



Title	C*一代数上の自己同型と状態
Author(s)	邊, 昌浩
Citation	大阪大学, 1986, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/35071">https://hdl.handle.net/11094/35071</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> 大阪大学の博士論文について

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	びよん 道	ちやん 昌	ほ 浩
学位の種類	工	学	博士
学位記番号	第	7166	号
学位授与の日付	昭和	61年3月18日	
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当		
学位論文題目	C*-代数上の自己同型と状態		
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 倭	(副査) 教授 高木 修二 教授 丘本 正 教授 稲垣 宣生 教授 山本 稔	

## 論文内容の要旨

本論文は、ある種の  $C^*$ -代数上の様々な  $*$ -自己同型写像および状態について研究することが目的である。特に  $C^*$ -代数上での、ある群の作用と、その作用のもとでの、 $C^*$ -代数上の因子状態の色々な性質を調べることである。

第一章では、位数  $n$  の巡回群  $Z_n$  の一様超有限  $C^*$ -代数上への作用を考える。元々、 $II_1$  型の超有限因子において、 $Z_n$  および、無限巡回群  $Z$  の作用は、A. Connes によって、完全に分類され、更に、有限群、無限認容群の作用の分類等に拡張された結果が、得られている。結局、彼らの手法は、一種のモデル作用に帰着させることであった。ところで、一様超有限  $C^*$ -代数は、 $II_1$  型の超有限因子の  $C^*$ -版である。そこで、任意の一様超有限  $C^*$ -代数上の周期的な  $*$ -自己同型が、性質  $(U_\infty)$  を持てば、この  $*$ -自己同型は、 $N^\infty$  型の一様超有限  $C^*$ -代数上の積型の  $*$ -自己同型と、その可換子  $C^*$ -部分代数上の恒等写像とのテンソル積に分解されることを示した。(定理 I. 9) ここで、 $N$  は、その  $*$ -自己同型の周期である。

第二章では、Cuntz 代数上でのある群の外部的作用について考えてみる。Cuntz 代数は、具体的に構成される  $C^*$ -代数の中でも、近年、活発に研究され、特に、その上の  $*$ -自己同型としての群の作用が重要な課題である。ここでは、 $n$  次のユニタリ一群、可分コンパクト群、可算離散群の Cuntz 代数への  $*$ -自己同型としての外部的で忠実な作用が存在することを示した。(定理 II. 2, 3, 4)。

第三章では、無限テンソル積  $C^*$ -代数上への置換群  $S(\infty)$  の作用を考える。同じ  $C^*$ -代数を無限個、テンソル積して得られる  $C^*$ -代数は、 $S(\infty)$  に関して、漸近的可換である。このことを用い、この無限テンソル積  $C^*$ -代数上の、 $S(\infty)$  一不变な状態は、実は、 $C^*$ -代数上の同じ状態を、無限個、テンソル

積して得られる状態であることがわかる。ここでは、この無限テンソル積因子状態の完全な型の分類をした。（定理III. 5）特に、 $\text{III}_0$  型の因子を無限個、テンソル積しても $\text{III}_0$  型にならないことを示した。（系III. 10）

第四章では、 $n^\infty$  型の一様超有限  $C^*$  代数  $A$  への  $d$  一次元トーラス群  $G$  ( $1 \leq d \leq n-1$ ) の作用を考える。一様超有限  $C^*$  代数上の無限テンソル積状態は、因子状態である。ここでは、 $C^*$  代数  $A$  の群  $G$  による不動点  $C^*$  部分代数  $A^G$  への、 $A$  上の無限テンソル積状態  $\omega$  の制限  $\omega^G$  が、因子状態である為の必要条件（定理IV. 3, 1）と十分条件（定理IV. 4, 3）を求めた。更に、 $d = 1$  の時には、 $\omega^G$  が因子状態である為には、上記の必要条件が、また十分であることを示した。（定理IV. 5, 7）また、 $d = 1$  の時には、 $\omega$  と  $\omega^G$  が、 $*$  同型な因子を構成する為の一つの十分条件（定理 IV. 6. 3）を求めた。 $n = 2$  ならば、 $C^*$  代数  $A$  は、正準反交換関係の  $C^*$  代数であるが、これらの結果は、特に、ゲージ不变な正準反交換関係の  $C^*$  代数上のある状態が、因子的であるか否かの判定条件になっている。

#### 論文の審査結果の要旨

本論文では、 $M(n)$  ( $n \times n$  行列のつくる行列環) の無限テンソル積として得られる  $C^*$  環、すなわち  $n^\infty$  型 UHF 環について考察している。フォン・ノイマン環の場合には、超有限  $\text{II}_1$  型因子についての自己同型の完全な分類が知られているが、UHF 環の場合には非常に制約された形の結果しか知られていない。著者は、まず、自己同型が性質 ( $U_\infty$ ) をもつときは、ある一系の標準形に帰着できることを示している。さらに、 $n^\infty$  型の UHF 環上の積構成による状態について、その分類を与えていた。また  $n^\infty$  型 UHF 環にある種の自己同型群が作用しているとき、それによる不变部分環上に積構成状態を制限したときに、それが因子状態となるための必要十分条件を与えている。

$n^\infty$  型 UHF 環以外にも、 $n$  個の等距離作用素を生成要素とするクンツ環上に、 $n$  次ユニタリ群  $U(n)$  が外部自己同型の群として作用することを示している。

以上のように、本論文は、作用素環の理論において、 $C^*$  環の自己同型の分類という困難な問題に関し、興味ある結果を提示しており、学位論文として価値あるものと認める。