

Title	PARABOLIC AND ELLIPTIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH LOCALIZED NONLINEARITY
Author(s)	王, 文彪
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/34508">https://doi.org/10.18910/34508</a>
DOI	10.18910/34508
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

## 論文内容の要旨

氏 名 (Wenbiao Wang)	
論文題名	PARABOLIC AND ELLIPTIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH LOCALIZED NONLINEARITY (局所化した非線形項を持つ放物型及び楕円型偏微分方程式)
論文内容の要旨	
<p>Ferreira・Pablo・Vazquezによってもたらされた未解決の問題に動機付けられ、局所反応項を持つ多孔質媒質方程式を研究した。具体的には、2006年に彼らによって得られた一次元空間の場合における結果を発展させ、高次元空間の場合における解の爆発の発生と方程式の拡散項・反応項にあるべき指数の関係について、いくつかの結果を得た。特に3次元以上の場合にその関係を明確にし、時間大域解の存在に関する臨界指数を得た。これにより、3次元以上の場合においては、その臨界指数は次元と無関係であることも発見した。その上に、解のサポートと切り落し関数のサポートの関係を探求し、ある時間以降であれば、その二つのサポートが空集合でない積集合を持つことも証明した。</p> <p>その後、時間大域解析の研究をさらに進めるため、多孔質媒質方程式のように、非線形項の前にサポートがコンパクトな連続係数がかかるだけで臨界指数の構造が大きく変化するという現象が他の非線形方程式に起きるか否かを調べようとした。そのため、局所反応項を持つ半線形熱方程式（即ち多孔質媒質方程式の拡散項のべき指数が1となる場合）とその形式に相応する局所非線形項を持つ半線形楕円型方程式を研究した。</p> <p>局所非線形項を持つ半線形楕円型方程式については、非線形項の前にかかるサポートがコンパクトな連続係数が正解のアプリオリ評価にどのような影響をもたらすかを研究した。局所非線形項を持たない半線形楕円型方程式の場合は、べき指数が劣臨界ならば正解のアプリオリ評価が存在するということが、Gidas・Spruck (Comm. in PDE) や Figueiredo・Lions・Nussbaumなどの研究者によって示されており、よく知られている結果である。爆発解析の手法や Brezis・Strauss によるL1評価、Pohozaev等式を利用し、局所非線形項を持つ半線形楕円型方程式に対しても、臨界指数をより小さくした場合、又はその係数に対する一定の仮定をした場合において、そのような正解のアプリオリ評価が得られることを証明した。</p>	

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (Wenbiao Wang)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教 授	鈴木 貴
	副 査	教 授	関根 順
	副 査	教 授	日野 正訓

## 論文審査の結果の要旨

非線形偏微分方程式は様々な自然現象を記述する基本的なモデルであり、その解構造の解明は数学の中で近年特に顕著な成果を挙げている領域である。なかでも解の爆発は、モデルの従う法則に従って時間やパラメータが変動するとき、自己組織化や臨界的な現象が発生することを表すもので、数理的な応用や意味付けだけでなく、その解析方法の探求は現代数学が到達した最も深いものの1つとなっている。とりわけ臨界指数は拡散と非線形項の釣合による爆発が起こりうる閾値を表すもので、非線形項や拡散の種類によって爆発を予見する基本的な指標であり、これまで多数の研究が積み上げられてきた。これに対して本論文では、方程式に一見するとわずかな摂動を加えることで臨界指数を含めた解の爆発機構が大きく変動することを明らかにしたもので、現代の非線形偏微分方程式研究に新たな視点をもたらしたものである。この摂動は多孔質媒質中の拡散と非線形凝縮効果に関する準線形放物型方程式や通常の拡散の下での半線形楕円型方程式に対して、非線形項を空間局所的に制限するというものである。すなわち、本論文は前者については任意の正の解が有限時間で爆発する現象に関するFujita指数が、局所化しない場合から大きくシフトして空間次元に依存せず多孔質媒質の性質を示す指数によって定まること、また後者については境界上の爆発があり得ないかわりに、非線形性の局所化領域の境界での爆発が起こりうることを明らかにしている。これらの結果は、これまでの非線形偏微分方程式研究が明らかにしてこなかった新しい現象である。またそこで使われた解析方法も、放物型方程式の優解として、全空間での半線形楕円型方程式や空間1次元での放物型方程式の解を用いること、エネルギーの減少を用い、背理法によって解の爆発を示すこと、スケーリング不変性によって想定した解の爆発形状を詳細に分析することなど、非線形解析学の手法を駆使した精密なものである。以上から本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。