



Title	On the poset of pre-projective tilting modules over path algebras
Author(s)	加瀬, 遼一
Citation	大阪大学, 2014, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/34557
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論文内容の要旨

氏 名 (加 瀬 遼 一)	
論文題名	On the poset of pre-projective tilting modules over path algebras (道代数の前射影傾斜加群の半順序集合について)
論文内容の要旨 申請者の博士論文は道代数上の前射影傾斜加群のなす半順序集合、及びそのハッセ図(傾斜図)に関して述べてある。有限次元代数の表現論において傾斜加群の分類は重要な問題であるが、その一つのアプローチがRiedtmann-Schofieldによって導入された傾斜変異の理論である。Happel-Ungerによって傾斜加群上のある半順序が傾斜変異と密接に関わっている事が示されて以来、この半順序集合が盛んに研究されている。 道代数上の傾斜加群のなす半順序集合は道代数を定める図(有向グラフ)がディンキン型とそうでない場合でその構造は大きく異なるが、申請者はそれぞれの場合に対し問題を設定し研究結果を得た。 まず図がディンキン型の場合であるが、この場合傾斜図は有限図となる事が知られている。従って傾斜図の頂点と辺の個数を決定する事は自然な問題である。頂点の個数に関してはFomin-Zelevinskyより与えられたが、辺の個数は知られていなかった。そこで申請者はまず辺の個数が代数を定める図の向き付けによらないことを示し、各型ごとに向き付けをひとつ固定し、二つの直既約加群の間のExt群を計算することで傾斜図の辺の個数を完全に決定した。またその系として、傾斜図の頂点と辺の比が代数を定める図の型に付随するコクセター数と関係することが得られた。 非ディンキン型の場合であるが、この場合直既約加群を全て求めるのは絶望的であることが知られており、従って傾斜加群のなす半順序構造を調べ上げることは困難である。そこで申請者は前射影傾斜加群に制限した半順序集合に関して調べ研究結果を得た。申請者は比較的緩やかな条件のもとで二つの直既約前射影加群の間のExt群が消えるための必要十分条件を、図の組み合わせ論的情報のみから定めた関数を用いて明示的に与えた。この結果を用いることで前射影傾斜加群のなす半順序集合が整数格子上に実現される事を示しこの半順序集合の研究が整数格子上の組み合わせ論の問題に帰着させられることを示した。これらの結果を利用することで、Ext群が消えるための必要十分条件を与える関数が常に1以下の値をとるような道代数において、その前射影傾斜加群のなす半順序構造を決定した。	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (加 瀬 遼 一)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	有木 進
	副 査	教授	日比 孝之
	副 査	教授	宇野 勝博 (全学教育推進機構)
	副 査	准教授	三木 敬

論文審査の結果の要旨

代数の表現を調べると、もとの代数とは異なる代数の表現についても情報が得られる。つまり表現の圏が同値な代数、表現の圏の安定圏が同値な代数、表現の圏の導来圏が同値な代数などに関する情報が得られるのである。本論文では導来圏同値を与える代数に注目する。Rickardの結果により代数の傾加群の自己準同型代数を考えると導来圏同値な代数が得られることが知られており、道代数の傾加群のなす集合を理解することが道代数と導来圏同値な代数としてどのような代数が現れるかを理解するために必要である。2000年代に入って、HappelとUngerは傾加群のなす集合が半順序集合であることを証明し、傾加群のなす半順序集合の研究を始めた。この半順序の最大元である射影加群の直和からどのようにして他の傾加群が得られるかを理解することは傾加群のなす半順序集合が定める有向グラフを理解することに同等である。この有向グラフをtilting Hasse quiver (THQ) と呼ぶ。本論文は道代数のTHQを研究し、次の結果を得たものである。

1. 道代数がADE型の場合。このときは道代数が有限表現型であることより傾加群は有限個である。その個数については先行研究で知られていたが、有向辺の個数については知られていなかった。本論文では有向辺の個数が道代数を定義するDynkin図形の向きの取り方によらず一定であることを証明し、また個数を明示的に求めたものである。Dynkin図形の向きの取り方によらず一定個数であることを本論文で示してあるため、計算しやすい向きを採用して有向辺の個数を計算すればよい。この計算自身は型に依存しているが、最終的に得られた個数公式は型に依存しない形で記述されており、統一的な個数公式を得た点は大変評価できる。

2. 道代数がADE型以外の場合。このときは道代数が無限表現型であり、THQの完全な記述は本質的に難しいことが知られている。そこで本論文では射影加群からAuslander-Reiten移動により得られる直既約加群（すなわち preprojective加群）のみを直和因子にもつ傾加群に注目しており、これらの傾加群のなすTHQがある自然な条件のもとで純組合せ論的な記述を持つ半順序集合に埋め込めることを証明している。さらにある仮定を追加すると、THQがきれいな反復構造を持つことを証明している。この反復構造の発見は大変興味深いものである。

以上の審査結果により、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。