Title	対称リーマン空間上のブラウン運動の変換
Author(s)	重川, 一郎
Citation	大阪大学, 1984, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/34752
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【14】

氏名・（本籍）	重川一郎（しげかわいちろう）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 6555 号
学位授与の日付	昭和59年6月11日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**対称リーマン空間上のブラウン運動の変換**
論文審査委員	（主査）教授 渡辺 毅 （副査）教授 池田 信行　教授 石井 恵一　助教授 中尾慎太郎

論文内容の要旨

この論文では，対称リーマン空間上のブラウン運動とそれを変換した確率過程の分布の絶対連続性について論じた。この種の問題はユークリッド空間の場合にCameron–Martinにより取り扱われた。彼らは，Oより出発するd次元ブラウン運動（$B(t), 0\leq t\leq T$）と確率過程（$B(t)+a(t) : 0\leq t\leq T$）（$a(t)$は$\mathbf{R}^d$－値連続関数で$a(0)=O$）の分布の絶対連続性を考察し，それらが互いに絶対連続となるための必要十分条件を与え，さらにRadon–Nikodymの密度関数の表示も与えた。

ここではMを対称リーマン空間とし，M上の確率過程を考える。（$X_t ; 0\leq t\leq T$）を定点$O\in M$より出発するブラウン運動，GをMの等距離変換群の恒等写像を含む連結成分，（$g_t ; 0< t\leq T$）をG－値連続関数として，確率過程（$Y_t ; 0\leq t\leq T$）を$Y_t=g_t X_t$（但し$Y_0=O$）で定める。この論文では確率過程（$X_t ; 0\leq t\leq T$）と（$Y_t ; 0\leq t\leq T$）の分布が互いに絶対連続となるための条件を考察し，次のような十分条件を得た。Gのリー環を$\mathfrak{g}$，Oに関する対称変換から定まる$\mathfrak{g}$の対合的自己同型をσ_*，さらに$\mathbf{m}$，$\mathbf{k}$をそれぞれσ_*の固有値－1および1に対する固有空間，$A_1 \cdots, A_d$（$d=\dim M$）を$\mathbf{m}$の基底，$A_{d+1}, \cdots, A_n$（$n=\dim G$）を$\mathbf{k}$の基底とする。まず$\lim_{t\downarrow 0} g_t O=O$および（$g_t$）の絶対連続性を仮定し，その微分を

$$dg_t = \zeta_t(g_t)\, dt, \quad \zeta_t\in\mathfrak{g}$$

とする。このとき$\zeta_t=\sum_{i=1}^{n}\zeta_t^i A_i$と表わすことができ，それぞれの成分に対し，

(i) $\int_0^T (\zeta_t^\alpha)^2\, dt<\infty, \quad \alpha=1, \cdots, d$

(ii) $\int_0^T t(\zeta_t^i)^2 dt<\infty, \quad i=d+1, \cdots, n$

を仮定する。以上の仮定のもとで，（X_t）と（Y_t）の分布は互いに絶対連続となる。さらにこのときのRadon−Nikodymの密度関数も得られた。

特にMがユークリッド空間の場合には，（U（t）B（t）＋a（t））(U（t）はSO（d）—値連続関数，a（t）は$\mathbf{R}^d$ —値連続関数）の形の確率過程を考えることになり，上の(i)(ii)の条件はそれぞれa（t），U（t）の導関数に対する条件となっている。またこの場合は上の条件が必要条件であることも示した。

証明については，次の二段階にわけて行なった。まずM上のブラウン運動とそれを変換した確率過程の分布が互いに絶対連続であることと，それぞれに対応したG上の確率過程の分布が互いに絶対連続であることとが同値であることを示す。次に上で得られたG上の確率過程を$\mathfrak{g}$の基底を用いて確率微分方程式の解として表わし，ユークリッド空間上の問題に帰着させて示した。

課文の審査結果の要旨

2つの確率過程XとYの分布P_XとP_Yが互いに絶対連続になるための条件を求め，その時のRadon-Nikodym密度関数を具体的に表示する問題は，確率過程論における基本的な課題として多くの人によって研究されて来た。特にCameronとMartinはユークリッド空間上のブラウン運動とそれを変換して得られる確率過程の分布間の絶対連続性について最も基本的な研究を行った。その結果は確率論のみならず解析学その他に広く応用されている。それ以来この種の問題は主してユークリッド空間上のマルコフ過程やガウス過程について盛んに研究されて来た。

重川君は本論文において対称リーマン空間上のブラウン運動とそれに等距離変換を作用させて得られる確率過程の分布間の絶対連続性に関しきわめて顕著な結果を得，この分野の研究に新たな展望を与えている。Mを対称リーマン空間，X＝（X（t）；t∈〔0，T〕）を定点a∈Mから出発するブラウン運動，GをMの等距離変換群の恒等写像を含む連結成分とする。〔0，T〕からGへの関数g（t）に対し確率過程Y＝（Y（t）；t∈〔0，T〕）をY（t）＝g（t）X（t）（ただしX（0）＝a）によって定める。重川君は本論文においてXの分布とYの分布が互い絶対連続になるためにgが満すべき十分条件を求め，さらにその条件の下でRadon−Nikodym密度関数の具体的表現を得ることに成功した。ここで得られた条件は十分に一般性のあるもので，特にMがユークリッド空間の場合は必要条件でもあることが示され，Cameron−Martinの結果の発展になっている。これらの結果の証明は確率解析の独創的な方法でユークリッド空間の場合に帰着して行われるが，そのために確率微分方程式の解の性質に関する新らしい結果が導かれており，確率解析全般の発展に寄与する所が大きい。

以上のように本論文における重川君の研究は，確率過程論および解析学の諸分野の発展に重要な貢献をなす独創的な研究であって，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。