

Title	C*-代数上の自己同型と状態
Author(s)	邊, 昌浩
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/35071">http://hdl.handle.net/11094/35071</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名・(本籍)	びよん 邊	ちゃん 昌	ほ 浩
学位の種類	工	学	博 士
学位記番号	第	7 1 6 6	号
学位授与の日付	昭 和 61 年 3 月 18 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当		
学位論文題目	$C^*$ 代数上の自己同型と状態		
論文審査委員	(主査)		
	教 授 竹之内 脩		
	(副査)		
	教 授 高木 修二	教 授 丘本 正	教 授 稲垣 宣生
	教 授 山本 稔		

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、ある種の  $C^*$ -代数上の様々な  $*$ -自己同型写像および状態について研究することが目的である。特に  $C^*$ -代数上での、ある群の作用と、その作用のもとでの、 $C^*$ -代数上の因子状態の色々な性質を調べることである。

第一章では、位数  $n$  の巡回群  $Z_n$  の一様超有限  $C^*$ -代数上への作用を考える。元々、 $II_1$  型の超有限因子において、 $Z_n$  および、無限巡回群  $Z$  の作用は、A. Connesによって、完全に分類され、更に、有限群、無限認容群の作用の分類等に拡張された結果が、得られている。結局、彼らの手法は、一種のモデル作用に帰着させることであった。ところで、一様超有限  $C^*$ -代数は、 $II_1$  型の超有限因子の  $C^*$ -版である。そこで、任意の一様超有限  $C^*$ -代数上の周期的な  $*$ -自己同型が、性質  $(U_\infty)$  を持てば、この  $*$ -自己同型は、 $N^\infty$  型の一様超有限  $C^*$ -代数上の積型の  $*$ -自己同型と、その可換子  $C^*$ -部分代数上の恒等写像とのテンソル積に分解されることを示した。(定理 I. 9) ここで、 $N$  は、その  $*$ -自己同型の周期である。

第二章では、Cuntz 代数上でのある群の外部的作用について考えてみる。Cuntz 代数は、具体的に構成される  $C^*$ -代数の中でも、近年、活発に研究され、特に、その上の  $*$ -自己同型としての群の作用が重要な課題である。ここでは、 $n$  次のユニタリー群、可分コンパクト群、可算離散群の Cuntz 代数への  $*$ -自己同型としての外部的作用で忠実な作用が存在することを示した。(定理 II. 2, 3, 4)。

第三章では、無限テンソル積  $C^*$ -代数上への置換群  $S(\infty)$  の作用を考える。同じ  $C^*$ -代数を無限個、テンソル積して得られる  $C^*$ -代数は、 $S(\infty)$  に関して、漸近的可換である。このことを用い、この無限テンソル積  $C^*$ -代数上の、 $S(\infty)$ -不変な状態は、実は、 $C^*$ -代数上の同じ状態を、無限個、テンソル

積して得られる状態であることがわかる。ここでは、この無限テンソル積因子状態の完全な型の分類をした。(定理Ⅲ. 5) 特に、Ⅲ<sub>0</sub>型の因子を無限個、テンソル積してもⅢ<sub>0</sub>型にならないことを示した。(系Ⅲ. 10)

第四章では、 $n^\infty$ 型の一様超有限 $C^*$ 代数 $A$ への $d$ 次元トラス群 $G$  ( $1 \leq d \leq n-1$ )の作用を考える。一様超有限 $C^*$ 代数上の無限テンソル積状態は、因子状態である。ここでは、 $C^*$ 代数 $A$ の群 $G$ による不動点 $C^*$ 部分代数 $A^G$ への、 $A$ 上の無限テンソル積状態 $\omega$ の制限 $\omega^G$ が、因子状態である為の必要条件(定理Ⅳ. 3.1)と十分条件(定理Ⅳ. 4.3)を求めた。更に、 $d=1$ の時には、 $\omega^G$ が因子状態である為には、上記の必要条件が、また十分であることを示した。(定理Ⅳ. 5.7) また、 $d=1$ の時には、 $\omega$ と $\omega^G$ が、 $*$ -同型な因子を構成する為の一つの十分条件(定理Ⅳ. 6.3)を求めた。 $n=2$ ならば、 $C^*$ 代数 $A$ は、正準反交換関係の $C^*$ 代数であるが、これらの結果は、特に、ゲージ不変な正準反交換関係の $C^*$ 代数上のある状態が、因子的であるか否かの判定条件になっている。

### 論文の審査結果の要旨

本論文では、 $M(n)$  ( $n \times n$ 行列のつくる行列環)の無限テンソル積として得られる $C^*$ 環、すなわち $n^\infty$ 型UHF環について考察している。フォン・ノイマン環の場合には、超有限 $II_1$ 型因子についての自己同型の完全な分類が知られているが、UHF環の場合には非常に制約された形の結果しか知られていない。著者は、まず、自己同型が性質( $U_\infty$ )をもつときは、ある一系の標準形に帰着できることを示している。さらに、 $n^\infty$ 型のUHF環上の積構成による状態について、その分類を与えている。また $n^\infty$ 型UHF環にある種の自己同型群が作用しているとき、それによる不変部分環上に積構成状態を制限したときに、それが因子状態となるための必要十分条件を与えている。

$n^\infty$ 型UHF環以外にも、 $n$ 個の等距離作用素を生成要素とするクンツ環上に、 $n$ 次ユニタリ群 $U(n)$ が外部自己同型の群として作用することを示している。

以上のように、本論文は、作用素環の理論において、 $C^*$ 環の自己同型の分類という困難な問題に関し、興味ある結果を提示しており、学位論文として価値あるものと認める。