

Title	多変量歪度と尖度および多変量正規性の検定
Author(s)	磯貝, 恭史
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/35033">https://hdl.handle.net/11094/35033</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	いそ 磯	がい 貝	たか 恭	ふみ 史
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	7010	号	
学位授与の日付	昭和60年10月25日			
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	多変量歪度と尖度および多変量正規性の検定			
論文審査委員	(主査)			
	教授	丘本	正	
	(副査)			
	教授	竹之内 脩	教授 高木 修二	教授 坂口 実
	教授	稲垣 宣生		

### 論 文 内 容 の 要 旨

多変量母集団の分布の形状を描写するために、多変量歪度と尖度を3つの方法によって導入した。第1の方法は、3次または4次の多変量キウムラントに基づくもので、多変量キウムラントを利用した固有値問題を考えることにより、あるいは、多変量キウムラントの定義を一般化することにより、1変量歪度と尖度を多変量の場合に拡張した。この時の接近法によって、従来提案されている歪度と尖度である Mardia の  $b_1, p, b_2, p$  などの系統的な取り扱いが可能になり、新しく歪度と尖度を導入することができた。第2の方法は、多変量最頻値に基づくもので、Pearson の1変量歪度を、平均ベクトルと多変量最頻値との差を利用することによって多変量化した。第3の方法は、Haldane の多変量中央値の一般化に基づくもので、3種類の多変量歪度を導入した。それらのうちの1つは、Pearson の1変量歪度の多変量化によって、残り2つは、確率ベクトルの極形式分解を利用して構成した。

標本に対する多変量歪度と尖度を、第1の方法においては、各多変量キウムラントを、それに対応する  $k$  統計量で置き換えることによって定義した。そして、多変量歪度と尖度の漸近分布を多変量正規性の仮定の下で、 $k$  統計量の漸近正規性を利用して導出した。第2および第3の方法において、標本に対する多変量歪度を、それぞれ、標本平均ベクトルと Cacoullos の密度推定を利用して求めた標本多変量最頻値との差、および、標本平均ベクトルと標本多変量中央値との差を利用することにより定義した。多変量歪度の漸近分布を、第2の方法においては、多変量正規性および非正規性の仮定の下で、標本最頻値の漸近正規性を利用して導出し、第3の方法においては、多変量正規性よりも少し緩い仮定の下で、標本中央値の漸近正規性を利用して導出した。

応用として、多変量歪度と尖度を、与えられた多変量データの多変量正規性の検定のために利用する

ことを考えた。多変量歪度と尖度について、それらの、各種の多変量非正規母集団に対する検出力と感度を、数値実験あるいは実際例の Fisher のイリスデータを通じて検証した。その結果、第1の方法による歪度と尖度については、非正規母集団の分布の形状に応じて、それぞれ良好な検出力を持つことが判った。第2の方法による歪度については、周辺正規性は満たされているが、同時正規性がくずれているような母集団に対して良好な検出力を持つことが示された。第3の方法による歪度については、広い裾を持つ非対称な多変量母集団に対して感度の良いことが示された。同時に、その非対称性は、測定変数の変数変換で除去可能であることも、その歪度を利用することによって判った。これらの結果から、3つの方法による多変量歪度と尖度は、多変量正規性からの各種の隔りに対して、異なる感度と検出力を持つことが判り、多変量母集団の分布の形状を把握するための道具としての有用性が示された。

### 論文の審査結果の要旨

本論文は多変量確率分布の形状について歪度と尖度のいくつかの測度を定義し、これを多変量正規性の検定のための手段として使うときの諸問題を研究したものである。

序論のあと、第1章は多変量歪度と尖度の定義に多変量積率を利用する接近法を扱っている。まず母集団の場合、著者は2つの方法を提示した。第1は固有値を利用する方法であって、歪度(尖度)の場合に2次と3次(4次)の積率によって固有方程式を作り、固有値の最小, 最大, または平均を使っていくつかの測度ができる。第2は方向微分を用いて多変量キュムラントを一般化する方法である。これらの方法によって著者は Mardia の測度  $b_1, b_2$  などを一般化することに成功した。次に標本に対する歪度と尖度を、母集団の場合を自然に拡張して定義し、標本歪度と尖度の漸近的性質を検討し、これを正規性の検定に使うときの分布の状況をモンテカルロ実験によって調べた。

第2章は多変量歪度の定義に多変量モードを利用する接近法である。著者は Pearson の1変量歪度を多変量化するため、Cacoullos の密度推定から求めた多変量モードと標本平均ベクトルの差を尺度変換して標本歪度を定義した。さらにモードと歪度の漸近的性質を検討し、正規性検定の実際例を示している。第3章は多変量中央値を利用する接近法である。著者はここでも Pearson 型の多変量化をはかって、Haldane の多変量中央値を一般化し、極形式分解を利用して歪度を表わす3つの測度を提出した。再び漸近的性質を検討し、正規性検定の応用例を示している。第4章は Fisher のイリス・データに著者が提出したいくつかの測度を適用した総まとめであり、興味ある知見を含んでいる。

本論文は多変量データ解析法に新しい著しい知見を加えており、博士論文として価値あるものと認める。