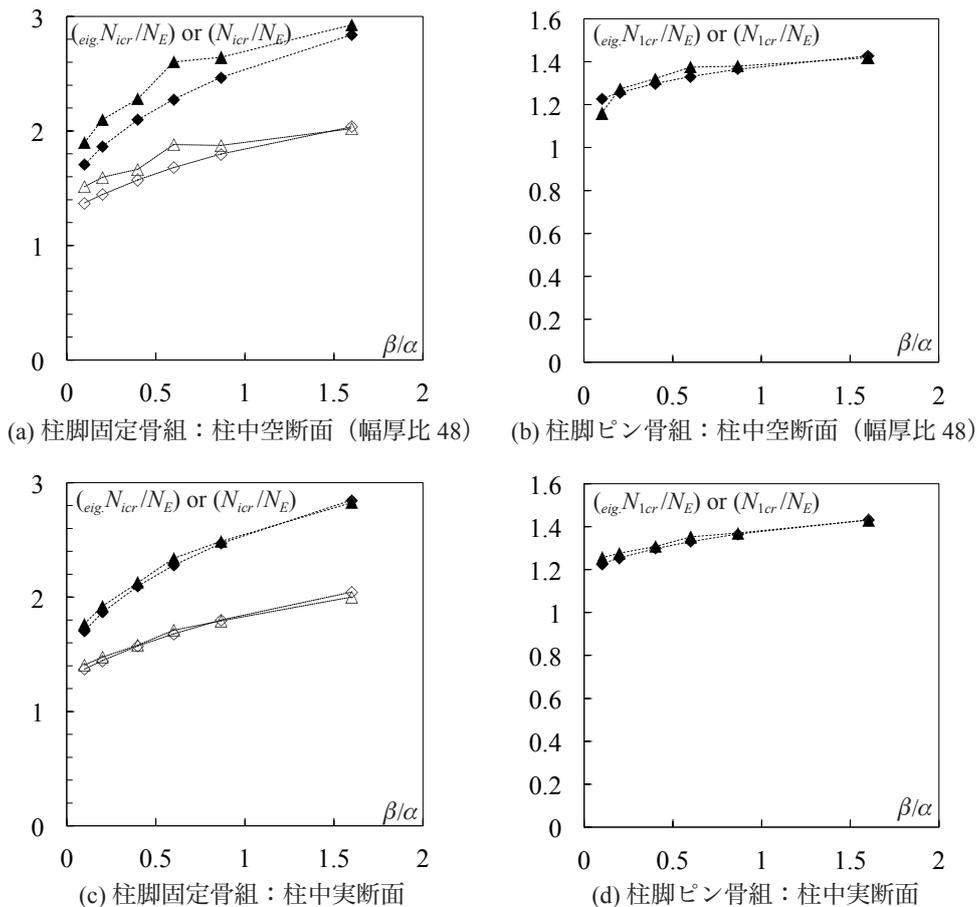


図 2.7.2 52A20B02pin の解析結果 ($\beta/\alpha = 0.1$, 柱が中実正方形)

形にした場合の数値解析結果を示す。柱脚固定骨組の場合と同様に、柱が幅厚比 48 の中空正方形断面である図 2.4.27 と比較すると変形が小さく（剛性が高く）なり、座屈時軸力の差異も小さくなっている。また、釣合経路解析において、柱の幅厚比 48 の骨組では sway 座屈モードである（図 2.4.27(d)）が、柱を中実正方形にすると、図 2.7.2(d) のように個材座屈モードになる。図 2.7.2(d) では右外柱が上下層で逆向きに弓なりにたわみ、右側スパンの 2 層目床梁が S 字ではなく、下に凸に変形することを確認している。

図 2.7.3(a), (b) は、2.4 節に示した 5 層 2 スパン骨組の線形座屈解析結果 ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) に、釣合経路解析結果 (N_{1cr}/N_E) を重ねたものである。柱は幅厚比 48 の中空断面である。線形座屈解析結果を◆と◇で示しており、それぞれ ($_{eig}N_{1cr}/N_E$) と ($_{eig}N_{2cr}/N_E$) である。また、釣合経路解析結果を▲と△で示しており、それぞれ (N_{1cr}/N_E) と (N_{2cr}/N_E) である。2.4 節ですでに述べたが、図 2.7.3(a), (b) に示した骨組では、線形座屈解析結果と釣合経路解析結果の差異が大きい場合があることがわかる。これらの図中に示した骨組において、線形座屈解析 $_{eig}N_{1cr}$ と釣合経路解析 N_{1cr} の差異は最大で 14.3 % (52A30B18fix : $\beta/\alpha = 0.6$) である。

図 2.7.3(c), (d) には、図 2.7.3(a), (b) に示した 5 層 2 スパン骨組の柱断面を中実正方形に変更した場合の解析結果を示す。図 2.7.3(c), (d) より、柱が中実正方形断面の場合には、線形座屈解析と釣合経路解析の差異がほとんどないことがわかる。なお、線形座屈解析では、幅厚比 48 の角形鋼管柱と中



	線形座屈解析	釣合経路解析
1 層目	◆ : $_{eig}N_{1cr}/N_E$	▲ : N_{1cr}/N_E
2 層目	◇ : $_{eig}N_{2cr}/N_E$	△ : N_{2cr}/N_E

図 2.7.3 柱の軸剛性が釣合経路解析に与える影響（5 層 2 スパン骨組の場合）

実正方形断面柱で $(eig.N_{icr}/N_E)$ の差異が 1% 未満であることを確認している。図 2.4.1 と表 2.4.1 に示した全ての均等多層多スパン骨組で、柱を中実正方形断面とした方が $(eig.N_{icr}/N_E)$ と (N_{icr}/N_E) の差異が小さくなることを確認している。この場合の 2 つの解析の差異は最大で 3.7% (52A20B02fix : $\beta/\alpha = 0.1$) である。なお、2.4 節に示した均等骨組において、柱軸剛性が変わることによって座屈モードが変化するのは、52A20B02pin の釣合経路解析結果のみである。

2.6 節に示した左右のスパン長が異なる 5 層 2 スパン骨組でも、線形座屈解析と釣合経路解析の座屈モードが一致せず、無次元化座屈軸力にも差異が見られる骨組があった。2.6 節でも柱の断面は幅厚比 48 の角形鋼管としていたが、これらの骨組についても、柱の断面を中実正方形とした解析を行った。結果は示さないが、この場合にも線形座屈解析結果にはほとんど変化が無く、釣合経路解析では、線形座屈解析と座屈モードが異なっていた ($I_R/I_L \geq 1.25$) のすべての骨組の座屈モードが線形座屈解析結果と一致するように変化した。なおかつ無次元化座屈時軸力の差異も小さくなった。幅厚比 48 の角形鋼管柱を用いた 2.6 節では、($I_R/I_L = 1.5$) の 52A20-30B04fix において、表 2.6.1(a) および図 2.6.10 に示した $(eig.N_{2cr})$ に対する (N_{2cr}) の差異が (-28%) 程度あったが、柱断面を中実正方形にするとそれが (+3%) 程度になることを確認している。

以上のように、幾何学的非線形性を考慮する場合には、柱の軸剛性が弾性座屈軸力に影響する場合があります。注意が必要である。

2.8 骨組の水平剛性と柱の弾性座屈軸力の関係

前節までは、一次設計用地震荷重に対する最大層間変形角 R_{max} がちょうど (1/200) になる骨組を対象として考察を行った。本節では、これが (1/100) あるいは (1/400) になる骨組の数値解析を行い、骨組の水平剛性が柱の弾性座屈時軸力に与える影響を考察する。対象骨組は基準骨組 1 (52A15B06fix) とする。

図 2.8.1 には、 R_{max} と骨組中の右外柱の弾性座屈時軸力の関係を示す。 $(eig.N_{icr}/N_E)$ は線形座屈解析で、 (N_{icr}/N_E) は釣合経路解析の結果である。どちらも柱は幅厚比 48 の角形鋼管としている。 i は何層目の柱の軸力かを表している。線形座屈解析結果を◆と◇で示しており、それぞれ $(eig.N_{1cr}/N_E)$ と $(eig.N_{2cr}/N_E)$ である。また、釣合経路解析結果を▲と△で示しており、それぞれ (N_{1cr}/N_E) と (N_{2cr}/N_E) である。 $(R_{max} = 1/200)$ は、図 2.3.4 に示した数値解析結果をプロットしたものであり、その断面諸量は表 2.4.1(a) に示している。これに対して、 $(R_{max} = 1/400)$ では I が約 2 倍 ($I_c = 2.070 \times 10^9 \text{ mm}^4$) であり、 $(R_{max} = 1/100)$ は逆に I が約 2 分の 1 倍 ($I_c = 5.096 \times 10^8 \text{ mm}^4$) である。

図 2.8.1 より、線形座屈解析 $(eig.N_{icr}/N_E)$ では水平剛性による結果の変化はほとんどない。骨組中の柱の弾性座屈軸力は、対象とする柱とその周辺部材との剛性比によるので、骨組全体の水平剛性が変化しても、 N_E で無次元化した結果は一定値になる。よって、基本的に 2.3~2.7 節の結論は骨組の水平剛性によらず成立する。ただし、図 2.8.1 より、釣合経路解析 (N_{icr}/N_E) では、骨組の水平剛性によって結果が変化する。これは水平剛性が直接影響しているのではなく、柱幅が変化することで、2.7 節に挙げた要因によって N_E で無次元化した解析結果が変化するためと考えられる。

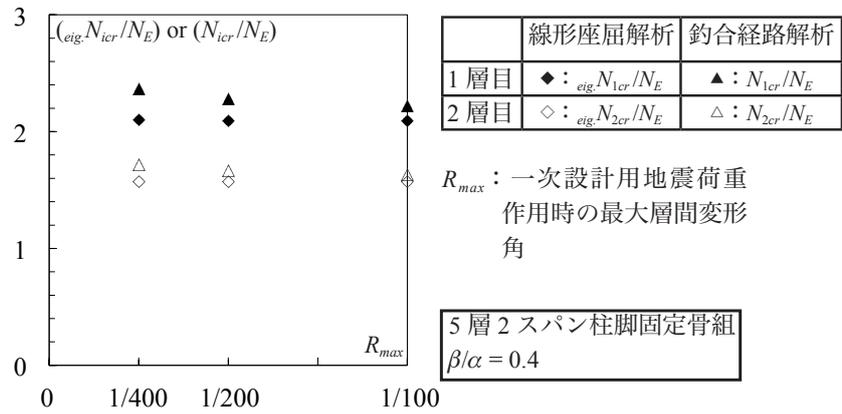


図 2.8.1 骨組の水平剛性と弾性座屈時軸力の関係

2.9 結

本章では、図 2.2.2 に示す一定の長期荷重の後に地震時柱軸力相当荷重が作用する場合（以下「地震時柱軸力相当荷重作用時」）の多層多スパン骨組の数値解析を行い、その弾性座屈現象と骨組中の柱の弾性座屈時軸力について考察した。線材解析プログラムには線材解析プログラムの CLAP.f^{2.1)} を用い、線形座屈解析と、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析（以下「釣合経路解析」）の 2 つを行った。

2.3 節では、5 層 2 スパン骨組に鉛直下向き荷重のみが作用する場合と、地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象を比較し、以下の知見を得た。

- (1) 鉛直下向き荷重作用時には、大きな圧縮軸力を受ける骨組下層部全体が sway 変位する座屈モードが生じ、そのときの柱の弾性座屈時軸力は、柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E を下回る。
- (2) 地震時柱軸力相当荷重作用時には、下層部の圧縮側柱が層ごとに弓なりに変形する個材座屈モードが生じ、そのときの骨組下層部の弾性座屈時柱軸力は N_E を上回る。

2.4 節では、パラメータが地震時柱軸力相当荷重作用時の均等骨組の弾性座屈現象に与える影響を考察し、以下の知見を得た。

- (3) 圧縮側外柱のある層が単独で座屈する場合、つまりその層に座屈変形が集中する場合よりも、上下層と連成座屈する場合、つまり上下層にも座屈変形が大きくなる場合の方が、弾性座屈時軸力は小さくなる。これは、単独座屈では上下層の柱が当該層の拘束材と見なせるが、連成座屈ではその拘束があまり期待できないためである。
- (4) スパン数が増えるほど、無次元化した弾性座屈時軸力はわずかに上昇する。これは、圧縮側柱の sway 変位を抑制する柱と梁の本数が増えるからである。
- (5) 梁柱曲げ剛性比が大きくなるほど、無次元化した弾性座屈時軸力は上昇する。これは、柱に対して梁の曲げ剛性が高いほど、柱の変形が抑制されるからである。

2.5 節では、吹抜けを有する骨組を用いて数値解析を行い、地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察し、以下の知見を得た。

- (6) 吹抜骨組においても柱の弾性座屈時軸力は、柱と周辺部材の剛性比および柱軸力分布に大きく依存すると考えられる。

2.6 節では、左右のスパン長が異なる 5 層 2 スパン骨組に一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相

当荷重を作用させる数値解析を行い、その弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察し、以下の知見を得た。

- (7) 線形座屈解析結果は柱とその周辺部材の剛性比によって説明できる。釣合経路解析では片側のスパンの梁柱曲げ剛性比が0.2以下と小さく、かつ内柱が座屈する骨組において、柱が全層にわたってたわむような座屈モードが見られた。均等骨組では見られなかった座屈モードであるが、不均等骨組で梁柱曲げ剛性比がかなり小さい場合の特殊な現象の可能性もあり、今後検証が必要である。

2.7節では、柱の軸剛性が幾何学的非線形性を考慮した数値解析に与える影響を考察するために、柱断面積を中空正方形とした場合と中実正方形とした場合の解析を行い比較した。その結果、次の知見を得た。

- (8) 幾何学的非線形性を考慮すると、無次元化した弾性座屈時軸力に柱の軸剛性が有意な影響を与える場合がある。また、梁柱曲げ剛性比がかなり低い場合には、地震時柱軸力相当荷重作用時においても、骨組の sway 座屈モードが生じる場合がある。

2.8節では、骨組の水平剛性が本章の考察結果に与える影響を考察し、以下の知見を得た。

- (9) 骨組全体の水平剛性は本章で得られた知見に直接影響しない。ただし、柱幅が変化することで、柱の軸剛性と N_E の関係が変化し、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析では、解析結果がわずかに変化する。

本論文に示した全ての数値解析結果より、以下の知見が得られた。

- (10) 本論文に示した範囲の均等ラーメン骨組および不均等ラーメン骨組では、52A20-30B04fix を除いて、地震時柱軸力相当荷重作用時に座屈変形が集中する圧縮側柱下層部の座屈時軸力が全て N_E を上回った。52A20-30B04fix は梁の曲げ剛性が柱と比較してかなり低く、右外柱と内柱がともに大きな圧縮軸力を受ける柱脚固定の5層2スパン骨組である。この骨組の解析結果は図2.6.6に示しているが、釣合経路解析を行った際の2層目右外柱の座屈時軸力は N_E の0.992倍であった(表2.6.1(a))。

参考文献

- 2.1) 小川厚治, 多田元英: 柱・梁接合部パネルの変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発, 第17回情報システム利用技術シンポジウム, pp.79-84, 1994.12
- 2.2) 日本建築防災協会: 構造設計・部材断面事例集, 2007.6

第3章 地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組中の柱の座屈長さ算定図表

3.1 序

本章では、地震時柱軸力相当荷重作用時の多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを簡易に算定するための設計図表を提案する。

3.2節では、1層1スパン骨組を用いて地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組の弾性座屈性状について詳細に検討する。その知見をふまえて、3.3節では地震時柱軸力相当荷重作用時の座屈長さ算定図表(以下「設計図表」)を示し、第2章の数値解析結果を用いて妥当性の検証を行う。

3.2 地震時柱軸力相当荷重に対する1層1スパン骨組の弾性座屈性状

3.2.1 1層1スパン骨組の数値解析

図3.2.1に示す柱部材長($h = 4$ m)、スパン長($l = 10.64$ m)の1層1スパン骨組を対象に数値解析を行う。柱脚は左右共に固定支持あるいはピン支持とする。梁の断面2次モーメント I_b と柱の断面2次モーメント I_c の比率を ($\beta = I_b/I_c$) とし、($\alpha = l/h = 2.66$) とすると、梁柱曲げ剛性比は (β/α) である。パラメータは β で、($\beta/\alpha = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$) となるように設定する。ただし柱脚固定では ($\beta/\alpha = 0.06, 0.08$) の解析は行わない。文献3.1)の設計例によれば、5あるいは10層のオフィス建築の場合に、鋼構造ラーメン骨組の (β/α) は ($0.28 \sim 0.80$) である。骨組の設計方針と解析条件は、各部材の分割数が異なること以外、第2章と同じであるが、以下に再掲する。部材断面は、梁上の等分布荷重を ($q = 50,000$ N/m) とし、一次設計用地震荷重に対して層間変形角 R が ($1/200$ rad) になるように決定する。ここで、標準層せん断力係数 C_0 は 0.2 、地震地域係数 Z は 1 とする。また、建物の一次固有周期は ($T = 0.03H$ s) (H は建物高さ、単位は (m))、地盤の固有周期 T_c は 0.6 (s) とするので、振動特性係数 R_1 は 1 である。柱断面形状は幅厚比 (B/t) が 48 の角形鋼管とする。また、剛床仮定を適用して梁断面積 A_b を十分に大きく設定する。表3.2.1, 3.2.2に断面諸量などを示す。解析プログラムには線材解析プログラムの CLAP.f^{3.2)} を用いる。柱、梁ともに材軸方向に 10 要素に分割する。部材を 5 分割するか 10 分割するかで解析結果に有意な差がないことは付録2に示す。釣合経路解析で座屈現象を生じさせるために、柱は初期不整として ($1/20,000$ rad) 傾けてモデル化する。荷重条件は一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重である。長期荷重は集中荷重として、左右の柱頭に ($V = ql/2$) ずつ作用させる。

解析は線形座屈解析(座屈固有値解析)と弾性の幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析(以下「釣合経路解析」)を行う。線形座屈解析は、釣合経路解析で長期荷重を作用させた直後の接線剛性行列を初期剛性行列 $[K_0]$ として用い、地震時柱軸力相当荷重による初期応力行列を $[K_G]$ として固有値解析を行なう。すなわち次式で固有値 λ を求める。

$$[[K_0] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (3.2.1)$$

また、弾性解析で骨組が座屈するときの柱軸力を N_{cr} とすれば、柱の座屈長さ l_k は式(3.2.2)で定義される。

$$l_k = h \sqrt{\frac{N_E}{N_{cr}}} = \pi \sqrt{\frac{EI_c}{N_{cr}}} \quad (3.2.2)$$

E : ヤング率

I_c : 柱の断面2次モーメント

h : 柱部材長

N_E は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力であり、式 (3.2.3) で定義される。

$$N_E = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \quad (3.2.3)$$

図 3.2.2 には、柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組における、無次元化した右外柱の軸力-変形関係を示す。梁柱曲げ剛性比 (β/α) ごとにグラフが 2 つあり、左側のグラフの横軸は柱の軸方向変形 δ_1 を柱部材長 h で除したもので、右側のグラフの横軸は柱の部材角 R_1 である。縦軸は柱軸力 N_1 を N_E で無次元化したものである。実線は釣合経路解析の無次元化軸力-変形関係である。釣合経路解析では ($N_1/N_E - \delta_1/h$) 関係の接線剛性が初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈と定義し、その座屈時軸力 N_{1cr} を N_E で除したものをグラフ中に○で示している。二点鎖線は線形座屈解析での座屈時軸力 ${}_{eig}N_{1cr}$ を N_E で無次元化したものである。それぞれの詳細な定義は第 2 章に示している。図 3.2.2(a)~(e) の縦軸の値を比較すると、(β/α) が大きくなるほど N_E で無次元化した座屈時軸力が大きくなるのがわかる。図 3.2.3 の上段には線形座屈解析での座屈モードを示す。図 3.2.3 の下段には釣合経路解析の結果を示す。梁たわみ拡大図は、変形後の梁材軸と直交方向の変形を誇張して描いた図である。梁たわみ拡大図は ($N_1 \approx N_{1cr}$) で

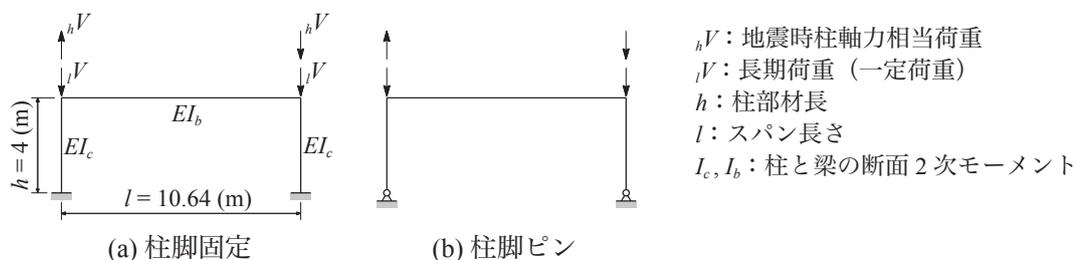


図 3.2.1 数値解析に用いる 1 層 1 スパン骨組

表 3.2.1 柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組の断面諸量

β/α	β	I_c $\times 10^8 (\text{mm}^4)$	I_b $\times 10^8 (\text{mm}^4)$	A_c $\times 10^4 (\text{mm}^2)$	B (mm)	N_E $\times 10^6 (\text{N})$
0.04	0.1064	2.366	0.2518	1.099	367.0	29.92
0.1	0.266	1.991	0.5297	1.008	351.5	25.18
0.2	0.532	1.637	0.8709	0.9140	334.7	20.70
0.3	0.798	1.434	1.144	0.8555	323.8	18.13
0.5	1.33	1.211	1.611	0.7861	310.4	15.31

$h = 4 (\text{m})$
 $l = 10.64 (\text{m})$
 $\alpha = l/h = 2.66$
 $\beta = I_b/I_c$

A_c : 柱の断面積 B : 柱幅 β/α : 梁柱曲げ剛性比

表 3.2.2 柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組の断面諸量

β/α	β	I_c $\times 10^8 (\text{mm}^4)$	I_b $\times 10^8 (\text{mm}^4)$	A_c $\times 10^4 (\text{mm}^2)$	B (mm)	N_E $\times 10^6 (\text{N})$
0.04	0.1064	37.39	3.978	4.368	731.7	472.8
0.06	0.1596	25.87	4.128	3.633	667.3	327.1
0.08	0.2128	20.10	4.277	3.203	626.5	254.1
0.1	0.2660	16.60	4.417	2.911	597.3	210.0
0.2	0.5320	9.708	5.164	2.226	522.3	122.8
0.3	0.7980	7.398	5.904	1.943	488.0	93.55
0.5	1.330	5.552	7.384	1.683	454.2	70.20

$h = 4 (\text{m})$
 $l = 10.64 (\text{m})$
 $\alpha = l/h = 2.66$
 $\beta = I_b/I_c$

N_i : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱軸力 (軸力の定義は 2.3 節)
 N_{1cr} : 釣合経路解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力 (定義は 2.4.2 項)
 ${}_{eig}N_{1cr}$: 線形座屈解析における i 層の圧縮側柱の座屈時軸力
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 δ_1 : 圧縮側柱の軸方向縮み (定義式は 2.3 節)
 R_1 : 圧縮側柱の部材角 (定義式は 2.3 節)

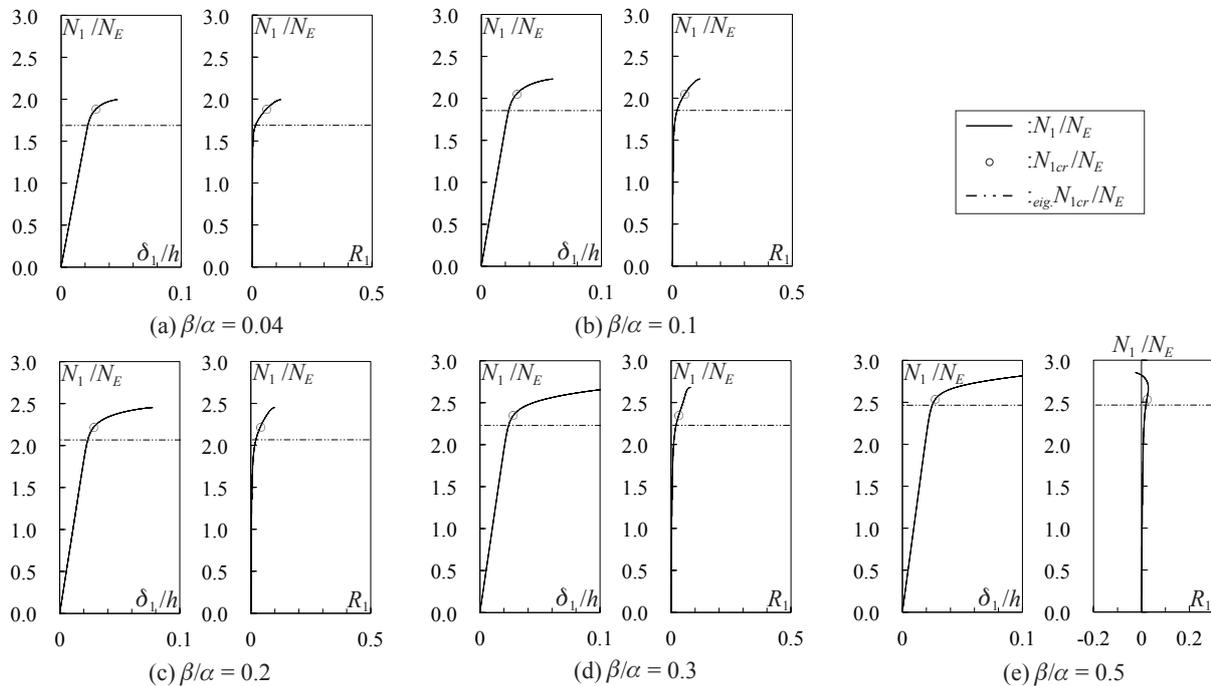


図 3.2.2 柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組の無次元化右外柱軸力変形関係

骨組の座屈モード (線形座屈解析)					
($N_1 \approx N_{1cr}$) のときの 梁たわみ拡大図 (釣合経路解析)					
($N_1 \approx N_{1cr}$) から 1.5 倍 変形が進んだ骨組 (釣合経路解析)					
	$\beta/\alpha = 0.04$	$\beta/\alpha = 0.1$	$\beta/\alpha = 0.2$	$\beta/\alpha = 0.3$	$\beta/\alpha = 0.5$

図 3.2.3 梁柱曲げ剛性比と座屈モードの変化 (柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組)

表 3.2.3 梁柱曲げ剛性比と弾性座屈軸力
(柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組)

β/α	N_{1cr}/N_E	${}_{eig}N_{1cr}/N_E$
0.04	1.88	1.69
0.1	2.05	1.86
0.2	2.22	2.07
0.3	2.35	2.23
0.5	2.53	2.47

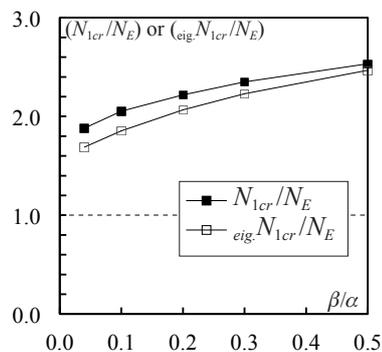


図 3.2.4 梁柱曲げ剛性比と弾性座屈軸力
(柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組)

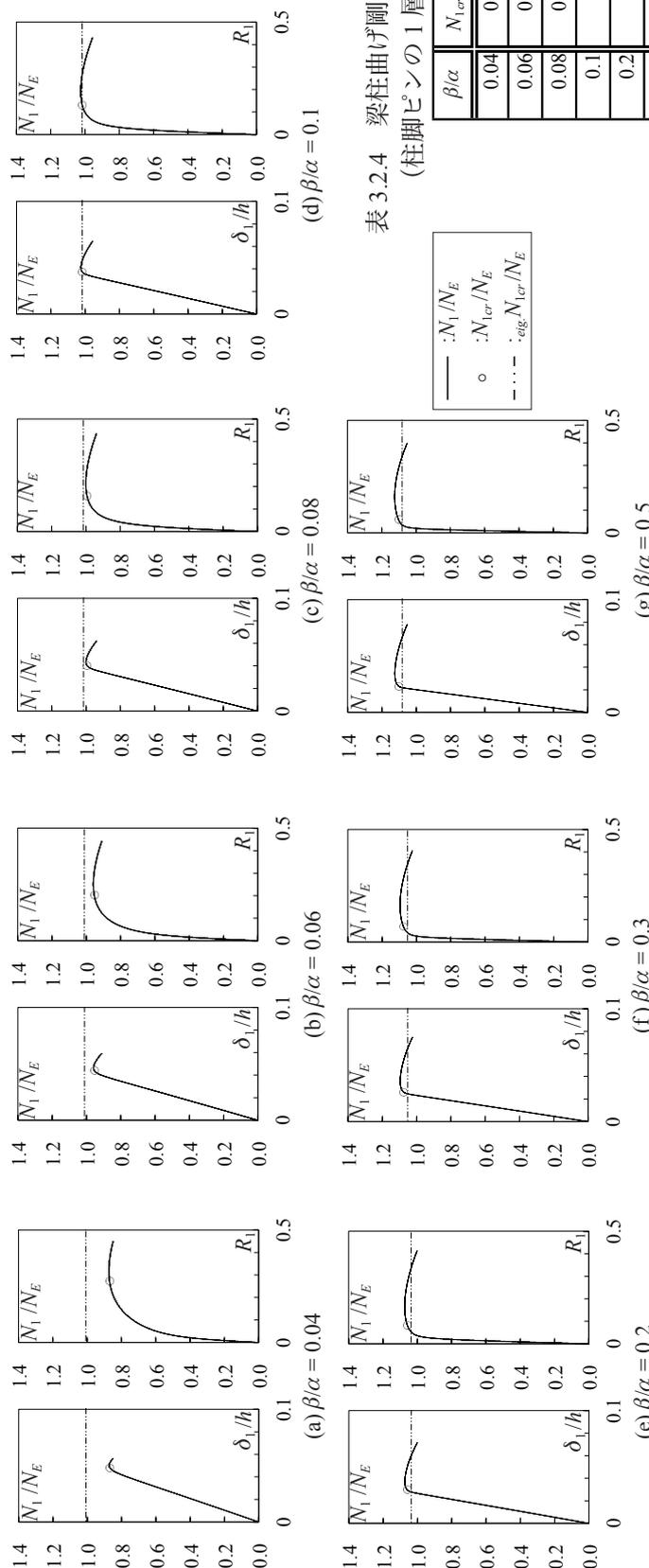


図 3.2.5 柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組の無次元化右外柱軸力変形関係

表 3.2.4 梁柱曲げ剛性比と弾性座屈軸力 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組)

$\beta\alpha$	N_{1cr}/N_E	N_{1cr}/N_E	N_{1cr}/N_E
		N_{1cr}/N_E	N_{1cr}/N_E
0.04	0.870	1.01	1.01
0.06	0.953	1.01	1.01
0.08	0.994	1.02	1.02
0.1	1.02	1.02	1.02
0.2	1.06	1.04	1.04
0.3	1.08	1.05	1.05
0.5	1.10	1.08	1.08

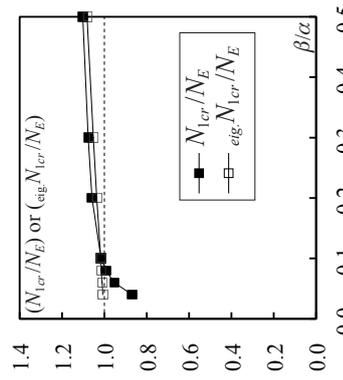


図 3.2.7 梁柱曲げ剛性比と弾性座屈軸力 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組)

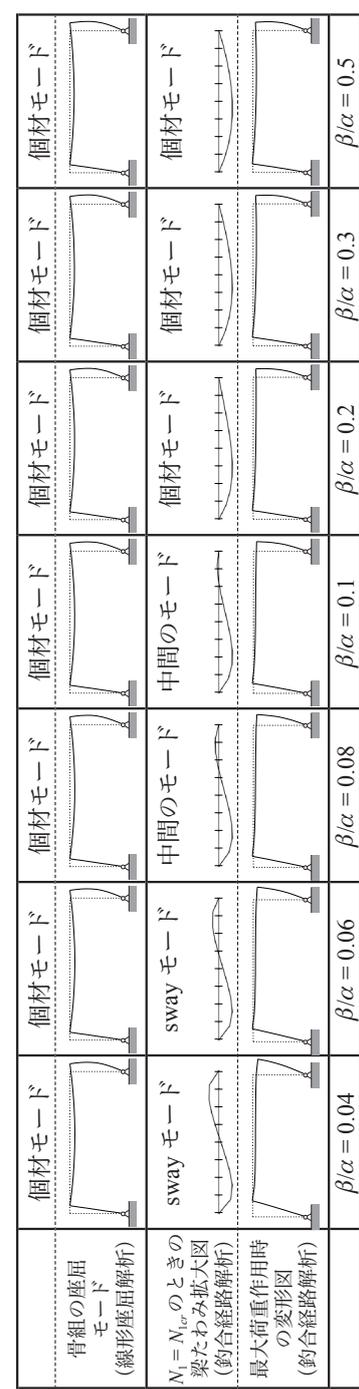


図 3.2.6 梁柱曲げ剛性比と座屈モードの変化 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組)

の図であるが、このときの実際の変形はあまり大きくなく、変形図を描いてもわかりにくいので、骨組全体の変形図は ($N_1 \approx N_{1cr}$) から変形が 1.5 倍進んだ時点で描いている。釣合経路解析では、右柱の軸力が N_{1cr} になるときの柱頭の鉛直方向変位が、($\beta/\alpha = 0.04 \sim 0.5$) で ($-110 \sim -122$ mm) とあまり差がないので、梁たわみ拡大図は全て柱頭が 120 (mm) 沈み込んだ時点で、全体の変形図は柱頭が 180 (mm) 沈み込んだ時点でのものである。図 3.2.3 からわかるように、(β/α) が小さくなるに従って座屈時の骨組の sway 変位が増加しているが、座屈モードが大幅に変化しているわけではない。図 3.2.4 には全ての柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組の数値解析結果を示す。■が (N_{1cr}/N_E) で□が (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) である。横軸は (β/α) である。表 3.2.3 には (N_{1cr}/N_E) と (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) の数値を示す。本論に示す ($\beta/\alpha = 0.04 \sim 0.5$) の範囲では、図 3.2.4 から分かるように、釣合経路解析と線形座屈解析での無次元化座屈時軸力に多少の差異はあるが (β/α) に対してほぼ同じ傾向を示す。

図 3.2.5 には、柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組における、無次元化した右外柱の軸力-変形関係を示す。グラフの見方は図 3.2.2 と同じである。図 3.2.5 より、柱脚ピンの骨組では、(β/α) が 0.04 と極端に低いと、釣合経路解析と線形座屈解析の無次元化座屈時軸力に大きな差異が生じることがわかる。図 3.2.6 の上段には線形座屈解析での座屈モードを示す。下段には釣合経路解析の結果を示す。梁たわみ拡大図は ($N_1 = N_{1cr}$) のときである。骨組全体の変形図は最大荷重作用時のものを示している。図 3.2.6 より、線形座屈解析では (β/α) の変化に伴う座屈モードの変化は認められないが、釣合経路解析では座屈モードが明らかに変化している。図 3.2.7 と表 3.2.4 には全ての柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組の数値解析結果を示す。図 3.2.7 より、線形座屈解析では (β/α) と (${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) の関係が直線的で、(${}_{eig}N_{1cr}/N_E$) が 1 を下回ることはない。釣合経路解析では、($\beta/\alpha \geq 0.1$) で線形座屈解析との差異が大きくても 3 % 程度であるが、($\beta/\alpha < 0.1$) では (β/α) が小さくなるに従って線形座屈解析結果と乖離し、無次元化座屈時軸力 (N_{1cr}/N_E) は 1 を下回る。釣合経路解析と線形座屈解析の乖離は、図 3.2.6 の梁たわみ拡大図で明らかな座屈モードの変化が関係していると考えられる。座屈モードは (β/α) に従って連続的に変化するが、考察を容易にするために今後は、梁のたわみ曲線が材軸を横切る位置が、梁の右端から全長の (3/8) 以上 (1/2) 以下の場合を「骨組の sway 座屈モード」と呼び、(3/8) より小さい場合を「中間の座屈モード」と呼ぶ。たわみ曲線が材軸を横切らない場合は「圧縮側柱の個材座屈モード」とする。釣合経路解析では ($\beta/\alpha = 0.04, 0.06$) が sway 座屈モードで、($\beta/\alpha = 0.08, 0.1$) が中間の座屈モードになる。線形座屈解析は全て個材座屈モードである。

3.2.2 座屈前変形と弾性座屈軸力の関係

一般的に圧縮材の座屈前変形は微小であり、線形座屈解析は圧縮材の座屈解析手法として有効である。しかし、座屈前変形が大きくなる場合には、座屈荷重を過大評価する恐れがある。そこで以下では、長期荷重を作用させた後、地震時柱軸力相当荷重を作用させて右側柱頭の鉛直変位が δ_z になるまで釣合経路解析を行い、それから線形座屈解析を行う。具体的には、初期剛性行列 [K_0] は釣合経路解析終了時の接線剛性行列 [K] を用い、初期応力行列 [K_G] も釣合経路解析終了時点で計算し、式 (3.2.1) にもとづいて固有値 λ を計算する。この線形座屈解析における圧縮側柱の座屈時軸力を (${}^{\delta_z}_{eig}N_{1cr}$) とする。図 3.2.8 には柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組の無次元化軸力変位関係を示す。梁柱曲げ剛性比は ($\beta/\alpha = 0.04$) である。図 3.2.8 は図 3.2.5(a) の左側のグラフとほぼ同じであるが、横軸が柱の軸方向変形 δ_1 ではなく、柱頭の鉛直方向変位 δ_z を h で除したものになっている。◇△□で示す (${}^{\delta_z}_{eig}N_{1cr}/N_E$) の横軸の位置は線形座屈解析開始時点での (δ_z/h) の値で、($\delta_z/h = -0.005, -0.01, -0.015, -0.02, -0.025, -0.0275, -0.03, -0.0325, -0.035, -0.0375, -0.04, -0.05$)、すなわち ($\delta_z = -20, -40, -60, -80, -100, -110, -120, -$

130, -140, -150, -160, -200 mm) の結果を示している。◇は圧縮側柱の個材座屈モード、△は中間の座屈モード、□は骨組の sway 座屈モードになることを表している。また、特に ($\delta_z = -40, -80, -110, -130$ mm) の場合の座屈モードと ($\delta_z^{eq} N_{1cr}/N_E$) の値を図 3.2.9 に示す。図 3.2.8 と 3.2.9 より、($\beta/\alpha = 0.04$) の骨組では、線形座屈解析開始時の δ_z の大きさが大きくなるに従って座屈モードが個材座屈モードから sway 座屈モードに変化し、それに伴って ($\delta_z^{eq} N_{1cr}/N_E$) の値が低下する。つまり、前項に示した柱脚ピンの骨組において、($\beta/\alpha = 0.04$) では座屈前変形が骨組の座屈モードに影響し、線形座屈解析と鈞合経路解析の結果に差異が現れたと考えられる。

次に、水平方向と鉛直方向の座屈前変形のどちらの影響が大きいかを明らかにするために、($\beta/\alpha = 0.04$) で柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組において、大きな初期不整を用いた線形座屈解析を行う。図 3.2.10(a) は、鈞合経路解析で ($\delta_z = -100$ mm) まで地震時柱軸力相当荷重を作用させた直後の変形から水平方向変形のみを取り出し、それを初期不整として、長期荷重（一定荷重）と地震時柱軸力相当荷

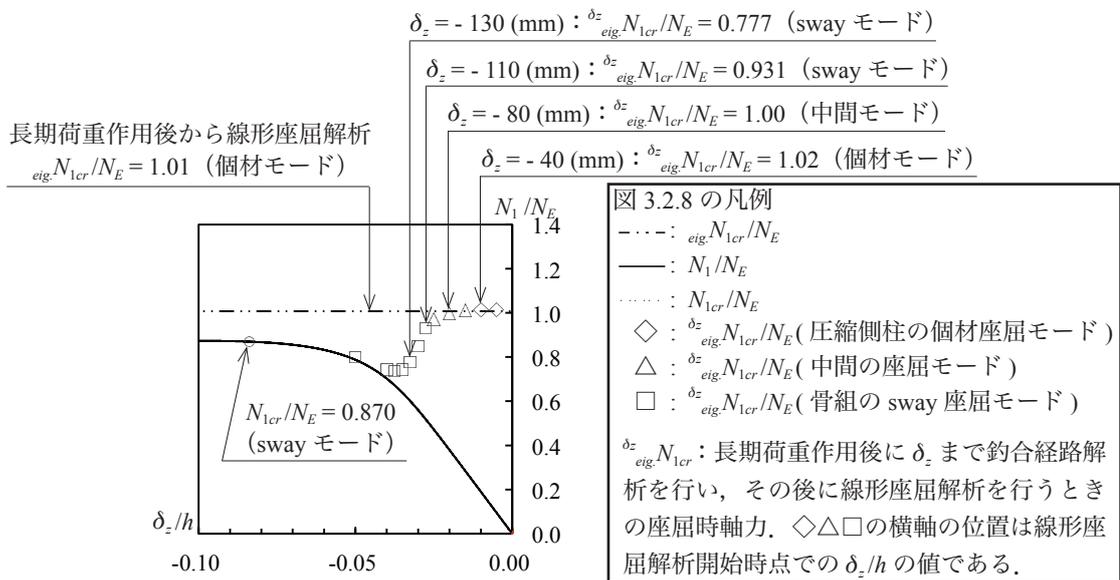


図 3.2.8 線形座屈解析開始前の変形と座屈時軸力の変化 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組 : $\beta/\alpha = 0.04$)

梁たわみ拡大図 (線形座屈解析)	sway モード	sway モード	中間モード	個材モード	個材モード
骨組の座屈 モード (線形座屈解析)					
$(\delta_z^{eq} N_{1cr}/N_E)$	0.777	0.931	1.00	1.02	$\delta_z^{eq} N_{1cr}/N_E = 1.01$
線形座屈解析を開 始する時点の δ_z	$\delta_z = -130$ (mm)	$\delta_z = -110$ (mm)	$\delta_z = -80$ (mm)	$\delta_z = -40$ (mm)	長期荷重作用後か ら線形座屈解析

図 3.2.9 線形座屈解析開始前の変形と座屈モードの変化 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組 : $\beta/\alpha = 0.04$)

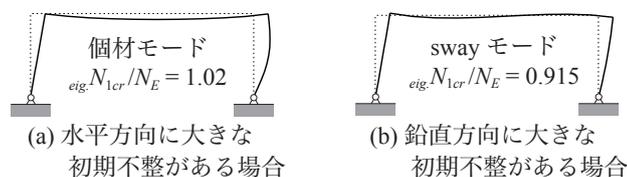


図 3.2.10 初期不整と線形座屈解析の座屈モード ($\beta/\alpha = 0.04$)

重を作用させたときの線形座屈解析の結果である。図 3.2.10(b) は鉛直方向変形のみを初期不整とした場合の結果である。水平方向に大きな初期不整がある場合(図 3.2.10(a))には、圧縮側柱の個材座屈モードになる。また、 $(eig.N_{1cr}/N_E)$ の値は、柱を (1/20,000 rad) 傾けた初期不整を与える場合の結果である図 3.2.9 の一番右端に示した値 ($eig.N_{1cr}/N_E = 1.01$) とほぼ同じである。鉛直方向に大きな初期不整がある場合(図 3.2.10(b))には、骨組の sway 座屈モードになり、 $(eig.N_{1cr}/N_E)$ の値も 0.915 に低下する。よって、前項において釣合経路解析で骨組の sway 座屈モードが生じ (N_{1cr}/N_E) が 1 を下回った骨組では、鉛直方向の座屈前変形が座屈モードに影響したと考えられる。

3.2.3 簡略柱モデルによる解析的考察

梁柱曲げ剛性比 (β/α) が小さい場合に、座屈前変形が座屈モードと弾性座屈軸力に影響することについて理論式を用いて考察する。数値解析プログラムを用いた前項の考察では、1層1スパン骨組の座屈モードに、鉛直方向の座屈前変形が特に影響することを示唆する解析例を示した。これを座屈軸力算定式に反映するために、本節では柱の軸方向変形を考慮する。

骨組中の柱は、図 3.2.11(a) に示す任意の境界条件をもつ柱としてモデル化できる。これをここでは「詳細柱モデル」と呼ぶ。文献 3.3) では、弾性座屈軸力、あるいは座屈長さで考えて安全側になる仮定として、詳細柱モデルの両端の回転バネ剛性を無視した図 3.2.11(b) の簡略柱モデルを用いて考察を行い、座屈長さを部材長としても安全側の評価になる条件として次の式 (3.2.4) が示されている。

$$k_H = \frac{K_H h^3}{12EI_c} \geq \frac{\pi^2}{12} \quad (3.2.4)$$

しかし、一般的な骨組がこの条件式を満たすかどうかについての具体的な考察は行われていない。本項では、対象柱と同一層の他の柱の軸方向力が水平バネ剛性 K_H に与える影響と柱の軸方向変形を考慮することで、1層1スパン骨組において文献 3.3) の考察を発展させる。

図 3.2.1 に示した 1層1スパン骨組の圧縮側柱を、図 3.2.11(b) の簡略柱モデルにモデル化する。このモデルでは、水平バネ剛性 K_H の大きさによって図 3.2.12(a) と (b) に示す 2 種類の座屈モードが生じる。また、それらに対応する弾性座屈軸力 ${}_1P_{cr}$, ${}_2P_{cr}$ および柱の弾性座屈軸力 P_{cr} は次式になる。

$$\text{個材座屈モード} : {}_1P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_c}{(h_{R-1P_{cr}})^2} \quad (3.2.5a)$$

$$\text{sway 座屈モード} : {}_2P_{cr} = K_{H-2P_{cr}} h_{R-2P_{cr}} \quad (3.2.5b)$$

$$P_{cr} = \min({}_1P_{cr}, {}_2P_{cr}) \quad (3.2.6)$$

$K_{H-2P_{cr}}$: 図 3.2.1 の 1層1スパン骨組の右側柱に ${}_2P_{cr}$ の軸力が作用するときの水平バネ剛性

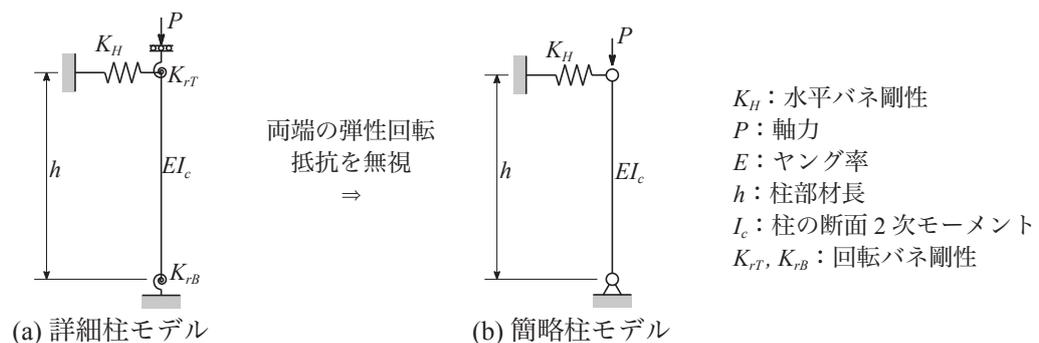


図 3.2.11 骨組中の任意の柱のモデル化

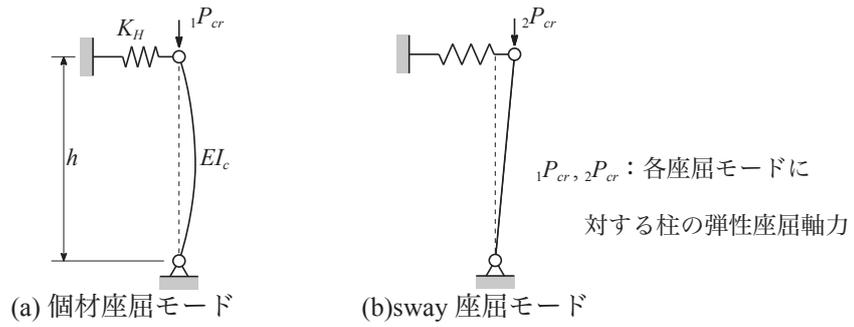


図 3.2.12 簡略柱モデルの座屈モード

$h_{R_{1P_{cr}}}$: $1P_{cr}$ 作用時の変形後の柱長さ

$h_{R_{2P_{cr}}}$: $2P_{cr}$ 作用時の変形後の柱長さ

P_{cr} : 柱の弾性座屈軸力

1層1スパン骨組での柱部材長は左右とも h であるが、軸力による変形後の左側柱の長さを h_L 、右側柱の長さを h_R と定義する。特に右側柱に $1P_{cr}$ が作用するときの長さをそれぞれ $h_{L_{1P_{cr}}}$ 、 $h_{R_{1P_{cr}}}$ とする。

右側柱が sway 座屈せず、個材座屈する場合について考察する。右側柱に $1P_{cr}$ の軸力が作用しているときの水平バネ剛性を $K_{H_{1P_{cr}}}$ とすれば、sway 座屈が生じないので、次式が成り立つ。

$$1P_{cr} \leq K_{H_{1P_{cr}}} h_{R_{1P_{cr}}} \quad (3.2.7)$$

水平バネ剛性 $K_{H_{1P_{cr}}}$ は、左側柱とその周辺部材の水平剛性 K_{H0} と、左側柱の軸力 $\Sigma N_L = {}_hV - {}_lV$ による幾何剛性成分を用いて次式で表現できる。軸力による幾何剛性を式 (3.2.8) の形で表現することの妥当性は第4章で検討している。

$$K_{H_{1P_{cr}}} = K_{H0} + \frac{{}_hV - {}_lV}{h_{L_{1P_{cr}}}} \quad (3.2.8)$$

${}_hV$: 柱頭に作用する地震時柱軸力相当荷重

${}_lV$: 柱頭に作用する長期荷重

個材座屈モードで座屈するので、右側柱の存在軸力と個材座屈軸力が等しくなり、それを式で表現すると次式になる。

$$1P_{cr} = {}_hV + {}_lV \quad (3.2.9)$$

式 (3.2.8) と (3.2.9) を (3.2.7) に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} K_{H0} + \frac{{}_hV - {}_lV}{h_{L_{1P_{cr}}}} &\geq \frac{{}_hV + {}_lV}{h_{R_{1P_{cr}}}} \\ \Rightarrow K_{H0} &\geq \left(\frac{{}_hV}{h_{R_{1P_{cr}}}} - \frac{{}_hV}{h_{L_{1P_{cr}}}} \right) + \left(\frac{{}_lV}{h_{R_{1P_{cr}}}} + \frac{{}_lV}{h_{L_{1P_{cr}}}} \right) \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

式 (3.2.10) は1層1スパン骨組中の柱を図 3.2.12 の簡略柱モデルでモデル化した場合に、柱が個材座屈する条件である。柱の軸方向変形を考慮しなければ、式 (3.2.10) の右辺一つ目の () 内の2項が打ち消し合い、次の式 (3.2.11) が得られる。

$$K_{H0} \geq \frac{2{}_lV}{h} \quad (3.2.11)$$

次に、1層1スパン骨組に長期荷重 ${}_lV$ のみが作用している場合を考える。柱の軸方向変形を考慮しなければ、右側柱を簡略柱モデルでモデル化したときの水平バネ剛性 K_H は、式 (3.2.8) と同様に考えて次式になる。

$$K_H = K_{H0} - \frac{V}{h} \quad (3.2.12)$$

節点の水平変位が拘束されていない骨組が鉛直下向き荷重を受けると、骨組全体が水平方向に変位する sway 座屈モードになるが、通常は長期荷重で骨組が座屈することはない。よって式 (3.2.5b) から次式が得られる。

$$V \leq K_H h \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{h} \leq K_H \quad (3.2.13)$$

式 (3.2.12) を (3.2.13) に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{V}{h} \leq K_{H0} - \frac{V}{h} \quad \Rightarrow \quad K_{H0} \geq \frac{2V}{h} \quad (3.2.14)$$

式 (3.2.14) は長期荷重で柱が座屈しない骨組で成立する式である。そして、式 (3.2.11) と (3.2.14) が等しいことから通常は、座屈前変形、ここでは柱の軸方向変形を考慮しない場合には、地震時柱軸力相当荷重による 1 層 1 スパン骨組中の柱の座屈モードは、柱のたわみが顕著になる図 3.2.12(a) の個材座屈モードになる。柱両端の回転バネ剛性を考慮すれば、その弾性座屈軸力は N_E を上回る。これは、3.2.1 項の線形座屈解析の結果と符合する。一方で柱の軸方向変形を考慮すると、式 (3.2.10) を満たさない場合に図 3.2.12(b) の sway 座屈モードが生じ、柱の弾性座屈軸力は N_E を下回る。式 (3.2.10) の右辺の一つ目の () は、地震時柱軸力相当荷重による幾何剛性成分である。($hV/h_{R_{1Pcr}}$) は圧縮側柱で、($hV/h_{L_{1Pcr}}$) は引張側柱である。 $h_{L_{1Pcr}}$ と $h_{R_{1Pcr}}$ は、 $1P_{cr}$ と柱の軸剛性の関係によって決まり、圧縮側柱を倒そうとする幾何剛性 ($hV/h_{R_{1Pcr}}$) と引張側柱を引き起こそうとする幾何剛性 ($hV/h_{L_{1Pcr}}$) の差が大きくなって、式 (3.2.10) を満たさない条件が存在することが想定される。

3.2.4 1 層 1 スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力の精解

前項での知見から、対象柱と同一層の他の柱の軸方向力が水平バネ剛性 K_H に与える影響と柱の軸方向変形を考慮すれば、より厳密に 1 層 1 スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力を計算できると考えられる。3.2.3 項の考察では端部回転バネ剛性を無視した図 3.2.11(b) の簡略柱モデルを用いたが、本節では回転バネ剛性を考慮した図 3.2.11(a) の詳細柱モデルを用いる。この柱モデルの座屈条件式の誘導を以下に示す。

○座屈条件式

詳細柱モデルの任意の変形状態として図 3.2.13 を仮定する。節点方程式は以下の 2 式になる。 M_{TB} 、 M_{BT} はそれぞれ柱頭と柱脚の材端モーメントで、 θ_T 、 θ_B は材端回転角、 R は部材角である。

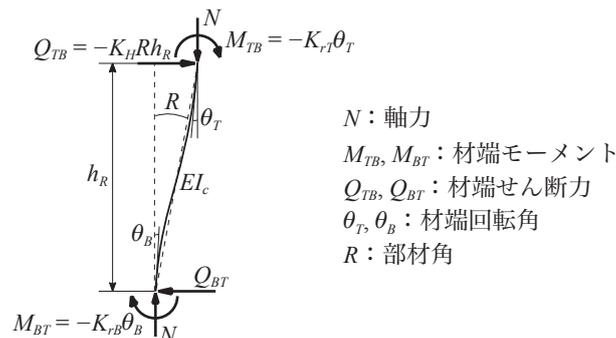


図 3.2.13 詳細柱モデルでの任意の変形における力の釣合

$$M_{TB} = \frac{EI_c}{h_R} \{s\theta_T + sc\theta_B - s(1+c)R\} = -K_{rT}\theta_T \quad (3.2.15)$$

$$M_{BT} = \frac{EI_c}{h_R} \{s\theta_B + sc\theta_T - s(1+c)R\} = -K_{rB}\theta_B \quad (3.2.16)$$

$$s = \frac{\{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)\} \psi}{2\{1 - \cos(\psi)\} - \psi \sin(\psi)}, \quad c = \frac{\psi - \sin(\psi)}{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)} \quad (3.2.17a, b)$$

$$\psi = h_R \sqrt{\frac{N}{EI_c}} = \pi \sqrt{\frac{N}{N_E}} \quad (3.2.18)$$

N : 圧縮側柱の軸力

K_{rT}, K_{rB} : 柱頭と柱脚の回転バネ剛性

h_R : 軸力 N 作用時の変形後の圧縮側柱の長さ

部材角 R が微小であると仮定すれば、図 3.2.13 より、柱脚でのモーメントの釣合から次式が得られる。
 N は軸力である。

$$-K_H R (h_R)^2 - K_{rT}\theta_T - K_{rB}\theta_B + NRh_R = 0 \quad (3.2.19)$$

K_H : 柱頭の水平バネ剛性

ここで、各材端バネを柱の剛性で無次元化した k_{rT}, k_{rB}, k_H を以下の式で定義する。

$$k_{rT} = \frac{K_{rT}h_R}{EI_c}, \quad k_{rB} = \frac{K_{rB}h_R}{EI_c}, \quad k_H = \frac{K_H(h_R)^3}{12EI_c} \quad (3.2.20a, b, c)$$

式 (3.2.18) と (3.2.20) を考慮して式 (3.2.15), (3.2.16), (3.2.19) を変形し、行列で表せば次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} s+k_{rT} & sc & -s(1+c) \\ sc & s+k_{rB} & -s(1+c) \\ k_{rT} & k_{rB} & 12k_H - \psi^2 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_T \\ \theta_B \\ R \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.2.21)$$

ここで、左辺の正方行列の行列式の値が 0 になるときには、式 (3.2.21) において $\theta_T = \theta_B = R = 0$ 以外の解が存在し、柱は不安定になる。また、その時の軸力が座屈軸力である。よって、座屈条件式は式 (3.2.22) である。

$$\begin{vmatrix} s+k_{rT} & sc & -s(1+c) \\ sc & s+k_{rB} & -s(1+c) \\ k_{rT} & k_{rB} & 12k_H - \psi^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.2.22)$$

また、特に柱脚固定の場合の座屈条件式は式 (3.2.23) である。

$$\begin{vmatrix} s+k_{rT} & -s(1+c) \\ -sc+k_{rT} & s(1+c)+12k_H - \psi^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.2.23)$$

○柱の軸方向変形の表現

式 (3.2.22) と (3.2.23) の座屈条件式を用いて、3.2.1 項に示した 1 層 1 スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力を計算する。骨組中の柱の弾性座屈軸力は長期荷重よりも十分に大きいと仮定して、長期荷重 ${}_hV$ は無視する。 ${}_hV = N$ のときの、柱軸力による変形後の左側柱の長さ h_L と右側柱の長さ h_R は次式で計算できる。

$$h_L = h \left(1 + \frac{hV}{EA_c} \right) \quad (3.2.24a)$$

$$h_R = h \left(1 - \frac{hV}{EA_c} \right) \quad (3.2.24b)$$

○材端バネ剛性

柱頭回転バネ剛性 K_{rT} は表 3.2.5 に示す式 (3.2.25) ~ (3.2.27) を用いる。これは、図 3.2.14 の下段の各座屈モードにおける梁の変形と同様の変形になる、上段に示す梁の曲げ剛性である。柱脚ピンの骨組では、図 3.2.6 の釣合経路解析での梁たわみ拡大図を参考にして、 $(\beta/\alpha = 0.04 \sim 0.1)$ では sway 座屈モードとし、それ以外では個材座屈モードの K_{rT} を用いる。水平バネ剛性 K_H は式 (3.2.28) で計算する。 K_{H0} は骨組の水平剛性の半分とし、変形後の柱長さ h_L を用いてたわみ角法によって計算すれば、柱脚固定で式 (3.2.29)、柱脚ピンで式 (3.2.30) が得られる。

○弾性座屈時軸力の算定と考察

図 3.2.15, 3.2.16 と表 3.2.6, 3.2.7 には、式 (3.2.24) で柱の軸方向変形を考慮し、式 (3.2.22) あるいは式 (3.2.23) を用いて計算した圧縮側柱の弾性座屈軸力 N_{cr_e} を N_E で除したものと、柱の軸方向変形を考慮

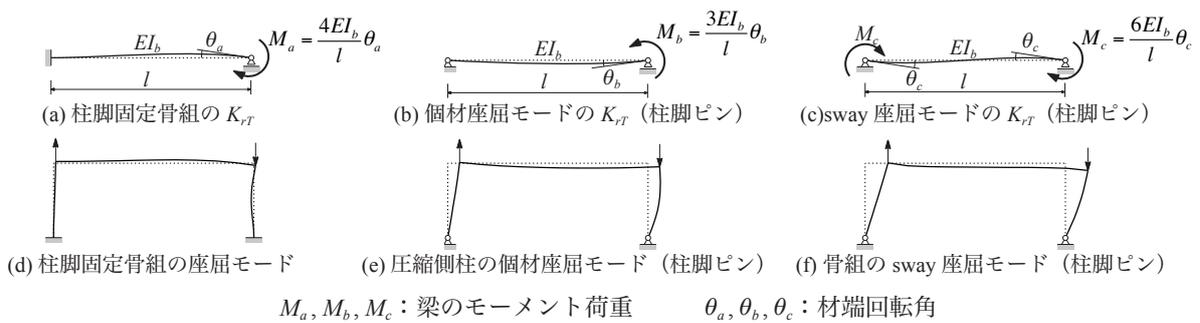


図 3.2.14 1 層 1 スパン骨組の座屈モードと柱頭回転バネ剛性

表 3.2.5 地震時柱軸力相当荷重を受ける 1 層 1 スパン骨組の圧縮側柱周囲の境界条件の評価式

骨組	K_{rT}	K_{rB}	K_H	K_{H0}
	$K_{rT} = \frac{4EI_b}{l} = \frac{4\beta EI_c}{\alpha h} \quad (3.2.25)$	$K_{rB} = \infty$		$K_{H0} = \frac{6EI_c}{(h_L)^3} \left\{ \frac{1 + \frac{6\beta h_L}{\alpha h}}{2 + \frac{3\beta h_L}{\alpha h}} \right\} \quad (3.2.29)$
	個材座屈モード $K_{rT} = \frac{3EI_b}{l} = \frac{3\beta EI_c}{\alpha h} \quad (3.2.26)$ sway 座屈モード $K_{rT} = \frac{6EI_b}{l} = \frac{6\beta EI_c}{\alpha h} \quad (3.2.27)$	$K_{rB} = 0$	$K_H = K_{H0} + \frac{hV}{h_L} \quad (3.2.28)$	$K_{H0} = \frac{3EI_c}{(h_L)^3} \left\{ \frac{2\beta h_L}{\alpha h} \right\} \quad (3.2.30)$
$\beta = I_b/I_c, \quad \alpha = lh \quad (3.2.31a, b)$				
h_L, h_R : 軸力 ($N = hV$) 作用時の変形後の左右の柱の長さ A_c : 柱の断面積 K_{rT}, K_{rB} : 図 3.2.11(a) の柱モデルでの柱頭と柱脚の回転バネ剛性 K_H : 図 3.2.11(a) の柱モデルでの柱頭の水平バネ剛性 K_{H0} : 左側柱とその周辺部材の水平剛性				

せず $h_L = h_R = h$ として計算した弾性座屈軸力 N_{cr_non} を N_E で除したものを示す。 N_{1cr} と $eig.N_{1cr}$ は 3.2.1 項で説明した数値解析結果である。表 3.2.7 の「モードの仮定」は、 K_{rT} を式 (3.2.26) と (3.2.27) のどちらで計算したかを表している。

柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組では、図 3.2.15 より、本論の範囲内では座屈条件式による弾性座屈軸力の計算結果が数値解析結果を過大評価しておらず、なおかつ両者は (β/α) に対してほぼ同様の傾向を示している。また、 N_{cr_e} と N_{cr_non} がほぼ一致することから、柱の軸方向変形が骨組の弾性座屈軸力にほとんど影響していないことが分かる。柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組では、図 3.2.16 より、柱の軸方向変形を考慮しない場合の計算結果 (N_{cr_non}/N_E) は 1 を下回らず、線形座屈解析の結果である ($eig.N_{1cr}/N_E$) より少し大きい程度で、差異は $(\beta/\alpha = 0.04)$ で 1.6 %、 $(\beta/\alpha = 0.5)$ で 5.0 % である。なお、柱の軸方向変形を考慮しない場合には全て個材座屈モードになると仮定して計算を行っても、 $(\beta/\alpha = 0.04 \sim 0.1)$ で (N_{cr_non}/N_E) の値は図 3.2.16 に図示したものよりも少し低くなる程度で、1 を下回ることはない。柱の軸方向変形を考慮した場合の計算結果 (N_{cr_e}/N_E) は、 $(\beta/\alpha > 0.1)$ では (N_{cr_non}/N_E) とほとんど一致するが、それよりも (β/α) が小さい範囲では釣合経路解析と同様に (N_{cr_e}/N_E) が 1 以下になる。

本節で示したように、柱の軸方向変形を考慮すれば、より正確に柱の弾性座屈軸力を計算することができる。ただし、本論に示した範囲内の 1 層 1 スパン骨組では、柱脚固定の場合にはその影響はほとんどなく、柱脚ピンでも $(\beta/\alpha \leq 0.1)$ でなければ柱の軸伸縮は座屈性状にほとんど影響せず、弾性座屈軸力は N_E を超える。

N_{1cr} : 釣合経路解析での座屈時軸力
 $eig.N_{1cr}$: 線形座屈解析での座屈時軸力
 N_{cr_e} : 柱の軸方向変形を考慮したときの圧縮側柱の座屈軸力の計算値
 N_{cr_non} : 柱の軸方向変形を考慮しないときの圧縮側柱の座屈軸力の計算値

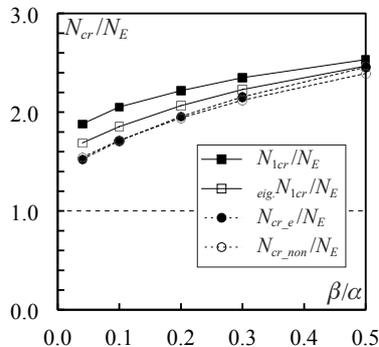


図 3.2.15 数値解析と計算値の比較 (柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組)

表 3.2.6 数値解析と計算値の比較 (柱脚固定の 1 層 1 スパン骨組)

β/α	N_{1cr}/N_E	$eig.N_{1cr}/N_E$	N_{cr_e}/N_E	N_{cr_non}/N_E
0.04	1.88	1.69	1.52	1.54
0.1	2.05	1.86	1.71	1.72
0.2	2.22	2.07	1.96	1.94
0.3	2.35	2.23	2.16	2.12
0.5	2.53	2.47	2.46	2.39

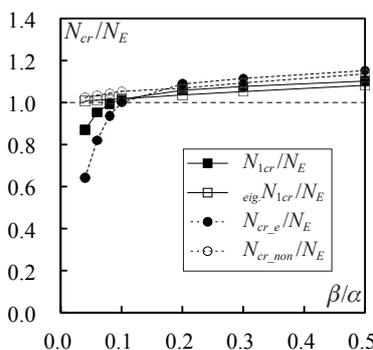


図 3.2.16 数値解析と計算値の比較 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組)

表 3.2.7 数値解析と計算値の比較 (柱脚ピンの 1 層 1 スパン骨組)

β/α	N_{1cr}/N_E	$eig.N_{1cr}/N_E$	N_{cr_e}/N_E	N_{cr_non}/N_E	モードの仮定
0.04	0.870	1.01	0.643	1.02	sway
0.06	0.953	1.01	0.822	1.03	sway
0.08	0.994	1.02	0.937	1.04	sway
0.1	1.02	1.02	1.00	1.05	sway
0.2	1.06	1.04	1.09	1.07	個材
0.3	1.08	1.05	1.12	1.09	個材
0.5	1.10	1.08	1.15	1.14	個材

3.3 骨組中の柱の座屈長さ算定図表

3.3.1 作成方法

3.2.4 項に示した方法を用いれば、 (β/α) が低い場合に釣合経路解析での座屈時軸力 N_{lcr} が N_E を下回るのと同じ傾向を理論式により表現することができる。ただし式 (3.2.22), (3.2.23) は三角関数を含む方程式であるから、数値解析を行って解を求めなければならない陰解法の式である。多層骨組中の柱の弾性座屈軸力をより簡便に、陽に計算する方法については第 4 章に示す。本節では、安全側になるいくらかの仮定を行うことで、地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組中の柱の座屈長さ算定図表（以下「設計図表」）を示す。圧縮側柱の座屈条件式は 3.2.4 項と同様に式 (3.2.22), (3.2.23) である。

設計図表を作成するために用いる骨組は 1 スパン骨組とする。第 2 章に示した数値解析結果より、スパン数が増えると座屈長さは短くなるので、これを多スパン骨組に適用すれば安全側の評価になる。

図 3.3.1(a) の多層 1 スパン骨組の場合には、図 3.3.1(b) の部分骨組に分解して、それぞれの部分骨組において柱の座屈長さの検討を行う。均等多層骨組においては、例えば図 3.3.1(b) の中間層の部分骨組の圧縮側柱が座屈するときには、隣接層の柱はすでに座屈しているか、座屈荷重に近い荷重を受けていると考えられるので、分解前の骨組の梁の断面 2 次モーメントを上下の部分骨組に等分配する。また、隣接層の柱の曲げ剛性は互いの座屈軸力に影響しないと仮定する。

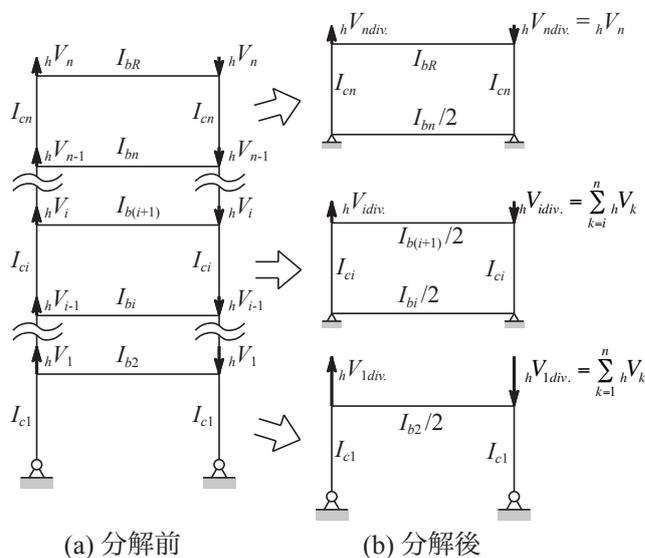
骨組中の柱の弾性座屈軸力は長期荷重よりも十分に大きいと仮定して、長期荷重 V は無視する。 $(N = {}_hV)$ のときの、柱軸力 N による変形後の左側柱の長さ h_L と右側柱の長さ h_R は、3.2.4 項と同様に式 (3.2.24) で計算する。ここで、 (N/EAc) はひずみ度 ε であり、式 (3.2.24) は以下のように書き換えられる。

$$h_L = h(1 + \varepsilon) \quad (3.3.1a)$$

$$h_R = h(1 - \varepsilon) \quad (3.3.1b)$$

また、式 (3.3.2a) に示すように、 ε は (N/N_E) と細長比 (h/i) の 2 つの無次元量で表現できる。 (N/N_E) は軸力 N を N_E で除したもので、 (h/i) は柱部材長 h に対する細長比である。 i は断面 2 次半径であり、定義は式 (3.3.2b) に示す。

$$\varepsilon = \frac{N}{EA_c} = \frac{N}{N_E} \frac{N_E}{EA_c} = \frac{N}{N_E} \frac{\pi^2 I_c}{h^2 A_c} = \frac{\pi^2}{(h/i)^2} \left(\frac{N}{N_E} \right) \quad (3.3.2a)$$



I_{bi} : i 層目床梁の断面 2 次モーメント
 I_{ci} : i 層目柱の断面 2 次モーメント
 ${}_hV_i$: i 層目柱頭に作用する鉛直荷重
 ${}_hV_{div.}$: 部分骨組に対する鉛直荷重
 (添字 n は骨組の層数, R は屋上を表す.)

図 3.3.1 多層骨組の分解

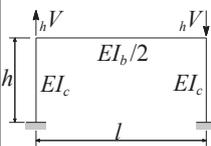
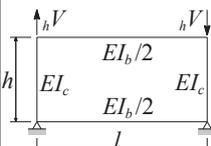
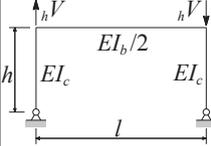
ただしここで、断面2次半径は i は次式で定義される。

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (3.3.2b)$$

図表の作成に用いる部分骨組と、その圧縮側柱を図 3.2.11(a) の詳細柱モデルでモデル化する場合の材端バネ剛性を柱の剛性で無次元化した k_{rT} , k_{rB} , k_H を表 3.3.1 に示す。 k_{rT} , k_{rB} , k_H の定義は式 (3.2.20) に示している。柱脚ピンの骨組において柱モデルの材端回転バネ剛性をどのように評価すべきかは図 3.2.6 に示した数値解析結果を見れば明らかである。ここでは梁の曲げ剛性が $(I_b/2)$ なので、 K_r は表 3.2.5 の (1/2) である。柱脚固定の骨組と中間層用の口形骨組も柱脚ピンと同じ K_r の値を用いる。3.2.1 項に示した数値解析結果から判断すれば、柱脚固定の骨組の個材座屈モードでは $(K_{rT} = 4E(I_b/2)/l)$ としてもよいが、安全側の仮定として $(K_{rT} = 3E(I_b/2)/l)$ としている。 k_H は式 (3.2.28) を無次元化したもので、同式中の k_{H0} は、表 3.3.1 中の骨組の水平剛性の半分である K_{H0} を無次元化したものである。

表 3.3.1 に示す無次元化材端バネ剛性を式 (3.2.22) あるいは式 (3.2.23) の座屈条件式に代入すれば無次元化座屈時軸力 (N_{cr}/N_E) を求めることができる。 N_{cr} は柱の弾性座屈軸力である。表 3.3.1 より、座屈条件式における (N/N_E) 以外の変数は (h/i) と (β/α) の2つである。

表 3.3.1 設計図表作成用の圧縮側柱周囲の境界条件の評価式

骨組	k_{rT}	k_{rB}	k_H	k_{H0}
多層骨組最下層 (柱脚固定) 	個材モード $k_{rT} = \frac{3\beta}{2\alpha}(1-\varepsilon) \quad (3.3.3)$	/		$k_{H0} = \frac{(1-\varepsilon)^3}{2(1+\varepsilon)^3} \left\{ \frac{1 + \frac{3\beta}{\alpha}(1+\varepsilon)}{2 + \frac{3\beta}{2\alpha}(1+\varepsilon)} \right\} \quad (3.3.8)$
sway モード $k_{rT} = \frac{3\beta}{\alpha}(1-\varepsilon) \quad (3.3.4)$				
多層骨組中間層 	個材モード 式 (3.3.3)	$k_{rB} = \frac{3\beta}{2\alpha}(1-\varepsilon) \quad (3.3.5)$	$k_H = k_{H0} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{N}{N_E} \right) \frac{(1-\varepsilon)^3}{1+\varepsilon} \quad (3.3.7)$	$k_{H0} = \frac{(1-\varepsilon)^3}{(1+\varepsilon)^3} \left\{ \frac{\frac{\beta}{\alpha}(1+\varepsilon)}{2 + \frac{\beta}{\alpha}(1+\varepsilon)} \right\} \quad (3.3.9)$
sway モード 式 (3.3.4)	$k_{rB} = \frac{3\beta}{\alpha}(1-\varepsilon) \quad (3.3.6)$	※ k_{H0} の定義式は備考欄に示す。		
多層骨組最下層 (柱脚ピン) 	個材モード 式 (3.3.3)	$k_{rB} = 0$		$k_{H0} = \frac{(1-\varepsilon)^3}{4(1+\varepsilon)^3} \left\{ \frac{\frac{\beta}{\alpha}(1+\varepsilon)}{1 + \frac{\beta}{\alpha}(1+\varepsilon)} \right\} \quad (3.3.10)$
sway モード 式 (3.3.4)				
備考 個材座屈モードでの K_r は次式である。 $K_{rT} = \frac{3E(I_b/2)}{l} = \frac{3\beta EI_c}{2\alpha h} \quad (3.3.11)$				
sway 座屈モードでの K_r は次式である。 $K_{rT} = \frac{6E(I_b/2)}{l} = \frac{3\beta EI_c}{\alpha h} \quad (3.3.12)$				
$k_{H0} = \frac{K_{H0}(h_R)^3}{12EI_c} \quad (3.3.13)$				

3.3.2 座屈長さ算定図表についての考察

図 3.3.2 には設計図表の一例を示す。 k_r には式 (3.3.3) と式 (3.3.5) を用いている。理由については後述する。(a) 図が柱脚固定骨組の最下層、(b) 図が中間層、(c) 図が柱脚ピン骨組の最下層用である。横軸は梁柱曲げ剛性比 (β/α) で、縦軸は柱部材長 h に対する細長比 (h/i) である。 γ は座屈長さ係数である。 γ と (N_{cr}/N_E) の関係は以下に示す。 N_{cr} は柱の弾性座屈軸力であり、座屈条件式を満たす N の値である。

$$\gamma = \sqrt{\frac{N_E}{N_{cr}}} \quad (3.3.14)$$

図 3.3.2 の細実線は γ が等しくなる条件を結んだ線（以下「等座屈長さ係数曲線」と呼ぶ）である。また、太実線はそれより (h/i) が小さい領域で座屈が生じなくなる境界線である。なお、図 3.3.2(b) と (c) に示す中間層と柱脚ピン骨組の最下層用の設計図表では、(h/i) が非常に小さい範囲、すなわち柱が極めて太短い範囲でも (β/α) が小さいと座屈が生じている。これは、設計図表を作成するために用いた骨組（表 3.3.1）において、柱が剛体的に回転する sway 座屈モードが生じる得るからである。

文献 3.1) の設計例によれば、5 あるいは 10 層のオフィス建築の場合に、鋼構造ラーメン骨組の (β/α) は (0.28 ~ 0.80) である。また、例えば基準強度が ($F = 235 \text{ N/mm}^2$) の場合の限界細長比は 120 である。日本におけるラーメン骨組中の柱の細長比はこれよりも小さいと考えられるので、図 3.3.2 では ($h/i = 50$) までを示している。

図 3.3.3 ~ 3.3.5 は図 3.3.2 の設計図表に○で示す位置での座屈モードを描いたものである。図 3.3.3 が柱脚固定骨組の最下層用、図 3.3.4 が多層骨組の中間層用、図 3.3.5 が柱脚ピン骨組の最下層用である。図 3.3.3 ~ 3.3.5 からわかるように、(β/α) と (h/i) がともに小さくなるほど図 3.2.12(b) に示した sway 座屈モードに近くなり、(β/α) と (h/i) がともに大きくなるほど図 3.2.12(a) に示した個材座屈モードに近くなる。柱脚固定骨組最下層用と柱脚ピン骨組最下層用の設計図表では完全な個材座屈モードが無い。多層骨組中間層用では、図 3.3.4 からわかるように、図 3.2.12 のような sway 座屈モードと個材座屈モードの明確な分岐点が存在する。すなわちそれは図 3.3.2(b) の等座屈長さ曲線が屈曲する位置を結んだラインである。図 3.3.2(b) にはそのラインのおおよその位置を破線で示している。このように設計図表のなかで個材と sway の両方の座屈モードが存在する。設計図表を作成するためにはどちらかの座屈モードを想定して k_r を決めなければならないので、本節では安全側の仮定として k_r が小さい式 (3.3.3) と式 (3.3.5) を用いて設計図表を作成している。

図 3.3.2(b) を見ると、個材座屈モードになる範囲では、同じ (β/α) の場合に、(h/i) が小さくなるほど座屈長さ係数 γ が小さくなる。式 (3.3.2a) からわかるように、(h/i) が小さくなるほど柱の軸方向変形が大きくなる。すなわちひずみ ε が大きくなる。よって、圧縮軸力を受けて短くなった柱の軸剛性が高くなり、変形前の柱長さ h を用いて計算される N_E と比較したときの N_{cr} がより大きくなるためと考えられる。sway 座屈モードになる領域では、ほとんどの範囲で同じ (β/α) の場合に、(h/i) が小さくなるほど座屈長さ係数 γ が大きくなる。これは表 3.3.1 からわかるように、柱のひずみ ε が大きくなることで変形後の柱の曲げ剛性に対する材端バネ剛性の比である k_{rT} , k_{rB} , k_H がより低くなる影響が大きいためと考えられる。また、柱脚固定骨組用の設計図表である図 3.3.2(a) に見られるように、(h/i) が (6 ~ 8) 程度とかなり小さな範囲では、前述の影響よりも、個材座屈モードと同様に N_E と比較したときの N_{cr} がより大きくなる影響が顕著になり、同じ (β/α) の場合に、(h/i) が小さくなるほど座屈長さ係数 γ が小さくなると思われる。さらに (h/i) が小さくなれば、ますます (N_{cr}/N_E) が大きくなり、座屈軸力と作用している軸力が一致しなくなる。すなわち、座屈が生じない領域に入る。

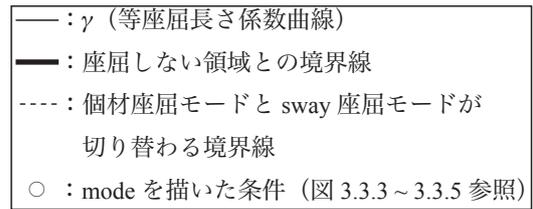
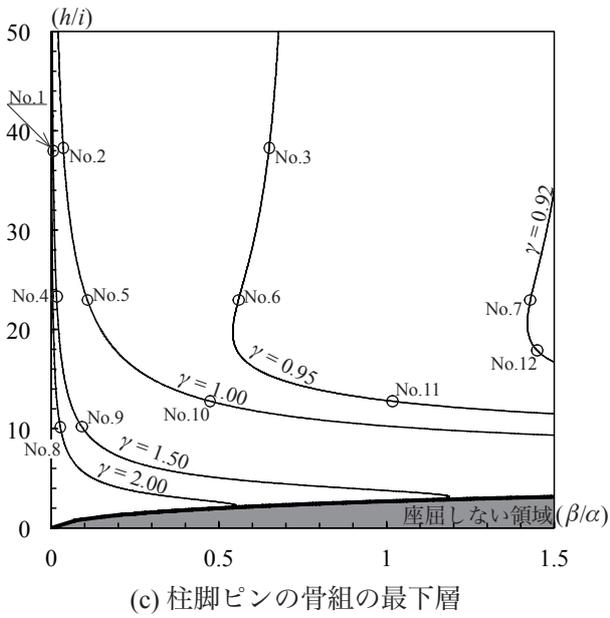
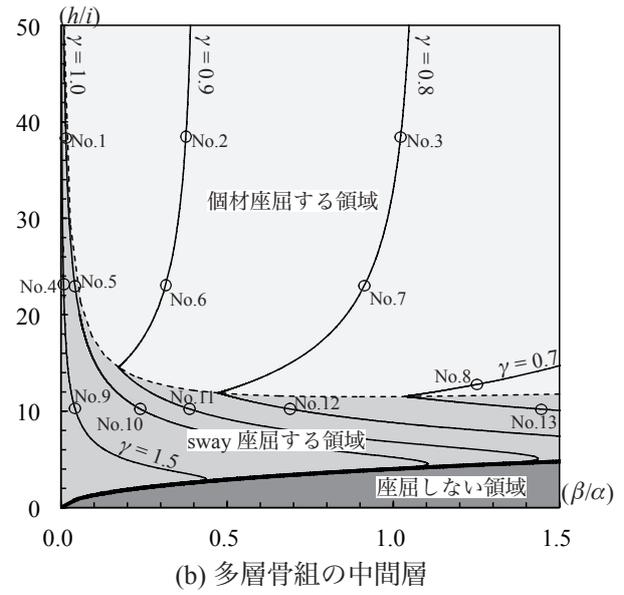
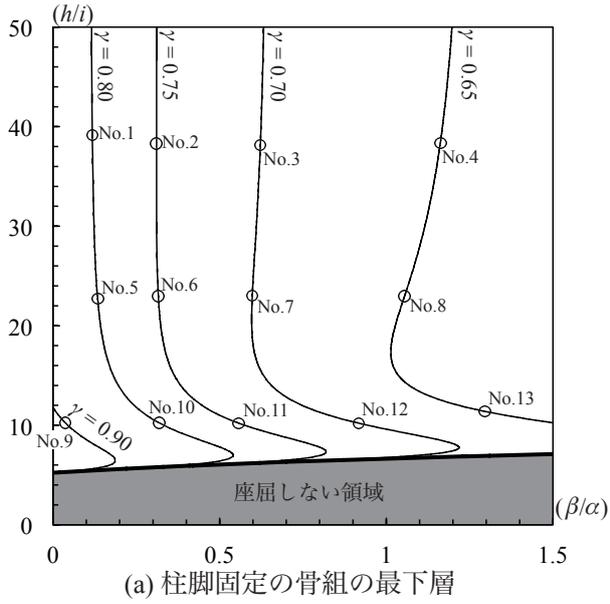


図 3.3.2 幅厚比が座屈長さに与える影響 (設計図表の一例)

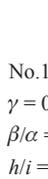
	 No.1 $\gamma = 0.80$ $\beta/\alpha = 0.118$ $h/i = 39.1$	 No.2 $\gamma = 0.75$ $\beta/\alpha = 0.311$ $h/i = 38.3$	 No.3 $\gamma = 0.70$ $\beta/\alpha = 0.622$ $h/i = 38.1$	 No.4 $\gamma = 0.65$ $\beta/\alpha = 1.16$ $h/i = 38.3$
	 No.5 $\gamma = 0.80$ $\beta/\alpha = 0.134$ $h/i = 22.7$	 No.6 $\gamma = 0.75$ $\beta/\alpha = 0.316$ $h/i = 23.0$	 No.7 $\gamma = 0.70$ $\beta/\alpha = 0.598$ $h/i = 23.0$	 No.8 $\gamma = 0.65$ $\beta/\alpha = 1.06$ $h/i = 23.0$
	 No.9 $\gamma = 0.90$ $\beta/\alpha = 0.04$ $h/i = 10.2$	 No.10 $\gamma = 0.80$ $\beta/\alpha = 0.318$ $h/i = 10.2$	 No.11 $\gamma = 0.75$ $\beta/\alpha = 0.557$ $h/i = 10.2$	 No.12 $\gamma = 0.70$ $\beta/\alpha = 0.917$ $h/i = 10.2$
				 No.13 $\gamma = 0.65$ $\beta/\alpha = 1.30$ $h/i = 11.4$

図 3.3.3 設計図表上での座屈モード（柱脚固定骨組の最下層）

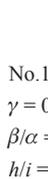
	 No.1 $\gamma = 1.0$ $\beta/\alpha = 0.015$ $h/i = 38.3$	 No.2 $\gamma = 0.9$ $\beta/\alpha = 0.376$ $h/i = 38.5$	 No.3 $\gamma = 0.8$ $\beta/\alpha = 1.02$ $h/i = 38.4$	
	 No.4 $\gamma = 1.5$ $\beta/\alpha = 0.008$ $h/i = 23.2$	 No.5 $\gamma = 1.0$ $\beta/\alpha = 0.042$ $h/i = 23.0$	 No.6 $\gamma = 0.9$ $\beta/\alpha = 0.315$ $h/i = 23.1$	 No.7 $\gamma = 0.8$ $\beta/\alpha = 0.913$ $h/i = 23.0$
	 No.9 $\gamma = 1.5$ $\beta/\alpha = 0.042$ $h/i = 10.3$	 No.10 $\gamma = 1.0$ $\beta/\alpha = 0.239$ $h/i = 10.2$	 No.11 $\gamma = 0.9$ $\beta/\alpha = 0.386$ $h/i = 10.2$	 No.12 $\gamma = 0.8$ $\beta/\alpha = 0.689$ $h/i = 10.2$
				 No.13 $\gamma = 0.7$ $\beta/\alpha = 1.45$ $h/i = 10.2$

図 3.3.4 設計図表上での座屈モード（多層骨組の中間層）

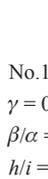
	 No.1 $\gamma = 1.50$ $\beta/\alpha = 0.006$ $h/i = 38.0$	 No.2 $\gamma = 1.00$ $\beta/\alpha = 0.036$ $h/i = 38.3$	 No.3 $\gamma = 0.95$ $\beta/\alpha = 0.622$ $h/i = 38.3$	
	 No.4 $\gamma = 1.50$ $\beta/\alpha = 0.016$ $h/i = 23.3$	 No.5 $\gamma = 1.00$ $\beta/\alpha = 0.108$ $h/i = 23.0$	 No.6 $\gamma = 0.95$ $\beta/\alpha = 0.559$ $h/i = 23.0$	 No.7 $\gamma = 0.92$ $\beta/\alpha = 1.43$ $h/i = 23.0$
	 No.8 $\gamma = 2.00$ $\beta/\alpha = 0.027$ $h/i = 10.2$	 No.9 $\gamma = 1.50$ $\beta/\alpha = 0.091$ $h/i = 10.2$	 No.10 $\gamma = 1.00$ $\beta/\alpha = 0.474$ $h/i = 12.8$	 No.11 $\gamma = 0.95$ $\beta/\alpha = 1.02$ $h/i = 12.8$
				 No.12 $\gamma = 0.92$ $\beta/\alpha = 1.45$ $h/i = 17.9$

図 3.3.5 設計図表上での座屈モード（柱脚ピン骨組の最下層）

鋼構造座屈設計指針などに示されている座屈長さ算定式^{3,4)}から計算した座屈長さ γ_a を、設計図表に重ねたものを図3.3.6に示す。ただしこれは節点の水平移動が拘束されている場合である。また、設計図表では柱端部の回転バネ剛性を図3.2.14(b)に示したモデルで計算しているのので、これと条件を合わせるために係数 G を算定する際に梁の他端をピンと仮定し、梁の曲げ剛性を1.5倍している^{3,4)}。この座屈長さ算定式は第1章の式(1.7b)に示している。図3.3.6には、式(3.2.22)あるいは式(3.2.23)の座屈条件式で柱の軸方向変形を考慮しない場合の座屈長さ γ_{non} も示す。一点鎖線が γ_a で薄い実線が γ_{non} である。3.2.3項で証明したように、柱の軸方向変形を考慮しなければ、地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組中の柱ではsway座屈モードが生じない。よって、図3.3.6(b)に示す多層骨組中間層を想定した場合には γ_a と γ_{non} が一致し、なおかつ柱の軸方向変形を考慮した場合である γ の($h/i \rightarrow \infty$)における漸近線にもなる。これは、式(3.3.2a)からわかるように、(h/i)が大きくなるとひずみ ε は小さ

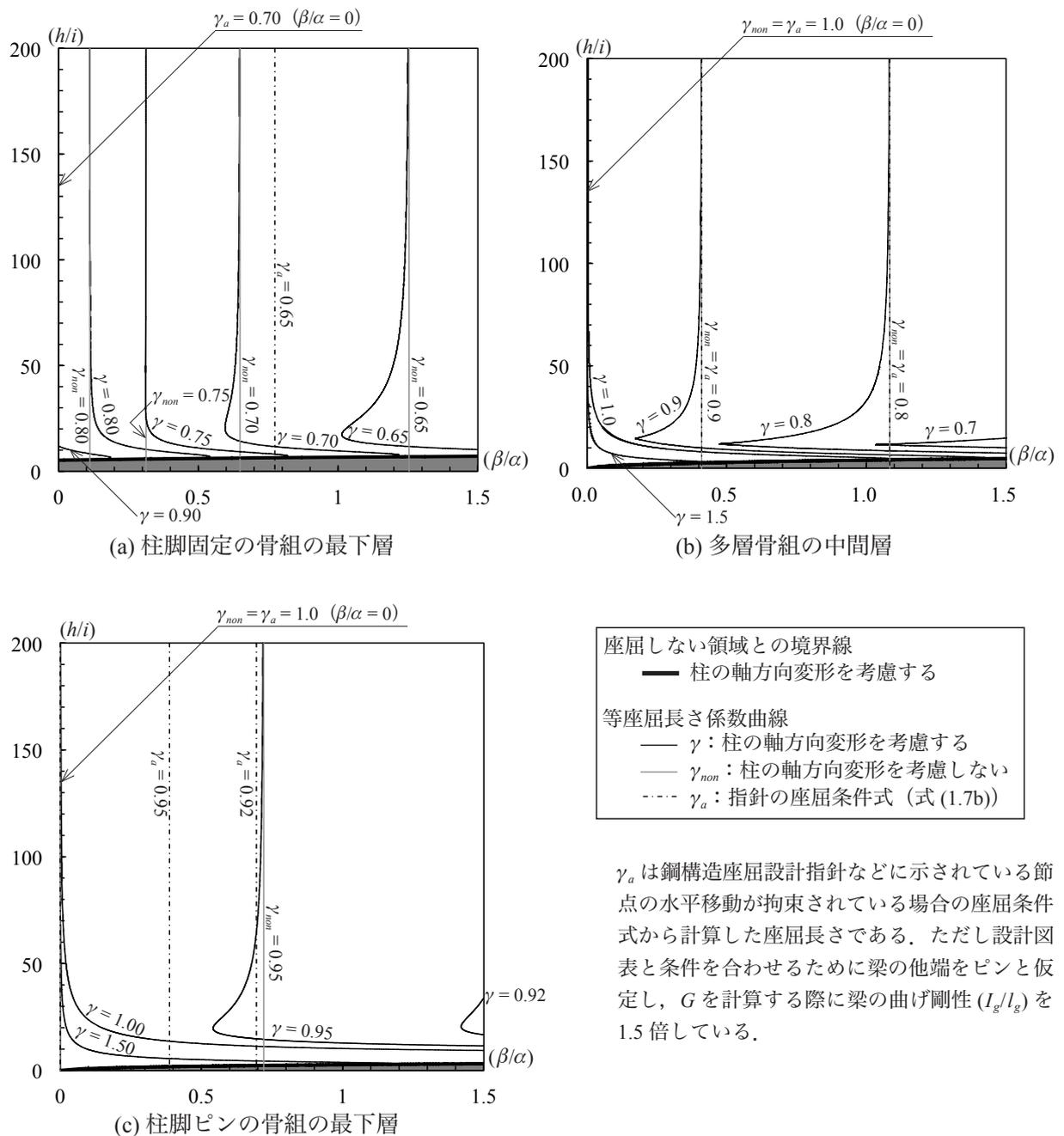


図3.3.6 柱の軸方向変形が設計図表に与える影響および指針の解との比較

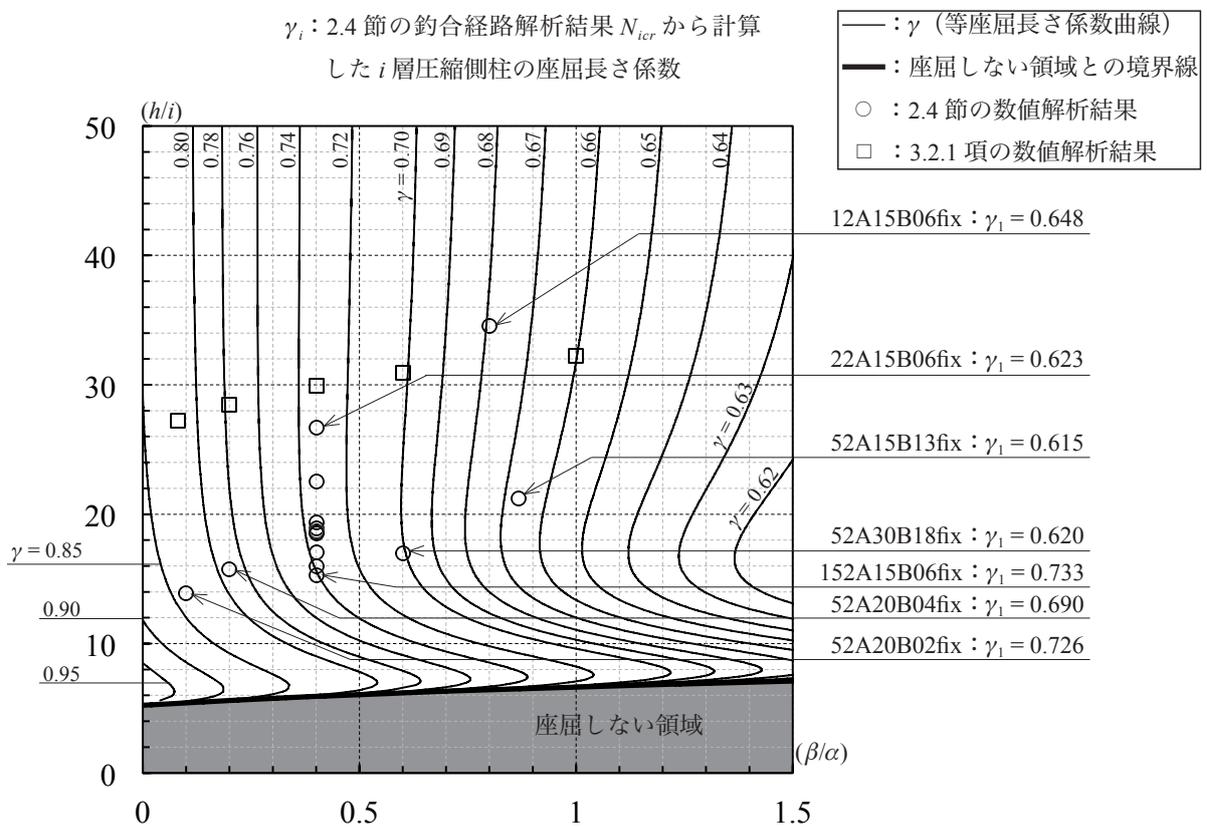
くなるためである。図 3.3.6(a) と (c) に示した柱脚固定骨組と柱脚ピン骨組の最下層を想定した場合には、 γ_{non} が γ の ($h/i \rightarrow \infty$) における漸近線になるのは図 3.3.6(b) と同じであるが、 γ_a と γ_{non} が一致しない。図 3.3.3 と図 3.3.5 からわかるように、これらの条件では図 3.2.12(a) のような明確な個材座屈モードが生じないので、個材座屈モードを想定している γ_a と一致しない。

3.3.3 座屈長さ算定図表の提案と数値解析結果との比較

図 3.3.7～3.3.9 に提案する設計図表(座屈長さ算定図表)を示す。図 3.3.7 が柱脚固定骨組の最下層用、図 3.3.8 が多層骨組の中間層用、図 3.3.9 が柱脚ピン骨組の最下層用である。3.3.2 項と同様に k_r は式 (3.3.3), (3.3.5) で計算する。吹抜け柱では対象としている柱の部材長を h とし、その端部に取り付いている梁との曲げ剛性比を (β/α) とすれば設計図表を使用できる。中間層において上下の梁剛性が異なる場合には、その低い方を用いて (β/α) を計算し、設計図表に適用すれば、安全側に評価できる。柱脚の支持条件が完全な固定端でもピン支持でもない場合には、設計者で柱脚固定骨組用(図 3.3.7)と柱脚ピン骨組用(図 3.3.9)のどちらを用いるかを判断する。また、設計図表(座屈長さ算定図表)は多層骨組用に梁の断面 2 次モーメントを (1/2) にして計算しているので、1 層骨組の場合には (β/α) を実際の 2 倍にしてプロットする。

図 3.3.7 より、柱脚固定骨組の最下層では、座屈長さ係数が必ず 1 以下になる。

設計図表の妥当性を検証するために、2.4 節に示した均等骨組および 3.2.1 項に示した 1 層 1 スパン骨組の数値解析結果と比較する。図 3.3.7～3.3.9 の○は 2.4 節に示した均等多層多スパン骨組をプロットしたもので、□は 3.2.1 項の数値解析結果である。 γ_i は釣合経路解析の座屈時軸力 N_{icr} から計算した座屈長さ係数である。 N_{icr} は、柱の軸剛性が初期剛性の 0.2 倍になったときの柱軸力と定義している。 γ_i と N_{icr} の添字の i は柱の層の位置である。なお、設計図表では表 3.3.1 に示すように梁の曲げ剛性を (1/2)



- : γ (等座屈長さ係数曲線)
- : 座屈しない領域との境界線
- : 2.4節の数値解析結果
- : 3.2.1項の数値解析結果

γ_i : 2.4節の釣合経路解析結果 $N_{i,cr}$ から計算した i 層圧縮側柱の座屈長さ係数

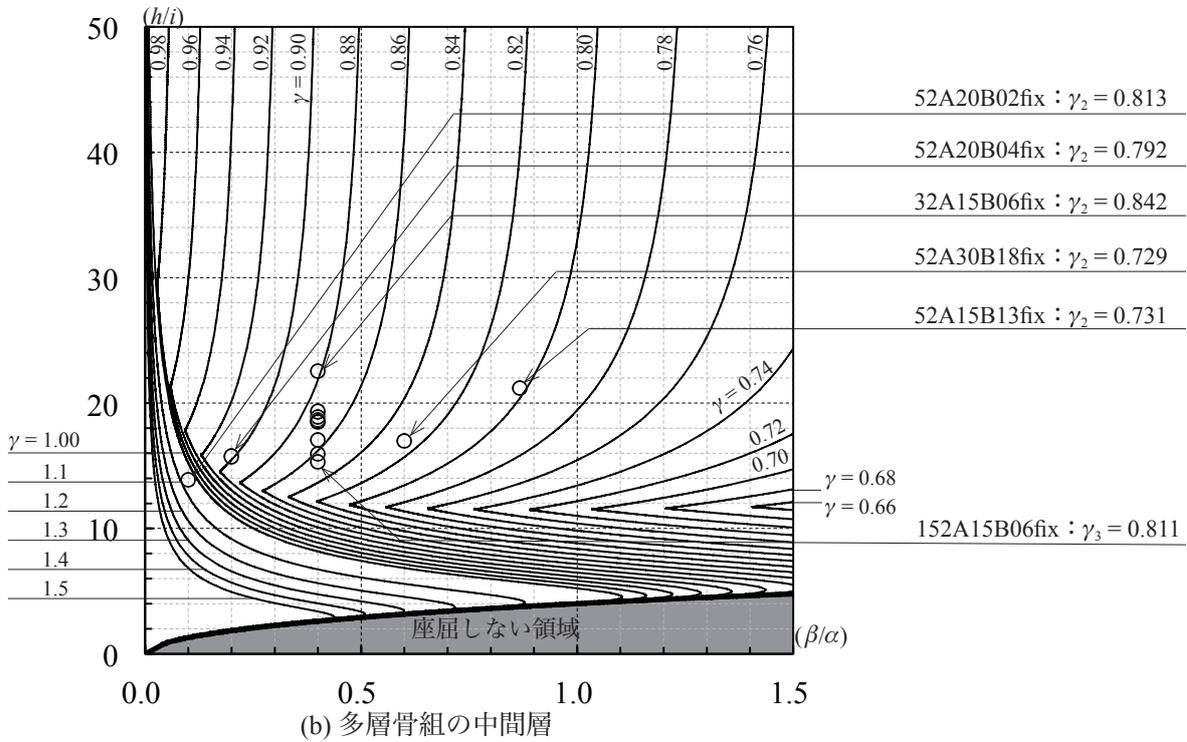


図 3.3.8 多層骨組の中間層用の設計図表

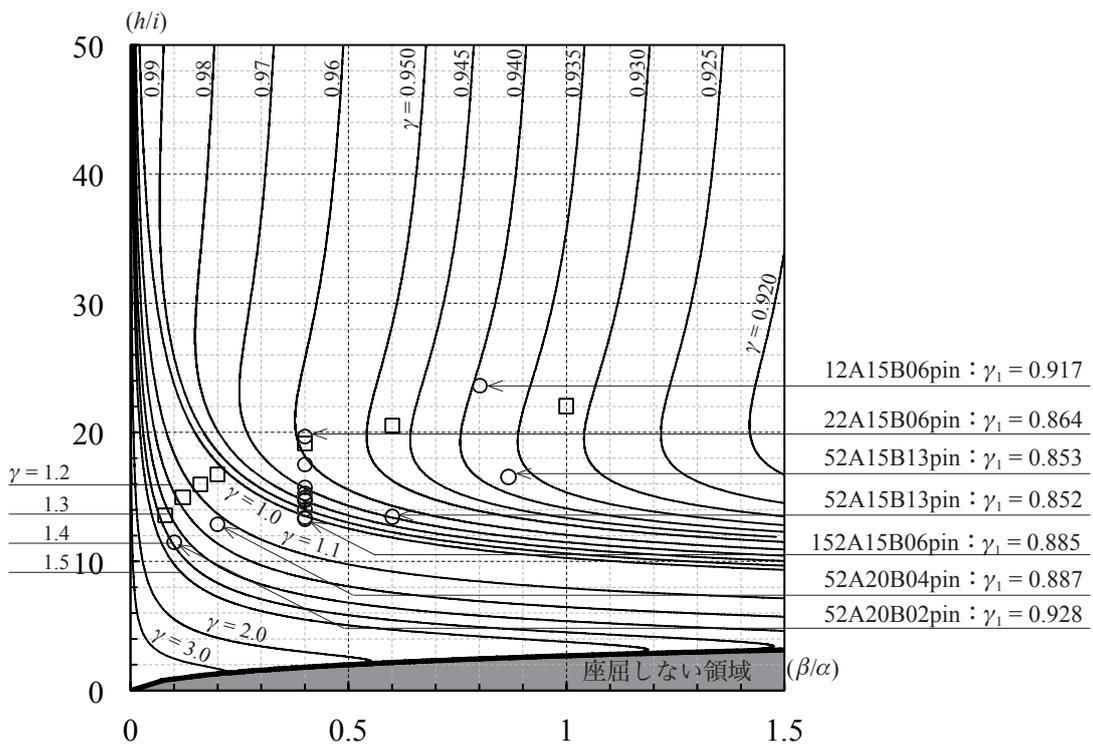


図 3.3.9 柱脚ピン骨組の最下層用の設計図表

にして計算しているため、上層に柱が存在しない1層骨組に設計図表を適用する際には、 (β/α) を実際の2倍にする必要がある。また、中間層用の設計図表では、図2.4.32に示した座屈後にどの柱に軸方向変形が集中しているかを表した図を参考に、10層と15層骨組では3層目柱の座屈長さ係数 γ_3 と比較を行い、それ以外の多層骨組では γ_2 と比較している。図3.3.7～3.3.9の設計図表では、□と○で示した全ての骨組で座屈長さを安全側に評価できていることを確認している。

2.5節に示した吹抜骨組の釣合経路解析結果についても、座屈後に軸方向変形が集中する柱について、 γ_i を設計図表によって安全側に評価できることを確認している。ただし、地震時柱軸力作用時に吹抜柱が引張側にある場合には内柱にあまり大きな引張軸力が作用していないので、図2.5.3(c), (d)に見られるように吹抜層の隣にある複数層の柱が、一本の柱が個材座屈するようなモードを形成する場合がある。設計図表ではこのような座屈モードを想定していないので、条件によっては釣合経路解析結果を安全側に評価できない可能性がある。

内柱では柱端部の左右にある梁の曲げ剛性の和の、柱の曲げ剛性に対する比を (β/α) とすることで、設計図表を利用することができる。2.6節に示した左右のスパン長が異なる5層2スパン骨組において、釣合経路解析結果で座屈後に軸方向変形が集中する柱の γ_i を設計図表によって安全側に評価できるかを調べると、左右のスパン長の比が(1:1.5)の骨組と(1:2)の骨組で解析結果の方が座屈長さ係数が大きくなることを確認した。これらの骨組では、図2.6.6と2.6.7の(d)図に示した釣合経路解析での変形図より、柱が全層にわたっているたわんでいることが確認できる。引張軸力を受ける左外柱と圧縮軸力を受ける内柱の間にある梁の座屈が主因となってこのような座屈モードになる可能性も否定できず、柱の座屈長さを算定する際にこの座屈モードを考慮すべきかは今後検証が必要である。

3.4 結

本章では、地震時柱軸力相当荷重作用時の多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを簡易に算定するための設計図表を提案した。

3.2節では、1層1スパン骨組を用いて地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組の弾性座屈性状について詳細に検討し、以下の知見を得た。

- (1) 柱の軸方向変形が無視できる場合には、引張軸力が柱を引き起こそうとする働き（幾何剛性）と、圧縮軸力が柱を倒そうとする働き（幾何剛性）が相殺され、1層1スパン骨組中の柱の座屈モードは図3.2.12(a)に示す圧縮側柱の個材座屈モードになり、座屈長さ l_k は柱部材長 h 以下になる。
- (2) 柱の軸方向変形を考慮すれば、上述の幾何剛性のうち、圧縮軸力によるものが高くなり、長期荷重と地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組において($l_k > h$)になる可能性がある。

3.3節では同一層の他の柱の軸力が対象とする柱の頭部の水平変位に与える影響と柱の軸方向変形を考慮した上で、地震時柱軸力相当荷重を受ける多層1スパン骨組の座屈長さ算定図表（以下「設計図表」）を示した。第2章の数値解析結果から明らかなように、スパン数が増えると座屈長さは短くなるので、設計図表を多スパン骨組に適用すれば安全側の評価になる。3.3節において以下の知見が得られた。

- (3) 柱脚固定の多層骨組の最下層においては座屈長さ係数が必ず1以下になる。
- (4) 釣合経路解析結果との比較から、2.4節に示した均等骨組では、設計図表が柱の座屈長さ係数を安全側に評価できることが示された。
- (5) 釣合経路解析結果との比較から、2.5節に示した吹抜柱を含む骨組においても、設計図表が柱の座屈長さ係数を安全側に評価できることが示された。ただし、吹抜層を含む骨組では吹抜層の

隣にある複数層の柱が、一本の柱が個材座屈するようなモードを形成する場合があります、設計図表はこのモードを考慮していないので、条件によっては釣合経路解析結果を安全側に評価できない可能性がある。

- (6) 釣合経路解析結果との比較から、2.6 節に示した左右のスパン長が異なる 5 層 2 スパン骨組については、安全側に評価できない場合もある。ただし、その場合の数値解析での座屈モードは梁の座屈が主因となっている可能性も否定できず、柱の座屈長さを算定する際にこの座屈モードを考慮すべきかは今後検証が必要である。

なお、吹抜け柱では対象としている柱の部材長を h とし、内柱では柱端部の左右にある梁の曲げ剛性の和の、柱の曲げ剛性に対する比を (β/α) とすることで、設計図表を利用することができる。中間層において上下の梁剛性が異なる場合には、その低い方を用いて (β/α) を計算して設計図表に適用すれば、安全側に評価できる。また、設計図表（座屈長さ算定図表）は多層骨組用に梁の断面 2 次モーメントを $(1/2)$ にして計算しているので、1 層骨組の場合には (β/α) を実際の 2 倍にしてプロットする。

参考文献

- 3.1) 日本建築防災協会：構造設計・部材断面事例集，2007.6
- 3.2) 小川厚治，多田元英：柱・梁接合部パネルの変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発，第 17 回情報システム利用技術シンポジウム，pp.79 - 84，1994.12
- 3.3) 井上一朗，多田元英：鋼柱の座屈長さに関する一考察，日本建築学会近畿支部研究報告集，第 47 号・構造系，pp193 - 196，2007.6
- 3.4) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，8.2.2 項 骨組の中の柱材の座屈長さ，pp261 - 266，2009.11

第4章 鋼構造ラーメン骨組中の柱の弾性座屈軸力算定手法の提案

4.1 序

本章は、地震時柱軸力相当荷重を受ける多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力（座屈長さ）を、簡易に、精度良く算定する手法を提案することが目的である。骨組中の柱の座屈長さについては、その算定方法の一例が鋼構造座屈設計指針などに示されているが⁴¹⁾、この方法は図表を読み取るか、数値解析的な手法を駆使して座屈条件式の解を求める必要がある。このような手法を本章では「陰解法の手法」と呼ぶ。これに対して本章で提案する手法は、弾性座屈軸力 P_{cr} を $(P_{cr}=f(k_{rT}, k_{rB}, k_H))$ という形で明示できる手法である。このように解を計算できる手法を本章では「陽解法の手法」と呼ぶ。なお、 $f(k_{rT}, k_{rB}, k_H)$ は変数 (k_{rT}, k_{rB}, k_H) に対する関数を表している。また、 (k_{rT}, k_{rB}, k_H) は柱の境界条件を表す変数であり、詳細は後述する。

4.2節では、本章で提案する手法と、第1章で取り上げた骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定するための先行研究との関係を整理する。4.3節では、任意の境界条件の柱材の弾性座屈軸力算定式（以下「提案式」）の誘導過程を示す。4.4節では、4.3節で示した提案式と、その他の陽解法の弾性座屈軸力算定式および座屈たわみ角法を用いて誘導した座屈条件式との比較を行う。4.5節では、提案式を用いて多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを算定する方法（以下「提案手法」）を示す。また、先行研究との比較も行う。

4.2 先行研究と本章の関係

表 4.2.1 と表 4.2.2 に本章と関連する先行研究を示す。表 4.2.1 と 4.2.2 に示している全ての手法は、骨組に鉛直下向き荷重が作用する場合を前提としている。ただし、圧縮軸力を受けて座屈する柱頭の水平変位を、同一層の他の柱に作用する引張軸力が抑制する効果を考慮するか否かを別にすれば、いずれの手法も地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組に適用することが可能と考えられる。表 4.2.1 には部材角が生じない座屈モードの座屈長さ算定手法を示し、表 4.2.2 には部材角が生じる座屈モードの座屈長さ算定手法を示す。2つの座屈モードの模式図を図 4.2.1 に示す。第 2 章と第 3 章に示した骨組の数値解析結果においては、部材角が生じる場合でも「個材座屈モード」という呼称を用いているが、本章では、部材角が生じない座屈モードを個材座屈モードと呼ぶ。

文献 4.1)~4.5) の内容については第 1 章で既に述べた。本章で提案する手法は表 4.2.1 と 4.2.2 のグレーに塗りつぶした箇所分類される手法である。つまり、対象柱と周辺部材との剛性比および柱軸力分布が対象柱の座屈長さに与える影響を考慮し、なおかつ陽解法の手法である。部材角が生じない座屈モードの場合には王・五十嵐^{4.2)}がすでにこの領域での手法を示している。4.5 節では文献 4.2) の手法と提案手法の比較を行う。

表 4.2.1 骨組中の柱の座屈長さ算定手法の整理 (部材角が生じない座屈モード)

	軸力分布に応じて上下層の柱が対象柱の拘束材になる	全層の柱が対象柱と同時に座屈する (拘束材とならない)
陽解法の手法	王・五十嵐 ^{4.2)}	—
陰解法の手法	三谷ら ^{4.3)}	座屈設計指針 ^{4.1)} 等

表 4.2.2 骨組中の柱の座屈長さ算定手法の整理 (部材角が生じる座屈モード)

	同一層の他の柱梁と柱軸力が対象柱の水平変位を抑制することを考慮し、軸力分布に応じて上下層の柱も対象柱の拘束材になる。	同一層の他の柱梁と柱軸力が対象柱の水平変位を抑制することを考慮するが、上下層の柱は対象柱と同時に座屈する。	全層の柱が対象柱と同時に座屈する (拘束材とならない)
陽解法の手法	—	柴田 ^{4.5)}	—
陰解法の手法	佐藤・五十嵐 ^{4.4)}	—	座屈設計指針 ^{4.1)} 等

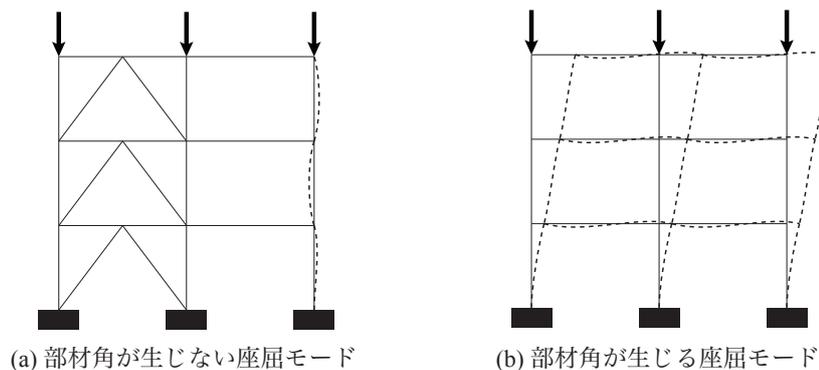


図 4.2.1 骨組の座屈モードの模式図

4.3 任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力算定式の誘導

4.3.1 仮定する3つの座屈モード

本節では、図 4.3.1 に示す柱モデルを用いて、図 4.3.2 に示す 3 つの座屈モードを仮定し、そのときの柱のたわみ曲線を 3 次または 4 次曲線で近似し、仮想仕事の原理を用いることで、陽解法の弾性座屈軸力算定式を導出する。変形を仮定して解を計算するので、真の解よりも座屈軸力を過大評価する。第 3 章に示した座屈条件式との比較は 4.4 節に示す。図 4.3.2(a) の個材座屈モードは、部材角が生じない座屈モードである。図 4.3.2(b) の中間座屈モードは、個材座屈モードと同じように柱がたわむが、部材角が生じる座屈モードである。図 4.3.2(c) の sway 座屈モードは、柱が S 字にたわみ、柱頭の水平変位が最も大きくなる座屈モードである。

中間座屈モードと sway 座屈モードの違いは回転バネの回転方向である。中間座屈モードは、柱頭と柱脚の回転バネが互いに逆方向に回転するモードである。図 4.3.2(b) では柱頭の回転バネが左回りに回転させられているのに対して、柱脚の回転バネは右回りに回転させられている。sway 座屈モードは、両端の回転バネが同じ方向に回転するモードである。

提案式による任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力 P_{cr} と、それに対応する座屈長さ係数 γ は次式で計算できる。

$$P_{cr} = \min(aP_{cr}, bP_{cr}, cP_{cr}) \quad (4.3.1a)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{N_E}{P_{cr}}} \quad (4.3.1b)$$

$$N_E = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \quad (4.3.1c)$$

$aP_{cr}, bP_{cr}, cP_{cr}$: 個材, 中間, sway 座屈モードの弾性座屈軸力

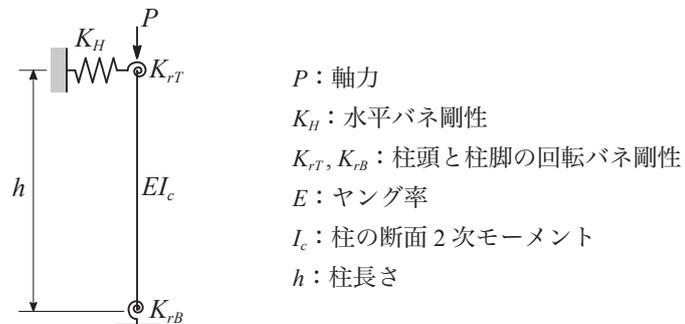


図 4.3.1 任意の境界条件の柱モデル

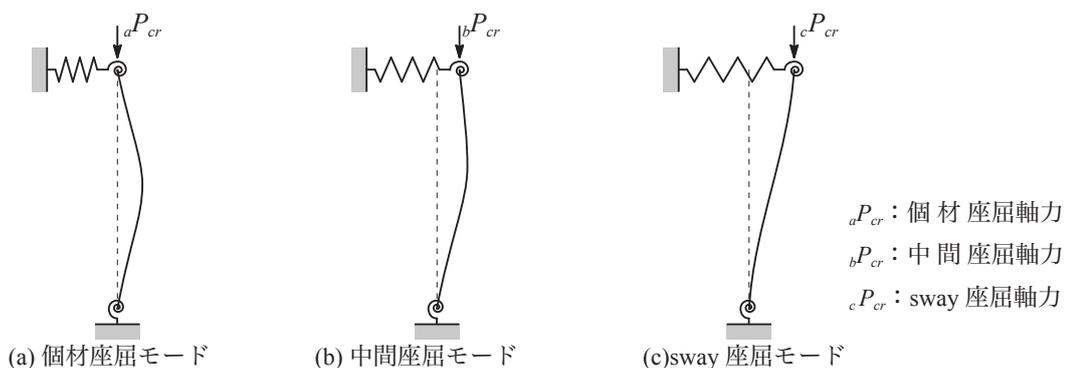


図 4.3.2 仮定する座屈モード

4.3.2 仮想仕事の原理^{4.6)}

本節では、図 4.3.2 に示した座屈モードを仮定し、仮想仕事の原理を適用して弾性座屈軸力 P_{cr} を算定する。仮想仕事の原理によれば、軸力 P_{cr} を受けたまま図 4.3.2 の柱に微小な仮想変形が生じたときの仮想内力仕事増分と仮想外力仕事増分が等しくなる。

図 4.3.3 は柱から取り出した微小要素 dz である。図 4.3.3 の左側が変形前で右側が座屈変形後である。図 4.3.3 より、部材の軸方向縮みを無視すれば、座屈による微小要素の鉛直方向変位 dw は、次式になる。

$$dw = dz - dz \cos \theta = (1 - \cos \theta) dz \quad (4.3.2)$$

ここで、 θ が微小ならば、以下の関係式が成り立つ。

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx 2 \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 = \frac{\theta^2}{2} \quad (4.3.3)$$

式 (4.3.3) を式 (4.3.2) に代入して次式が得られる。

$$dw = \frac{\theta^2}{2} dz \quad (4.3.4)$$

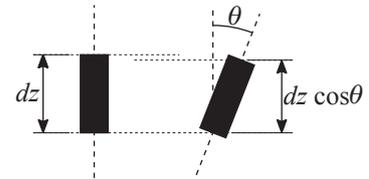


図 4.3.3 柱中の微小要素

微小要素 dz の回転角増分 $\Delta\theta$ を考えると、垂直方向変位増分 dw は以下の式で求められる。

$$\Delta dw = \frac{(\theta + \Delta\theta)^2}{2} dz - \frac{\theta^2}{2} dz = \frac{2\theta\Delta\theta + (\Delta\theta)^2}{2} dz \quad (4.3.5)$$

$(\Delta\theta)^2$ は十分に小さいと考えるとこれを無視すると、式 (4.3.5) は次式になる。

$$\Delta dw = \theta \Delta\theta dz \quad (4.3.6)$$

よって部材全体の垂直方向変位増分は以下の式で求めることができる。 u は柱のたわみ曲線であり、 z の関数である。

$$\Delta w = \int_0^h \Delta dw = \int_0^h \theta \Delta\theta dz = \int_0^h \frac{du}{dz} \frac{d\Delta u}{dz} dz \quad (4.3.7)$$

外力仕事増分 ΔW_{ex} は次式で求めることができる。

$$\Delta W_{ex} = P_{cr} \Delta w \quad (4.3.8)$$

内力仕事はモーメントと回転角の積になるので、図 4.3.3 の微小要素でのたわみ角の増分 $\Delta\theta$ に対する内力仕事増分 ΔdW_{in} は以下の式で表すことができる。 M はモーメントで、 ϕ は曲率である。

$$\Delta dW_{in} = M \Delta\theta = M \frac{\Delta\theta}{dz} dz = M \Delta\phi dz \quad (4.3.9)$$

よって部材全体での内力仕事増分 ΔW_{in} は次式になる。ただし、個材座屈モードでは水平バネ剛性 K_H に関する項が存在しない。

$$\begin{aligned} \Delta W_{in} &= \int_0^h M \Delta\phi dz + (K_{rT} \theta_T) \Delta\theta_T + (K_{rB} \theta_B) \Delta\theta_B + (K_H u(h)) \Delta u(h) \\ &= EI_c \int_0^h \frac{d^2 u}{dz^2} \frac{d^2 \Delta u}{dz^2} dz + K_{rT} \theta_T \Delta\theta_T + K_{rB} \theta_B \Delta\theta_B + K_H u(h) \Delta u(h) \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

外力仕事増分と内力仕事増分は等しいので、式 (4.3.8) と (4.3.10) から次式が得られる。

$$\Delta W_{ex} = \Delta W_{in} \quad \Rightarrow \quad P_{cr} = \frac{\Delta W_{in}}{\Delta w} \quad (4.3.11)$$

4.3.3 弾性個材座屈軸力算定式

任意の境界条件における弾性個材座屈軸力 ${}_aP_{cr}$ の誘導過程を示す。仮定する変形状態は図 4.3.2(a) に示している。座標軸の取り方と、回転角および曲げモーメント、せん断力の正の方向の定義を図 4.3.4 に示す。図 4.3.5 には柱材周囲の力の釣合を示す。たわみ曲線を部材中央で分けた以下の 2 つの 3 次曲線で近似する。

$$\cdot 0 \leq z \leq h/2 \quad : \quad u_1 = C_3 z^3 + C_2 z^2 + C_1 z + C_0 \quad (4.3.12a)$$

$$\cdot h/2 \leq z \leq h \quad : \quad u_2 = -D_3(z-h)^3 + D_2(z-h)^2 - D_1(z-h) + D_0 \quad (4.3.12b)$$

u_1, u_2 : たわみ , z : 部材軸座標

h : 柱の部材長 , C, D : 係数

境界条件を以下の式 (4.3.13) ~ (4.3.21) に示す。

$$u_1(0) = 0 \quad (4.3.13)$$

$$\left. \frac{du_1}{dz} \right|_{z=0} = \theta_B \quad (4.3.14)$$

$$\left. \frac{d^2u_1}{dz^2} \right|_{z=0} = \frac{K_{rB}\theta_B}{EI_c} = \frac{k_{rB}\theta_B}{h} \quad (4.3.15)$$

$$u_2(h) = 0 \quad (4.3.16)$$

$$\left. \frac{du_2}{dz} \right|_{z=h} = -\theta_T \quad (4.3.17)$$

$$\left. \frac{d^2u_2}{dz^2} \right|_{z=h} = \frac{K_{rT}\theta_T}{EI_c} = \frac{k_{rT}\theta_T}{h} \quad (4.3.18)$$

$$u_1(h/2) = u_2(h/2) \quad (4.3.19)$$

$$\left. \frac{du_1}{dz} \right|_{z=h/2} = \left. \frac{du_2}{dz} \right|_{z=h/2} \quad (4.3.20)$$

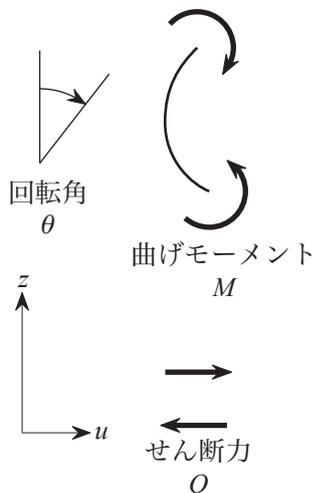


図 4.3.4 正の方向

${}_aP_{cr}$: 個材座屈軸力
 M_T, M_B : 材端の曲げモーメント
 Q_T, Q_B : 材端のせん断力
 θ_T, θ_B : 節点回転角
 u, z : 水平・鉛直方向座標

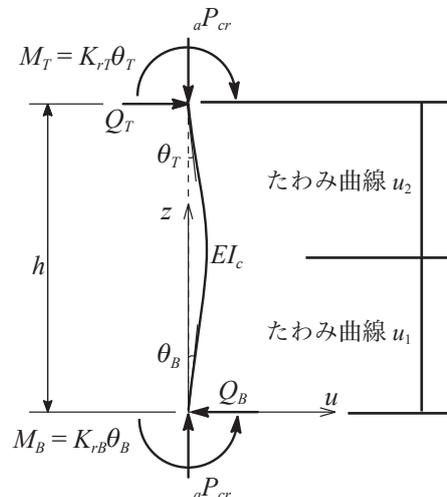


図 4.3.5 個材座屈モードの力の釣合

$$Q_T + Q_B = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d^3 u_2}{dz^3} \right|_{z=h} + \left. \frac{d^3 u_1}{dz^3} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.3.21)$$

ただし,

$$k_{rT} = \frac{K_{rT} h}{EI_c}, \quad k_{rB} = \frac{K_{rB} h}{EI_c} \quad (4.3.22a, b)$$

K_{rT}, K_{rB} : 柱頭と柱脚の回転バネ剛性

E : ヤング率, I_c : 柱の断面2次モーメント

M_T, M_B : 柱頭と柱脚の材端モーメント, θ_T, θ_B : 柱頭と柱脚のたわみ角

Q_T, Q_B : 柱頭と柱脚のせん断力

境界条件を表す式が9式あるので, 係数 C, D の値に加えて, θ_B と θ_T の比を表す係数 ${}_a\eta$ の値を得ることができ, たわみ曲線 u_1, u_2 を θ_T についての関数で表現することができる.

$$u_1 = \left\{ -\frac{\xi}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rB} {}_a\eta}{2} \frac{z^2}{h} + {}_a\eta z \right\} \theta_T \quad (4.3.23)$$

$$u_2 = \left\{ \frac{\xi}{3} \frac{(z-h)^3}{h^2} + \frac{k_{rT}}{2} \frac{(z-h)^2}{h} - (z-h) \right\} \theta_T \quad (4.3.24)$$

$${}_a\eta = \frac{\theta_B}{\theta_T} = \frac{k_{rT} + 4}{k_{rB} + 4} \quad (4.3.25)$$

$$\xi = (k_{rB} + 2) {}_a\eta + (k_{rT} + 2) \quad (4.3.26)$$

4.3.2 項に示した方法で弾性座屈軸力 ${}_aP_{cr}$ を計算する. 以下に Δw と ΔW_{in} の算定式を示す.

$$\Delta w = \int_0^{h/2} \frac{du_1}{dz} \frac{d\Delta u_1}{dz} dz + \int_{h/2}^h \frac{du_2}{dz} \frac{d\Delta u_2}{dz} dz \quad (4.3.27)$$

ただしここで, 式 (4.3.27) 中の (du/dz) は次式である.

$$\frac{du_1}{dz} = \left\{ -\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rB} {}_a\eta \frac{z}{h} + {}_a\eta \right\} \theta_T \quad (4.3.28)$$

$$\frac{d\Delta u_1}{dz} = \left\{ -\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rB} {}_a\eta \frac{z}{h} + {}_a\eta \right\} \Delta \theta_T \quad (4.3.29)$$

$$\frac{du_2}{dz} = \left\{ \xi \frac{(z-h)^2}{h^2} + k_{rT} \frac{z-h}{h} - 1 \right\} \theta_T \quad (4.3.30)$$

$$\frac{d\Delta u_2}{dz} = \left\{ \xi \frac{(z-h)^2}{h^2} + k_{rT} \frac{z-h}{h} - 1 \right\} \Delta \theta_T \quad (4.3.31)$$

$$\Delta W_{in} = EI_c \int_0^{h/2} \frac{d^2 u_1}{dz^2} \frac{d^2 \Delta u_1}{dz^2} dz + EI_c \int_{h/2}^h \frac{d^2 u_2}{dz^2} \frac{d^2 \Delta u_2}{dz^2} dz + \frac{EI_c}{h} k_{rT} \theta_T \Delta \theta_T + \frac{EI_c}{h} k_{rB} ({}_a\eta)^2 \theta_T \Delta \theta_T \quad (4.3.32)$$

ただしここで, 式 (4.3.32) 中の $(d^2 u/dz^2)$ は次式である.

$$\frac{d^2 u_1}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ -2\xi \frac{z}{h} + k_{rB} {}_a\eta \right\} \theta_T \quad (4.3.33)$$

$$\frac{d^2\Delta u_1}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ -2\xi \frac{z}{h} + k_{rB} \eta \right\} \Delta\theta_T \quad (4.3.34)$$

$$\frac{d^2u_2}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ 2\xi \frac{z-h}{h} + k_{rT} \right\} \theta_T \quad (4.3.35)$$

$$\frac{d^2\Delta u_2}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ 2\xi \frac{z-h}{h} + k_{rT} \right\} \Delta\theta_T \quad (4.3.36)$$

式(4.3.27)と(4.3.32)を用いて ${}_aP_{cr}$ を計算し、 ξ に式(4.3.26)を代入して整理すれば次式が得られる。

$${}_aP_{cr} = \frac{\Delta W_m}{\Delta W} = \frac{(k_{rT}+5)(k_{rB}+5)-17+4\left(a\eta+\frac{1}{a\eta}\right)40EI_c}{(k_{rT}+7)(k_{rB}+7)-17+16\left(a\eta+\frac{1}{a\eta}\right)h^2} \quad (4.3.37)$$

特殊な境界条件に対する弾性個材座屈軸力 ${}_aP_{cr}$ の算定式を以下に示す。

〈柱脚が固定端の場合： $K_{rB} = \infty$ 〉

$${}_aP_{cr} = \frac{(k_{rT})^2 + 9k_{rT} + 24}{(k_{rT})^2 + 11k_{rT} + 44} \frac{40EI_c}{h^2} \quad (4.3.38)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$\cdot 0 \leq z \leq h/2 \quad : \quad u_1 = \left\{ -\frac{2(k_{rT}+3)}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rT}+4}{2} \frac{z^2}{h} \right\} \theta_T \quad (4.3.39)$$

$$\cdot h/2 \leq z \leq h \quad : \quad u_2 = \left\{ \frac{2(k_{rT}+3)}{3} \frac{(z-h)^3}{h^2} + \frac{k_{rT}}{2} \frac{(z-h)^2}{h} - (z-h) \right\} \theta_T \quad (4.3.40)$$

〈両端回転バネ剛性が等しい場合： $K_r = K_{rT} = K_{rB}$ 〉

$${}_aP_{cr} = \frac{(k_r)^2 + 10k_r + 16}{(k_r)^2 + 14k_r + 64} \frac{40EI_c}{h^2} \quad (4.3.41)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$\cdot 0 \leq z \leq h/2 \quad : \quad u_1 = \left\{ -\frac{2(k_r+2)}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_r}{2} \frac{z^2}{h} + z \right\} \theta_T \quad (4.3.42)$$

$$\cdot h/2 \leq z \leq h \quad : \quad u_2 = \left\{ \frac{2(k_r+2)}{3} \frac{(z-h)^3}{h^2} + \frac{k_r}{2} \frac{(z-h)^2}{h} - (z-h) \right\} \theta_T \quad (4.3.43)$$

〈柱脚がピン支持の場合： $K_{rB} = 0$ 〉

$${}_aP_{cr} = \frac{3(k_{rT})^2 + 18k_{rT} + 32}{11(k_{rT})^2 + 92k_{rT} + 256} \frac{80EI_c}{h^2} \quad (4.3.44)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$\cdot 0 \leq z \leq h/2 \quad : \quad u_1 = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{3k_{rT}+8}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rT}+4}{2} z \right\} \theta_T \quad (4.3.45)$$

$$\cdot h/2 \leq z \leq h \quad : \quad u_2 = \left\{ \frac{3k_{rT} + 8(z-h)^3}{6h^2} + \frac{k_{rT}(z-h)^2}{2h} - (z-h) \right\} \theta_T \quad (4.3.46)$$

4.3.4 弾性中間座屈軸力算定式

任意の境界条件における弾性中間座屈軸力 ${}_bP_{cr}$ の誘導過程を示す。仮定する変形状態は図 4.3.2(b) に示している。図 4.3.6 には柱材周囲の力の釣合を示す。たわみ u を以下の 4 次曲線で近似する。

$$u = C_4 z^4 + C_3 z^3 + C_2 z^2 + C_1 z + C_0 \quad (4.3.47)$$

境界条件を以下の式 (4.3.48) ~ (4.3.53) に示す。

$$u(0) = 0 \quad (4.3.48)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=0} = \theta_B \quad (4.3.49)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dz^2} \right|_{z=0} = \frac{K_{rB}\theta_B}{EI_c} = \frac{k_{rB}\theta_B}{h} \quad (4.3.50)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=h} = -\theta_T \quad (4.3.51)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dz^2} \right|_{z=h} = \frac{K_{rT}\theta_T}{EI_c} = \frac{k_{rT}\theta_T}{h} \quad (4.3.52)$$

$$Q_T + Q_B = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d^3u}{dz^3} \right|_{z=h} + \left. \frac{d^3u}{dz^3} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.3.53)$$

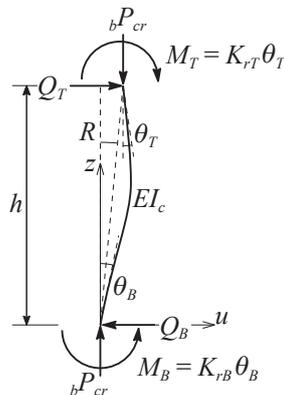
k_{rT}, k_{rB} の定義式は式 (4.3.22a, b) に示している。

境界条件を表す式が 6 式あるので、係数 C の値に加えて、 θ_B と θ_T の比を表す係数 ${}_b\eta$ の値を得ることができ、たわみ曲線 u を θ_T についての関数で表現することができる。

$$u = \left\{ \frac{\xi}{2} \frac{z^4}{h^3} - \xi \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rT}}{2} \frac{z^2}{h} + {}_b\eta z \right\} \theta_T \quad (4.3.54)$$

$$\xi = k_{rT} + 1 + {}_b\eta \quad (4.3.55)$$

$${}_b\eta = \frac{\theta_B}{\theta_T} = \frac{k_{rT}}{k_{rB}} \quad (4.3.56)$$



${}_bP_{cr}$: 中間座屈軸力
 R : 部材角

図 4.3.6 中間座屈モードの力の釣合

部材角が生じる座屈モードならば、たわみ曲線は K_{rT}, K_{rB} に加えて K_H の影響も受けると考えられる。ここでは、柱のみを取り出した自由体における水平方向の力の釣合式である式 (4.3.53) を境界条件として用いている。しかし、 $(Q_T = -K_H R h)$ としているわけではないので、式 (4.3.54) に示したたわみ曲線は水平バネ剛性 K_H の影響を受けない。式 (4.3.54) の代わりに $(Q_T = -K_H R h)$ を用いれば K_{rT}, K_{rB} および K_H に影響を受けるたわみ曲線式を得ることができる。ただし、そのたわみ曲線式を用いた弾性中間座屈軸力算定式は、以下に示す式 (4.3.66) よりもかなり複雑になることを確認しているので、本論文ではこれを採用しない。また、以下に示す式 (4.3.57), (4.3.58) を境界条件に加えれば、より真のたわみ曲線に近い式を得ることができる可能性がある。ただしその場合には、式 (4.3.57) に軸力に関する項が含まれているので、陽解法の弾性座屈軸力算定式が得られず、本節の目的から外れる。

$$-M_T + M_B + Q_T h + {}_b P_{cr} h R = 0 \quad (4.3.57)$$

$$u(h) = h R \quad (4.3.58)$$

式 (4.3.54) に示したたわみ曲線式を用いて、4.3.2 項に示した方法で弾性座屈軸力 ${}_b P_{cr}$ を計算する。以下に Δw と ΔW_{in} の算定式を示す。

$$\Delta w = \int_0^h \frac{du}{dz} \frac{d\Delta u}{dz} dz \quad (4.3.59)$$

ただしここで、式 (4.3.59) 中の (du/dz) は次式である。

$$\frac{du}{dz} = \left\{ 2\xi \frac{z^3}{h^3} - 3\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rT} \frac{z}{h} + {}_b \eta \right\} \theta_T \quad (4.3.60)$$

$$\frac{d\Delta u}{dz} = \left\{ 2\xi \frac{z^3}{h^3} - 3\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rT} \frac{z}{h} + {}_b \eta \right\} \Delta \theta_T \quad (4.3.61)$$

$$\Delta W_{in} = EI_c \int_0^h \frac{d^2 u}{dz^2} \frac{d^2 \Delta u}{dz^2} dz + \frac{EI_c}{h} k_{rT} \theta_T \Delta \theta_T + \frac{EI_c}{h} k_{rT} {}_b \eta \theta_T \Delta \theta_T + \frac{12EI_c}{h^3} k_H u(h) \Delta u(h) \quad (4.3.62)$$

ただしここで、式 (4.3.62) 中の $(d^2 u/dz^2)$ と $\Delta u(h)$ は次式である。

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ 6\xi \frac{z^2}{h^2} - 6\xi \frac{z}{h} + k_{rT} \right\} \theta_T \quad (4.3.63)$$

$$\frac{d^2 \Delta u}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ 6\xi \frac{z^2}{h^2} - 6\xi \frac{z}{h} + k_{rT} \right\} \Delta \theta_T \quad (4.3.64)$$

$$\Delta u(h) = \frac{h}{2} ({}_b \eta - 1) \Delta \theta_T \quad (4.3.65)$$

式 (4.3.59) と (4.3.62) を用いて ${}_b P_{cr}$ を計算し、 ξ に式 (4.3.55) を代入して整理すれば次式が得られる。

$${}_b P_{cr} = \frac{\Delta W_{in}}{\Delta w} = \frac{(k_{rT} + 1)(k_{rT} + 6) + (7k_{rT} + 12) {}_b \eta + 6({}_b \eta)^2 + 15k_H ({}_b \eta - 1)^2}{(k_{rT})^2 + 9k_{rT} + 78 + 9(k_{rT} - 6) {}_b \eta + 78({}_b \eta)^2} \frac{42EI_c}{h^2} \quad (4.3.66)$$

特殊な境界条件に対する弾性中間座屈軸力 ${}_b P_{cr}$ の算定式を以下に示す。

〈柱脚が固定端の場合： $K_{rB} = \infty$ 〉

$${}_b P_{cr} = \frac{(k_{rT} + 1)(k_{rT} + 6) + 15k_H}{(k_{rT})^2 + 9k_{rT} + 78} \frac{42EI_c}{h^2} \quad (4.3.67)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \left\{ \frac{(k_{rT} + 1)z^4}{2h^3} - (k_{rT} + 1)\frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rT}z^2}{2h} \right\} \theta_T \quad (4.3.68)$$

〈両端回転バネ剛性が等しい場合： $K_r = K_{rT} = K_{rB}$ 〉

$${}_b P_{cr} = \frac{(k_r)^2 + 14k_r + 24}{(k_r)^2 + 18k_r + 102} \frac{42EI_c}{h^2} \quad (4.3.69)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \left\{ \frac{(k_r + 2)z^4}{2h^3} - (k_r + 2)\frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rT}z^2}{2h} + z \right\} \theta_T \quad (4.3.70)$$

〈柱脚がピン支持の場合： $K_{rB} = 0$ 〉

$${}_b P_{cr} = \frac{2 + 5k_H}{13} \frac{21EI_c}{h^2} \quad (4.3.71)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \left\{ \frac{1}{2} \frac{z^4}{h^3} - \frac{z^3}{h^2} + z \right\} \theta_B \quad (4.3.72)$$

両端の回転バネ剛性が等しい場合には部材角が生じず、 ${}_b P_{cr}$ に水平バネ剛性 K_H に関する項が含まれない。すなわち、式 (4.3.69) は個材座屈モードの座屈軸力算定式である。同じく ($K_{rT} = K_{rB}$) の場合の個材座屈軸力算定式である式 (4.3.41) と同じ式にならないのは、仮定したたわみ曲線、すなわち式 (4.3.42)、(4.3.43) と式 (4.3.70) が異なるためである。また、中間座屈モードを想定して式の誘導を行ったにもかかわらず、両端の回転バネ剛性が等しい場合に個材座屈モードの式が得られたのは、3.3 節に示した多層骨組の中間層用の設計図表（骨組中の柱の座屈長さ算定図表）を用いて行った座屈モードの考察と関連があると考えられる。中間層用の設計図表は柱両端の回転バネ剛性が等しい場合の図表であるが、この図表を作成する際に得られた座屈モードも、完全な個材座屈モードと sway 座屈モードと考えられるモードしか現れなかった。

柱脚がピン支持の場合には、式 (4.3.71) に示した ${}_b P_{cr}$ の算定式に k_{rT} が含まれていない。式 (4.3.56) から ($k_{rT}\theta_T = k_{rB}\theta_B$) の関係が得られるので、($k_{rB} = 0$) かつ ($k_{rT} \neq 0$) ならば、($\theta_T = 0$) である。すなわち、柱頭の回転バネに回転角が生じず仮想仕事増分がゼロなので、 k_{rT} に関する項が式 (4.3.71) には存在しない。真の変形状態と比較して柱頭の回転を拘束していることになるので、式 (4.3.71) は座屈軸力を過大評価するが、いわゆる安全側の誤差であるから、本論文ではこれを許容する。たわみ曲線式については、式 (4.3.56) から得られる ($\theta_T = \theta_B/b\eta$) を式 (4.3.54) に代入した上で、($k_{rB} = 0$) を代入すれば式 (4.3.72) が得られる。式 (4.3.72) に k_{rT} に関する項が含まれていないのは式 (4.3.71) と同じ理由である。

4.3.5 弾性 sway 座屈軸力算定式

任意の境界条件における弾性 sway 座屈軸力 ${}_c P_{cr}$ の誘導過程を示す。仮定する変形状態は図 4.3.2(c) に示している。図 4.3.7 には柱材周囲の力の釣合を示す。たわみ u を以下の 3 次曲線で近似する。

$$u = C_3 z^3 + C_2 z^2 + C_1 z + C_0 \quad (4.3.73)$$

境界条件を以下の式 (4.3.74) ~ (4.3.78) に示す。

$$u(0) = 0 \quad (4.3.74)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=0} = \theta_B \quad (4.3.75)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dz^2} \right|_{z=0} = \frac{K_{rB}\theta_B}{EI_c} = \frac{k_{rB}\theta_B}{h} \quad (4.3.76)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=h} = \theta_T \quad (4.3.77)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dz^2} \right|_{z=h} = \frac{-K_{rT}\theta_T}{EI_c} = -\frac{k_{rT}\theta_T}{h} \quad (4.3.78)$$

k_{rT}, k_{rB} の定義式は式 (4.3.22a, b) に示している。

境界条件を表す式が5式あるので、係数 C の値に加えて、 θ_B と θ_T の比を表す係数 ${}_c\eta$ の値を得ることができ、たわみ曲線 u を θ_T についての関数で表現することができる。

$$u = \left\{ -\frac{\xi}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_{rB}{}_c\eta}{2} \frac{z^2}{h} + {}_c\eta z \right\} \theta_T \quad (4.3.79)$$

$$\xi = \frac{k_{rT}k_{rB} + k_{rT} + k_{rB}}{k_{rB} + 2} \quad (4.3.80)$$

$${}_c\eta = \frac{\theta_B}{\theta_T} = \frac{k_{rT} + 2}{k_{rB} + 2} \quad (4.3.81)$$

4.3.2 項に示した方法で弾性座屈軸力 ${}_cP_{cr}$ を計算する。以下に Δw と ΔW_{in} の算定式を示す。

$$\Delta w = \int_0^h \frac{du}{dz} \frac{d\Delta u}{dz} dz \quad (4.3.82)$$

ただしここで、式 (4.3.82) 中の (du/dz) は次式である。

$$\frac{du}{dz} = \left\{ -\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rB}{}_c\eta \frac{z}{h} + {}_c\eta \right\} \theta_T \quad (4.3.83)$$

$$\frac{d\Delta u}{dz} = \left\{ -\xi \frac{z^2}{h^2} + k_{rB}{}_c\eta \frac{z}{h} + {}_c\eta \right\} \Delta\theta_T \quad (4.3.84)$$

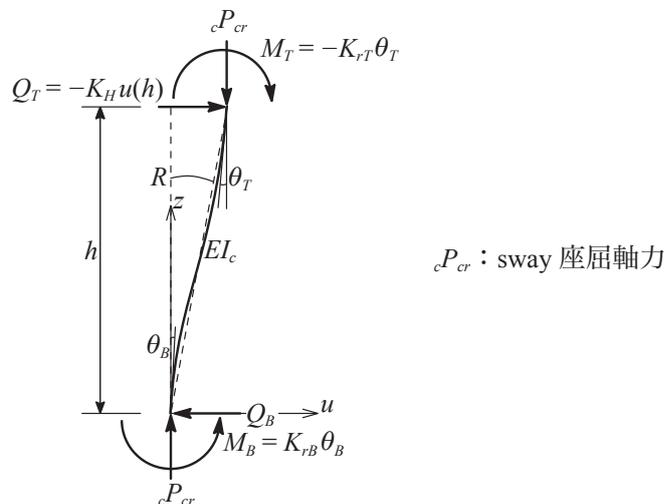


図 4.3.7 sway 座屈モードの力の釣合

$$\Delta W_{in} = EI_c \int_0^h \frac{d^2 u}{dz^2} \frac{d^2 \Delta u}{dz^2} dz + \frac{EI_c}{h} k_{rT} \theta_T \Delta \theta_T + \frac{EI_c}{h} k_{rB} ({}_b \eta)^2 \theta_T \Delta \theta_T + \frac{12EI_c}{h^3} k_H u(h) \Delta u(h) \quad (4.3.85)$$

ただしここで、式(4.3.85)中の $(d^2 u/dz^2)$ と $\Delta u(h)$ は次式である。

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ -2\xi \frac{z}{h} + k_{rB} {}_c \eta \right\} \theta_T \quad (4.3.86)$$

$$\frac{d^2 \Delta u}{dz^2} = \frac{1}{h} \left\{ -2\xi \frac{z}{h} + k_{rB} {}_c \eta \right\} \Delta \theta_T \quad (4.3.87)$$

$$\Delta u(h) = \frac{h}{6} \left(\frac{k_{rT} k_{rB} + 4k_{rT} + 4k_{rB} + 12}{k_{rB} + 2} \right) \Delta \theta_T \quad (4.3.88)$$

式(4.3.82)と(4.3.85)を用いて ${}_c P_{cr}$ を計算し、 ξ に式(4.3.80)を代入して整理すれば次式が得られる。

$${}_c P_{cr} = \frac{\Delta W_{in}}{\Delta w} = \frac{(k_{rT} + 3)(k_{rB} + 3) - 5 - 2 \left({}_c \eta + \frac{1}{{}_c \eta} \right) + \frac{k_H}{{}_c \eta} \left\{ {}_c \eta (k_{rB} + 4) + 2 \right\}^2}{(k_{rT} + 5)(k_{rB} + 5) - 7 + 6 \left({}_c \eta + \frac{1}{{}_c \eta} \right)} \frac{10EI_c}{h^2} \quad (4.3.89)$$

特殊な境界条件に対する弾性 sway 座屈軸力 ${}_c P_{cr}$ の算定式を以下に示す。

〈柱脚が固定端の場合： $K_{rB} = \infty$ 〉

$${}_c P_{cr} = \frac{(k_{rT} + 1)(k_{rT} + 4) + k_H (k_{rT} + 4)^2}{(k_{rT})^2 + 7k_{rT} + 16} \frac{10EI_c}{h^2} \quad (4.3.90)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \left\{ -\frac{(k_{rT} + 1)}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{(k_{rT} + 2)}{2} \frac{z^2}{h} \right\} \theta_T \quad (4.3.91)$$

〈両端回転バネ剛性が等しい場合： $K_r = K_{rT} = K_{rB}$ 〉

$${}_c P_{cr} = \frac{k_r (k_r + 6) + k_H (k_r + 6)^2}{(k_r)^2 + 10k_r + 30} \frac{10EI_c}{h^2} \quad (4.3.92)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \left\{ -\frac{k_r}{3} \frac{z^3}{h^2} + \frac{k_r}{2} \frac{z^2}{h} + z \right\} \theta_T \quad (4.3.93)$$

〈柱脚がピン支持の場合： $K_{rB} = 0$ 〉

$${}_c P_{cr} = \frac{k_{rT} (k_{rT} + 3) + 4k_H (k_{rT} + 3)^2}{2(k_{rT})^2 + 10k_{rT} + 15} \frac{5EI_c}{h^2} \quad (4.3.94)$$

また、たわみ曲線は次式である。

$$u = \frac{1}{6} \left\{ -k_{rT} \frac{z^3}{h^2} + 3(k_{rT} + 2)z \right\} \theta_T \quad (4.3.95)$$

4.4 任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力算定式の比較

4.4.1 既往の弾性座屈軸力算定式

本節では、4.3 節に示した弾性座屈軸力算定式（以下「提案式」と呼ぶ）と、既往の陽解法の弾性座屈軸力算定式および座屈たわみ角法で求めた座屈条件式との比較を行う。

既往の陽解法の弾性座屈軸力算定式の一覧を表 4.4.1 に示す。表 4.4.1 は、図 4.4.1 に示す任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力 P_{cr} を算定するための式の一覧である。一方、4.2 節に示した表 4.2.1、4.2.2 は、多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定するための手法の一覧であり、対象とする柱の境界条件の評価方法までを含んでいる。王・五十嵐の研究^{4.2)}と柴田の研究^{4.5)}は、表 4.2.1 および 4.2.2 では提案されている手法を他の研究と比較しており、表 4.4.1 ではそのうちの式のみを他の式と比較している。

以下では表 4.4.1 に示した座屈たわみ角法による座屈条件式と、陽解法の既往の式の詳細を述べる。なお、表 4.4.1 に示した式は、弾性座屈軸力 P_{cr} の形で解が得られる式と座屈長さ係数 γ の形で解が得られる式が混在しているので、 P_{cr} と γ の関係を以下に示しておく。

$$\frac{P_{cr}}{N_E} = \frac{1}{\gamma^2} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma = \sqrt{\frac{N_E}{P_{cr}}} \quad (4.4.1)$$

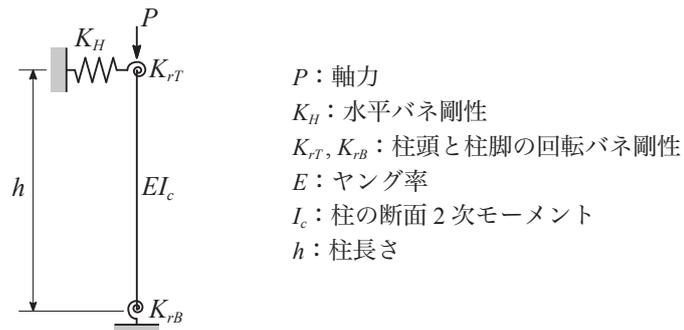


図 4.4.1 任意の境界条件の柱モデル

表 4.4.1 任意の境界条件の柱の弾性座屈軸力算定式の一覧

		陽解法の式		陰解法の式
		既往の式	提案式	座屈たわみ角法による座屈条件式
個材座屈モード (部材角が生じないモード)		王・五十嵐 ^{4.2)} ⇒ 式 (4.4.10) 津田 ^{4.7)} ⇒ 式 (4.4.13) 文献 4.8) ⇒ 式 (4.4.15)	式 (4.3.37)	式 (4.4.3)
部材角が生じるモード	中間座屈モード	—	式 (4.3.66)	
	sway 座屈モード	柴田 ^{4.5)} ⇒ 式 (4.4.25)	式 (4.3.89)	

〈座屈たわみ角法による座屈条件式〉

図 4.4.1 に示す任意の境界条件の柱材の座屈条件式を以下に示す。座屈たわみ角法を用いて算定した式であり、誘導過程は 3.2.4 項に示している。これは陰解法の式である。

$$\begin{vmatrix} s+k_{rT} & sc & -s(1+c) \\ sc & s+k_{rB} & -s(1+c) \\ k_{rT} & k_{rB} & 12k_H-\psi^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.4.3)$$

上式中の記号の定義を以下に示す。

$$s = \frac{\{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)\} \psi}{2\{1 - \cos(\psi)\} - \psi \sin(\psi)}, \quad c = \frac{\psi - \sin(\psi)}{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)} \quad (4.4.4), (4.4.5)$$

$$\psi = h \sqrt{\frac{P}{EI_c}} = \pi \sqrt{\frac{P}{N_E}} \quad (4.4.6)$$

$$k_{rT} = \frac{K_{rT} h}{EI_c}, \quad k_{rB} = \frac{K_{rB} h}{EI_c}, \quad k_H = \frac{K_H h^3}{12EI_c} \quad (4.4.7a \sim c)$$

P : 柱軸力

式 (4.4.3) を満たす P が、座屈条件式による弾性座屈軸力 P_{cr} である。また、特殊な境界条件に対する座屈条件式を以下に示す。

$$\begin{array}{l} \text{部材角が生じない} \\ \text{モードに限定する場合} \end{array} : \begin{vmatrix} s+k_{rT} & sc \\ sc & s+k_{rB} \end{vmatrix} = 0 \quad (4.4.8)$$

$$\text{柱脚固定} : \begin{vmatrix} s+k_{rT} & -s(1+c) \\ -sc+k_{rT} & s(1+c)+12k_H-\psi^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.4.9)$$

($K_r = K_{rT} = K_{rB}$) あるいは ($K_{rB} = 0$) の場合は式 (4.4.3) にこれらを代入すれば良い。

なお、鋼構造座屈設計指針^{4.1)}などに示されている節点の水平移動が拘束されている場合の座屈条件式 (式 (1.7a)) は、式 (4.4.8) に ($k_{rT} = 2/G_A$) および ($k_{rB} = 2/G_B$) を代入したものと同一である。このことは式 (1.26) を見れば明白である。 G_A, G_B は柱と梁の剛性比である。対象柱の柱頭に梁が一本だけ接続している場合、($G_A = (I_c/h)/(I_b/l)$) になるので、($k_{rT} = 2(I_b/l)/(I_c/h)$) であり、式 (4.4.7a) に示した k_{rT} の定義式より、これは ($K_{rT} = 2EI_b/l$) と仮定した場合に相当する。 I_b は梁の断面 2 次モーメントで、 l は梁の部材長である。すなわち、鋼構造座屈設計指針などに示されている節点の水平移動が拘束されている場合の座屈条件式は、骨組中の柱が同時に座屈する場合を想定しているので、梁は両端の柱から曲げモーメントを受け、その曲げ剛性は等曲げを受ける単純梁と同じになる。

〈文献 4.2) の式〉

文献 4.2) では、鋼構造座屈設計指針^{4.1)}などに示されている節点の水平移動が拘束されている場合の座屈条件式 (式 (1.7a)) の近似式が示されている。

$$\begin{aligned} \gamma = & 0.5 + 0.258\Omega_1 - 0.165(\Omega_1)^2 + 0.0534(\Omega_1)^3 \\ & + \left\{ 0.26\Omega_1 - 0.12(\Omega_1)^2 + 0.047(\Omega_1)^3 \right\} \left\{ 1.72 \frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1.33 \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)^2 + 0.61 \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)^3 \right\} \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

ただしここで、 Ω_1, Ω_2 は以下の式を用いて計算する。

$$\begin{cases} \Omega_1 = \tan^{-1} \{ \max(G_A, G_B) \} \\ \Omega_2 = \tan^{-1} \{ \min(G_A, G_B) \} \end{cases} \quad (4.4.11)$$

$$\begin{cases} G_A = 2/k_{rT} \\ G_B = 2/k_{rB} \end{cases} \quad (4.4.12)$$

〈文献 4.7) の式〉

文献 4.7) では、鋼構造座屈設計指針^{4.1)}などに示されている節点の水平移動が拘束されている場合の座屈条件式 (式 (1.7a)) が、図 4.4.2 に示す口形骨組中の柱の座屈条件式と等しいことに着目し、この骨組中の柱の座屈長さ係数をエネルギー法を用いて導いている。この際、柱の座屈モードを 6 次曲線で近似している。式 (4.4.13) に文献 4.7) で提案されている式を示す。

$$\gamma = \frac{\pi}{\sqrt{330}} \sqrt{\frac{1679130(G_A G_B)^4 + 1733400(G_A G_B)^3(G_A + G_B) + 749736(G_A G_B)^2 \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 50220(G_A G_B)^4 + 72198(G_A G_B)^3(G_A + G_B) + 37260(G_A G_B)^2 \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 1642383(G_A G_B)^3 + 158976G_A G_B \{ (G_A)^3 + (G_B)^3 \} + 661869(G_A G_B)^2(G_A + G_B) + 95256(G_A G_B)^3 + 8904G_A G_B \{ (G_A)^3 + (G_B)^3 \} + 45819(G_A G_B)^2(G_A + G_B) + 13824 \{ (G_A)^4 + (G_B)^4 \} + 132720G_A G_B \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 251382(G_A G_B)^2 + 11060 \{ (G_A)^3 + (G_B)^3 \} + 848 \{ (G_A)^4 + (G_B)^4 \} + 10340G_A G_B \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 20658(G_A G_B)^2 + 940 \{ (G_A)^3 + (G_B)^3 \} + 48000G_A G_B(G_A + G_B) + 8775G_A G_B + 3840 \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 675(G_A + G_B) + 50}{4416G_A G_B(G_A + G_B) + 900G_A G_B + 384 \{ (G_A)^2 + (G_B)^2 \} + 75(G_A + G_B) + 6}} \quad (4.4.13)$$

図 4.4.1 の柱モデルに式 (4.4.13) を適用する場合には、式 (4.4.12) を用いて G_A, G_B を算定する。個材座屈モードでの提案式 (式 (4.3.37)) は、座屈モードを 2 つの 3 次曲線で近似しているが、文献 4.7) と同様に 1 つの 6 次曲線で近似すれば、式 (4.4.13) と同程度の複雑さになる可能性がある。

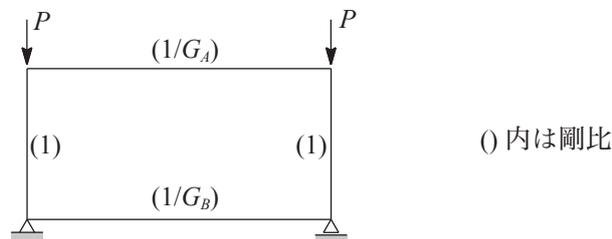


図 4.4.2 柱の座屈条件式が式 (1.7a) と等価になる口形骨組

〈文献 4.8) の式〉

文献 4.2) では、個材座屈モードの座屈長さ係数を陽に計算できる式として、文献 4.8) に示されている以下の式 (4.4.14) が紹介されている。文献 4.8) によればこの式は、鋼構造座屈設計指針^{4.1)}などに示されている節点の水平移動が拘束されている場合の座屈条件式 (式 (1.7a)) を誘導した際と同じ設定の問題の解を解析的に定式化したもので、"French Recommendations CM 1966" に示されたものとされている (原文: The same problem is analytically formulated by "French Recommendations CM 1966")。"French Recommendations CM 1966" の内容を確認することはできていないが、参考までにこの式を示す。

$$\gamma = \frac{3 - 1.6 \left(\frac{1}{G_A + G_B} \right) + \frac{0.84}{(G_A + 1)(G_B + 1)}}{3 - \left(\frac{1}{G_A + G_B} \right) + \frac{0.28}{(G_A + 1)(G_B + 1)}} \quad (4.4.14)$$

式 (4.4.14) に式 (4.4.12) を代入すれば、図 4.4.1 に示す任意の境界条件の柱の個材座屈モードにおける座屈長さ係数算定式として、以下の式 (4.4.15) が得られる。

$$\gamma = \frac{0.43k_{rT}k_{rB} + 1.4(k_{rT} + k_{rB}) + 6}{0.37k_{rT}k_{rB} + 2(k_{rT} + k_{rB}) + 6} \quad (4.4.15)$$

式 (4.4.15) は、式 (4.3.37) に示した提案式よりも簡素である。

〈文献 4.5) の式〉

文献 4.5) では、骨組中の柱とその周辺部材を図 4.4.3 に示す部分架構でモデル化して水平剛性を計算し、その層での和が 0 になるときに層全体が sway 座屈するという考察に基づいた弾性座屈軸力算定式が示されている。部分架構の無次元化水平剛性 q は式 (4.4.16) である。

$$q = \frac{Q}{R} / \frac{12EI_c}{h^2} \quad (4.4.16)$$

また、部分架構に作用している軸力 P を N_E で除した (P/N_E) と、その部分架構の q の関係が以下の直線式で近似できることが示されている。

$$q = q^A - \frac{\kappa\kappa' + 1.64\sqrt{\kappa\kappa'} + 0.84}{(1 + \sqrt{\kappa\kappa'})^2} \frac{P}{N_E} \quad (4.4.17)$$

$$\kappa = \frac{I_b/l}{I_c/h}, \quad \kappa' = \frac{I'_b/l}{I_c/h} \quad (4.4.18a, b)$$

ここで q^A は ($P=0$) での q の値であり、座屈たわみ角法を用いれば次式が得られる。

$$q^A = \frac{6\kappa\kappa' + \kappa + \kappa'}{6\kappa\kappa' + 4(\kappa + \kappa') + 2} \quad (4.4.19)$$

部分架構が軸力のみで水平剛性を喪失する、つまり ($q=0$) のときの (P/N_E) の値を (P_S/N_E) とすれば、式 (4.4.17) に ($q=0$) を代入して変形し、次式が得られる。

$$\frac{P_S}{N_E} = q^A \frac{(1 + \sqrt{\kappa\kappa'})^2}{\kappa\kappa' + 1.64 + 0.84} = \frac{6\kappa\kappa' + \kappa + \kappa'}{6\kappa\kappa' + 4(\kappa + \kappa') + 2} \cdot \frac{(1 + \sqrt{\kappa\kappa'})^2}{\kappa\kappa' + 1.64 + 0.84} \quad (4.4.20)$$

式 (4.4.20) は鋼構造座屈設計指針^{4.1)}などに示されている節点の水平移動が拘束されていない場合の座屈条件式 (式 (1.7b)) の近似式である。ただし、 P_S は部分架構が他の部分架構から受ける横移動拘束を考慮していないので、sway 座屈モードの提案式や式 (4.4.3) に示した座屈条件式とは性格が異なる。

文献 4.5) ではさらに、部分架構の P と q の関係を以下の直線式で近似できることを示している。 P_S と q^A は部分架構に固有の定数である。

$$\frac{P}{P_S} + \frac{q}{q^A} = 1 \quad (4.4.21)$$

水平力 Q の向きが図 4.4.3 の逆向きならば、式 (4.4.21) は Q による水平補剛効果を考慮した sway 座屈モードの座屈条件式ととらえることができる。 ($q = 0$) ならば ($P = P_S$) である。文献 4.5) ではこの後、同一層の複数の部分架構の無次元化水平剛性 q の和が 0 になるときに層が sway 座屈することが語られている。

さて、式 (4.4.21) を図 4.4.1 の柱モデルに適用するためには、図 4.4.3 の部分架構に、水平バネからの水平力 ($Q = -K_H h R$) が作用していると考えれば良い。つまり、これを式 (4.4.16) に代入すれば ($q = -k_H$) である。そしてこのときの P の値を座屈軸力 P_{cr} とすれば、式 (4.4.21) より次式が得られる。

$$\frac{P_{cr}}{P_S} - \frac{k_H}{q^A} = 1 \quad (4.4.22)$$

式 (4.4.22) に式 (4.4.19) と (4.4.20) を代入して整理すれば次式が得られる。

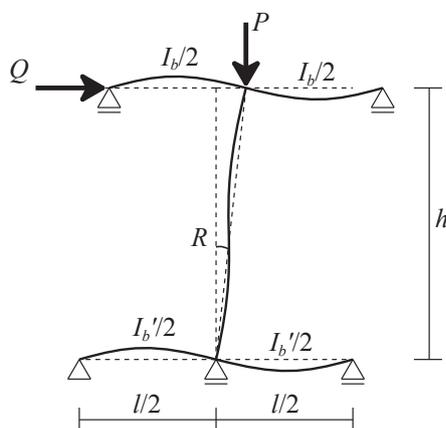
$$\frac{P_{cr}}{N_E} = \left(1 + \frac{k_H}{q^A}\right) \frac{P_S}{N_E} = \left(\frac{6\kappa\kappa' + \kappa + \kappa'}{6\kappa\kappa' + 4(\kappa + \kappa') + 2} + k_H\right) \frac{(1 + \sqrt{\kappa\kappa'})^2}{\kappa\kappa' + 1.64\sqrt{\kappa\kappa'} + 0.84} \quad (4.4.23)$$

また、回転バネ剛性は図 4.4.3 の梁の曲げ剛性であるから、以下の関係式が得られる。

$$k_{rT} = \frac{2 \times \frac{3E(I_b/2)}{l/2}}{\frac{EI_c}{h}} = \frac{6I_b}{\frac{I_c}{h}} = 6\kappa \quad , \quad k_{rB} = 6\kappa' \quad (4.4.24a, b)$$

式 (4.4.24) を (4.4.23) に代入して次式が得られる。

$$\frac{P_{cr}}{N_E} = \left(\frac{k_{rT}k_{rB} + k_{rT} + k_{rB}}{k_{rT}k_{rB} + 4(k_{rT} + k_{rB}) + 12} + k_H\right) \frac{(6 + \sqrt{k_{rT}k_{rB}})^2}{k_{rT}k_{rB} + 9.84\sqrt{k_{rT}k_{rB}} + 30.24} \quad (4.4.25)$$



P : 柱軸力
 Q : 水平力

※多スパン骨組において Q は同一層の他の部分架構から受ける水平力であり、図 4.4.1 の柱モデルでは水平バネ剛性からの水平力である。

図 4.4.3 骨組中の柱の部分架構モデル

4.4.2 個材座屈軸力算定式の比較および係数の調節

陽解法の弾性座屈軸力算定式は、できるだけ簡素で、なおかつ座屈たわみ角法による座屈条件式の解との差異が小さいことが求められる。本項では、式(4.4.8)に示した座屈たわみ角法による個材座屈モードの座屈条件式と、陽解法の式との差異を検証する。式(4.4.3)に示した座屈条件式が無次元化水平バネ剛性 k_H に関する曲線式なのに対して、表4.4.1に示した中間座屈モードと sway 座屈モードの陽解法の弾性座屈軸力算定式は k_H に関する直線式なので、以下に示すような考察はできない。これらの式については、次項で考察する。

k_{rT} , k_{rB} を用いてパラメトリックに考察しようとするれば、0 から ∞ までの範囲を扱う必要があるが、式(4.4.26a), (4.4.26b), (4.4.26c)の順に Ω_T , Ω_B を k_{rT} , k_{rB} に変換すれば、有限の変数 Ω_T , Ω_B を用いて、 k_{rT} , k_{rB} が0 から ∞ までの範囲の考察を行うことができる。

$$\begin{cases} \Omega_T = 0 \sim \pi/2 \\ \Omega_B = 0 \sim \pi/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_A = \tan(\Omega_T) \\ G_B = \tan(\Omega_B) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_{rT} = 2/G_A \\ k_{rB} = 2/G_B \end{cases} \quad (4.4.26a \sim b)$$

ただし、式(4.4.10)の場合は、以下の式(4.4.27)で Ω_1 , Ω_2 を計算する必要がある。

$$\begin{cases} \Omega_1 = \max(\Omega_T, \Omega_B) \\ \Omega_2 = \min(\Omega_T, \Omega_B) \end{cases} \quad (4.4.27)$$

Ω_T , Ω_B をそれぞれ0.01 から1.57まで約0.01刻みで変化させ、式(4.4.8)の解を真の値として、各陽解法の式で計算した座屈長さ係数の相対誤差 e を計算した結果を図4.4.4に示す。図4.4.4の縦軸は各式と式(4.4.8)の相対誤差で、横軸は Ω_T である。図4.4.4(a)は式(4.4.10)に示した文献4.2)の式の誤差を、(b)図は式(4.4.13)に示した文献4.7)の式、(c)図は式(4.4.15)に示した文献4.8)の式、(d)図は式(4.3.37)に示した個材座屈モードの提案式の誤差を表している。1つの Ω_T ごとに Ω_B は0.01 から1.57まで変化させるので、図4.4.4では同じ横軸の値に対するプロットが157個存在する。

図4.4.4より、4つの陽解法の式の中で、提案式が最も精度が低いことがわかる。そこで、誤差 e ができるだけ小さく、なおかつ座屈長さ係数を過小評価しない($e > 0$)の範囲となるように式(4.3.37)の係数を調節し、式(4.4.28)を得た。この式から計算した座屈長さ係数と式(4.4.8)の解との相対誤差を図4.4.5に示す。図4.4.4(a)～(c)と図4.4.5を比較すれば、式(4.4.28)は文献4.7)の式に次いで精度が高いことがわかる。文献4.7)の提案している式は式(4.4.13)に示した長大な式であるから、式の簡素さと解の精度からして、式(4.4.28)の有用性は十分にあると考えられる。今後、個材座屈モードの提案式としては式(4.4.28)を用いる。

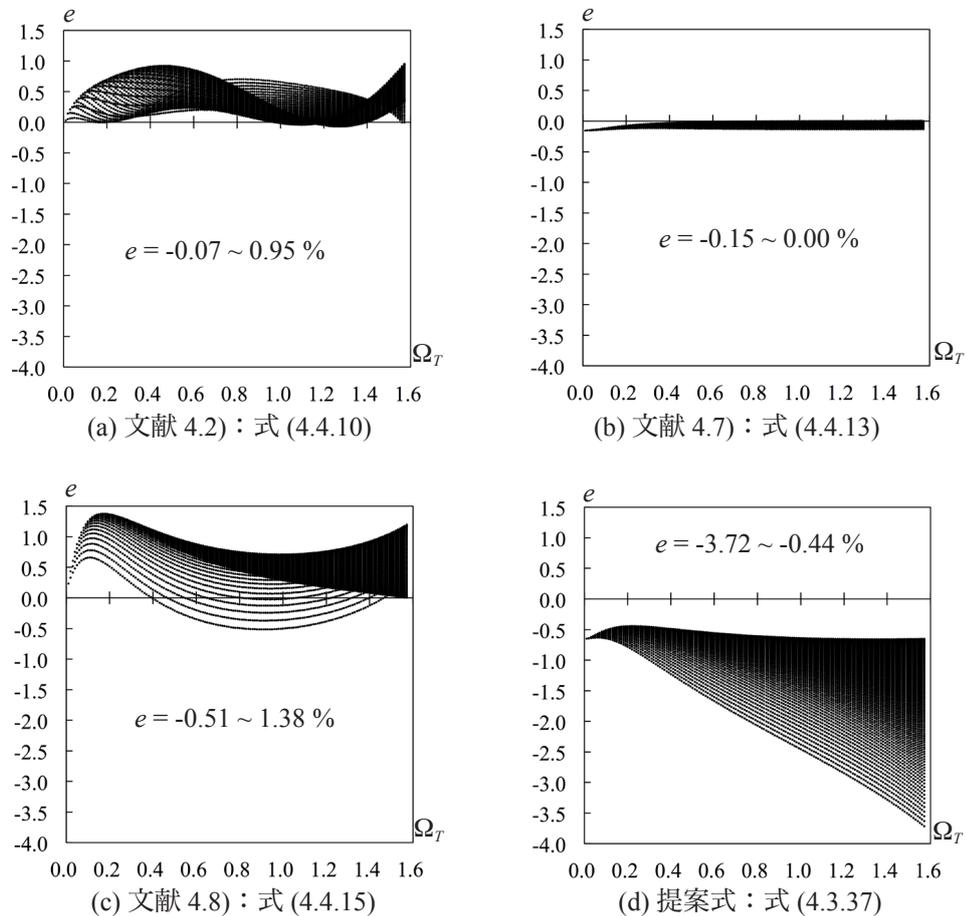
$${}_a P_{cr} = \frac{(k_{rT} + 5)(k_{rB} + 5) - 15.1 + 3 \left({}_a \eta + \frac{1}{{}_a \eta} \right) 39.4EI_c}{(k_{rT} + 7)(k_{rB} + 7) - 18.9 + 17 \left({}_a \eta + \frac{1}{{}_a \eta} \right)} h^2 \quad (4.4.28)$$

以下には特殊な境界条件での ${}_a P_{cr}$ の算定式を示す。

$$(k_{rB} = \infty) \quad : \quad {}_a P_{cr} = \frac{(k_{rT})^2 + 9k_{rT} + 23}{(k_{rT})^2 + 11k_{rT} + 45} \frac{39.4EI_c}{h^2} \quad (4.4.29)$$

$$(k_r = k_{rT} = k_{rB}) \quad : \quad {}_a P_{cr} = \frac{(k_r)^2 + 10k_r + 15.9}{(k_r)^2 + 14k_r + 64.1} \frac{39.4EI_c}{h^2} \quad (4.4.30)$$

$$(k_{rB} = 0) \quad : \quad {}_a P_{cr} = \frac{3(k_{rT})^2 + 18.73k_{rT} + 33.18}{11(k_{rT})^2 + 90.05k_{rT} + 250.7} \frac{39.4EI_c}{h^2} \quad (4.4.31)$$



e : 式 (4.4.8) から得られる座屈長さ係数を真の値とした場合の、各式で計算した座屈長さ係数の相対誤差

Ω_T : 柱端部の固定度を表す変数

図 4.4.4 座屈たわみ角法による個材座屈モードの座屈条件式 (式 (4.4.8)) の解との差異

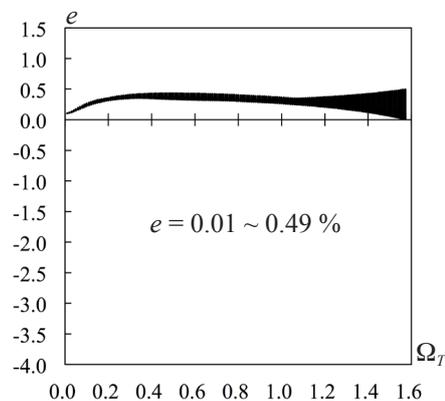


図 4.4.5 係数操作後の提案式 (式 (4.4.28)) と座屈条件式 (式 (4.4.8)) の差異

4.4.3 座屈たわみ角法による座屈条件式と提案式の比較

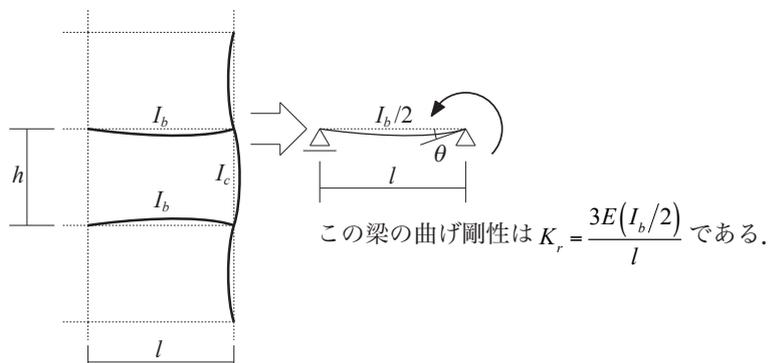
式(4.4.3)に示した座屈条件式と提案式の比較を行う。また、式(4.4.25)に示した文献4.5)の式との比較も行う。無次元化バネ剛性 k_{rT} , k_{rB} , k_H をパラメータとする。無次元化した柱端部の回転バネ剛性 k_r は、標準的な場合と、現実的な条件の下限と上限の3パターンとする。3.3節で設計図表を作成する際に用いた式(表3.3.1)を参考にして、 k_r の下限と上限を次式で計算する。

$$k_r \text{ の下限の式: } k_r = \frac{3\beta}{2\alpha} \quad (4.4.32a)$$

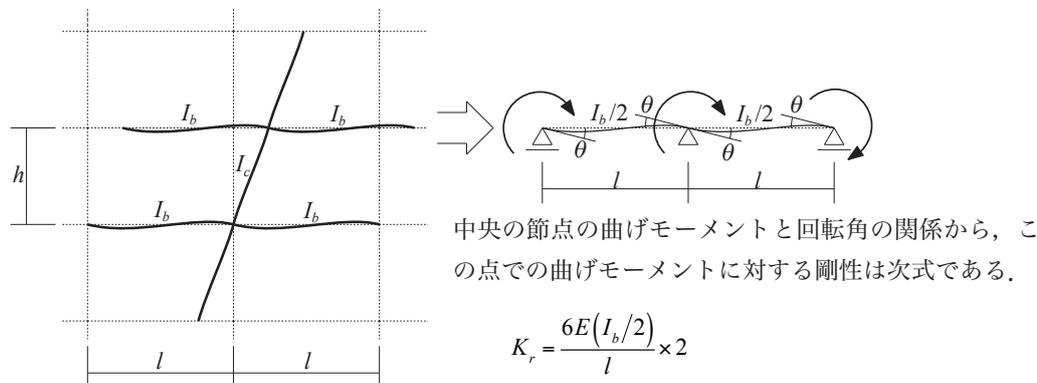
$$k_r \text{ の上限の式: } k_r = \frac{6\beta}{\alpha} \quad (4.4.32b)$$

式(4.4.32a)は図4.4.6(a)に示すように外柱が個材座屈している状態を想定し、なおかつ多層骨組では上層の柱も大きな軸力を受けて対象柱の拘束材として期待できず、拘束材として期待できる梁の曲げ剛性は上層柱と(1/2)ずつ分けあうと考えた場合である。式(4.4.32b)は図4.4.6(b)に示すように内柱が sway 座屈している状態を想定している。上層柱を拘束材として期待せず、梁の曲げ剛性を(1/2)だけ考慮した場合に限れば、式(4.4.32a)は k_r の下限になり、式(4.4.32b)は上限になる。文献4.9)を参考にし、式(4.4.32a)には、現実的な条件での梁柱曲げ剛性比の下限として ($\beta/\alpha = 0.28$) を代入すれば、($k_r = 0.42$) を得る。同様に上限として式(4.4.32b)に ($\beta/\alpha = 0.8$) を代入すれば ($k_r = 4.8$) を得る。また、標準的な場合として、($\beta/\alpha = 0.4$) の場合の式(4.4.32a)と式(4.4.32b)の値の平均である ($k_r = 1.5$) を用いる。

図4.4.7～4.4.9に座屈条件式と提案式および文献4.5)の式の比較を示す。図4.4.7は両端が回転バネの場合で、柱脚の回転バネは柱頭の1.5倍とする。図4.4.8は柱脚固定の柱、図4.4.9は柱脚ピンの柱である。図4.4.7～4.4.9の(a)図は材端回転バネ剛性が低い場合で、(b)図は標準的と考えられる値の



(a) 下限：外柱が個材座屈する場合



(b) 上限：内柱が sway 座屈する場合

図4.4.6 想定する回転バネ剛性の上限と下限

—: 提案式	個材: 提案式の値が個材座屈モードの式 (式 (4.4.28), (4.4.29), (4.4.31)) で決まる範囲
—: 式 (4.4.3) の解	中間: 提案式の値が中間座屈モードの式 (式 (4.3.66), (4.3.67), (4.3.71)) で決まる範囲
- - - : 式 (4.4.25)	sway: 提案式の値が sway 座屈モードの式 (式 (4.3.89), (4.3.90), (4.3.94)) で決まる範囲

式 (4.4.3) : 座屈たわみ角法を用いた任意の境界条件の柱材の座屈条件式 (陰解法の式)

式 (4.4.25): 文献 4.5) に示されている sway 座屈モードの弾性座屈軸力算定式 (陽解法の式)

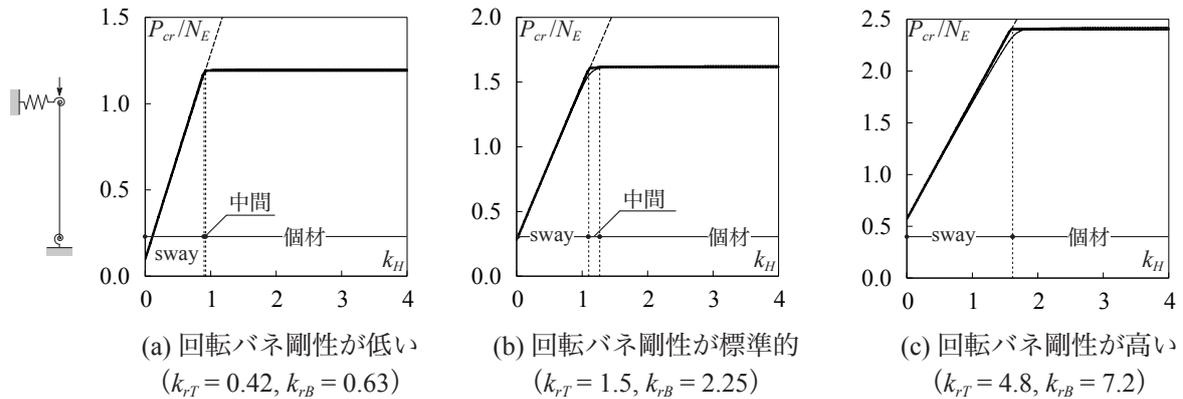


図 4.4.7 3つの座屈モードの提案式と式 (4.4.3) および式 (4.4.25) との比較 (両端回転バネ)

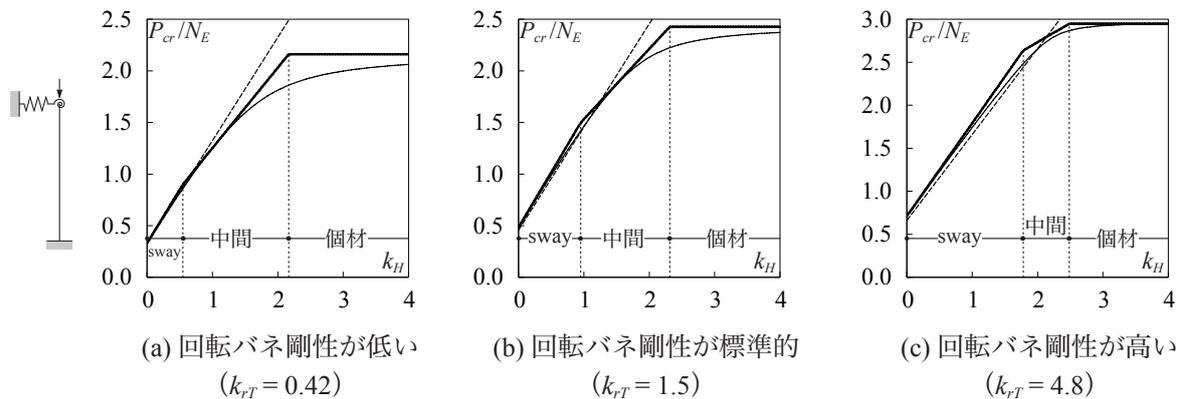


図 4.4.8 3つの座屈モードの提案式と式 (4.4.3) および式 (4.4.25) との比較 (柱脚固定)

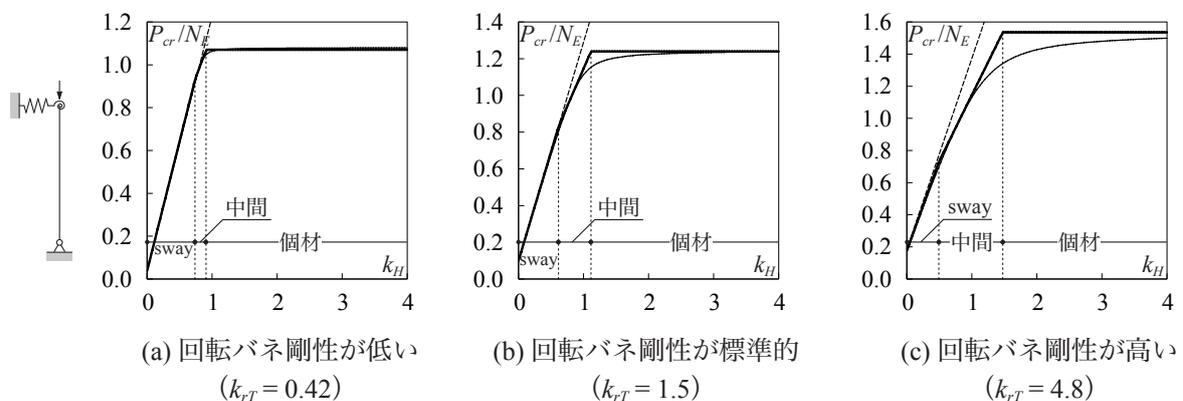


図 4.4.9 3つの座屈モードの提案式と式 (4.4.3) および式 (4.4.25) との比較 (柱脚ピン)

場合、(c) 図は材端回転バネ剛性が高い場合である。各グラフの横軸は無次元化水平バネ剛性 k_H で、縦軸はそれぞれの弾性座屈軸力 P_{cr} を N_E で除したものである。太実線が提案式の計算結果である。提案式では、sway, 中間, 個材の3つの式から得られる値の最小値が座屈軸力 P_{cr} になる。どのモードの提案式で座屈軸力が決まるかは、各グラフ中に "sway", "中間", "個材" と書いて示している。細実線は式 (4.4.3) に示した座屈条件式の解である。この式は ($P_{cr} = \dots$) という形の式に変形できない、言い換えれば陰解法によらなければ解が得られない。ここでは、 k_H を 0.04 刻みで変化させ、($k_H = 0 \sim 4$) の範囲で 100 個の解を計算し、それらを直線で結んだものを示している。破線は文献 4.5) に示されている sway 座屈モードの弾性座屈軸力算定式の値である。

図 4.4.7 に示した両端に回転バネがある柱では、提案式と式 (4.4.3) の差が小さい。(c) 図に示した回転バネ剛性が比較的高い場合には、提案式で sway と個材の座屈モードが切り替わるときに提案式と式 (4.4.3) の差が最も大きく、+4.0% である。なお、(c) 図のケースでは中間座屈モードが存在しない。

図 4.4.8 に示した柱脚固定の柱と図 4.4.9 に示した柱脚ピンの柱では、両端の回転バネ剛性の差が大きいくほど、提案式と式 (4.4.3) の差が大きくなる。それは、柱脚固定の柱では図 4.4.8(a) に示した柱頭の回転バネ剛性が低い場合であり、柱脚ピンの柱では図 4.4.9(c) に示した柱頭の回転バネ剛性が高い場合である。図 4.4.8(a) での提案式と式 (4.4.3) の差の最大値は +15.9% で、図 4.4.9(c) での提案式と式 (4.4.3) の差の最大値は +14.4% である。柱両端の回転バネ剛性の差が大きいくほど提案式と式 (4.4.3) の差が大きくなる要因の一つは、個材座屈モードを部材中央で分割して2つの3次曲線で近似したためと考えられる。回転バネ剛性の差が大きいくと最もたわみが大きくなる位置が部材中央ではなくなるので、提案式のたわみ曲線と真の座屈モードの差が大きいくと考えられる。

文献 4.5) に示されている sway 座屈モードの弾性座屈軸力算定式 (式 (4.4.25)) と提案式の値が sway 座屈モードの式で決まる範囲を比較すると、図 4.4.7 に示した両端に回転バネがある場合と、図 4.4.9 に示した柱脚ピンの場合には、両者の差はごくわずかである。図 4.4.8(c) に示した柱脚固定で柱頭の回転バネ剛性が高い場合において、両者の差がグラフからも読み取れる。提案式は式 (4.4.3) の解よりも大きく、式 (4.4.25) はそれよりも小さい。このように、sway 座屈モードの提案式と式 (4.4.25) を比較すると、解の精度にそれほど大きな差はなく、式の簡素さについてもあまり変わらない。

なお、式 (4.3.71) に示した柱脚ピンの場合の中間座屈モードの提案式は k_{rT} が含まれていないので、 k_{rT} が 0.42, 1.5, 4.8 すべての場合で中間座屈モードの提案式は全く同じ値になる。

4.5 多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力算定手法の提案

4.5.1 回転バネ剛性の評価方法

本節では、周辺部材の剛性と柱軸力分布を考慮して柱の境界条件を評価し、多層多スパン骨組中の柱を図4.4.1に示した柱モデルに置き換え、その弾性座屈軸力(座屈長さ)を簡易に計算する手法を示す。本節では、弾性座屈軸力を計算しようとしている骨組中の柱を計算対象柱と呼ぶ。任意の境界条件の柱モデルを図4.5.1に再掲する。まずは、図4.5.1に示した柱両端の回転バネ剛性の評価方法を以下に示す。

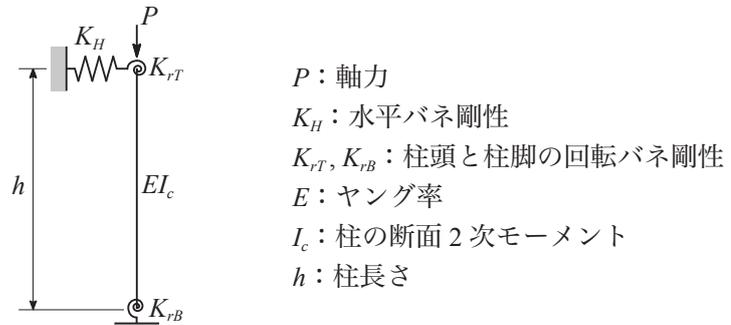


図 4.5.1 任意の境界条件の柱モデル

図4.5.1の柱モデルの両端の回転バネ剛性 K_{rT}, K_{rB} は、その節点に取り付く他の部材の曲げ剛性である。以下では、このうちの梁の曲げ剛性を K_{rT_beam}, K_{rB_beam} とし、柱の曲げ剛性を $K_{rT_column}, K_{rB_column}$ とする。 K_{rT}, K_{rB} はそれらの和であり、次式で定義する。

$$K_{rT} = K_{rT_beam} + K_{rT_column} \quad (4.5.1a)$$

$$K_{rB} = K_{rB_beam} + K_{rB_column} \quad (4.5.1b)$$

K_{rT}, K_{rB} : 図4.5.1に示した柱モデルの材端回転バネ剛性

K_{rT_beam}, K_{rB_beam} : 対象柱の柱頭あるいは柱脚に取り付いている梁の曲げ剛性

$K_{rT_column}, K_{rB_column}$: 対象柱の柱頭あるいは柱脚に取り付いている上下層柱の曲げ剛性

梁の曲げ剛性による成分 K_{rT_beam}, K_{rB_beam} は、個材座屈軸力 aP_{cr} を計算するときには図4.5.2のように考える。梁の他端の固定度によって K_{rT_beam}, K_{rB_beam} には $(3EI_b/l \sim 4EI_b/l)$ の値を用いる。節点に梁が2本取り付いているならばこれを2倍する。同一層内の隣の柱も大きな圧縮軸力を受けており、対象柱が座屈するときにはその柱も座屈しかけていないと判断する場合には、 $(2EI_b/l)$ を用いる。これは両端から等曲げを受ける単純梁の曲げ剛性である。sway座屈は柱単独の現象ではなく層全体での座屈現象であるから、sway座屈軸力 cP_{cr} を計算する際には、図4.5.3のように考える。すなわち、 K_{rT_beam}, K_{rB_beam} には両端から逆対称曲げを受ける単純梁の曲げ剛性である $(6EI_b/l)$ を用いる。中間座屈軸力 bP_{cr} を計算するときには図4.5.2と図4.5.3に示した K_{rT_beam}, K_{rB_beam} の中間の値を用いるべきであるが、本論文では安全側の仮定として個材座屈軸力を計算するときと同じ式を用いるものとする。

柱の曲げ剛性による成分 $K_{rT_column}, K_{rB_column}$ は、個材座屈軸力 aP_{cr} を計算するときには図4.5.2のように考え、柱の他端の回転が拘束されないと考える場合には式(4.5.2)を、拘束される場合には式(4.5.3)を用いて計算する。中間座屈軸力 bP_{cr} を計算する際にもこの式を用いる。sway座屈軸力 cP_{cr} を計算する際には、対象とする柱の含まれている層がsway座屈するならば、その上下層にもsway変位が生じると考え、本論文では図4.5.3に示す柱モデルの曲げ剛性である式(4.5.4)を用いてsway座屈モードの $K_{rT_column}, K_{rB_column}$ を計算する。

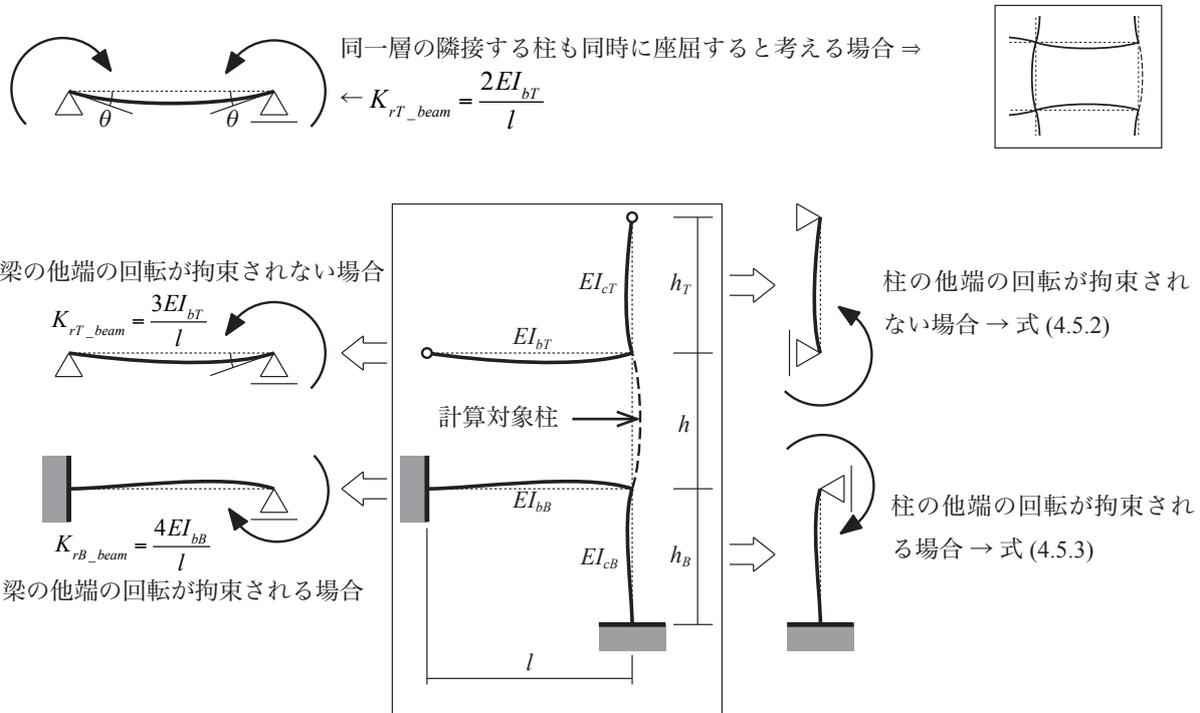


図 4.5.2 材端回転バネ剛性の評価式 (個材座屈軸力, 中間座屈軸力を計算する場合)

K_{rT_beam}, K_{rB_beam}	: 計算対象柱の上端, 下端に取り付く梁 1 本の曲げ剛性
$K_{rT_column}, K_{rB_column}$: 計算対象柱の上下の柱の曲げ剛性
I_{bT}, I_{bB}	: 計算対象柱の上端, 下端に取り付く梁の断面 2 次モーメント
l	: 計算対象柱に取り付く梁の材長
I_c, I_{cT}, I_{cB}	: 計算対象柱とその上下の柱の断面 2 次モーメント
h, h_T, h_B	: 対象柱とその上下の柱の材長

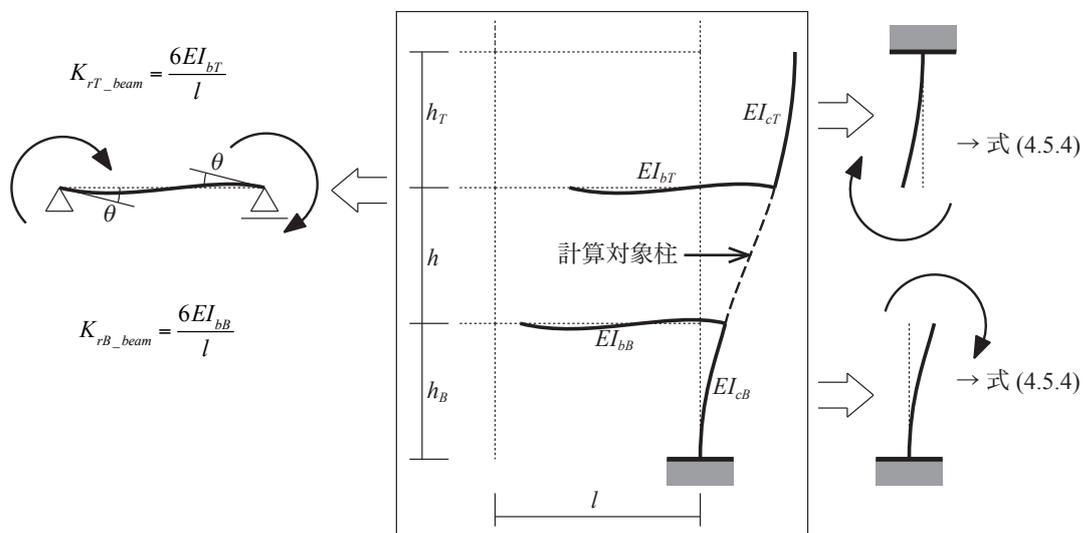


図 4.5.3 材端回転バネ剛性の評価式 (sway 座屈軸力を計算する場合)

$$\text{柱の他端の回転が拘束されない} : K_{r(T \text{ or } B)\text{-column}} = \frac{\psi^2 \sin(\psi)}{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)} \frac{EI_{c(T \text{ or } B)}}{h_{(T \text{ or } B)}} \quad (4.5.2)$$

$$\text{柱の他端の回転が拘束される} : K_{r(T \text{ or } B)\text{-column}} = \frac{\psi \{ \sin(\psi) - \psi \cos(\psi) \}}{2 \{ 1 - \cos(\psi) \} - \psi \sin(\psi)} \frac{EI_{c(T \text{ or } B)}}{h_{(T \text{ or } B)}} \quad (4.5.3)$$

$$\text{sway 座屈モードの場合} : K_{r(T \text{ or } B)\text{-column}} = \frac{\psi}{\tan(\psi)} \frac{EI_{c(T \text{ or } B)}}{h_{(T \text{ or } B)}} \quad (4.5.4)$$

ただしここで、 ψ は次式で計算する。

$$\psi = \pi \sqrt{\frac{\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr}}{N_{E(T \text{ or } B)}}} \quad (4.5.5)$$

$K_{r(T \text{ or } B)\text{-column}}$: 計算対象柱の上層あるいは下層柱の曲げ剛性, $K_{rT\text{-column}}, K_{rB\text{-column}}$

$I_{c(T \text{ or } B)}$: 計算対象柱の上層あるいは下層柱の断面 2 次モーメント, I_{cT}, I_{cB}

$h_{(T \text{ or } B)}$: 計算対象柱の上層あるいは下層柱の材長, h_T, h_B

$\kappa_{(T \text{ or } B)}$: 計算対象柱とその上層あるいは下層柱との軸力の比, κ_T, κ_B

P_{cr} : 計算対象柱の弾性座屈軸力

$N_{E(T \text{ or } B)}$: 対象柱の上層あるいは下層柱の N_E

図 4.5.4 には、軸力 ($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr}$) と式 (4.5.2) の値の関係を示す。横軸が ($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr}$) で縦軸が式 (4.5.2) を ($EI_{c(T \text{ or } B)} / h_{(T \text{ or } B)}$) で除した値である。この図より、($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr} \approx 2.04$) を境に式の値が負の無限大から正の無限大に変わることがわかる。圧縮軸力を受けている柱の剛性が軸力を受けていない状態よりも増えると考えるのは適切ではないので、式 (4.5.2) の適用範囲は ($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr} < 2.04$) である。同様に式 (4.5.3) は ($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr} < 4$)、式 (4.5.4) は ($\kappa_{(T \text{ or } B)} P_{cr} < 1$) が適用範囲である。適用範囲を超える場合の扱いも含めて、 $K_{rT\text{-column}}, K_{rB\text{-column}}$ が負になる場合の K_{rT}, K_{rB} の計算方法を以下に示す。式 (4.5.1) に示したように、図 4.5.1 の柱モデル両端の回転バネ剛性 K_{rT}, K_{rB} は柱の曲げ剛性による成分と梁による成分の和である。図 4.5.5 には、式 (4.5.2) ~ (4.5.4) を ($EI_{c(T \text{ or } B)} / h_{(T \text{ or } B)}$) で除した値を示す。柱の曲げ剛性による成分 $K_{rT\text{-column}}, K_{rB\text{-column}}$ には軸力による低減があるので、 K_{rT}, K_{rB} が負になる場合も考えられる。 K_{rT}, K_{rB} が負になるということは、対象柱の座屈変形をその上下の柱が拘束するのではなく、上下の柱の座屈変形を対象柱が拘束する関係になっていると考えられる。骨組の座屈荷重を計算するならばこれで問題は無いが、柱

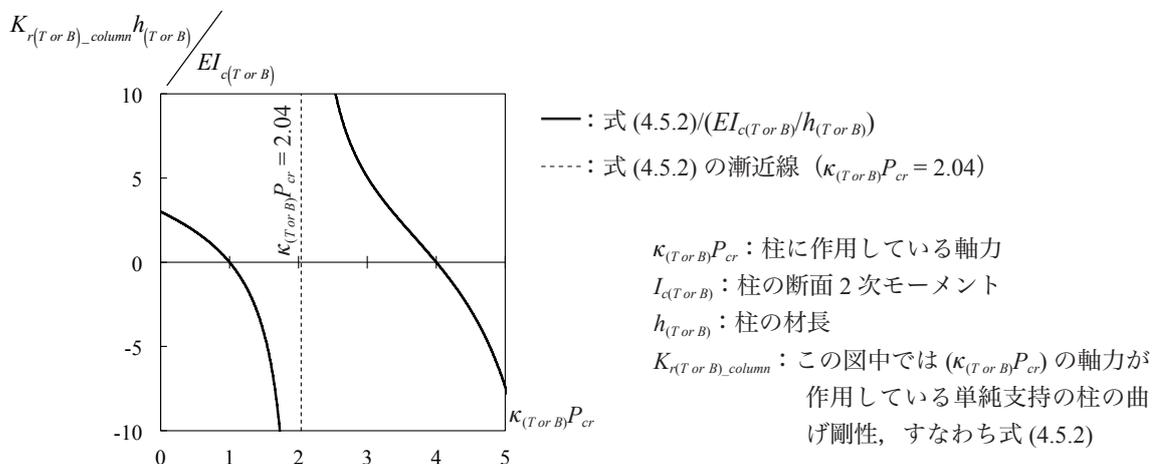


図 4.5.4 柱軸力の大きさと曲げ剛性評価式の関係

の座屈長さを算定する際には不都合が生じる。ここで問題にしているのは対象柱とその上下層の3層分の柱であるが、骨組全体で同様の問題を考えると、骨組が座屈する際には、大きな軸力を受けている柱もあれば、ほとんど軸力を受けていない柱も存在するので、ほとんど軸力を受けていない柱の耐力を骨組が座屈するときの柱軸力で決めてしまえば、座屈長さが必要以上に長くなる。本章において、回転バネ剛性が負になる場合には、上層あるいは下層の柱からの回転拘束を期待できないという意味であると考え、 K_{rT} , K_{rB} は梁の曲げ剛性による成分 K_{rT_beam} , K_{rB_beam} の (1/2) を用いる。つまり K_{rT} を例にとれば、対象柱の座屈変形による柱上端の回転を梁と上層柱が拘束するのではなく、対象柱と上層柱の座屈による節点の回転を、その節点に取り付いている梁が拘束するので、対象柱にはその曲げ剛性の (1/2) が分配されると考える。これは、第3章で設計図表を作成したときと同様の考え方である。圧縮軸力が増えるほど柱の曲げ剛性は低下すると考えるの適当であるから、軸力 ($\kappa_{(T or B)} P_{cr}$) が前述した式(4.5.2)~(4.5.4)の適用範囲を超える場合も K_{rT} , K_{rB} は梁の曲げ剛性による成分 K_{rT_beam} , K_{rB_beam} の (1/2) を用いる。

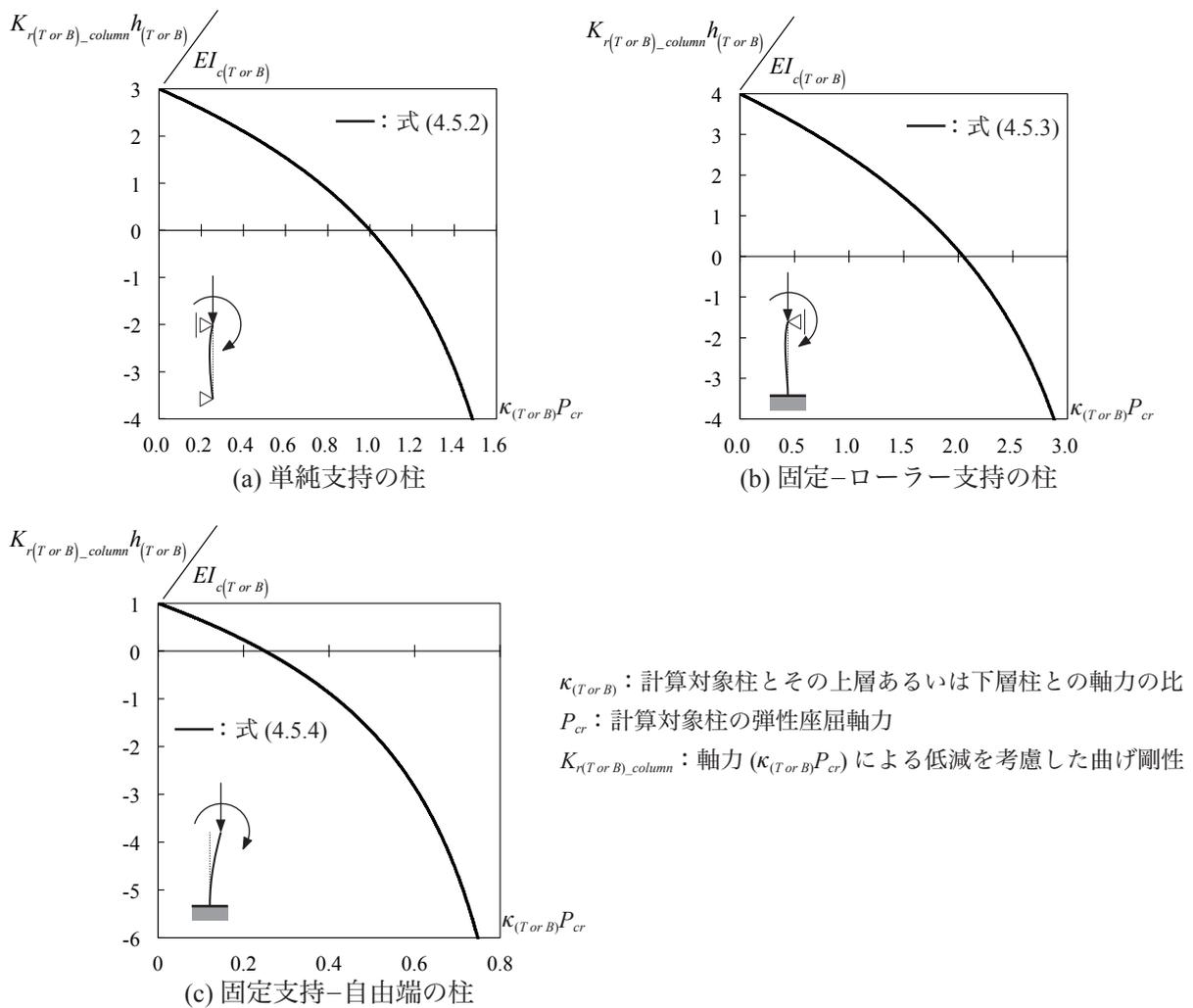


図 4.5.5 軸力による低減を考慮した柱の曲げ剛性

4.5.2 水平バネ剛性の評価方法

水平バネ剛性 K_H は次式で算定する。

$$K_H = K_{H0} + \frac{P_{cr}}{h} \quad (4.5.6)$$

K_{H0} : 柱軸力を考慮せずに算定した計算対象柱以外の部材による層の水平剛性

P_{cr} : 計算対象柱の座屈時軸力

h : 計算対象柱の部材長

K_{H0} は、一次設計用地震荷重作用時の各柱の負担せん断力と層間水平変位を用いて計算する。例えば図 4.5.6 に示す層において、せん断力 Q_s を受ける右外柱を計算対象柱とする場合には、次式で K_{H0} を計算する。

$$K_{H0} = \frac{\Sigma Q}{\delta} \times \frac{\Sigma Q - Q_s}{\Sigma Q} = \frac{\Sigma Q - Q_s}{\delta} \quad (4.5.7)$$

ΣQ : 設計用地震荷重作用時の層せん断力

Q_s : 計算対象柱が負担するせん断力

δ : 設計用地震荷重作用時の層間変位

式 (4.5.6) の右辺 2 項目は引張軸力による幾何剛性成分である。地震水平荷重のみが作用するときには、同一層内の柱に生じる軸力の和が 0 になる。よって、計算対象柱が圧縮軸力 P_{cr} を受けて座屈する時に、同一層内の他の柱の軸力の和は大きさが P_{cr} の引張軸力になる。式 (4.5.6) では、長期荷重による柱軸力は柱の弾性座屈軸力と比較して十分に小さいものと考え、これを無視している。式 (4.5.6) の妥当性を検証するために、図 4.5.7 に示す L 形フレームの数値解析結果との比較を行う。骨組の諸量は図中に示している。解析プログラムには CLAP.f を用い、幾何学的非線形を考慮した弾性の釣合経路解析を行う。まず一定の引張軸力 P を作用させ、その後に水平力 H を加える。 H を作用させたときの初期水平剛性を解析における K_H とする。図 4.5.8 には解析結果を □ で示している。縦軸は K_H を $(12EI_c/h^3)$ で除して無次元化した値で、横軸は引張軸力 P を N_E で除した値である。図中の直線は式 (4.5.6) の P_{cr} を P に置き換えて計算した値を無次元化したものである。また、 K_{H0} は $(P = 0)$ のときの数値解析結果を用いている。図 4.5.8 に示した 5 つの解析結果に対する式 (4.5.6) の評価値との誤差の大きさは、最大で $(P/N_E = 2.34)$ での (-5.7%) である。図 4.5.8 より $(P/N_E = 2.5)$ 程度までの範囲であるが、式 (4.5.7) は数値解析結果よりも少し小さな値になるもののおおむね良好にこれを評価できていることがわかる。

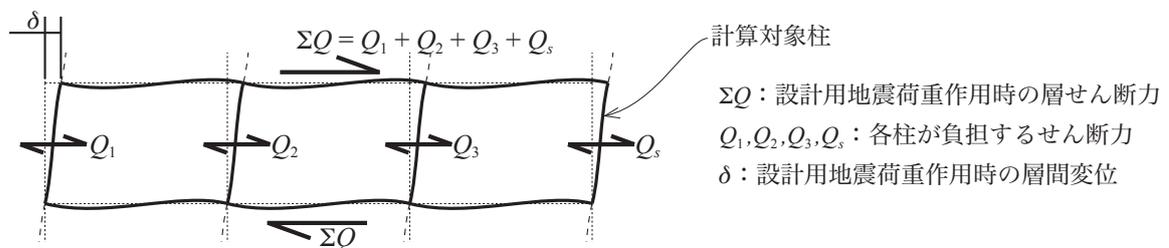
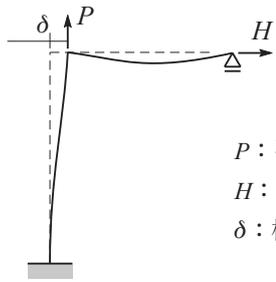


図 4.5.6 層せん断力と各柱の負担せん断力 (K_{H0} の算定方法説明用)



P : 引張荷重
 H : 水平荷重
 δ : 柱頭の水平変位

数値解析の水平剛性	: $K_H = H/\delta$
($P=0$) における数値解析での初期剛性	: $K_{H0} = 17.47$ (kN/mm)
ヤング率	: $E = 205$ (kN/mm ²)
柱断面積	: $A_c = 9.000 \times 10^4$ (mm ²)
柱断面 2 次モーメント	: $I_c = 6.750 \times 10^8$ (mm ⁴)
梁断面積	: $A_b = 10.26 \times 10^4$ (mm ²)
梁断面 2 次モーメント	: $I_b = 8.775 \times 10^8$ (mm ⁴)
柱部材長	: $h = 4000$ (mm)
梁部材長	: $l = 3000$ (mm)
$N_e = \pi^2 EI_c / h^2 = 8.536 \times 10^4$ (kN)	

図 4.5.7 水平剛性評価式検証のための L 形フレーム

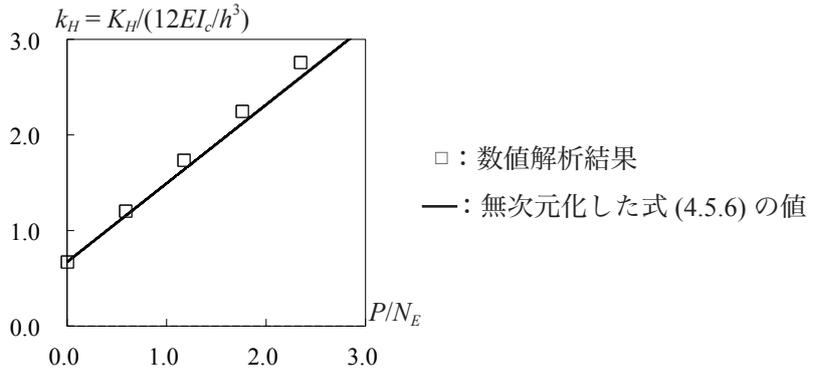
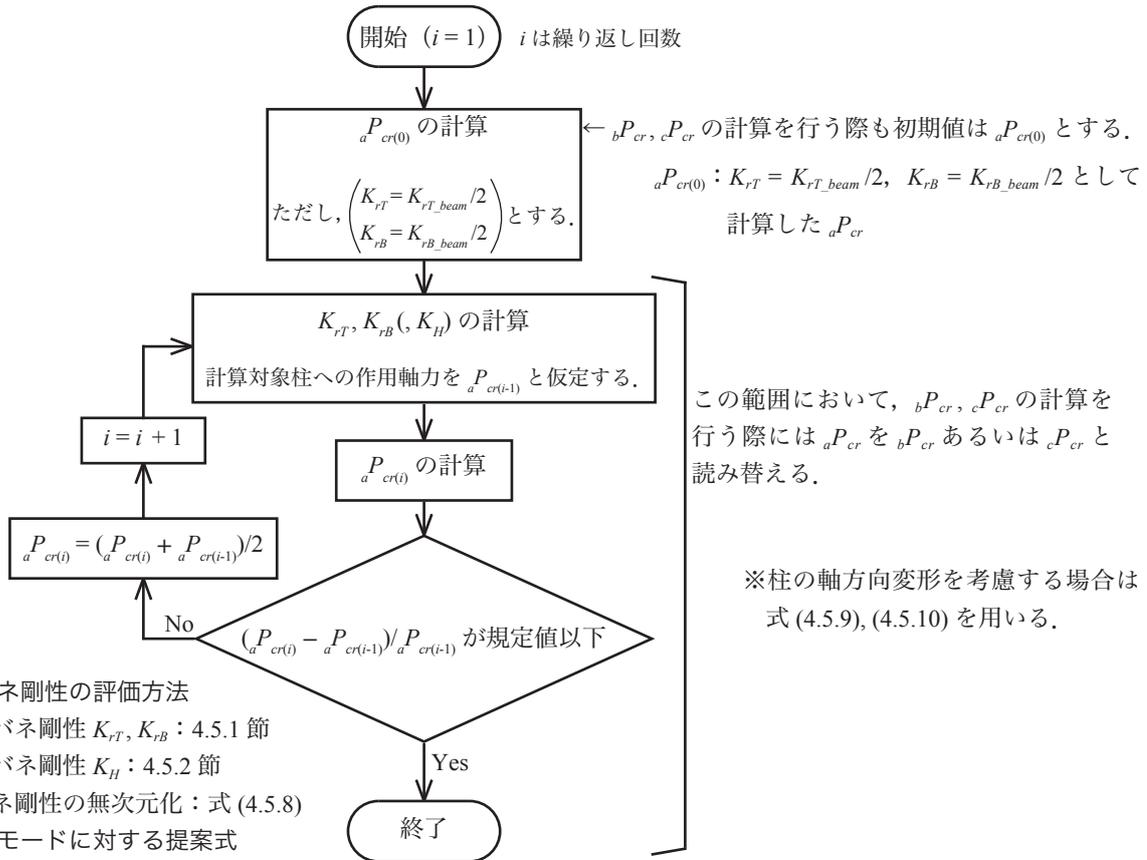


図 4.5.8 L 形フレームにおける引張軸力と水平剛性の関係



材端バネ剛性の評価方法

- ・回転バネ剛性 K_{rT}, K_{rB} : 4.5.1 節
- ・水平バネ剛性 K_H : 4.5.2 節
- ・各バネ剛性の無次元化 : 式 (4.5.8)

各座屈モードに対する提案式

- ・個材座屈軸力 aP_{cr} : 式 (4.4.28) ~ (4.4.31)
- ・中間座屈軸力 bP_{cr} : 式 (4.3.66), (4.3.67), (4.3.69), (4.3.71)
- ・sway 座屈軸力 cP_{cr} : 式 (4.3.89), (4.3.90), (4.3.92), (4.3.94)

図 4.5.9 提案式を用いて骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定する手順

4.5.3 提案式を用いて骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定する手順

4.5.1 節と 4.5.2 節に示した材端バネ剛性の評価式中には、計算対象柱の座屈軸力 P_{cr} が含まれている。とくに回転バネ剛性の評価式は三角関数を含んでいるので、これらの評価式を 4.3 節と 4.4.2 項に示した提案式に代入しても、 $(P_{cr} = \dots)$ という形に変形することは不可能である。そこで、数値解析的手法に頼らずに解を得るため、図 4.5.9 に図示する計算手順を用いる。まず、柱頭の回転バネ剛性に $(K_{rT} = K_{rT_beam}/2)$ 、柱脚に $(K_{rB} = K_{rB_beam}/2)$ を用い、これを個材座屈モードの提案式である式 (4.4.28) に代入する。この座屈軸力を ${}_aP_{cr(0)}$ とする。次に ${}_aP_{cr(0)}$ の圧縮軸力が計算対象柱に作用するものとして K_{rT_column} 、 K_{rB_column} も考慮して材端バネ剛性を計算し、個材座屈軸力 ${}_aP_{cr(1)}$ を求める。そして、 ${}_aP_{cr(1)}$ と ${}_aP_{cr(0)}$ の平均値が計算対象柱に作用するものとして再び材端バネ剛性を計算し、それを用いて得られた座屈軸力を ${}_aP_{cr(2)}$ とする。これを繰り返し、 i 回繰り返したときの ${}_aP_{cr(i)}$ と ${}_aP_{cr(i-1)}$ の差が規定値を下回ればそれを柱の弾性個材座屈軸力 ${}_aP_{cr}$ とする。中間座屈軸力 ${}_bP_{cr}$ あるいは sway 座屈軸力 ${}_cP_{cr}$ を計算する際も同様の手順で水平バネ剛性 K_H を含めて計算する。ただし、 ${}_bP_{cr}$ あるいは ${}_cP_{cr}$ を計算する際も初期値は ${}_aP_{cr(0)}$ とする。こうして計算した ${}_aP_{cr}$ 、 ${}_bP_{cr}$ 、 ${}_cP_{cr}$ の最小値が柱の弾性座屈軸力 P_{cr} である。なお、材端バネ剛性は計算対象柱の諸量で無次元化した以下の値を用いる。

$$k_{rT} = \frac{K_{rT}h}{EI_c}, \quad k_{rB} = \frac{K_{rB}h}{EI_c}, \quad k_H = \frac{K_H h^3}{12EI_c} \quad (4.5.8a, b, c)$$

ただしここで、 I_c 、 h は計算対象柱についての諸量である。

第 3 章に示した設計図表と同様に柱の軸方向変形を考慮する場合には、計算対象柱の部材長 h と、上下層柱の部材長 h_T 、 h_B およびそれぞれの柱の作用軸力 $P_{cr(i-1)}$ 、 $\kappa_T P_{cr(i-1)}$ 、 $\kappa_B P_{cr(i-1)}$ の違いに注意して次式で軸方向変形を考慮した部材長 h' 、 h'_T 、 h'_B および $h_{tension}$ を計算し、これを $P_{cr(i)}$ の計算に用いる。式 (4.5.6) 中の h は同一層内の計算対象柱以外の柱の材長なので、式 (4.5.6) でのみ $h_{tension}$ を用いる。

$$h' = h \left(1 - \frac{P_{cr(i-1)}}{EA_c} \right), \quad h'_T = h_T \left(1 - \frac{\kappa_T P_{cr(i-1)}}{EA_{cT}} \right), \quad h'_B = h_B \left(1 - \frac{\kappa_B P_{cr(i-1)}}{EA_{cB}} \right) \quad (4.5.9a, b, c)$$

$$h_{tension} = h \left(1 + \frac{P_{cr(i-1)}}{EA_c} \right) \quad (4.5.10)$$

A_c 、 A_{cT} 、 A_{cB} は各柱の断面積である。

4.5.4 骨組の数値解析結果と提案手法の比較

前項では、提案式を用いた骨組中の柱の弾性座屈軸力算定手法（以下「提案手法」）を示した。ここでは、第 2 章に示した均等多層多スパン骨組との比較を行って、提案手法の妥当性を検証する。

骨組の弾性座屈荷重は、提案手法で得られる各柱の弾性座屈軸力 P_{jcr} を各柱の軸力の比 κ_j で除した値が最小の柱によって決まる。ここで、添字の j は前項での計算の繰り返し回数ではなく、任意の柱という意味である。 κ_j はある柱の軸力を 1 としたときの各柱軸力の大きさである。 (P_{jcr}/κ_j) が最も小さい柱は、各柱軸力が κ_j の比率で 0 から増加して行くときに、最初にその軸力が P_{jcr} に達する柱である。

図 4.5.10 と図 4.5.11 には、2.4 節に示した均等多層多スパン骨組の数値解析結果と提案手法の比較を示す。個材座屈軸力と中間座屈軸力を計算する際、梁による回転バネ剛性 K_{rT_beam} 、 K_{rB_beam} は図 4.5.2 に示したように $(3EI_b/l)$ あるいは $(4EI_b/l)$ を用いる。2.4 節で行った線形座屈解析での座屈モードと釣合経路解析での変形図を参考にして、ここでは柱脚ピンの骨組と柱脚固定の 1 層骨組では $(3EI_b/l)$ を

用い、それ以外の柱脚固定の骨組では $(4EI_b/l)$ を用いる。図 4.5.2 からわかるように $(3EI_b/l)$ は回転バネ剛性の下限で $(4EI_b/l)$ は上限である。また、柱脚固定骨組の 2 層目柱を計算対象柱とする際の K_{rB_column} には式 (4.5.3) を用いるが、それ以外は上下層の柱の他端は回転が拘束されていないものと考え、 K_{rT_column} 、 K_{rB_column} には式 (4.5.2) を用いる。提案手法で繰り返し計算を終了する規定値は $[(P_{cr(i)} - P_{cr(i-1)})/P_{cr(i-1)}] \leq 0.02$ とする。図 4.5.10、4.5.11 に示した骨組では、5 回の繰り返し計算を要する場合もあるが、ほとんどの場合に 1~4 回の繰り返し計算で規定値を満たすことができる。

図 4.5.10 は、柱の軸方向変形を考慮しない場合の提案手法と、線形座屈解析結果および文献 4.2) に示されている手法の計算結果との比較を示す。文献 4.2) の手法は個材座屈モードに限定した手法であるが、地震時柱軸力相当荷重作用時には、ほとんどの場合に個材座屈モードに近い座屈モードになると考えられるので、この手法との比較を行う。なお、ここで言う個材座屈モードとは、部材角が全く生じない座屈モードである。図 4.5.11 は、柱の軸方向変形を考慮する場合の提案手法の計算結果と、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析結果および第 3 章に示した設計図表から推定される骨組座屈時の 1 層目柱の軸力を示している。第 3 章の設計図表は柱の軸方向変形を考慮して作成したものである。

各グラフの縦軸の値は骨組が座屈するときの圧縮側外柱 1 層目の軸力の値を N_E で除したものである。図 4.5.10 と図 4.5.11 の (a) 図と (d) 図には梁柱曲げ剛性比 $(\beta/\alpha = 0.4)$ の n 層 2 スパン骨組での比較を示しており、これは第 2 章の図 2.4.1 に示した Series A である。(a) 図が柱脚固定の場合で (d) 図が柱脚ピンの場合である。図の横軸は層数 n である。図 4.5.10 と図 4.5.11 の (b) 図と (e) 図には梁柱曲げ剛性比 $(\beta/\alpha = 0.4)$ の 5 層 s スパン骨組での比較を示しており、これは第 2 章の図 2.4.1 に示した Series B である。(b) 図が柱脚固定の場合で (e) 図が柱脚ピンの場合である。図の横軸はスパン数 s である。図 4.5.10 と図 4.5.11 の (c) 図と (f) 図には梁柱曲げ剛性比 (β/α) が異なる 5 層 2 スパン骨組での比較を示しており、これは第 2 章の図 2.4.1 に示した Series C である。(c) 図が柱脚固定の場合で (f) 図が柱脚ピンの場合である。図の横軸は (β/α) である。◆は線形座屈解析から得られる圧縮側外柱 1 層目の座屈時軸力 ${}_{\text{eig}}N_{1cr}$ を N_E で除したものである。▲は釣合経路解析での圧縮側外柱 1 層目の座屈時軸力 N_{1cr} を N_E で除したものである。釣合経路解析では、柱の軸剛性が初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈と定義している。●, ○, □は提案手法の計算結果で、 (P_{jcr}/κ_j) が最小になる層の柱の座屈軸力 P_{jcr} を骨組の柱軸力分布に従って 1 層目の軸力に換算したものである。●は個材座屈軸力算定式で座屈軸力 P_{jcr} が決まる場合、○は中間座屈軸力算定式で P_{jcr} が決まる場合、□は sway 座屈軸力算定式で P_{jcr} が決まる場合である。+ は設計図表で得られる座屈長さ係数から計算した座屈軸力 P_{jcr} を κ_j で除した値が最小になる層の柱の座屈軸力 P_{jcr} を、骨組の柱軸力分布に従って 1 層目の軸力に換算したものである。× は文献 4.2) の手法で計算した圧縮側柱の座屈時軸力である。

図 4.5.10 より、提案手法で柱の軸方向変形を考慮しない場合には、線形座屈解析結果に対して多少誤差が大きい場合もあるが、その値とパラメータに対する傾向をおおむね評価できている。図 4.5.10(d) に示した柱脚ピンで $(\beta/\alpha = 0.4)$ の 2 層 2 スパン骨組で線形座屈解析に対する誤差が +8.9 %、(f) 図に示した柱脚ピンで $(\beta/\alpha = 1.6)$ の 5 層 2 スパン骨組での誤差が +9.5 % と少し大きい。これら以外では、誤差は (-6.7 ~ +5.1 %) の範囲である。図 4.5.10 より、提案手法で柱の軸方向変形を考慮しない場合には、ほとんどが個材座屈モードで座屈軸力が決まる。(e) 図に示した柱脚ピンで $(\beta/\alpha = 0.4)$ の 5 層 1 スパン骨組のみが中間座屈モードになる。個材座屈モードはスパン数の影響を直接受けないが、中間座屈モードを考慮することで、2 スパン骨組と比較して 1 スパン骨組の座屈軸力が低下する傾向を提案手法でも表現できている。図 4.5.10 より、文献 4.2) の手法で計算した結果も、線形座屈解析結果をおおよそ

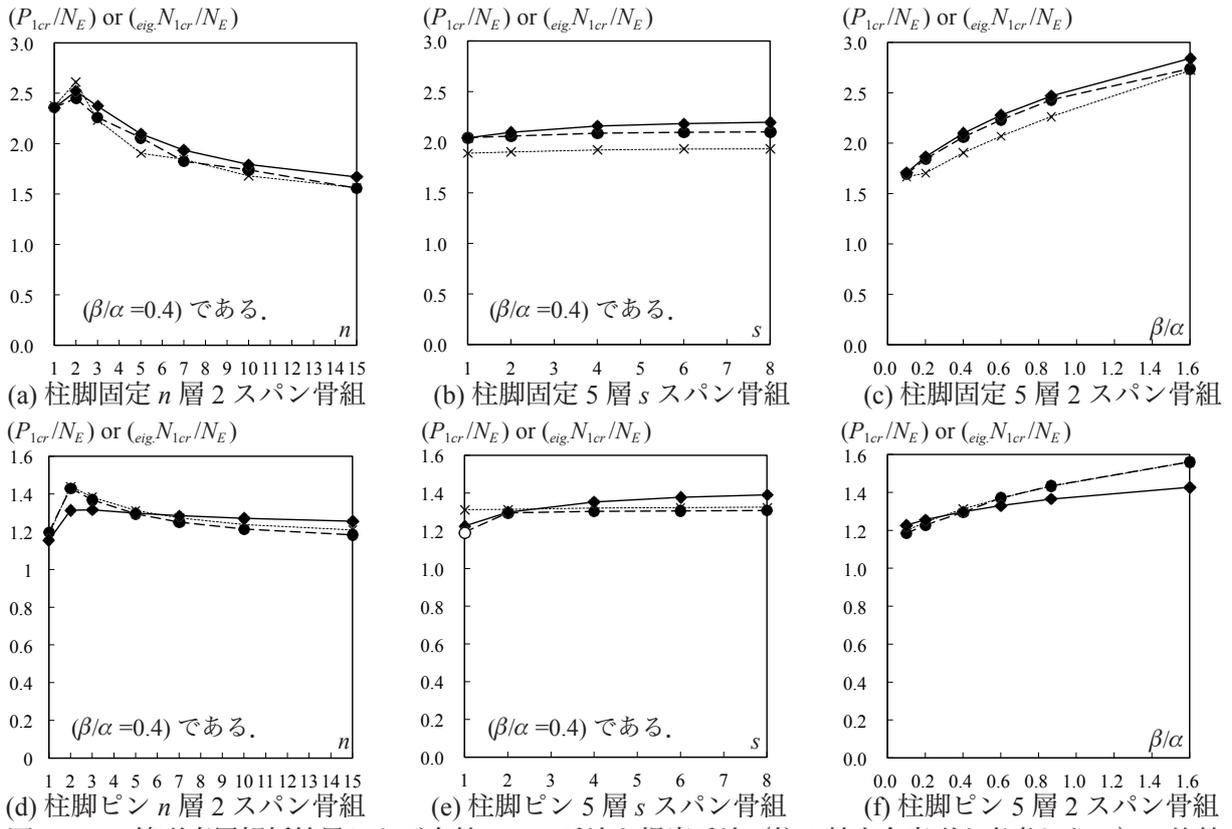


図 4.5.10 線形座屈解析結果および文献 4.2) の手法と提案手法（柱の軸方向変形を考慮しない）の比較

P_{1cr} : 提案手法あるいは文献 4.2) の手法で計算した骨組が座屈するときの 1 層目柱の軸力
 $eig.N_{1cr}$: 線形座屈解析における圧縮側外柱 1 層目の座屈時軸力 (第 2 章参照)
 N_{1cr} : 釣合経路解析における圧縮側外柱 1 層目の座屈時軸力 (第 2 章参照)
 N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力
 n : 層数 s : スパン数 β/α : 梁柱曲げ剛性比

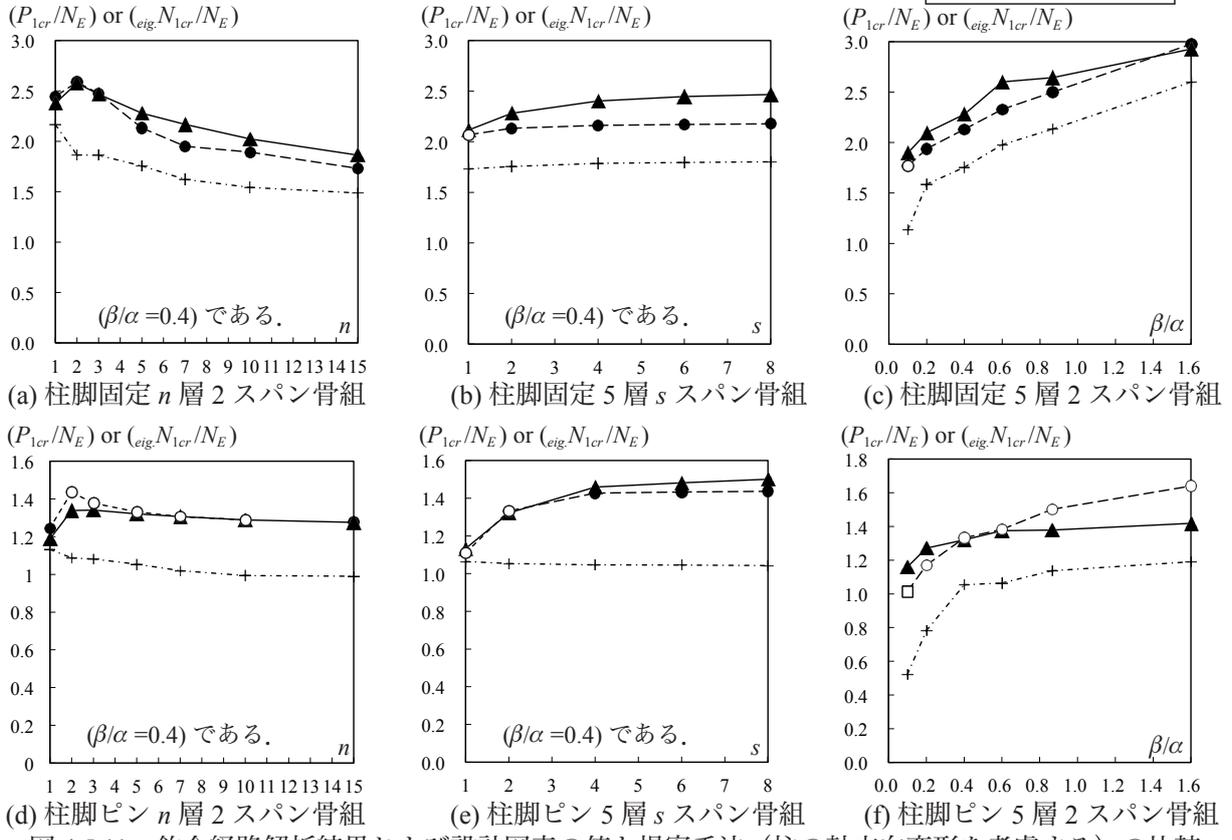


図 4.5.11 釣合経路解析結果および設計図表の値と提案手法（柱の軸方向変形を考慮する）の比較

評価できることがわかる。ただし、個材座屈モードに限定した手法であるから、(e) 図に示した 1 スパン骨組では、提案手法と異なり線形座屈解析結果を過大評価している。

図 4.5.11 より、提案手法で柱の軸方向変形を考慮する場合には、釣合経路解析結果に対して $\pm 10\%$ 程度の誤差ができる場合もあるが、その値とパラメータに対する傾向をおおむね評価できている。図 4.5.11(a) に示す柱脚固定の n 層 2 スパン骨組において、釣合経路解析では骨組の層数が増えるほど、座屈後の軸方向変形の集中する柱が 1 層目から 3 層目へと移行して行くことを第 2 章の表 2.4.3 に示している。これに対して、提案手法で (P_{jcr}/κ_j) が最小になる柱、つまり骨組の座屈荷重を決定している柱も、1~3 層骨組では 1 層目柱、5~10 層骨組では 2 層目柱、15 層骨組では 3 層目柱と上層に移行する。図 4.5.11(e) に示す柱脚ピンの 5 層 s スパン骨組で、スパン数が 1 あるいは 2 の時に、提案手法では中間座屈モードで座屈軸力が決まるので、スパン数の変化に伴う座屈軸力の変化を非常に良く評価できている。図 4.5.11(f) に示す柱脚ピンで $(\beta/\alpha = 0.1)$ の 5 層 2 スパン骨組において、提案手法では sway 座屈モードで座屈軸力が決まっている。この骨組では、釣合経路解析において、座屈後の軸方向変形が集中する 1 層目圧縮側柱の柱頭に取り付いている 2 層目床梁が図 4.5.3 のように S 字に変形することを確認している。つまり、釣合経路解析でも骨組の座屈モードが sway モードと判断できる。図 4.5.11 には、第 3 章に示した設計図表から推定される骨組座屈時の 1 層目柱の軸力を示している。設計図表において座屈モードは任意である。設計図表の作成には 1 スパン骨組を用いており、材端の回転バネ剛性も梁による剛性の $(1/2)$ だけを考慮しているので、釣合経路解析と提案手法の計算結果よりも低い値になる。すなわち、図 4.5.11 より、設計図表を用いれば骨組中の柱の弾性座屈軸力（座屈長さ係数）を安全側に評価できるが、かなり過小評価する場合もある。一方、提案手法を用いれば釣合経路解析結果と $\pm 10\%$ 程度の誤差となる場合もあるが、その値をおおむね評価できる。

4.5.5 実建物の柱の設計における提案手法の利用法

前述のように、提案手法は数値解析結果をおおむね評価できる。しかし、柱の軸方向変形を考慮した上で、個材、中間、sway と 3 つの座屈モードに対して、ここに示した範囲では最大 5 回の繰り返し計算を行うのは煩雑である。よって、計算の簡素化のために、提案手法を実建物に用いる場合には、柱の軸方向変形を考慮せずに計算することを推奨する。3.2.3 項で証明したように、柱の軸方向変形を考慮しない場合に sway 座屈モードが生じることは無いので、個材座屈軸力 aP_{cr} と中間座屈軸力 bP_{cr} を計算して両者の小さい方を柱の弾性座屈軸力 P_{cr} とすればよい。図 3.3.2(b) と図 3.3.6(b) に示した設計図表からわかるように、個材座屈モードになる領域では、柱の軸方向変形を考慮すると座屈長さがより短くなる。設計図表は柱の軸方向変形を考慮しているが、図 3.3.6(b) に示した γ_{non} は柱の軸方向変形を考慮しない場合の等座屈長さ係数直線である。よって、個材座屈する領域では、提案手法で柱の軸方向変形を考慮しなくても危険側に仮定したことにはならない。ただし、細長比 (h/i) と梁柱曲げ剛性比 (β/α) がともに小さい柱では、柱の軸方向変形を考慮することで sway 座屈モードになり、より座屈長さが長くなる場合がある。そこで、多層骨組の中間層の柱では、図 3.3.2(b) に示した sway 座屈モードになる領域では、柱の軸方向変形を考慮し、sway 座屈座屈軸力 cP_{cr} も計算するべきである。図 3.3.7 と 3.3.9 に示した柱脚固定の柱と柱脚ピンの柱の設計図表では、個材座屈モードと sway 座屈モードの境界が明確でない。この場合には、柱の軸方向変形を考慮しなければ座屈長さを過小評価してしまうおおよその範囲、すなわち、柱脚固定の柱では $(h/i > 18)$ の範囲、柱脚ピンの柱では $(h/i > 20)$ あるいは $(\beta/\alpha < 0.2)$ の範囲では、柱の軸方向変形を考慮し、sway 座屈座屈軸力 cP_{cr} も計算するべきである。ここで i は断面 2 次半径である。今後、提案手法と言え、以上のような考え方を導入した手法を意味す

るものとする。図 4.5.12 には、提案手法の計算結果と、図 4.5.10, 4.5.11 に示した数値解析結果を重ねたものを示す。提案手法は数値解析結果を過大評価する場合もあるが、ほとんどの場合に幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析結果を安全側に評価できることがわかる。提案手法による具体的な計算過程の例を付録 4 に示す。

図 4.5.13 には、2.5 節に示した吹抜を有する骨組と 2.6 節に示した左右のスパン長が異なる骨組に提案手法を適用した結果を示す。回転バネ剛性の評価方法は 4.5.4 節で述べた柱脚固定の均等骨組での評価方法に準ずる。(a) 図は柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組の左側床梁が 1 本吹抜けている骨組である。数値解析結果の詳細は 2.5 節に示している。地震時柱軸力相当荷重は左外柱に引張軸力が、右外柱に圧縮軸力が生じる方向に作用させるので、これらの骨組では吹抜柱が引張側になる。グラフの縦軸は骨組の右側外柱 1 層目の座屈軸力を N_E で除したのものである。横軸の「2 層目」は 2 層目左側スパンの床梁が無い骨組という意味である。▲が釣合経路解析結果の (N_{1cr}/N_E) で、◆が線形座屈解析結果の $(eig.N_{1cr}/N_E)$ 、●はの提案手法の計算結果 (P_{1cr}/N_E) であり、 (P_{jcr}/κ_j) が最小になる柱の座屈軸力を 1 層目柱の軸力に換算した値である。提案手法では、全て個材座屈モードになる。図 4.5.13(a) より、2 層目あるいは 3 層目の床梁が吹抜けている骨組では、提案手法が数値解析結果を過大評価していることがわかる。地震時柱軸力作用時に吹抜柱が引張側にある場合には内柱にあまり大きな引張軸力が作用していないので、図 2.5.3 と 2.5.4 の (c), (d) 図に見られるように吹抜層の隣にある複数層の柱が、一本の柱が個材座屈するようなモードを形成する場合がある。提案手法では柱が各層ごとに座屈することし

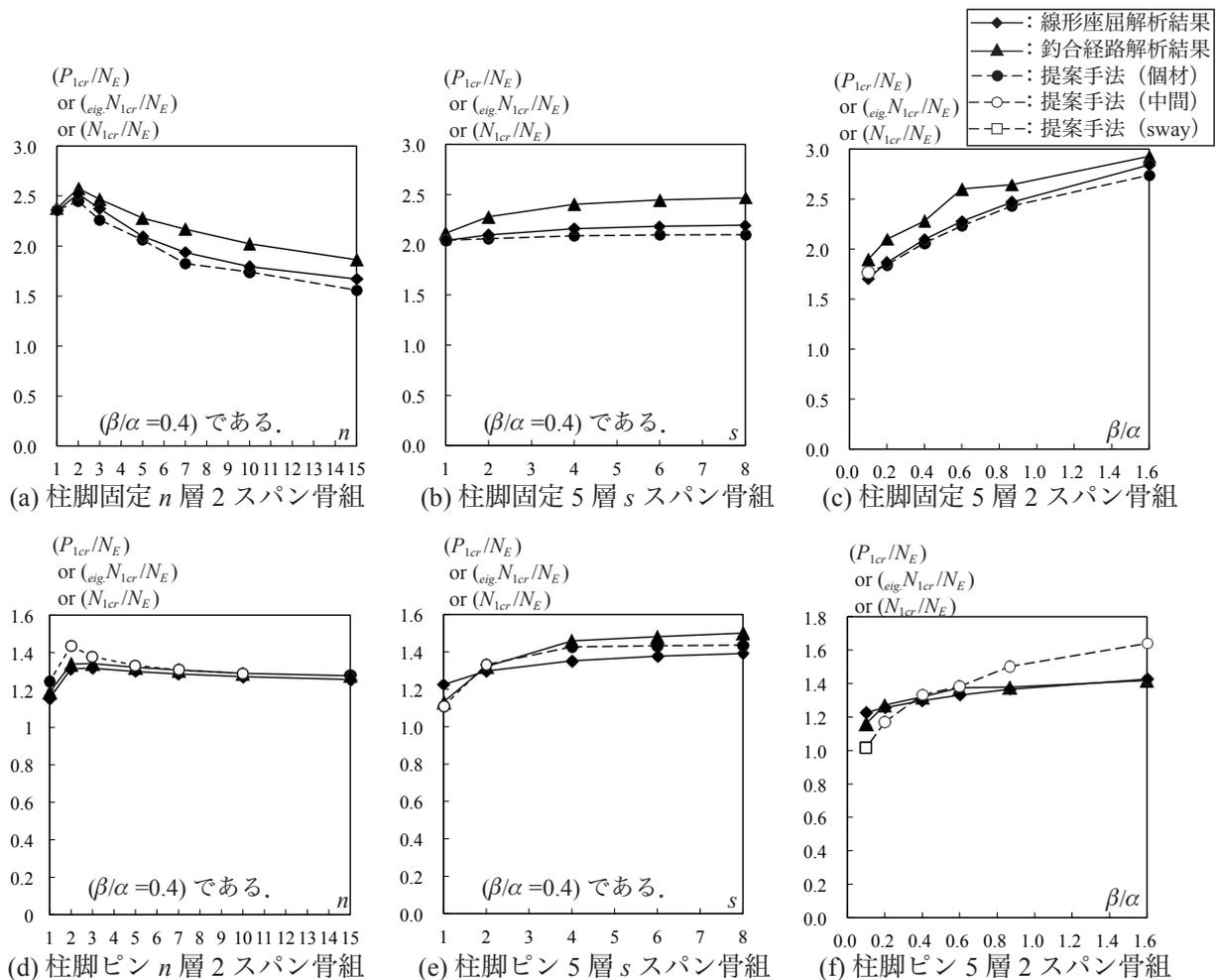


図 4.5.12 数値解析結果と提案手法の比較 (均等骨組)

か想定していないので、このようなモードが生じる場合には、数値解析結果を過大評価する恐れがある。図 4.5.13(b) は柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組の右側床梁が 1 本吹抜けている骨組である。数値解析結果の詳細は 2.5 節に示している。これらの骨組では吹抜柱が圧縮側になる。提案手法において、2, 3, 4 層目のいずれかの床梁が吹抜けている骨組では、吹抜柱あるいはその直下の柱で骨組の座屈荷重が決まる。提案手法が数値解析結果をおおむね評価できている場合もあるが、それを過大評価している場合もある。(c) 図は柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組で左右のスパン長を変化させた場合である。数値解析結果の詳細は 2.6 節に示している。左側のスパン長を l_L 、右側を l_R とし、 (l_R/l_L) を変化させた 7 つの骨組と、1 スパン骨組の結果を示している。 l_L は 4 (m) で一定とし、左側床梁と柱の曲げ剛性比を 0.2 とする。部材断面は左右のスパンで同一としているので、右側床梁と柱の曲げ剛性比は $(0.2/(l_R/l_L))$ である。 $(l_R/l_L \leq 1.5)$ では右外柱の座屈時軸力を示し、 $(l_R/l_L \geq 2.0)$ では提案手法において内柱で骨組の座屈荷重が決まるので、内柱の座屈時軸力を示す。 $(l_R/l_L \leq 1.0)$ で提案手法は線形座屈解析とほぼ一致し、釣合経路解析と比較すれば値が小さいものの、 (l_R/l_L) が大きくなるほど座屈時軸力が低下する傾向は同じである。しかし、 $(l_R/l_L = 1.0)$ から 1.5 にかけて釣合経路解析結果が急激に低下する傾向を提案手

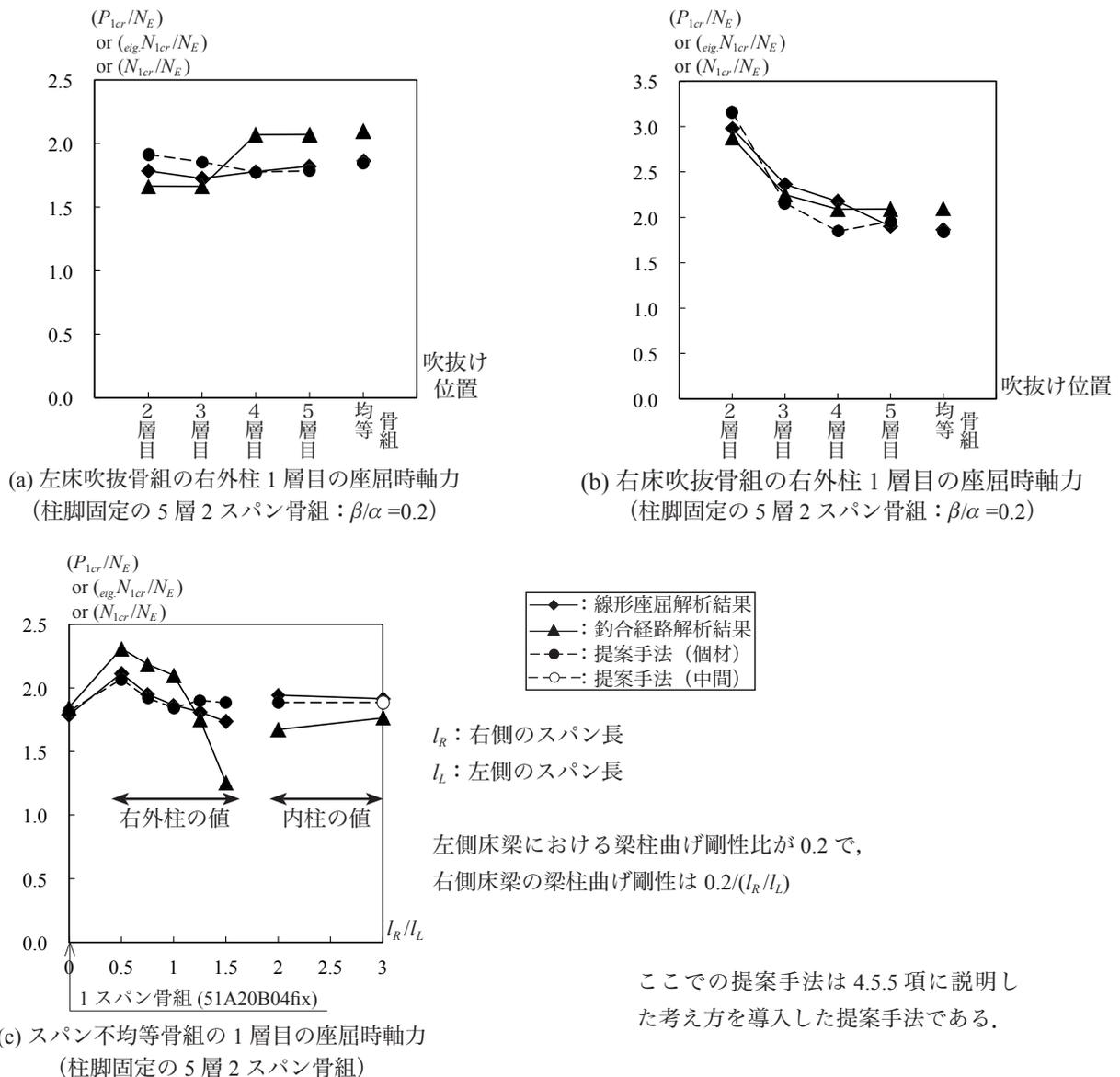


図 4.5.13 数値解析結果と提案手法の比較 (不均等骨組)

法では表現できていない。($l_R/l_L = 1.25, 1.5$)の右外柱では梁柱曲げ剛性比が0.2以下になるので、提案手法で柱の軸方向変形を考慮している。 $(l_R/l_L \geq 1.25)$ の骨組では、例えば図2.6.6(d)図に示した変形図より、釣合経路解析では柱が全層にわたってたわむ座屈モードになることが確認できる。引張軸力を受ける左外柱と圧縮軸力を受ける内柱の間にある梁の座屈が主因となってこのような座屈モードになる可能性も否定できず、柱の座屈長さを算定する際にこの座屈モードを考慮すべきかは今後検証が必要である。

4.6 結

本章では、任意の境界条件の柱モデルの座屈モードとして個材座屈モード、中間座屈モード、sway座屈モードの3つを想定し、地震時柱軸力相当荷重を受ける多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力(座屈長さ)を、簡易に、精度良く算定する手法を提案した。個材座屈モードは部材角が生じない座屈モードである。中間座屈モードは、個材座屈モードと同じように柱がたわむが、部材角が生じる座屈モードである。sway座屈モードは、柱がS字にたわみ、柱頭の水平変位が最も大きくなる座屈モードである。

4.2節で先行研究の内容と本章の関係を明らかにした。

4.3節では、3つの座屈モードのたわみ曲線を3次あるいは4次曲線で近似し、仮想仕事の原理を用いてそれぞれの弾性座屈軸力算定式(以下「提案式」)を導出した。

4.4節では、4.3節で示した提案式と、既往の陽解法の弾性座屈軸力算定式、座屈たわみ角法を用いて誘導した座屈条件式の比較を行い、以下の知見を得た。

- (1) 個材座屈軸力算定式については4.3節に示した提案式の係数を調節することで、座屈たわみ角法の座屈条件式と比較して既往の式と同等の精度となることを確認した。
- (2) 提案式の個材、中間、sway座屈軸力算定式の3つを用いれば、座屈モードが個材からswayへと連続的に変化する座屈たわみ角法の座屈条件式の計算結果をおおむね評価できる。

4.5節では、提案式を用いて多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定する方法(以下「提案手法」)を示した。提案手法の計算結果と、第2章に示した多層多スパン骨組の数値解析結果を比較し、以下の知見を得た。

- (3) 計算対象柱の上下層の柱に作用する圧縮軸力によって上下層の柱の曲げ剛性が低下する影響と、計算対象柱と同一層の他の柱に作用する引張軸力が計算対象柱頭部の水平変位を抑制する効果を考慮することで、誤差が大きくなる場合もあるが、2.5節に示した均等多層多スパン骨組の数値解析結果をおおむね評価できる。
- (4) 吹抜柱が計算対象柱になる場合にも均等骨組と同様に評価できるが、計算対象柱と同一層に吹抜層が存在する場合には、提案手法で想定していない座屈モードが生じる場合があり、注意が必要である。
- (5) 左右のスパン長が異なる柱脚固定の5層2スパン骨組の数値解析結果と提案手法の計算値の比較を行うと、片側の外柱と内柱の両方に大きな圧縮軸力が作用する場合、あるいは外柱に作用する圧縮軸力が小さく内柱が大きな圧縮軸力を受ける場合に、提案手法は釣合経路解析の結果をうまく評価できなかつた。ただしこれは、内柱が座屈することに起因するのか、梁の曲げ剛性が柱と比較してかなり低いために幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析では梁の座屈が主因となって骨組の座屈荷重が決まるからなのかを明確にできていない。これは今後の検討課題である。

参考文献

- 4.1) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，8.2.2 項 骨組の中の柱材の座屈長さ，pp261 - 266, 2009.11
- 4.2) 王 韜，五十嵐 規矩夫：水平移動が拘束される骨組内柱の単独座屈及び連成座屈荷重の近似評価法，日本建築学会構造系論文集，No.661，pp.675 - 684，2011.3
- 4.3) 三谷 勲，片平 崇，大谷恭弘，林原光司郎：長柱が混在する純ラーメンの座屈荷重，日本建築学会構造系論文集，No.557，pp.161 - 166，2002.7
- 4.4) 五十嵐 規矩夫，佐藤 圭一：水平補剛性を考慮した骨組内柱材の座屈解析，日本建築学会構造系論文集，No.633，pp.2009 - 2017，2008.11
- 4.5) 柴田道生：吹き抜け柱の座屈長さ，日本建築学会構造系論文集，No.567，pp.133 - 139，2003.5
- 4.6) 井上一朗，吹田啓一郎：建築鋼構造 - その理論と設計 -，2010.2
- 4.7) 津田恵吾：節点移動のない均等な骨組の柱材の実用座屈長さ評価式，日本建築学会構造系論文集，No.553，pp.129 - 134，2002.3
- 4.8) G.ballio, F.M.Mazzolani : theory and Design of steel Structures, 1983
- 4.9) 日本建築防災協会：構造設計・部材断面事例集，2007.6

第5章 結論

本論文では、一次設計用地震荷重作用時を念頭において、柱に軸方向荷重のみが作用する際の骨組の弾性座屈現象と柱の座屈長さについて考察をおこなった。すなわち、幾何学的に線形な解析において、 A_i 分布の地震層せん断力作用時（図5.1(a)）と柱軸力分布が相似になる鉛直荷重群を地震時柱軸力相当荷重（図5.1(b)）と定義し、この荷重群を用いた。鋼構造座屈設計指針などに示されている座屈長さ算定図表^{5.1)~5.4)}は、無限に均等な骨組中の柱が一様に圧縮軸力を受け全ての柱が同時に座屈することを想定している。これに対して、後述するように地震時柱軸力相当荷重作用時には、図5.1(b)の右外柱のようにより大きな圧縮軸力を受ける柱は、引張軸力や小さな圧縮軸力を受ける同一層の他の柱や梁によって層間水平変位を抑制されるので、その座屈長さは鉛直下向き荷重作用時よりも短くなる。すなわちその圧縮強度は鉛直下向き荷重作用時よりも高くなる。

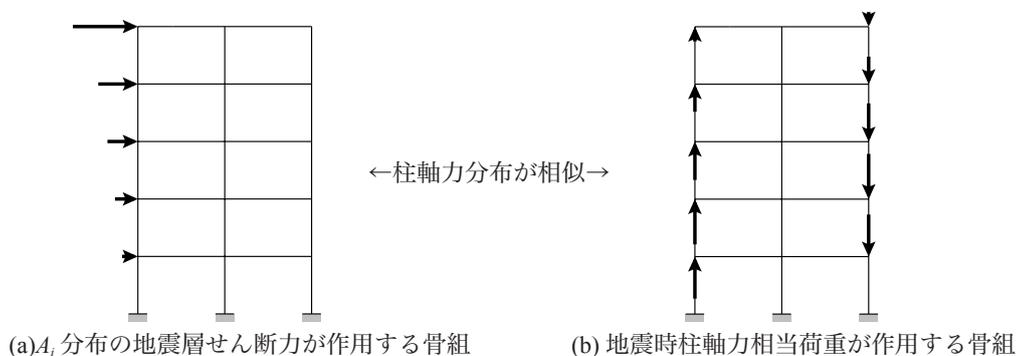


図 5.1 地震時柱軸力相当荷重

第2章では、一定の長期荷重の後に地震時柱軸力相当荷重が作用する場合（以下「地震時柱軸力相当荷重作用時」）の多層多スパン骨組の数値解析を行い、その弾性座屈現象と骨組中の柱の弾性座屈時軸力について考察した。線材解析プログラムには線材解析プログラムの CLAP.f^{5.5)} を用い、線形座屈解析と、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析（以下「釣合経路解析」）の2つを行った。

2.3節では、5層2スパン骨組に鉛直下向き荷重のみが作用する場合と、地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈現象を比較し、以下の知見を得た。

- (1) 鉛直下向き荷重作用時には、大きな圧縮軸力を受ける骨組下層部全体が sway 変位する座屈モードが生じ、そのときの柱の弾性座屈時軸力は、柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力 N_E を下回る。
- (2) 地震時柱軸力相当荷重作用時には、下層部の圧縮側柱が層ごとに弓なりに変形する個材座屈モードが生じ、そのときの骨組下層部の弾性座屈時柱軸力は N_E を上回る。

2.4節では、パラメータが地震時柱軸力相当荷重作用時の均等骨組の弾性座屈現象に与える影響を考察し、以下の知見を得た。

- (3) 圧縮側外柱のある層が単独で座屈する場合、つまりその層に座屈変形が集中する場合よりも、上下層と連成座屈する場合、つまり上下層にも座屈変形が大きくなる場合の方が、弾性座屈時軸力は小さくなる。これは、単独座屈では上下層の柱が当該層の拘束材と見なせるが、連成座

屈ではその拘束があまり期待できないためである。

(4) スパン数が増えるほど、無次元化した弾性座屈時軸力はわずかに上昇する。これは、圧縮側柱の sway 変位を抑制する柱と梁の本数が増えるからである。

(5) 梁柱曲げ剛性比が大きくなるほど、無次元化した弾性座屈時軸力は上昇する。これは、柱に対して梁の曲げ剛性が高いほど、柱の変形が抑制されるからである。

2.5 節では、吹抜けを有する骨組を用いて数値解析を行い、地震時柱軸力相当荷重作用時の弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察し、以下の知見を得た。

(6) 吹抜骨組においても柱の弾性座屈時軸力は、柱と周辺部材の剛性比および柱軸力分布に大きく依存すると考えられる。

2.6 節では、左右のスパン長が異なる 5 層 2 スパン骨組に一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重を作用させる数値解析を行い、その弾性座屈性状と骨組中の柱の座屈時軸力について考察し、以下の知見を得た。

(7) 線形座屈解析結果は柱とその周辺部材の剛性比によって説明できる。釣合経路解析では片側のスパンの梁柱曲げ剛性比が 0.2 以下と小さく、かつ内柱が座屈する骨組において、柱が全層にわたってたわむような座屈モードが見られた。均等骨組では見られなかった座屈モードであるが、不均等骨組で梁柱曲げ剛性比がかなり小さい場合の特殊な現象の可能性もあり、今後検証が必要である。

2.7 節では、柱の軸剛性が幾何学的非線形性を考慮した数値解析に与える影響を考察するために、柱断面積を中空正方形とした場合と中実正方形とした場合の解析を行い比較した。その結果、次の知見を得た。

(8) 幾何学的非線形性を考慮すると、無次元化した弾性座屈時軸力に柱の軸剛性が有意な影響を与える場合がある。また、梁柱曲げ剛性比がかなり低い場合には、地震時柱軸力相当荷重作用時においても、骨組の sway 座屈モードが生じる場合がある。

2.8 節では、骨組の水平剛性が本章の考察結果に与える影響を考察し、以下の知見を得た。

(9) 骨組全体の水平剛性は本章で得られた知見に直接影響しない。ただし、柱幅が変化することで、柱の軸剛性と N_E の関係が変化し、幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析では、解析結果がわずかに変化する。

第 2 章に示した全ての数値解析結果より、以下の知見が得られた。

(10) 本論文に示した範囲の均等ラーメン骨組および不均等ラーメン骨組では、52A20-30B04fix を除いて、地震時柱軸力相当荷重作用時に座屈変形が集中する圧縮側柱下層部の座屈時軸力が全て N_E を上回った。52A20-30B04fix は梁の曲げ剛性が柱と比較してかなり低く、右外柱と内柱がともに大きな圧縮軸力を受ける柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組である。この骨組の解析結果は図 2.6.6 に示しているが、釣合経路解析を行った際の 2 層目右外柱の座屈時軸力は N_E の 0.992 倍であった (表 2.6.1(a))。

第 3 章では、地震時柱軸力相当荷重作用時の多層多スパン骨組中の柱の座屈長さを簡易に算定するための設計図表を提案した。

3.2 節では、1 層 1 スパン骨組を用いて地震時柱軸力相当荷重作用時の骨組の弾性座屈性状について詳細に検討し、以下の知見を得た。

(11) 柱の軸方向変形が無視できる場合には、引張軸力が柱を引き起こそうとする働き(幾何剛性)と、

圧縮軸力が柱を倒そうとする働き（幾何剛性）が相殺され、1層1スパン骨組中の柱の座屈モードは図3.2.12(a)に示す圧縮側柱の個材座屈モードになり、座屈長さ l_k は柱部材長 h 以下になる。(12)柱の軸方向変形を考慮すれば、上述の幾何剛性のうち、圧縮軸力によるものが高くなり、長期荷重と地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組において($l_k > h$)になる可能性がある。

3.3節では同一層の他の柱の軸力が対象とする柱の頭部の水平変位に与える影響と柱の軸方向変形を考慮した上で、地震時柱軸力相当荷重を受ける多層1スパン骨組の座屈長さ算定図表（以下「設計図表」）を示した。第2章の数値解析結果から明らかなように、スパン数が増えると座屈長さは短くなるので、設計図表を多スパン骨組に適用すれば安全側の評価になる。3.3節において以下の知見が得られた。

(13) 柱脚固定の多層骨組の最下層においては座屈長さ係数が必ず1以下になる。

(14) 釣合経路解析結果との比較から、2.4節に示した均等骨組では、設計図表が柱の座屈長さ係数を安全側に評価できることが示された。

(15) 釣合経路解析結果との比較から、2.5節に示した吹抜柱を含む骨組においても、設計図表が柱の座屈長さ係数を安全側に評価できることが示された。ただし、吹抜層を含む骨組では吹抜層の隣にある複数層の柱が、一本の柱が個材座屈するようなモードを形成する場合があります。設計図表はこのモードを考慮していないので、条件によっては釣合経路解析結果を安全側に評価できない可能性がある。

(16) 釣合経路解析結果との比較から、2.6節に示した左右のスパン長が異なる5層2スパン骨組については、安全側に評価できない場合もある。ただし、その場合の数値解析での座屈モードは梁の座屈が主因となっている可能性も否定できず、柱の座屈長さを算定する際にこの座屈モードを考慮すべきかは今後検証が必要である。

なお、吹抜け柱では対象としている柱の部材長を h とし、内柱では柱端部の左右にある梁の曲げ剛性の和の、柱の曲げ剛性に対する比を (β/α) とすることで、設計図表を利用することができる。中間層において上下の梁剛性が異なる場合には、その低い方を用いて (β/α) を計算して設計図表に適用すれば、安全側に評価できる。また、設計図表（座屈長さ算定図表）は多層骨組用に梁の断面2次モーメントを $(1/2)$ にして計算しているので、1層骨組の場合には (β/α) を実際の2倍にしてプロットする。

第4章では、任意の境界条件の柱モデルの座屈モードとして個材座屈モード、中間座屈モード、sway座屈モードの3つを想定し、地震時柱軸力相当荷重を受ける多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力（座屈長さ）を、簡易に、精度良く算定する手法を提案した。個材座屈モードは部材角が生じない座屈モードである。中間座屈モードは、個材座屈モードと同じように柱がたわむが、部材角が生じる座屈モードである。sway座屈モードは、柱がS字にたわみ、柱頭の水平変位が最も大きくなる座屈モードである。

4.2節で先行研究の内容と本章の関係を明らかにした。

4.3節では、3つの座屈モードのたわみ曲線を3次あるいは4次曲線で近似し、仮想仕事の原理を用いてそれぞれの弾性座屈軸力算定式（以下「提案式」）を導出した。

4.4節では、4.3節で示した提案式と、既往の陽解法の弾性座屈軸力算定式、座屈たわみ角法を用いて誘導した座屈条件式の比較を行い、以下の知見を得た。

(17) 個材座屈軸力算定式については4.3節に示した提案式の係数を調節することで、座屈たわみ角法の座屈条件式と比較して既往の式と同等の精度となることを確認した。

(18) 提案式の個材，中間，sway 座屈軸力算定式の 3 つを用いれば，座屈モードが個材から sway へと連続的に変化する座屈たわみ角法の座屈条件式の計算結果をおおむね評価できる。

4.5 節では，提案式を用いて多層多スパン骨組中の柱の弾性座屈軸力を算定する方法（以下「提案手法」）を示した。提案手法の計算結果と，第 2 章に示した多層多スパン骨組の数値解析結果を比較し，以下の知見を得た。

(19) 計算対象柱の上下層の柱に作用する圧縮軸力によって上下層の柱の曲げ剛性が低下する影響と，計算対象柱と同一層の他の柱に作用する引張軸力が計算対象柱頭部の水平変位を抑制する効果を考慮することで，誤差が大きくなる場合もあるが，2.5 節に示した均等多層多スパン骨組の数値解析結果をおおむね評価できる。

(20) 吹抜柱が計算対象柱になる場合にも均等骨組と同様に評価できるが，計算対象柱と同一層に吹抜層が存在する場合には，提案手法で想定していない座屈モードが生じる場合があり，注意が必要である。

(21) 左右のスパン長が異なる柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組の数値解析結果と提案手法の計算値の比較を行うと，片側の外柱と内柱の両方に大きな圧縮軸力が作用する場合，あるいは外柱に作用する圧縮軸力が小さく内柱が大きな圧縮軸力を受ける場合に，提案手法は釣合経路解析の結果をうまく評価できなかった。ただしこれは，内柱が座屈することに起因するのか，梁の曲げ剛性が柱と比較してかなり低いために幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析では梁の座屈が主因となって骨組の座屈荷重が決まるからなのかを明確にできていない。これは今後の検討課題である。

最後に，本論文では検討が不十分あるいは未検討の点，および本論文で得られた知見を用いた今後の研究テーマを以下に示す。

(i) 計算対象柱と同一層に吹抜層が存在する場合には，吹抜層を含む骨組では吹抜層の隣にある複数層の柱が，一本の柱が個材座屈するようなモードを形成する可能性がある（図 2.5.3(c), (d)）。第 3 章に示した設計図表と第 4 章に示した提案手法では，このように複数層の柱で一つの座屈波形が形成されることを想定していない。

(ii) 釣合経路解析では，左右のスパン長が異なる柱脚固定の 5 層 2 スパン骨組において，片側のスパンの梁柱曲げ剛性比が 0.2 以下と小さく，かつ内柱に大きな柱軸力が作用する骨組において，柱が全層にわたってたわむような座屈モードが見られた。これは，内柱が座屈することに起因するのか，梁の曲げ剛性が柱と比較してかなり低いために幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析では梁の座屈が主因となって骨組の座屈荷重が決まるからなのかを明確にできていない。今後，より現実的な梁柱曲げ剛性比の骨組を用いて検証が必要である。

(iii) 本論文は平面骨組を対象としているが，骨組を立体的にとらえた場合，本論文で想定している地震時柱軸力相当荷重を受けている構面と直交する構面では，全ての柱が引張軸力を受ける構面と，全ての柱が圧縮軸力を受ける構面が存在する。よって，地震時柱軸力相当荷重を受けている構面内の座屈だけでなく，立体骨組が全体としてねじれる座屈モードも想定される。立体骨組においても，圧縮軸力を受ける柱は引張軸力あるいはより小さな圧縮軸力を受ける柱や梁によって変位を抑制され，鉛直下向き荷重作用時よりも座屈長さが短くなるのか検討する必要がある。

(iv) 地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組において，柱の軸方向変形を考慮しなければ，3.2.3 節に示

した考察からして，sway 座屈モードの提案式を使用する機会はない．一方で，鉛直下向き荷重が作用する骨組中の柱の弾性座屈軸力を提案手法で算定するならば，sway 座屈モードの提案式は有用と考えられる．

参考文献

- 5.1) 日本建築学会：鋼構造設計規準，11.5 節 ラーメンの柱材の座屈長さ，pp.88 - 90，2005.9
- 5.2) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，8.2.2 項 骨組の中の柱材の座屈長さ，pp.261 - 266，2009.11
- 5.3) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説，付 3. 曲げ座屈長さ，pp.78 - 80，1998.10
- 5.4) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，節 6.5 柱の座屈長さ，pp.112 - 117，2010.2
- 5.1) 小川厚治，多田元英：柱・梁接合部パネルの変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発，第 17 回情報システム利用技術シンポジウム，pp.79-84，1994.12

付録 1. 前載荷重を受ける構造物の線形座屈解析

幾何学的非線形性を考慮したときの構造物の増分型釣合式は以下のように表せる。

$$\left([K] + \lambda[K_0^G]\right)\{\Delta u\} = \{\Delta P\} \quad (\text{A1.1})$$

ただし、

$[K]$: 前載荷重を受けた状態における接線剛性行列【前載荷重がない場合は初期剛性行列】

$[K_0^G]$: 単位の外力増分分布に対応する幾何剛性行列（初期応力行列）の変化分

【前載荷重がない場合は単位の外力増分分布に対応する幾何剛性行列（初期応力行列）】

λ : 座屈荷重を求めたい外力増分分布に乗じる荷重係数

$\{\Delta u\}$: 変位増分

$\{\Delta P\}$: 外力増分

座屈解析は、ゼロの外力増分 ($\{\Delta P\} = \{0\}$) に対して自明な解の ($\{\Delta u\} = \{0\}$) 以外の解を見つける問題である。すなわち、式 (A1.1) を次のような固有値問題の式に書き改めたとき、 λ が座屈荷重係数となり、 $\{\Delta u\}$ が座屈モードとなる。

$$\left([K] + \lambda[K_0^G]\right)\{\Delta u\} = \{0\} \quad (\text{A1.2})$$

ここで、数値解析の便を図り、上式を次のように変形する。まず、式 (A1.2) の両辺を λ で除す。

$$\left([K_0^G] + \frac{1}{\lambda}[K]\right)\{\Delta u\} = \{0\} \quad (\text{A1.3})$$

上式の左から $[K]^{-1/2}$ を乗じる。

$$\left([K]^{-1/2}[K_0^G] + \frac{1}{\lambda}[K]^{-1/2}[K]\right)\{\Delta u\} = \{0\} \quad \rightarrow \quad \left([K]^{-1/2}[K_0^G] + \frac{1}{\lambda}[K]^{-1/2}[K]\right)\{\Delta u\} = \{0\} \quad (\text{A1.4})$$

さらに、 $[K]^{-1/2}[K]^{-1/2} = [I]$ より次式のように変形する。

$$\left([K]^{-1/2}[K_0^G][K]^{-1/2} + \frac{1}{\lambda}[K]^{-1/2}[K][K]^{-1/2}\right)\{\Delta u\} = \{0\} \quad \rightarrow \quad \left([\bar{K}] - \bar{\lambda}[I]\right)\{\Delta \bar{u}\} = \{0\} \quad (\text{A1.5})$$

ただし、

$$[\bar{K}] = [K]^{-1/2}[K_0^G][K]^{-1/2} \quad (\text{対称行列}) \quad (\text{A1.6})$$

$$\{\Delta \bar{u}\} = [K]^{-1/2}\{\Delta u\} \quad (\text{A1.7})$$

$$\bar{\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \quad (\text{A1.8})$$

式 (A1.5) は次のようにも表現できる。

$$[\bar{K}]\{\Delta \bar{u}\} = \bar{\lambda}\{\Delta \bar{u}\} \quad (\text{A1.9})$$

式 (A1.5) や (A1.9) は固有値解析の汎用ライブラリーを用いて数値的に解くことができ、固有値 $\bar{\lambda}$ や固有ベクトル $\{\Delta \bar{u}\}$ を得ることができる。式中の $[\bar{K}]$ は対称行列なので効率の良い数値計算が可能である。また、式 (A1.8) を変形した ($\lambda = -1/\bar{\lambda}$) で座屈荷重係数が得られ、式 (A1.7) を変形した ($\{\Delta u\} = [K]^{-1/2}\{\Delta \bar{u}\}$) を用いて座屈モード $\{\Delta u\}$ が得られる。

構造解析ツール CLAP.f を利用して通常の線形座屈解析をする場合は、座屈荷重を求めたい外力分布に対して 1 ステップの解析を行い、全体座標系の初期剛性行列と、解析終了時の部材応力に応じた幾何剛性行列（初期応力行列）を加味した接線剛性行列をファイルに出力する。別プログラムでそれらのファイルを読み込み、後者の接線剛性行列から前者の初期剛性行列を差し引くことで、座屈荷重を求めたい外力分布に対する幾何剛性行列（初期応力行列）を算出する。その幾何剛性行列（初期応力行列）と、初期剛性行列を用いて固有値解析を行うことになる。一方、ある荷重（前載荷重）を載荷した状態に対して線形座屈解析をする場合は、前載荷重に達するまで静的な増分解析を、幾何学的非線形性を考慮して行い、解析終了時の接線剛性行列と、さらなる単位の外力増分に対応する接線剛性行列（部材応力変化にともなう幾何剛性行列（初期応力行列）の変化を加味したもの）を用いて固有値解析を行うことになる。鉛直下向き荷重を載荷した後に、地震時柱軸力相当荷重に対する座屈解析を行う場合などがこれにあたる。

幾何学的非線形性を考慮した接線剛性行列は一般に 3 つの成分で構成されている。すなわち、無応力・無変形状態に対する剛性の成分、変形の適合条件と力の釣合条件が変形にともなって変化することで生じる成分、構成部材に応力が発生することで生じる成分（幾何剛性行列または初期応力行列）である。線形座屈解析をする場合、式 (A1.1) において座屈荷重係数に乗じる剛性行列は、上述の 3 番目の成分の幾何剛性行列（初期応力行列）である。したがって、座屈荷重を求めたい外力分布に対する 1 ステップの解析を終了してからファイル出力する接線剛性行列は、構成部材の応力変化にともなう更新だけを行ったものとし、適合条件と釣合条件が変形にともなって変化することによる更新を行ってはならない。すなわち、この最終ステップにおける状態変化に対して、座標変換行列を更新しないで全体座標系の接線剛性行列を算出することが肝要である。また、CLAP.f では幾何学的非線形性を考慮した部材剛性行列を Jennings の方法で定式化しており、部材剛性行列の第 1 行（列）を材軸方向、第 2 行（列）を始端側回転方向、第 3 行（列）を終端側回転方向とすれば、上述の 3 つの成分は具体的に次のように表せる。ただし、以下において無記入の要素はいずれもゼロである。

(i) 無応力・無変形状態に対する剛性の成分

$$\text{第 11 要素：} EA/l_0 \quad , \quad \text{第 22, 33 要素：} 4EI/l_0 \quad , \quad \text{第 23, 32 要素：} 2EI/l_0$$

(ii) 変形の適合条件と力の釣合条件が部材変形にともなって変化することで生じる成分

$$\begin{aligned} \text{第 12, 21 要素：} (4\theta_i - \theta_j)EA/30 \quad , \quad & \text{第 13, 31 要素：} (-\theta_i + 4\theta_j)EA/30 \\ \text{第 22 要素：} (16\theta_i^2 - 8\theta_i\theta_j + \theta_j^2)EA/l_0/900 \quad , \quad & \text{第 23, 32 成分：} (-4\theta_i^2 + 17\theta_i\theta_j - 4\theta_j^2)EA/l_0/900 \\ \text{第 33 要素} (\theta_i^2 - 8\theta_i\theta_j + 16\theta_j^2)EA/l_0/900 \end{aligned}$$

(iii) 部材応力が発生することで生じる成分

(初期応力行列に相当する成分であるが、初期応力ではなく材端変形を用いて表現されている。)

$$\text{第 22, 33 要素：} 2EAu/15 + 2(2\theta_i^2 - \theta_i\theta_j + 2\theta_j^2)EA/l_0/450$$

$$\text{第 23, 32 要素：} -EAu/30 - (2\theta_i^2 - \theta_i\theta_j + 2\theta_j^2)EA/l_0/900$$

ここで、 E ：ヤング率， A ：断面積， I ：断面 2 次モーメント

l_0 ：部材の初期長さ， u ：部材の伸び

θ_i ：部材の始末端を結ぶ基線から計った始端側回転角

θ_j ：部材の始末端を結ぶ基線から計った終端側回転角

座屈荷重を求めたい外力分布に対する 1 ステップの解析を終了した時点においては、部材剛性行列についても 3 番目の成分（初期応力行列）だけを更新せねばならない。さらに、線形の座屈解析なので、材端変形に関する 1 次の項（ $2EAu/15$ と $-EAu/30$ ）だけについて更新することになる。

付録 2. 部材の要素分割数が数値解析結果に与える影響

本論文において骨組の数値解析には、線材解析プログラムの CLPA.f を用いている。CLAP.f では部材のたわみを 3 次曲線で近似している。本文中では柱と梁の各部材を材軸方向に 5 要素に分割しているが、部材の要素分割数が解析結果に与える影響を考察するため、ここでは 10 要素に分割した場合の数値解析結果を示す。解析対象骨組は第 2 章に示した基準骨組 1 (52A15B06fix) である。骨組の諸量は表 2.4.1(a) に示している。基準骨組 1 の各部材を材軸方向に 5 要素に分割し、一定の長期荷重と漸増の地震時柱軸力相当荷重 (図 2.2.2) を作用させたときの数値解析結果と、10 要素に分割した解析結果を重ねて図 A2.1 に示す。5 要素に分割した解析結果は図 2.3.4 に示したのと同じである。

図 A2.1(a), (b) 中の実線が釣合経路解析結果である。縦軸は右外柱の軸力 N_i を N_E で除したものである。 i は層数で、 N_E は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力である。(a) 図の横軸は i 層目右外柱の材軸方向縮み δ_i を柱部材長 h で除したもので、(b) 図の横軸は i 層での右外柱の部材角 R_i である。釣合経路解析においては、 $(N_i/N_E - \delta_i/h)$ 関係の剛性が初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈とし、そのときの座屈時軸力 N_{icr} を N_E で除したものを○で示している。二点鎖線は線形座屈解析による右外柱の弾性座屈時軸力 ${}_{eig}N_{icr}$ を N_E で除したものである。図中の黒色が各部材を 5 要素に分割した場合、灰色が 10 要素に分割した場合である。部材の要素分割数によって、(a), (b) 図に示した無次元化軸力変形関係では、釣合経路解析において、2 層目柱の座屈後の挙動に差異が認められる。ただし、座屈前の挙動および座屈時軸力にはほぼ差異がない。また、(c), (d) 図に示した線形座屈解析での座屈モードと、釣合経路解析での変形図にもほぼ差異はない。釣合経路解析における変形図は、2 層目の柱が

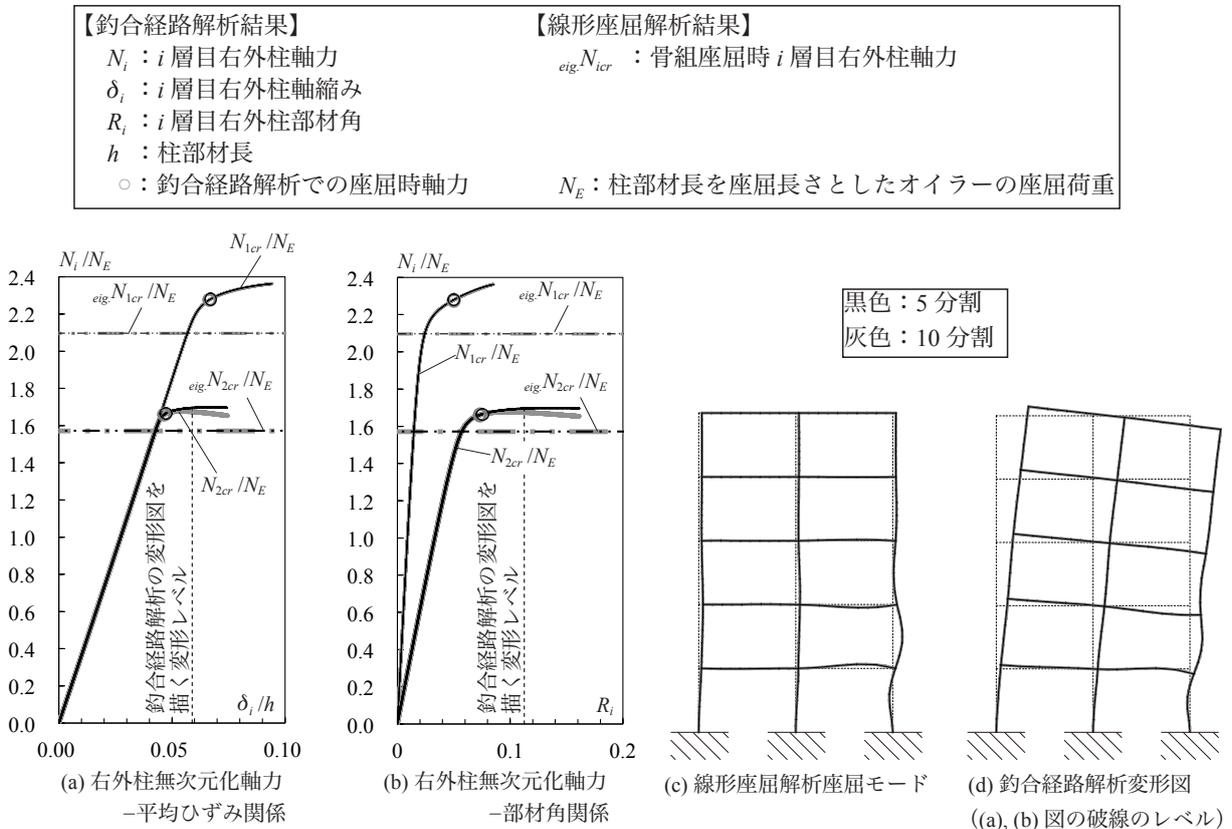


図 A2.1 要素の分割数が数値解析結果に与える影響
(長期荷重+地震時柱軸力相当荷重を受ける基準骨組 1)

図 A2.1(a), (b) に破線で示した変形状態のときのものである。本研究は、鉛直方向の荷重に対する解析を行うので、剛性が急激に変化する前に生じるのは柱の材軸方向に縮む変形がほとんどで、柱に曲げ変形はあまり生じないと考えられる。そのために、部材の要素分割数を 5 分割から 10 分割に増やしても、座屈前の挙動があまり変化しないと考えられる。

付録 3. 剛床仮定のモデル化の違いが数値解析結果に与える影響 - 梁の軸剛性をほぼ剛にするモデルでの比較 -

本論文において骨組の数値解析には、線材解析プログラムの CLPA.f を用いている。この際、同一層の梁端部の水平変位を等置して剛床仮定をモデル化することも可能である。しかし、これでは梁の曲げ変形による部材端距離の変化も拘束するので、曲げ剛性を過大評価することになる。特に、本論文は大変形域まで釣合経路解析を行うので、その影響が大きいと考えられる。そこで変位等置を行わず、梁の断面積を十分に大きくし、軸剛性をほぼ剛にすることで剛床仮定をモデル化している。具体的には、断面設計で決定した梁の断面 2 次モーメント I_b をもとにして、幅厚比がフランジ、ウェブともに基準強度 ($F = 235 \text{ kN/mm}^2$) に対する FA ランクの上限として計算した H 形断面の断面積を A_{bh} とし、その 10^4 倍の値を梁断面積 A_b に用いている。H 形鋼はせいと幅の比を (2:1) とする。軸剛性が十分に剛でなければ、さらに梁断面積を大きくした数値解析と、本論文中に示した数値解析に有意な差異が生じてしまう。

図 A3.1 には、本文中で図 2.4.27 に示した 52A20B02pin の数値解析結果と、梁断面積をさらに 10 倍、すなわち A_{bh} の 10^5 倍にした場合の数値解析結果を重ねたものを示す。図 A3.1(a), (b) 中の実線が釣合経路解析結果である。縦軸は右外柱 1 層目の軸力 N_1 を N_E で除したものである。 N_E は柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈軸力である。(a) 図の横軸は 1 層目右外柱の材軸方向縮み δ_1 を柱部材長 h で除したもので、(b) 図の横軸は 1 層目での右外柱の部材角 R_1 である。釣合経路解析においては、($N_1/N_E - \delta_1/h$) 関係の剛性が初期剛性の 0.2 倍になった時点を座屈とし、そのときの座屈時軸力 N_{1cr} を N_E で除したものを○で示している。二点鎖線は線形座屈解析による右外柱の弾性座屈時軸力 ${}_{eig}N_{1cr}$ を N_E

<p>【釣合経路解析結果】 N_1 : 1 層目右外柱軸力 δ_1 : 1 層目右外柱軸縮み R_1 : 1 層目右外柱部材角 h : 柱部材長 ○ : 釣合経路解析での座屈時軸力</p> <p>【線形座屈解析結果】 ${}_{eig}N_{1cr}$: 骨組座屈時 1 層目右外柱軸力</p>	<p>N_E : 柱部材長を座屈長さとしたオイラーの座屈荷重 A_b : 数値解析に用いる梁断面積 A_{bh} : 幅厚比がフランジ、ウェブともに基準強度 ($F = 235 \text{ kN/mm}^2$) に対する FA ランクの上限で、せいと幅の比が (2:1) の H 形鋼とした場合の梁の断面積</p>
--	--

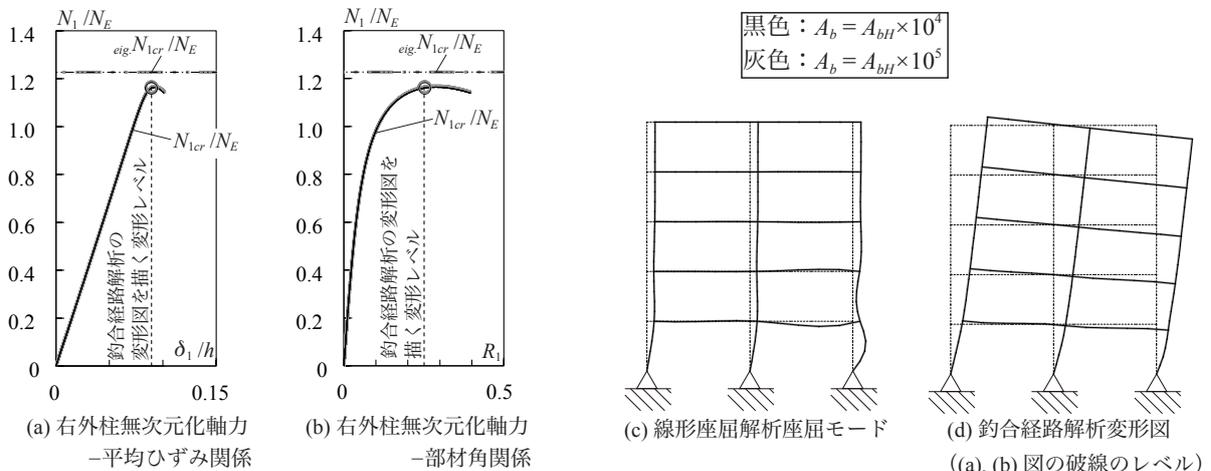


図 A3.1 剛床仮定のモデル化の違いが数値解析結果に与える影響 - 梁軸剛性をほぼ剛にするモデルでの比較 -
 (長期荷重 + 地震時柱軸力相当荷重を受ける 52A20B02pin : $\beta/\alpha = 0.1$)

で除したものである。図中の黒色が $(A_b = A_{bH} \times 10^4)$ とした場合で、灰色が $(A_b = A_{bH} \times 10^5)$ とした場合である。平面骨組における剛床仮定は、柱の水平剛性に対して床スラブの軸剛性が十分に剛と仮定するものである。52A20B02pin は梁柱曲げ剛性比 (β/α) が0.1であるから、 A_{bH} と比較して特に梁断面積を大きくしなければ剛床仮定を表現できない骨組である。52A20B02pin の断面諸量などは表 2.4.1(b)に示す。 $(A_b = A_{bH} \times 10^4)$ の骨組は図 2.4.27 に示したものと同じであるが、線形座屈解析の座屈モードだけ変形倍率を拡大して示している。図 A3.1 より、 $(A_b = A_{bH} \times 10^4)$ の骨組と $(A_b = A_{bH} \times 10^5)$ の骨組で、数値解析結果に有意な差が無いことが確認できる。(c), (d) 図に示した線形座屈解析での座屈モードと、釣合経路解析での変形図にもほぼ差異はない。釣合経路解析における変形図は、1層目の柱が図 A3.1(a), (b) に破線で示した変形状態のときのものである。

付録 4. 提案手法による計算例

4.5 節に示した提案手法に基づいて、地震時柱軸力相当荷重を受ける骨組中の柱の弾性座屈軸力（座屈長さ）を算定する具体例を以下に示す。対象骨組は基準骨組 1（52A15B06fix）である。断面諸量などを図 A4.1 に示す。繰り返し計算は前の解との差が 2% 以下になるまで続ける。

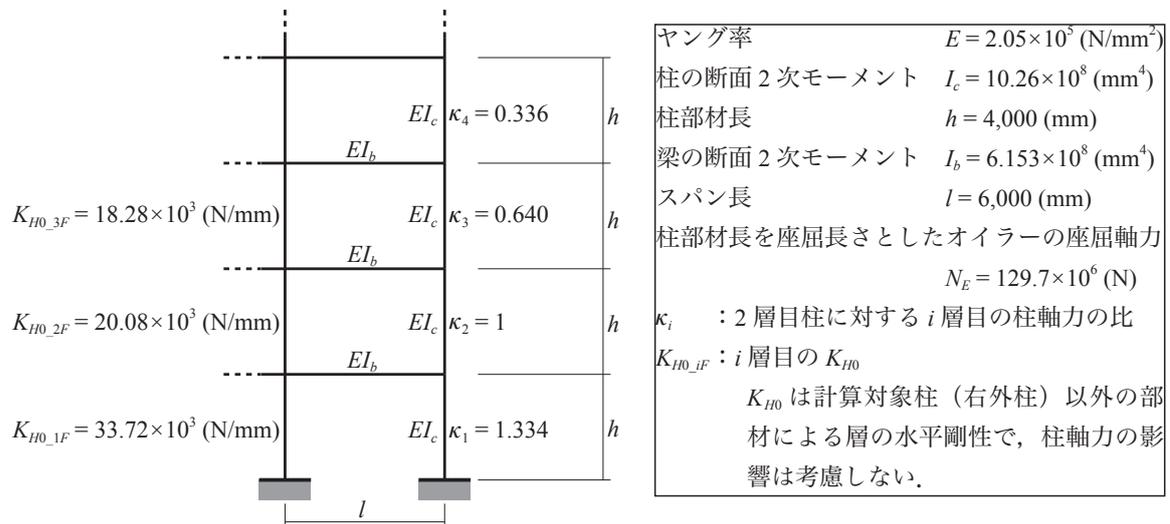


図 A4.1 計算に用いる諸量：52A15B06fix

以下には、2 層目右外柱の弾性座屈軸力の算定手順を示す。

2 層目右外柱の弾性座屈軸力

2 層目右外柱を計算対象とする場合、本文中に示した計算対象柱と上下層柱の諸量は以下の値になる。

$$\text{上層柱：} \quad I_{cT} = I_c, \quad h_T = h, \quad N_{ET} = N_E, \quad I_{bT} = I_b, \quad \kappa_T = \kappa_3$$

$$\text{計算対象柱：} \quad I_c = I_c, \quad h = h, \quad N_E = N_E, \quad I_b = I_b, \quad \kappa = \kappa_2, \quad K_{H0} = K_{H0_2F}$$

$$\text{下層柱：} \quad I_{cB} = I_c, \quad h_B = h, \quad N_{EB} = N_E, \quad I_{bB} = I_b, \quad \kappa_B = \kappa_1$$

弾性個材座屈軸力

(i) 回転バネ剛性の仮定

2, 3 層目床梁の左端には、軸力を受けていない 2 本の内柱と左側スパンの床梁がとりついているので、この節点の回転が拘束されていると仮定する。よって K_{rT_beam} , K_{rB_beam} には次式を用いる。

$$K_{rT_beam} = K_{rB_beam} = \frac{4EI_b}{l} \quad (\text{A4.1})$$

3 層目柱の上端には 4 層目床梁と 4 層目柱が取り付いているが、4 層目柱が圧縮軸力を受けていることを考慮して、この節点の回転は拘束されていないと仮定する。よって K_{rT_column} には式 (4.5.2) を用いる。1 層目柱の下端は固定端であるから、 K_{rB_column} には式 (4.5.3) を用いる。

(ii) $aP_{cr(0)}$

両端の回転バネ剛性が等しい場合の個材座屈軸力算定式である式 (4.4.30) に k_r を代入すれば $aP_{cr(0)}$ が得られる。 k_r は $(K_r = K_{r_beam}/2)$ を無次元化したもので、 K_{r_beam} は式 (A4.1) で計算される回転バネ剛性

である。

$$k_r = \frac{K_r h}{EI_c} = \frac{(K_{r_beam}/2)h}{EI_c} = \frac{2EI_b}{l} \frac{h}{EI_c} = 0.7996 \quad (A4.2)$$

$${}_a P_{cr(0)} = \frac{(k_r)^2 + 10k_r + 15.9}{(k_r)^2 + 14k_r + 64.1} \frac{39.4EI_c}{h^2} = 167.4 \times 10^6 \text{ (N)} \quad (A4.3)$$

(iii)2層目の作用軸力を ${}_a P_{cr(0)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

k_{rT} の計算を以下に示す。

$$k_{rT_beam} = \frac{K_{rT_beam} h}{EI_c} = 1.599 \quad (A4.4)$$

$$\psi = \pi \sqrt{\frac{\kappa_3 {}_a P_{cr(0)} / \kappa_2}{N_E}} = 2.855 \quad (A4.5)$$

$$\rightarrow k_{rT_column} = \frac{K_{rT_column} h}{EI_c} = \frac{\psi^2 \sin(\psi)}{\sin(\psi) - \psi \cos(\psi)} = 0.7627 \quad (A4.6)$$

$(k_{rT_beam} + k_{rT_column}) > (k_{rT_beam}/2)$ であるから、

$$k_{rT} = k_{rT_beam} + k_{rT_column} = 2.362 \quad (A4.7)$$

k_{rB} の計算を以下に示す。

$$\psi = \pi \sqrt{\frac{\kappa_1 {}_a P_{cr(0)} / \kappa_2}{N_E}} = 4.122 \quad (A4.8)$$

$$\rightarrow k_{rB_column} = \frac{K_{rB_column} h}{EI_c} = \frac{\psi \{ \sin(\psi) - \psi \cos(\psi) \}}{2 \{ 1 - \cos(\psi) \} - \psi \sin(\psi)} = 0.9230 \quad (A4.9)$$

$(k_{rB_beam} + k_{rB_column}) > (k_{rB_beam}/2)$ であるから、

$$k_{rB} = k_{rB_beam} + k_{rB_column} = 2.522 \quad (A4.10)$$

(iv) ${}_a P_{cr(1)}$

k_{rT} と k_{rB} を式 (4.3.25) と (4.4.28) に代入すれば以下の値が得られる。

$${}_a \eta = \frac{k_{rT} + 4}{k_{rB} + 4} = 0.9755 \quad (A4.11)$$

$${}_a P_{cr(1)} = \frac{(k_{rT} + 5)(k_{rB} + 5) - 15.1 + 3 \left({}_a \eta + \frac{1}{{}_a \eta} \right)}{(k_{rT} + 7)(k_{rB} + 7) - 18.9 + 17 \left({}_a \eta + \frac{1}{{}_a \eta} \right)} \frac{39.4EI_c}{h^2} = 229.9 \times 10^6 \text{ (N)} \quad (A4.12)$$

$$\frac{{}_a P_{cr(1)} - {}_a P_{cr(0)}}{{}_a P_{cr(0)}} = 0.3734 > 0.02 \quad \rightarrow \text{解は収束していない。}$$

(v)2層目の作用軸力を ${}_a P_{cr(1)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

先ほどと同様に計算すると、 $(k_{rT} = 1.694)$ 、 $(k_{rB} = 1.608)$ となる。

(vi) ${}_a P_{cr(2)}$

$(k_{rT} = 1.694)$ 、 $(k_{rB} = 1.608)$ を式 (4.3.25) と (4.4.28) に代入すれば (${}_a P_{cr(2)} = 202.3 \times 10^6 \text{ N}$) が得られ

1
回目
の
計
算

2
回目

3
回
目

る。まだ前の解との差が(-12%)あるので3回目の繰り返し計算を行う。

(vii)2層目の作用軸力を ${}_aP_{cr(2)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

先ほどと同様に計算すると、 $(k_{rT} = 1.650)$ 、 $(k_{rB} = 1.548)$ となる。

(viii) ${}_aP_{cr(3)}$

$(k_{rT} = 1.650)$ 、 $(k_{rB} = 1.548)$ を式(4.3.25)と(4.4.28)に代入すれば(${}_aP_{cr(2)} = 200.3 \times 10^6$ N)が得られる。前の解との差は(-1%)であるから、計算を終了する。

$${}_aP_{cr} = 200.3 \times 10^6 \text{ (N)} \quad , \quad {}_aP_{cr}/N_E = 1.544$$

弾性中間座屈軸力

(i) 回転バネ剛性の仮定

個材座屈軸力算定の際と同じである。

(ii) ${}_aP_{cr(0)}$

個材座屈軸力算定の際と同じである。

(iii)2層目の作用軸力を ${}_aP_{cr(0)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

k_{rT} 、 k_{rB} は個材座屈軸力算定の際と同じである。以下に水平バネ剛性の算定手順を示す。

$$K_H = K_{H0-2F} + \frac{{}_aP_{cr(0)}}{h} = 61.93 \times 10^3 \text{ (Nmm)} \quad \rightarrow \quad k_H = \frac{K_H h^3}{12EI_c} = 1.570 \quad \text{(A4.13)}$$

(iv) ${}_bP_{cr(1)}$

式(A4.6)に示した k_{rT} と、式(A4.9)に示した k_{rB} 、および上に示した k_H を式(4.3.56)と(4.3.66)に代入すれば以下の値が得られる。

$${}_b\eta = \frac{k_{rT}}{k_{rB}} = 0.9366 \quad \text{(A4.14)}$$

$${}_bP_{cr(1)} = \frac{(k_{rT} + 1)(k_{rT} + 6) + (7k_{rT} + 12) {}_b\eta + 6({}_b\eta)^2 + 15k_H({}_b\eta - 1)^2}{(k_{rT})^2 + 9k_{rT} + 78 + 9(k_{rT} - 6) {}_b\eta + 78({}_b\eta)^2} \frac{42EI_c}{h^2} = 232.9 \times 10^6 \text{ (N)} \quad \text{(A4.15)}$$

$$\frac{{}_bP_{cr(1)} - {}_aP_{cr(0)}}{{}_aP_{cr(0)}} = 0.391 > 0.02 \quad \rightarrow \quad \text{解は収束していない。}$$

1
回
目
の
計
算

2
回
目

(v)2層目の作用軸力を ${}_bP_{cr(1)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

先ほどと同様に計算すると、 $(k_{rT} = 1.656)$ 、 $(k_{rB} = 1.556)$ 、 $(k_H = 1.778)$ となる。

(vi) ${}_bP_{cr(2)}$

$(k_{rT} = 1.656)$ 、 $(k_H = 1.556)$ 、 $(k_H = 1.778)$ を式(4.3.56)と(4.3.66)に代入すれば(${}_bP_{cr(2)} = 203.0 \times 10^6$ N)が得られる。まだ前の解との差が(-13%)あるので、3回目の繰り返し計算を行う。

(vii)2層目の作用軸力を ${}_bP_{cr(2)}$ と仮定して材端バネ剛性を計算する。

先ほどと同様に計算すると、 $(k_{rT} = 1.623)$ 、 $(k_{rB} = 1.510)$ 、 $(k_H = 1.787)$ となる。

3
回
目

(viii) ${}_bP_{cr(3)}$

$(k_{rT} = 1.623)$ 、 $(k_H = 1.510)$ 、 $(k_H = 1.787)$ を式(4.3.56)と(4.3.66)に代入すれば(${}_bP_{cr(3)} = 201.5 \times 10^6$ N)が得られる。前の解との差が(-0.7%)であるから、計算を終了する。

$${}_bP_{cr} = 201.5 \times 10^6 \text{ (N)} \quad , \quad {}_bP_{cr}/N_E = 1.554$$

⇒ (${}_aP_{cr} < {}_bP_{cr}$)であるから、2層目右外柱の座屈軸力は ($P_{cr} = {}_aP_{cr}$)である。また、その座屈長さ係数は以下の値である。

$$\gamma = \sqrt{\frac{N_E}{P_{cr}}} = 0.802 \quad (\text{A4.16})$$

同様にして1層目右外柱の弾性座屈軸力は ($P_{cr} = 293.4 \times 10^6$ N)、座屈長さ係数は ($\gamma = 0.665$)である。また、3層目右外柱の弾性座屈軸力は ($P_{cr} = 199.9 \times 10^6$ N)、座屈長さ係数は ($\gamma = 0.806$)である。4層目と5層目外柱についても同様に計算できる。また、基準骨組1は左右対称であるから、内柱は地震水平荷重作用時に付加軸力が生じない。

骨組の数値解析と提案手法の計算結果を比較する場合には、求めた弾性座屈軸力 P_{cr} を κ_i で除した値が最も小さい柱の座屈軸力で骨組の座屈荷重が決まると考えれば良い。以下に1～3層目外柱の (P_{cr}/κ_i) の値を示す。

$$3 \text{ 層目外柱} : P_{cr}/\kappa_3 = 312.3 \times 10^6 \text{ (N)}$$

$$2 \text{ 層目外柱} : P_{cr}/\kappa_2 = 200.3 \times 10^6 \text{ (N)}$$

$$1 \text{ 層目外柱} : P_{cr}/\kappa_1 = 219.9 \times 10^6 \text{ (N)}$$

2層目の (P_{cr}/κ_i) が最も小さい。2層目柱の座屈時軸力 ($P_{cr} = 200.3 \times 10^6$ N) に対して、この骨組に一定の長期荷重をかけた後、地震時柱軸力相当荷重に対して線形座屈解析を行った場合の2層目右外柱の座屈時軸力は (${}_{eig.}N_{cr} = 203.9 \times 10^6$ N)であった(2.4節)。また、同じ荷重条件で幾何学的非線形性を考慮した釣合経路解析を行うと、その座屈時軸力は ($N_{cr} = 216.1 \times 10^6$ N)である。本論文において、釣合経路解析では柱の軸剛性が初期剛性の0.2倍になった時点座屈と定義している。提案手法の計算結果は、線形座屈解析に対して(1.8%)小さく、釣合経路解析に対して(7.3%)小さい。

付録 5. 発表論文一覧

【日本建築学会構造系論文集】

- 1) 高田明伸, 多田元英, 向出静司, 荒木慶一: 水平荷重による逆対称柱軸力を考慮した鋼構造ラーメン骨組中の柱の弾性座屈荷重算定式の提案, 第 75 巻, 第 657 号, pp.2045-2054, 2010 年 11 月
- 2) 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 水平荷重による柱軸力を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱の座屈長さについての考察, 第 78 巻, 第 693 号, pp.1969-1978, 2013 年 11 月

【国際会議】

- 1) Takada Akinobu, Tada Motohide, Mukaide Seiji, Araki Yoshikazu : Proposal of Elastic Buckling Strength Formula for Columns in Steel Moment Frames Considering Anti-Symmetric Axial Forces Caused by Horizontal Loads, Proceedings of The 12th Japan-Korea-Taiwan Joint Seminar on Earthquake Engineering for Building Structures, pp.199-208, 2010.11
- 2) Takada Akinobu, Tada Motohide, Mukaide Seiji, Araki Yoshikazu : Proposal of Elastic Buckling Strength Formula for Columns in Steel Moment Frames Considering Anti-Symmetric Axial Forces Caused by Horizontal Loads, 8CUEE Conference Lectures & Abstract Volume, pp.104, 2011.3

【日本建築学会大会学術講演梗概集】

- 1) 高田明伸, 向出静司, 多田元英, 荒木慶一: 水平荷重を受ける鋼構造ラーメン骨組の座屈性状の考察, C-1 構造Ⅲ, pp.685-686, 2009 年 9 月
- 2) 高田明伸, 多田元英, 向出静司, 荒木慶一: 水平荷重を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱の弾性座屈荷重算定式の提案, C-1 構造Ⅲ, pp.1123-1124, 2010 年 9 月
- 3) 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 水平荷重による逆対称柱軸力を考慮した弾性座屈荷重算定式の均等骨組への適用, C-1 構造Ⅲ, pp.825-826, 2011 年 9 月
- 4) 高田明伸, 多田元英, 向出静司, 大河 肇: 転倒モーメントによる柱軸力に対応する鉛直荷重を受ける骨組の座屈性状 ～その 1. 柱の座屈長さについての考察～, C-1 構造Ⅲ, pp.905-906, 2012 年 9 月
- 5) 大河 肇, 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 転倒モーメントによる柱軸力に対応する鉛直荷重を受ける骨組の座屈性状 ～その 2. 数値解析による検討～, C-1 構造Ⅲ, pp.907-908, 2012 年 9 月
- 6) 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 水平荷重による柱軸力を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱の座屈長さ, C-1 構造Ⅲ, pp.989-990, 2013 年 8 月

【日本建築学会近畿支部研究報告集】

- 1) 高田明伸, 向出静司, 多田元英: 水平荷重を受ける鋼構造ラーメン骨組の増分解析による座屈性状の考察, 第 49 号 構造系, pp.313-316, 2009 年 6 月
- 2) 高田明伸, 多田元英, 向出静司, 荒木慶一: 水平荷重を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱の弾性座屈荷重算定式の提案, 第 50 号 構造系, pp.257-260, 2010 年 6 月
- 3) 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 水平荷重による逆対称柱軸力を考慮した弾性座屈荷重算定式の均等骨組への適用, 第 51 号 構造系, pp.185-188, 2011 年 6 月

- 4) 高田明伸, 多田元英, 向出静司: 水平荷重による柱軸力を受ける鋼構造ラーメン骨組中の柱の座屈長さ, 第 53 号 構造系, pp.493-496, 2013 年 6 月

謝辞

本研究を進めるにあたり、多田元英 先生（大阪大学大学院 工学研究科 教授）には並々ならぬご指導を頂き厚く御礼申し上げます。宮本裕司 先生（同教授）、倉本洋 先生（同教授）、桑原進 先生（同准教授）、向出静司 先生（同助教）からは常に有益なご助言をいただきました。心より感謝いたします。荒木慶一 先生（京都大学大学院 工学研究科 准教授）には、線形座屈解析プログラムの作成にあたり貴重な助言を賜りました。また、各方面へ投稿した論文においては共同著者として参画いただき、著者の未熟な文章に対して丁寧なご指導を頂きました。厚く感謝の意を表する次第であります。

さらに、同じテーマで日々ともに研究した大河肇 君（大阪大学大学院 工学研究科 大学院生）をはじめ、6 講座（大阪大学大学院工学研究科建築工学コース鉄骨系構造学領域）の皆様には日頃から暖かいご協力とご助言を頂きました。ここに深く感謝いたします。

末筆ながら、貴重な研究成果を引用させていただきました多くの文献著者の皆様に深く感謝の意を表します。

高田 明伸