Title	作用素代数上の乗法的写像の線形性
Author(s)	羽毛田, 穣祐
Citation	大阪大学, 1986, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/35024
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【81】

氏名・(本籍)	羽毛田　穣　祐
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	第　7164　号
学位授与の日付	昭和61年3月18日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**作用素代数上の乗法的写像の線形性**
論文審査委員	(主査) 教　授　竹之内　脩 (副査) 教　授　髙木　修二　教　授　坂口　実　教　授　永井　治 教　授　山本　稔

論文内容の要旨

作用素代数（作用素環）の加法構造と乗法構造の間には密接な関係があり，本論文の目的は種々の作用素代数に於ける全体の乗法構造と加法構造，更には線形構造との関係を明らかにする事である。まず第0章では最も一般的な形で“２つの代数（必ずしも結合的な積を仮定しない）の間の積に関する全射的同形写像は自動的に代数同形写像か？”を基本的な問題として設定し，この問題が無条件では成立しない例を挙げる。然しこの問題は多くの重要な作用素代数について適当な条件のもとで肯定的であり，以下の章で順次考察される。第１章では半群同形写像と呼ぶ結合的代数（結合的積により代数全体は半群となる）から他の代数への積に関する全射的同形写像について考察し，次の４つの結果を得る。第１は単位元と $n\times n$（$n\geqq 2$）の行列単位を持つ結合的代数から他の代数への半群同形写像は加法的である事（定理1.2.5），第２は単位元を持つ $n\times n$（$n\geqq 2$）の行列単位を持つ C^*－代数Mから他の C^*－代数Nへの＊－演算を保存する半群同形写像（＊－半群同形写像）は実線形かつ等距離的であり，Mの中心射影元 e_0 が一意に存在し，Me_0 上で線形であり，$M(1-e_0)$ 上で共役線形である事（定理1,3,6），第３は可換な直和因子を持たない AW^*－代数から他の AW^*－代数への＊－半群同形写像について定理1,3,6（上記）と同様の結論が得られる事（定理1,3,7），最後に可換な AW^*－代数の場合，連続性を仮定しても加法的でない＊－半群同形写像が存在している（例0,2）が，更に $\phi(1+1)=\phi(1)+\phi(1)$ を仮定すると定理1,3,6（上記）と同様の結論が得られる事（定理1,4,5）等である。第２章では Jordan 写像（狭い意味での）と呼ぶある C^*－代数Mから他の結合的代数Nへの特別Jordan積（$x\circ y=\frac{1}{2}(xy+yx)$）に関する全射的同形写像について考察し，次の２つの結果を得る。第１はMが $n\times n$（$n\geqq 2$）の自己共役な行列単位を持てばMからNへの Jordan 写像は加法的である事（定

理2,2,5),第2はMが直和因子を持たないAW*−代数, NをC*−代数とすると, MからNへの*−演算を保存するJordan写像に対して, Mの中心射影元e_1, e_2, e_3, e_4 ($\sum ei=1$) が存在し, Me_1 上では線形かつ結合的積に関して*−環同形写像, Me_2 上では線形かつ*−環反同形写像, Me_3 上では 共役線形かつ*−環同形写像, Me_4 上では共役線形かつ*− 環反同形となる事(定理2,3,7)等である。第3章では Jordan 写像(広い意味での)と呼ぶある Jordan 代数Mから他の Jordan 代数Nへの積に関する全射的同形写像について考察し, 次の3つの結果を得る。第1はMが単位元とn次($n \geqq 4$)の対角単位を持つ実 Jordan 代数ならばMからNへの Jordan 写像は加法的である事(定理3,4,6), 第2はM, NがJB代数でMが単位元とn次($n \geqq 2$)の対角単位を持てばMからNへの Jordan 写像は線形である事(定理3,5,2), 第3はMがJBW代数, NがJB代数で, Mが結合的な直和因子を持たなければMからNへの Jordan 写像は線形である事(定理3,5,3)等である。この最後の結果は結合的な直和因子を持たないJBW代数の代数的構造は乗法構造により一意的に決定されてしまうことを示している。

論文の審査結果の要旨

作用素環の物理学における応用には, 積がとくに重要な意味をもっている。二つの作用素環において, それが一対一対応をしており, かつ積どうしが互いに対応するとき, 線形演算も自然に対応するのではないか, ということについて, 過去においていろいろな研究があるが, 著者は最も一般な形で, この研究に最終的な結着をつけた。すなわち, M, NがC^*環で一対一対応をしており, かついずれか一方がn次($n \geqq 2$)の行列単位をもてば, その対応が積ならびに*演算を保存するならば, それは係数を実数とした線形演算を保つ。また, 一つの中心射影作用素が定まり, Me_0では同形, $M(1-e_0)$では共役同形となることを示している。

また, 作用素環の中のエルミート作用素だけに注目するという意味で, ジョルダン積$x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx)$が用いられることも多い。著者は, 二つの$AW^*$環において, ジョルダン積と*演算を保存する 対応について, 上と類似の定理を証明している。

さらに, 一般に, ジョルダン環どうしの間でも, 適当な条件のもとに類似の結果の成立を示している。

以上のように, 本論文は, 作用素環の理論において, 一連の議論に最終的結論を与えたものであり, 学位論文として価値あるものと認める。