The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	標数正の代数多様体上のモンジュ・アンペール方程式
Author(s)	角田, 秀一郎
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/34996
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【13】

氏名・（本籍）	角田（つのだ） 秀一郎（しゅういちろう）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 6937 号
学位授与の日付	昭和60年6月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**標数正の代数多様体上のモンジュ・アンペール方程式**
論文審査委員	（主査） 教授 宮西 正宜 （副査） 教授 永尾 汎 教授 尾関 英樹 教授 竹内 勝

論文内容の要旨

1. 序論. ある種の複素Monge–Ampēre方程式が，Yauによって解かれた。これから，コンパクトKähler多様体に関する多くの結果が導き出され，その一部は微分幾何学の言葉を使わずに述べることができる。Bogomolov分解，Yauの不等式がその例である。またそれらの中で，コンパクトKähler多様体を標数正の射影代数多様体で置き換えても成立することが予想されるものがある。たとえば，Bogomolov型の分解等である。またYauの解いたMonge–Ampēre方程式は，よく知られた予想，〝数的正値標準因子は，ある自然数回のテンサー積をとれば，大局切断によって生成される″に対し，意味のある手段を与える。

そこで，この論文では，標数正の代数多様体上に，ある種の可微分関数に相当する対象及び，それに関するMonge–Ampēre方程式を導入し，ある特別な場合に解く。

2. B関数とMonge–Ampēre方程式. 有限体の代数閉包k上定義された代数多様体Vとその上の開被覆$\mathcal{U}=\{U_\alpha\}$を取り，固定する。$\mathcal{U}$に関する前B関数とは（$\{f_\alpha\}$, $\{\Phi_{\alpha\beta}\}$）なる系で，次の条件を満たすものである：

(i) f_αはN_α個のU_α上の正則関数の組 $f_\alpha=(f_{\alpha 1}, \cdots, f_{\alpha N_\alpha})$,

(ii) $\Phi_{\alpha\beta}$は$P_{\alpha\beta}\in\Gamma(U_\alpha\cap U_\beta, \mathcal{O}^*)$と$(N_\alpha, N_\beta)$一行列$\phi_{\alpha\beta}$の積で,

(iii) $f_{\alpha i}=\sum\Phi_{\alpha\beta i j} f_{\beta j}$,

この前B関数全体の集合に変換で移り合う時，同値として，同値関係を入れる。次に開被覆に関する帰納的極限を取り，Bと書く，Bの元をB関数と呼ぶ, $B^*=B-\{0\}$と置く，B^*の元Fに対し，Fの定義に現われる系$\{\rho_{\alpha\beta}\}\in H^1(V, \mathcal{O}^*_V)$を対応させる写像をDと書く，さて，写像R：$B^*\rightarrow$Bを構

成する。Fを前B関数で0でないとする。自然数ℓで，ch(k)と素なものをとる。ζを原始ℓ乗根とし，$S_\alpha=\{i_1,\cdots,i_\ell)|1\leqq i_j\leqq N_\alpha\}$，$s_\alpha=\#(S_\alpha)$とおく，このとき，$(s_\alpha, n)$一行列$B_\alpha$を，

$B_\alpha(i_1,\cdots,i_\ell)p=\sum\zeta^{k-1}f_{ai\ell}\cdots\frac{\partial f_{\alpha ik}}{\partial z_p^\alpha}\cdots f_{\alpha i\ell}$で定義する。ここで，$(z_1^\alpha,\cdots z_n^\alpha)$は$U_\alpha$の局所座標である。$B_\alpha$のn次小行列式全体を並べ作ったB関係が$R(F)$である。$dR(F)=F^{-\ell n}R(F)$とおく，ここで右辺は$B^*\otimes\mathbf{Q}$の元と考える。$h\in B^*$が豊富とはhの定める正則関数が閉埋入を定めることをいう，このとき，次の3定理が得られる。

定理1　正整数aと$F\in B^*$に対し，

$$dR(F^a)=dR(F)$$

定理2　dRはℓの取り方に依らず，一意

定理3　Cを非特異射影曲線，hを豊富なB関数とする。$K_c+D(h)$が因子として豊富とする，ここにK_cはCの標準因子．このとき，豊富な因子wが存在して，

$$dR(w)\cdot h=w$$

定理3中の等式が，Monge-Ampēre方程式に相当するものである。

論文の審査結果の要旨

ある種の複素Monge-Ampēre方程式の解の存在はS.T.Yauによって示されたが，それはコンパクトKähler多様体に関する種々の知見を導いた。同時に，高次元代数多様体の双有理的研究にとって基本的な予想「非特異代数多様体が数値的半正値な標準因子をもてば，その適当な自然数階テンソル積は大局的切断によって生成される」を解決する糸口を与えていると見られる。本論文では，この予想をふまえて，Monge-Ampēre方程式を，有限体の代数閉包上定義された代数多様体V上に，代数幾何学的に定式化してVが代数曲線の場合にその解の存在を示している。

Kähler計量$g=\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\sum g_{ij}\,dz_j\wedge d\bar{z}_j$をもつコンパクト多様体X上で，Monge-Ampēre方程式は，

$$\det(g_{ij}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z_j\partial\bar{z}_j})=c\exp(F)\det(g_{ij})$$

として定義される。ただしFは可微分関数で，Φは未知関数である。これを正標数の代数多様体上に定義するためには，可微分関数，$\bar{\partial}$－作用素，対数関数等の類似物を必要とし，非常な困難を伴う。本論文では，方程式の同値な表現

$$\det(\partial_i\bar{\partial}_j\log(h\psi))=G\det(\partial_i\bar{\partial}_j\log h)$$

$$\psi=\exp\Phi,\quad G=\exp(F),\quad g=\partial\bar{\partial}\log h$$

に着目する。まず，可微分関数を，Vの開被覆$U=\{U_\alpha\}$を用いて，適当な貼り合わせ条件をみたす，各U_α上の正則関数列$\{f_{\alpha 1},\cdots,f_{\alpha N\alpha}\}$として定義し，作用素$\det(\partial_i\bar{\partial}_j\log(\ \ ))$に相当する写像dRを定義して，上記多様体V上にMonge-Ampēre方程式を定式化している。

この定式化は，上記予想とともに，代数多様体上の豊富因子の錐等の研究に貢献するところ大である

と考えられ，本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。