



Title	多様体のG-写像と不動点における接空間表現
Author(s)	森本, 雅治
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/35187
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・（本籍）	もり 森	もと 本	まさ 雅	はる 治
学 位 の 種 類	理	学	博	士
学 位 記 番 号	第	7 0 4 7	号	
学位授与の日付	昭 和 60 年 12 月 9 日			
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当			
学 位 論 文 題 目	多様体の G - 写像と不動点における接空間表現			
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授	中岡	稔	
	(副査) 教 授	村上	信吾	教 授 尾関 英樹 助教授 川久保勝夫

論 文 内 容 の 要 旨

初めに G は奇数位数の巡回群で G -多様体は準自由な作用で有限個の不動点を持つ単連結有向閉多様体とする。 X を G -多様体とし、その不動点の個数を n とおく。 X の各不動点 x_i で有向接表現 V_i が与えられる。本論文で扱った問題の 1 つは、どのような n 個の有向実表現 W_i に対して向きを保つ G -ホモトピー同値 $f: Y \rightarrow X$ で、 Y の不動点 y_i での有向接表現が W_i となるものが構成できるか、というものである。ただし $f(y_i) = x_i$ とする。

G の元 g と複素表現 V が与えられ、 g による V の不動点が原点のみのとき、複素数 $\nu(V)(g)$ が

$$\nu(V)(g) = \prod_{i=1}^m (1 + e_i) / (1 - e_i)$$

で定義される。ここで m は V の次元、 e_i は g の V 上の固有値である。 V が有向実表現の場合も V を実化とする複素表現を取って $\nu(V)(g)$ が定義できる。上述の f が構成できたとする

$$(1) \sum_{i=1}^n \nu(W_i)(g) = \sum_{i=1}^n \nu(V_i)(g) \quad (g \in G - 1)$$

が成り立つ事が知られている。更に球面 $S(W_i)$ は $S(V_i)$ と G -ホモトピー同値になるので、Whitehead torsion $\tau(W_i, V_i)$ が定まり、

$$(2) \sum_{i=1}^n [\tau(W_i, V_i)] = 0 \in \text{Wh}(G) / 2 \text{Wh}(G)$$

が成り立つ事がわかる。

X の次元が 6 以上のとき、次の定理を得た。

定理 有向実表現 W_i が上の (1), (2) および

$$(3) \text{res}_P W_i = \text{res}_P V_i \quad (P \in \text{Sylow}(G))$$

をみたすとき上に述べた $f: Y \rightarrow X$ が構成できる。更に Y は X と微分同型にできる。

複素表現から与えられる複素射影空間上の G -構造を複素射影空間上の線形作用と呼ぶ。 X としてこのような G -構造を考え上の定理を適用し、複素射影空間上の奇妙な G -構造が構成できる。

次の定理は先の定理の証明の鍵である。

定理 Z は有限自由 G -CW 複体で V と W は

$$\operatorname{res}_P V = \operatorname{res}_P W \quad (P \in \operatorname{Sylow}(G))$$

をみたす有向実表現とする。このとき次のような Z 上の G -ベクトル束同型 $h : Z \times V \rightarrow Z \times W$ が存在する： K -同型 $k : V \rightarrow W$, $K \subset G$ が与えられたとき、 h は $\operatorname{id}_Z \times k$ と K -ホモトピックになる。

G が奇数位数の可換群で作用を準自由と限らない場合には、「 G -ホモトピー同値」を「 G -写像で有理ホモトピー同値」で置き換えた問題を部分群による不動点集合に条件を入れて扱い、それに関する結果を得た。

論文の審査結果の要旨

群 G が作用する多様体 X では、不動点における接空間は群 G の表現となる。本論文は、作用を保つホモトピー同値によって多様体 X を変えたときに、接空間表現として現われ得る G 表現を問題とする。この問題を一般的に取り扱うことはとても無理であるので、本論文は、 G が奇数位数の巡回群で、作用が準自由である場合を扱い、 G 表現が上のような形で現われる為の十分条件に関し、一般的な結果を得ている。また、その応用として、複素射影空間上の異風な群作用を構成している。本論文は多くの技術的困難をよく克服し、見事な成果を得ており、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。